

**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

**FAKULTA STAVEBNÍ**

**ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ**

**OPTIMALIZACE ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ**

**Habilitační práce**

**Obor: Konstrukce a dopravní stavby**

**Brno 2017**

**Ing. Ivana Laníková, Ph.D.**



# OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚČEL A CÍL</b>	<b>7</b>
<b>1.1</b>	<b>Formulace úlohy optimalizace</b>	<b>8</b>
<b>1.2</b>	<b>Přehled problematiky řešené jinými autory</b>	<b>10</b>
1.2.1	Stručný přehled publikací a metod řešení	10
1.2.1.1	Klasické exaktní metody a iterační postupy	11
1.2.1.1.1	Přehled metod	11
1.2.1.1.2	Přehled publikací	12
1.2.1.2	Heuristické metody	15
1.2.1.2.1	Genetické algoritmy	17
1.2.1.2.2	Simulované žihání	18
1.2.1.2.3	Big Bang - Big Crunch	19
1.2.1.2.4	Harmony search	19
1.2.1.2.5	Colliding Bodies Optimization	19
1.2.2	Podrobnější popis výstupů některých publikací	20
1.2.2.1	Článek (Balling, 1997)	20
1.2.2.2	Článek (Rajeev, 1998)	22
1.2.2.3	Článek (Lee, 2003)	24
1.2.2.4	Články (Camp, 2003; 2013)	25
1.2.2.5	Článek (Govindaraj, 2007)	26
1.2.2.6	Článek (Zou, 2007)	27
1.2.2.7	Článek (Kwak, 2009)	28
1.2.2.8	Článek (Paya, 2008)	30
1.2.3	Výsledné zhodnocení	33
<b>2</b>	<b>PODROBNÁ FORMULACE OPTIMALIZACE</b>	<b>35</b>
<b>2.1</b>	<b>Účelová funkce</b>	<b>36</b>
<b>2.2</b>	<b>Optimalizované proměnné</b>	<b>38</b>
<b>2.3</b>	<b>Omezující podmínky</b>	<b>39</b>
2.3.1	Podmínky rovnováhy konstrukce	39
2.3.2	Podmínky spolehlivosti	40
2.3.2.1	Přístup založený na pravděpodobnostních metodách	41
2.3.2.2	Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti	44
2.3.3	Konstrukční zásady	46
2.3.4	Další omezující podmínky	47
<b>2.4</b>	<b>Podrobnější rozbor omezujících podmínek</b>	<b>48</b>
2.4.1	Silové omezující podmínky (MSÚ)	48
2.4.2	Deformační omezující podmínky (MSP)	49
<b>3</b>	<b>VLASTNÍ PŘÍNOSY</b>	<b>51</b>
<b>3.1</b>	<b>Optimalizace výztuže ŽB konstrukce</b>	<b>51</b>
3.1.1	Definice úlohy	51
3.1.2	Algoritmus a řešené příklady	53
3.1.3	Příklad dle Eurokódu	55

3.1.3.1	Varianta A.....	57
3.1.3.2	Varianta B.....	58
3.1.3.3	Varianty C1 a C2.....	59
3.1.3.4	Závěrečné porovnání výsledků.....	60
3.1.4	Vyhodnocení.....	61
<b>3.2</b>	<b>Optimalizace stožáru z odstřed'ovaného betonu.....</b>	<b>62</b>
3.2.1	Definice úlohy.....	62
3.2.2	Metoda řešení.....	65
3.2.3	Ilustrativní příklad.....	66
3.2.3.1	Posouzení podle MSÚ.....	70
3.2.3.1.1	Vliv zavedení nejistot modelu odolnosti a výpočtu vnitřních sil.....	71
3.2.3.1.2	Vliv parametrů rozdělení distribuční funkce zatížení na index spolehlivosti.....	72
3.2.3.1.3	Vyhodnocení výsledků posouzení stožáru plně pravděpodobnostní metodou.....	73
3.2.3.2	Posouzení podle MSP.....	75
3.2.3.2.1	Průhyb.....	75
3.2.3.2.2	Vznik trhlin.....	76
3.2.3.2.3	Omezení šířky trhlin.....	78
3.2.3.3	Shrnutí výsledků.....	80
3.2.3.4	Optimalizace 1.....	80
3.2.3.5	Optimalizace 2.....	82
3.2.3.5.1	Kritérium hodnocení.....	84
3.2.3.5.2	Vstupy.....	85
3.2.3.5.3	Hodnocení životního cyklu.....	86
3.2.3.5.4	Porovnání výsledků z hlediska použitých metod navrhování.....	87
3.2.3.5.5	Porovnání stožáru z vyztuženého betonu a drátkobetonu.....	88
3.2.4	Závěrečné vyhodnocení.....	91
<b>3.3</b>	<b>Optimalizace průřezu a výztuže ŽB konstrukce.....</b>	<b>91</b>
3.3.1	Definice úlohy.....	92
3.3.2	Matematický model konstrukce.....	94
3.3.2.1	Tažený a tlačný prut.....	94
3.3.2.2	Ohýbaný prut.....	95
3.3.2.3	Ohýbaný prut na Winklerově podloží.....	96
3.3.2.4	Tažený a ohýbaný prut na Winklerově podloží vztažený k referenční ose.....	100
3.3.2.5	Tuhost železobetonového prvku.....	101
3.3.2.5.1	Rovnováha sil v průřezu.....	101
3.3.2.5.2	Stanovení tuhosti pro MSP.....	103
3.3.3	Řešení úlohy pomocí GAMS.....	107
3.3.4	Optimalizace tloušťky a vyztužení dodatečného (zesilujícího) ostění kolektoru.....	111
3.3.4.1	Účelová funkce.....	113
3.3.4.2	Zatížení.....	114
3.3.4.3	Geometrie a statické schéma.....	115
3.3.4.4	Omezující podmínky.....	115
3.3.4.4.1	Podmínky rovnováhy.....	115
3.3.4.4.2	Silové omezující podmínky.....	116
3.3.4.4.3	Deformační omezující podmínky.....	116
3.3.4.4.4	Další omezující podmínky.....	116
3.3.4.5	Použité materiály.....	117
3.3.4.6	Výsledky řešení.....	119
3.3.4.6.1	Varianty s konstantní tloušťkou ostění a konstantní plochou výztuží.....	119

3.3.4.6.2	Varianty s konstantní tloušťkou ostění a výztuží konstantní po úsecích .....	120
3.3.4.6.3	Porovnání výsledků z hlediska mezních stavů .....	122
3.3.4.6.4	Porovnání výsledků z hlediska dosažených cen .....	123
3.3.5	Přehled některých dalších publikovaných řešení .....	124
3.3.6	Závěrečné vyhodnocení .....	125
<b>4</b>	<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>127</b>
<b>5</b>	<b>REFERENCE .....</b>	<b>129</b>
<b>6</b>	<b>ZKRATKY.....</b>	<b>141</b>



# 1 ÚČEL A CÍL

Pod pojem optimalizace konstrukce lze zařadit tři oblasti:

- optimalizace prvků (dimenze): tvar, geometrie konstrukce a umístění jednotlivých prvků jsou pevně dány, cílem je najít rozměry (a/nebo vyztužení) jednotlivých prvků tak, aby splňovaly předepsaná kritéria a zároveň minimalizovaly účelovou funkci (např. hmotnost, celkovou cenu apod.),
- topologie: geometrie konstrukce je pevně daná, avšak umístění jednotlivých prvků se může měnit (mohou být přidány nebo odebrány jednotlivé prvky) tak, aby konstrukce co nejvíce odpovídala zadaným kritériím,
- optimalizace tvaru konstrukce, kdy může být změněn i tvar konstrukce.

Tato práce je zaměřena na první z uvedených oblastí, kde předmětem optimalizace je železobetonová nosná konstrukce (nosník, deska, sloup, rámová konstrukce) předem pevně daného tvaru. Cílem je vytvořit algoritmus, který umožní optimalizovat rozměry jednotlivých prvků nebo částí konstrukce a to včetně jejich vyztužení, tak aby výsledný návrh splňoval:

- požadavky zadavatele, jako je například minimalizace nákladů (výrobních nebo spojených s životním cyklem konstrukce) nebo minimalizace environmentálních dopadů apod., tj. hledisko a/nebo hlediska, podle kterého je „kvalita“ návrhu posuzována,
- požadovaná kritéria spolehlivosti (únosnost, použitelnost, trvanlivost, konstrukční zásady), která jsou obvyklá při posuzování konstrukce podle normových předpisů.

V běžné stavební praxi návrh rozměrů prvků je prováděn podle empirických vztahů (zkušeností) a výsledné vyztužení vyplyne z vlastního statického posouzení. Proces návrhu vyztuže a posouzení spolehlivosti v dnešní době umožňuje řada vyvinutých softwarových produktů. Takto provedený návrh zpravidla není ekonomicky (nebo jinak) nejlepším řešením a následná náhodná změna dimenze průřezů nemusí vést k lepšímu výsledku. Právě úlohou optimalizace je nalézt ze všech možných řešení, která splňují požadavky spolehlivosti a případně i další požadavky zadavatele, právě takové řešení, které je z posuzovaného hlediska nejlepší.

Stavební konstrukce musí být navržena a provedena tak, aby během předpokládané doby životnosti odolávala všem zatížením a vlivům, které se mohou vyskytnout během provádění a užívání, a aby sloužila požadovanému účelu. To vše s příslušným stupněm spolehlivosti a hospodárnosti. Musí mít tedy odpovídající:

- únosnost, tj. musí splnit příslušné podmínky spolehlivosti dané mezním stavem únosnosti (dále MSÚ), které mají zajistit bezpečnost osob a/nebo konstrukce,
- užitné vlastnosti z hlediska použitelnosti, tzn., že má splnit požadované podmínky spolehlivosti mezního stavu použitelnosti (MSP), které se týkají funkce konstrukce za běžného užívání (provozuschopnost), pohody osob a vzhledu stavby,
- trvanlivost, která je ve fázi návrhu obvykle zajištěna splněním zásad vyztužování (tzv. konstrukčních zásad).

Cílem mé práce je pro nosné železobetonové rámové konstrukce:

- Nadefinovat úlohu optimalizace, tj.:
  - předmět optimalizace, tj. určit návrhové proměnné (optimalizované veličiny),
  - kritéria hodnocení, tj. sestavit účelovou funkci,
  - požadavky, které má navržená optimalizovaná konstrukce splňovat, tj. omezující podmínky (podmínky spolehlivosti, konstrukční zásady a další možná omezení daná uživatelem).
- Stanovit požadavky na model pro analýzu konstrukce a pro výpočet odolnosti průřezu; zavést předpoklady řešení.
- Navrhnout metodu řešení optimalizační úlohy.
- Provést algoritmizaci a sestavení výpočetního programu pro optimalizaci.
- Uvést příklady aplikace optimalizačního algoritmu na návrh železobetonových konstrukcí a dokumentovat tak možnost použití ve stavební praxi.

Omezující podmínky vyplývající z požadavků spolehlivost konstrukce budou sestaveny v souladu s příslušným normovým předpisem a budou zahrnovat zejména:

- mezní stav únosnosti průřezu namáhaného normálovou silou a ohybovým momentem,
- mezní stav použitelnosti omezení deformace (průhybu), případně trhlin, založený na vyšetřování konstrukce zahrnující geometrickou a fyzikální nelinearitu.

Posouzení smykové únosnosti, ev. návrh smykové výztuže, není cílem této práce, a proto v optimalizační úloze nebudou zahrnuty omezující podmínky týkající se smyku. Podrobnější popis je uveden v kapitole 2.

## 1.1 FORMULACE ÚLOHY OPTIMALIZACE

Pro snadnější popis některých publikovaných prací nejprve uvedu formulaci optimalizační úlohy (viz např. (Štěpánek, 2010; Laníková, 2010d; 2010a; 2011b)).

Optimalizační úloha je definována následovně:

hledá se takové řešení zapsané pomocí vektoru optimalizovaných návrhových proměnných  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ , které minimalizuje nebo maximalizuje účelové funkce (tj. sledovaná kritéria)

$$\min \text{ nebo } \max f_i(\mathbf{x}), \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, k \quad (1.1)$$

při splnění omezujících podmínek

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \text{pro } j = 1, 2, \dots, m, \quad (1.2)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad \text{pro } j = 1, 2, \dots, l, \quad (1.3)$$

kde  $f_i(\mathbf{x})$  je  $i$ -tá účelová funkce,  $g_j(\mathbf{x})$  je  $j$ -tá omezující podmínka ve formě nerovnosti,  $h_j(\mathbf{x})$  je  $j$ -tá omezující podmínka ve formě rovnice.



Návrhové proměnné sestavené do vektoru  $x$  jsou hledané (optimalizované) veličiny, které definují řešenou/optimalizovanou konstrukci; mohou to např. být rozměry průřezů prvků a jejich vyztužení.

Účelová funkce vyjadřuje kritérium, podle kterého je výsledný návrh posuzován. Obvykle v případě železobetonových konstrukcí to může být cena (pouze výrobní, nebo zahrnující celý životní cyklus konstrukce), některé z technických kritérií (např. celková spolehlivost, tuhost konstrukce, konstruovatelnost daná počtem prutů výztuže), environmentální dopady stavebního díla na životní prostředí (výroby nebo celého životního cyklu) nebo sociokulturní hodnota.

Omezující podmínky ohraničují prostor přípustných řešení na ta řešení, která splňují požadavky spolehlivosti konstrukce z hlediska MSÚ, MSP, trvanlivosti, případně dalších podmínek zadaných uživatelem. Obvykle jsou vyjádřeny ve formě podmínek spolehlivosti dle příslušné normy pro navrhování železobetonových konstrukcí a konstrukčních zásad. U prutových prvků se týkají únosnosti při namáhání ohybovým momentem, ev. ohybovým momentem a normálovou silou, posouvající silou, případně dalšími druhy namáhání (např. kroucením). Použitelnost je limitována průhybem (posouzením ohybové štíhlosti nebo přímým výpočtem), šířkou trhlin (kontrolou konstrukčních zásad nebo přímým výpočtem) a napětím v betonu a výztuži za provozu.

Podmínky spolehlivosti jsou obvykle formulovány jako porovnání účinků zatížení  $E$  s únosností konstrukce  $R$  ve tvaru

$$E - R \leq 0, \quad (1.4)$$

nebo mohou být normovány

$$P = \frac{E}{R} - 1 \leq 0. \quad (1.5)$$

Vztahy (1.4) a (1.5) platí za předpokladu, že  $R$  a  $E$  jsou kladné hodnoty.

Analýzu konstrukce (získání hodnot účinků zatížení) je potřeba provést na výpočetním modelu pro výpočet vnitřních sil, který by měl odpovídat ustanovením příslušné normy (předpoklad lineární pružnosti versus zohlednění nelineárních vlastností materiálů (pracovní diagramy, vznik trhlin v tažených oblastech betonu, smršťování a dotvarování betonu) a geometrické nelinearity (účinků druhého řádu, stability konstrukce)).

Úloha definovaná v této kapitole je optimalizační úloha, ve které omezující podmínky nejsou lineární funkce optimalizovaných proměnných, tj. jedná se o úlohu nelineárního programování (non-linear programming NLP). Řešení lze vyjádřit buď exaktně klasickými metodami diferenciálního počtu (pro úlohy malého rozsahu), nebo lze použít některou z numerických metod, které byly vyvinuty v 50. a 60. letech minulého století a jsou založeny na iteračních postupech hledání přibližného řešení většinou s využitím znalostí prvních (nebo i druhých) derivací funkcí.

V posledních letech se v inženýrské optimalizaci používají netradiční metody, tzv. heuristické nebo metaheuristické metody, jejichž algoritmus je založen na inspiraci známými procesy, většinou se jedná o živou přírodu, matematiku, statistiku nebo umělou inteligenci.

Další podrobnosti k formulaci úlohy budou uvedeny v kapitole 2 a 3.

## **1.2 PŘEHLED PROBLEMATIKY ŘEŠENÉ JINÝMI AUTORY**

Úlohy optimalizace železobetonových konstrukcí zaměřené na návrh rozměrů průřezů a vyztužení publikované v literatuře lze rozdělit podle více kritérií, např. podle:

- typu konstrukce: nosníky prosté nebo spojitě, železobetonové nebo předpjaté, desky, sloupy, rámy plošné nebo prostorové, opěrné zdi, ztužující stěny, základové patky, vysoké konstrukce,
- účelové funkce, která může být jednokriteriální nebo multikriteriální, může zahrnovat cenu, environmentální dopady nebo jiné kritérium, a to jen výrobní fáze nebo celého životního cyklu,
- omezujících podmínek týkajících se požadované spolehlivosti,
- metod analýzy konstrukce, tj. geometricky a fyzikálně lineární versus nelineární, vznik plastických kloubů,
- metod řešení: optimalizační algoritmy a iterační metody řešení, vycházející z funkčních závislostí optimalizovaných proměnných versus (meta) heuristické metody, které používají k nalezení řešení pouze hodnotu účelové funkce a určitou posloupnost kroků obsahující rozhodování o přijetí některého řešení na základě pravděpodobnosti (jako jeden z parametrů).

V této kapitole je uveden pouze přehled publikací týkajících se optimalizace železobetonových ráků (případně nosníků), ve kterých parametry (tj. během výpočtu konstantní veličiny, např. délka prvku, materiálové vlastnosti) vstupující do výpočtu jsou deterministické hodnoty a v omezujících podmínkách optimalizační úlohy se nevyskytují pravděpodobnosti.

### **1.2.1 Stručný přehled publikací a metod řešení**

Přehled publikovaných prací týkající s řešené problematiky je rozdělen do dvou částí podle použitých metod optimalizace. Dřívější úlohy optimalizace železobetonových konstrukcí se týkaly zejména optimalizace dílčích prvků, tj. nosníků (prostých nebo spojitých), sloupů a jen málo publikací bylo věnováno optimalizaci rákových konstrukcí. Rozsah úloh, tj. optimalizovaných proměnných, byl limitován možnostmi použitého optimalizačního algoritmu, většinou používající klasické exaktní metody nebo iterační algoritmy. S rozvojem metaheuristických algoritmů (od 70. let minulého století dodnes), který se promítl i do oblasti inženýrských úloh, se rozšířil i rozsah úloh optimalizace železobetonových konstrukcí.

### 1.2.1.1 Klasické exaktní metody a iterační postupy

#### 1.2.1.1.1 Přehled metod

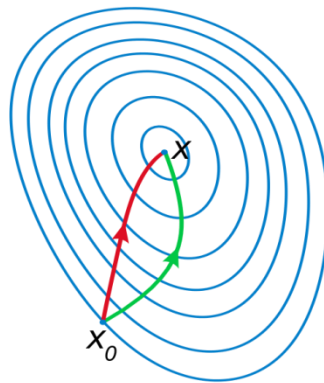
Exaktní metody jsou tradiční analytické metody, které jsou založeny na diferenciálním počtu např. pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů.

Všechny metody řešení extremalizačních úloh bez omezení (tj. hledání volného extrému) jsou iterační metody startující z inicializačního řešení posloupností danou vztahem

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \lambda_i \mathbf{s}_i, \quad (1.6)$$

kde  $\mathbf{x}_i$  je startovací řešení v kroku  $i$ ,  $\mathbf{s}_i$  je směr prohledávání,  $\lambda_i$  je délka kroku. Pro řešení je možné použít jednu z metod přímého vyhledávání (direct search methods). Jedná se o vyhledávací metody, které vyžadují pouze funkční hodnoty účelové funkce a nevyžadují jejich derivace. Jsou vhodné pro úlohy malého rozsahu a jsou méně efektivní než gradientní metody. V gradientních metodách se směry dalšího postupu určují pomocí gradientů. Tyto metody pracují s lineární aproximací účelové funkce, tzn., že je potřeba znát první derivace funkce, např. metoda největšího spádu (Cauchyova metoda).

Použijeme-li i informaci o druhých derivacích, rychlost konvergence se zvýší. Dostaneme Newtonovu metodu (používá první tři členy Taylorova rozvoje), tedy i informaci o zakřivení prostřednictvím matice druhých derivací (Hessova matice). Nevýhodou je, že se v každém kroku iterace musí spočítat inverzní Hessova matice.



Obr. 1.1 Porovnání gradientní metody (zelená) a Newtonovy metody (červená) (Alexandrov, 2007).

Oproti Newtonově metodě metody konjugovaných směrů (kombinující gradientní metodu a metodu konvergující v kvadratickém případě v konečném počtu kroků) vyžadují v každém kroku pouze výpočet Hessovy matice. Fletcher (1964) představil úpravu metody, která nevyžaduje při každém kroku výpočet matice druhých derivací, ale je potřeba provádět v každém kroku jednorozměrnou extremalizaci, ve které se optimalizuje délka kroku a získává posloupnost konjugovaných vektorů k Hessově matici.

Jednoduchost gradientní metody s dobrou konvergencí Newtonovy metody spojují tzv. kvazinevtonské metody. Nejstarší je Davidonova, Fletcherova, Powellova metoda (DFP metoda), ve které je Hessova matice aproximována pomocí symetrické pozitivní matice, která

je v každém kroku iterace aktualizována podle vyhodnocení gradientu (Fletcher, 1963). Spadá pod metody konjugovaných směrů.

Metody hledání vázaných extrémů (tj. extremalizační úlohy s omezujícími podmínkami) lze rozdělit na linearizační metody a) spočívající v řešení posloupnosti úloh lineárního programování (sequential linear programming SLP), aproximující úlohu NLP, b) metody výběru přípustného směru založené na linearizaci, a na metody založené na transformaci úlohy hledání vázaného extrému na úlohu hledání volného extrému a) penalizační a bariérové metody, b) metoda využívající Lagrangeovu funkci rozšířenou o kvadratický penalizační člen (augmented Lagrange multiplier method ALM).

V metodách výběru směru se pro výběr vhodného směru dalšího postupu používá linearizace pomocí prvních dvou členů Taylorova rozvoje. Metody přípustných směrů vybírají vhodný směr z těch směrů, které nevybočují z množiny přípustných řešení. Příkladem těchto metod je např. Zoutendijkova metoda (Zoutendijk, 1960), v níž se vhodný směr určuje řešením úlohy lineárního programování (linear programming LP). Metody projekce gradientu, např. Rosenova metoda (Rosen, 1960; 1961), získávají vhodný směr projekcí gradientu na aktivní omezení. Metody redukovaného gradientu (generalized reduced gradient GRG method) určují vhodný směr pomocí gradientu účelové funkce v podprostoru nezávislých proměnných. Jedna z nejefektivnějších metod řešení nelineárních optimalizačních úloh je sekvenční metoda kvadratického programování (sequential quadratic programming SQP) poprvé navržená Wilsonem (1963), která neřeší nelineární úlohu přímo, ale převede ji na sekvenci optimalizačních podproblémů.

Penalizační nebo bariérové metody převádějí úlohu nelineárního programování s omezením na extremalizační úlohu bez vedlejších podmínek. U bariérové metody musí výpočet začít v bodě, který je vnitřním bodem množiny přípustných řešení, tj. před zahájením výpočtu musí předcházet fáze vyhledání přípustného řešení. Kombinovaná varianta obou metod je známá pod zkratkou SUMT (sequential unconstrained minimization technique) a byla představena v publikaci (Fiacco, 1968).

Další metody, které jsou používány pro úlohy velkého rozsahu, jsou metody kritéria optimality (optimality criteria methods OC). Jsou to metody založené na derivacích vhodných kritérií speciálně pro omezující podmínky vyskytující se při optimalizaci konstrukcí, jako jsou omezení přetvoření anebo napětí. Jedná se o iterační procedury pro nalezení optimálního návrhu. Metoda byla objevena Pragerem (1968) a dále rozšířena pro diskretizované systémy (discretized continuum-type optimality criteria DCOC), viz např. (Venkayya, 1978). Ve srovnání s metodami matematického programování může být považována za heuristickou.

#### ***1.2.1.1.2 Přehled publikací***

Velká většina starších publikací týkajících se optimalizace konstrukcí se zabývala minimalizací hmotnosti konstrukce, např. (Vanderplaats, 1984; Adeli, 1994; Arora, 1989). Toto je ale vhodné pro konstrukce vyrobené z jednoho materiálu, tedy např. pro ocelové konstrukce (pomine-li se cena za montáž a dopravu). V případě železobetonové konstrukce,

kteřá je složena minimálně ze dvou materiálů, toto kritérium není vhodné, a proto je ve většině jednokriteriálních optimalizačních úloh minimalizována cena konstrukce.

V 80. a 90. létech minulého století se většina autorů zabývala optimalizací nosníků, případně sloupů. Účelová funkce bývá formulována jako cena materiálů jednotlivých komponent, tj. ve tvaru

$$f(\mathbf{x}) = C_m(\mathbf{x}) = C_{cb}(\mathbf{x}) + C_{sb}(\mathbf{x}) + C_{pb}(\mathbf{x}) + C_{fb}(\mathbf{x}) + C_{cbv}(\mathbf{x}) + C_{fib}(\mathbf{x}), \quad (1.7)$$

kde  $C_{cb}(\mathbf{x})$  je cena betonu,  $C_{sb}(\mathbf{x})$  cena výztuže,  $C_{pb}(\mathbf{x})$  cena předpínací výztuže,  $C_{fb}(\mathbf{x})$  cena bednění,  $C_{cbv}(\mathbf{x})$  cena smykové výztuže a ev.  $C_{fib}(\mathbf{x})$  je cena vláken.

Rozsah úloh, tj. počet optimalizovaných proměnných, nebyl velký, a proto pro řešení byly většinou použity buď optimalizační algoritmy, nebo některá z iteračních metod.

Někteří autoři hledali explicitní vyjádření řešení (closed-form solution), např. v článku (Friel, 1974), ve kterém bylo cílem optimalizovat stupeň vyztužení prostého nosníku na základě ceny, nebo v článku (Al-Salloum, 1994), ve kterém byly optimalizované proměnné plocha výztuže a výška železobetonového nosníku.

V publikaci (Kirsch, 1972) byla řešena minimalizace ceny spojitěho předpjatého nosníku konstantního průřezu o dvou polích; předmětem optimalizace byla velikost předpínací síly, vedení kabelu a rozměr průřezu. Tato nelineární úloha byla linearizována (aproximována) a řešena pomocí metod lineárního programování. Stejný autor publikoval v (Kirsch, 1983) tříkrokovou iterační metodu řešení spojitěho železobetonového nosníku cenové optimalizace. V prvním kroku byly v kritických průřezích nalezeny minimální plochy výztuže pro pevně dané rozměry průřezu i návrhový moment, ve druhém kroku byly stanoveny rozměry průřezu pro každý prvek a ve třetím kroku byl optimalizován návrhový moment.

Saouma (1984) prezentoval cenovou optimalizaci prostého částečně předpjatého nosníku o průřezu ve tvaru I s nestejnými přírubami. Optimalizovanými proměnnými bylo šest údajů popisujících geometrii betonového průřezu, plocha tažené a tlačené betonářské výztuže a plocha předpínací výztuže. Tato extremalizační úloha s omezujícími podmínkami byla transformována na hledání volného extrému pomocí penalizační funkce.

Metody konjugovaných směrů použil Cohn (1984a) při optimalizaci prostého železobetonového a částečně nebo plně předpjatého nosníku, kterou rozšířil o parametrickou studii 240 nosníků v publikaci (Cohn, 1984b). V (Cohn, 1993) je uvedena optimalizace spojitěho částečně nebo plně předpjatého nosníku a desky pnuté v jednom směru pomocí SQP.

V publikaci (Jones, 1985) je cenová optimalizace zaměřena na určení množství a rozmístění předpínacích drátů a stanovení pevnosti betonu v mostním nosníku předem daného průřezu za předpokladu, že dráty jsou rozmístěny podle předem dané mřížky. Pro řešení bylo použito celočíselného programování.

V člancích (Kanagasundaram, 1990; 1991a) je popsána minimalizace ceny prostého železobetonového nosníku a spojitěho nosníku podle Australských norem. Pro řešení byly

použity dvě metody: SLP a sekvenční konvexní programování. Ze studie vyplynulo, že složka ceny bednění nemá na výsledný návrh významný vliv. Dále je uvedena optimalizace sloupu namáhaného normálovou silou a ohybovým momentem působícím ve dvou směrech s vlivem štíhlosti. V publikaci (Kanagasundaram, 1991b) je k optimalizovaným proměnným (rozměr sloupu a plocha výztuží) přidána i pevnost betonu v tlaku.

Někteří autoři publikací týkajících se optimalizace rámových železobetonových konstrukcí zahrnuli do nákladů i další složky ceny oproti  $C_m(\mathbf{x})$  v účelové funkci (1.7), viz

$$f(\mathbf{x}) = C_T(\mathbf{x}) = C_m(\mathbf{x}) + C_{FB}(\mathbf{x}) + C_{TR}(\mathbf{x}) + C_S(\mathbf{x}) + C_E(\mathbf{x}), \quad (1.8)$$

kde  $C_{FB}(\mathbf{x})$ ,  $C_{TR}(\mathbf{x})$ ,  $C_S(\mathbf{x})$  a  $C_E(\mathbf{x})$  jsou náklady za vázání výztuže (nebo zhotovení armokošů), dopravu, spodní stavbu (nebo základy) a montáž konstrukce. Většina však zahrnula jen první dva členy.

Huanchun (1985) představil dvoufázovou optimalizaci rovinného rámu. V první fázi pomocí SLP se hledala co nejvíc flexibilní konstrukce tak, aby jako celek vyhovovala omezujícím podmínkám vodorovných posunutí, v druhé fázi metodou diskrétního vyhledávání byly optimalizovány lokální prvky s cílem najít nejnižší cenu pro dané průřezové rozměry. Účelová funkce zahrnovala pouze cenu sloupů a trámů.

Při cenové optimalizaci rámu s prvky obdélníkového průřezu použil Choi (1990) metodu přímého vyhledávání v předem nadefinované (diskrétní) databázi průřezů. Spires (1990) použil metodu SQP pro optimalizaci vysokých železobetonových rámu symetrických v obou rovinách, kterou převedl na symetrický rovinný rám.

OC metoda byla použita pro optimalizaci nosníku s převislým koncem v publikaci (Adamu, 1994c). Pro optimalizaci spojitého nosníku byla použita DCOC v (Adamu, 1994a), ve které byla uvažována proměnná výška nosníku a za optimalizovanou proměnnou byla zavedena výška nosníku anebo poměr výšky nosníku a vyztužení. V (Adamu, 1994b) byla požadována konstantní výška po délce nosníku a variabilní vyztužení v každém poli.

Například v (Moharrami, 1993) je uvedená cenová optimalizace (zahrnující náklady na beton, ocel a bednění) až pětipodlažního rámu o jednom poli zatíženého svislým a vodorovným zatížením. Sloupy jsou obdélníkového tvaru, příčle mohou být obdélníkové nebo tvaru T nebo L. Optimalizované proměnné jsou šířka a výška průřezů a podélná výztuž příčlí i sloupů. Autoři došli k závěru, že použitá metoda OC konverguje pomalu, pokud jsou zahrnuty podmínky omezující tuhost prvků.

V publikaci (Adamu, 1995a) je použitá DCOC pro optimalizaci návrhu vícepodlažních rámu o více polích minimalizující náklady (cena betonu, oceli a bednění). Optimalizované proměnné jsou rozměry průřezů sloupů a příčlí (ale konstantní v každém patře) a stupeň vyztužení v každém prvku. Cena bednění je redukována (za předpokladu dalšího použití). V článku je uvažováno jen jednoosé namáhání sloupu ohybovým momentem. Dvouosé namáhání rohových sloupů je uvažováno v (Adamu, 1995b), nicméně je řešen jen rovinný rám.

Jednopodlažní prostorový rám o jednom poli v každém směru metodou OC optimalizoval Fadaee (Fadaee, 1996). Prvky mají obdélníkový průřez. V účelové funkci je zahrnuta cena betonu, výztuže a bednění. Tato práce je zaměřena na formulaci omezujících podmínek sloupů namáhaných kombinací normálové síly, ohybových momentů a smykových sil působících ve směru obou os.

### **1.2.1.2 Heuristické metody**

Se vzrůstajícím počtem optimalizovaných proměnných a složitostí okrajových podmínek se stávají deterministické metody představené v odstavci 1.2.1.1 pro řešení nevhodné (náročné na vyjádření, na výpočetní čas), a proto se pro řešení těchto úloh začínají používat i heuristické metody. Cílem těchto metod je najít v přiměřeném časovém rámci takové řešení, které je dostatečné pro řešení problému. Toto řešení nemusí být nejlepší ze všech skutečných řešení tohoto problému nebo se může jednoduše přibližovat přesnému řešení. Smyslem používání heuristických přístupů je řešit úlohy, na které doposud neexistují přímé postupy řešení nebo jsou jejich přímé způsoby řešení příliš náročné.

Hlavní výhodou heuristických algoritmů nad konvenčními optimalizačními technikami je, že nevyžadují gradientní výpočty, nejsou omezeny restriktivními předpoklady týkajícími se prostoru řešení jako je spojitost funkcí a existence jejich derivací, nevyžadují, aby byla omezení vyjádřena pomocí návrhových proměnných, a využívají procesy se stochastickým rozhodováním, které dávají šanci algoritmu nezapadnout do lokálního minima účelové funkce.

Další výhodou těchto algoritmů je, že je snadné (a dokonce výhodné) je aplikovat na optimalizační úlohy, které mají prostor návrhových proměnných diskrétní, tj. vyztužení průřezu je popsáno počtem (celé číslo) prutů určitého profilu (výrobní sortiment), rozměry průřezu se volí v násobcích centimetrů (např. šířka po 2 cm, výška po 5 cm). Výsledný návrh je pak přímo realizovatelný bez úprav rozměrů, či vyztužení. Pokud návrhové proměnné jsou uvažovány jako spojité proměnné (např. jen plocha výztuže jako celek, rozměr průřezu), musí se konečný návrh upravit tak, že se vybere nejbližší vyšší hodnota (plocha výztuže odpovídající určitému počtu prutů konkrétního profilu, rozměr průřezu se zaokrouhlí nahoru). Tato úprava jednak zvedne hodnotu účelové funkce, jednak může znamenat i odlišný návrh od návrhu, ve kterém jsou optimalizované proměnné diskretizované během optimalizace, protože úprava některých výsledných hodnot optimalizovaných proměnných směrem nahoru může dovolit snížit (zaokrouhlit dolů) jiné hodnoty.

Mezi heuristické metody, které se uplatnily pro řešení presentovaného typu optimalizačních úloh, patří:

- Genetické algoritmy (genetic algorithm GA), což jsou vyhledávací postupy založené na mechanismu přirozené genetiky a přirozeného výběru (Holland, 1975). Kombinují koncept umělého přežití s genetickými operátory, abstrahovanými z přírody, a tvoří tak robustní vyhledávací mechanismus použitelný pro optimalizaci konstrukcí (Goldberg, 1989). Základními operátory pro vytvoření nové populace (nových řešení) je výběr jedinců, křížení a mutace.

- Metoda simulovaného žíhání (simulated annealing SA); inspirací metody je fyzikální děj při žíhání tuhého tělesa. Tato metoda přijímá na základě určité pravděpodobnosti (dané Metropolisovým kritériem) i horší řešení a tím je schopná prohledávat celý prostor a nezapadnou do lokálního minima. Pravděpodobnost přijetí horšího řešení klesá s klesající teplotou systému. Metodu uvedli na počátku 80. let minulého století výzkumní pracovníci z výzkumného centra IBM (Kirkpatrick, 1983).
- Optimalizace Big Bang - Big Crunch (BB-BC) je heuristické vyhledávání založené na populaci jedinců (kandidátů na řešení), které se skládá ze dvou částí: Big Bang, kde jsou jedinci náhodně rozmístěni po vyhledávacím prostoru; a Big Crunch, ve které je nalezen vážený průměr jedinců, tj. střed hmoty. Váhy představují inverzní hodnotu penalizované fitness funkce. Další populace vytvořená velkým třeskem je pak náhodně rozložena kolem středu hmoty. Výpočet se opakuje. Po nalezení řešení, je vyhledávací prostor zúžen a výpočet se opakuje. Optimalizace BB-BC má několik výhod oproti jiným evolučním metodám: nejdůležitější je numericky jednoduchý algoritmus s poměrně málo kontrolními parametry a schopnost zvládnout směs kontinuálních i diskretních návrhových proměnných. Algoritmus byl vyvinut (Erol, 2006).
- Metodu prohledávání pomocí harmonii (harmony search HS) pro řešení optimalizačních úloh představil (Geem, 2001) a její aplikaci na inženýrské úlohy (Lee, 2005). Algoritmus je inspirovaný improvizací jazzových muzikantů. V HS každá proměnná odpovídá jednomu muzikantovi a její hodnota odpovídá notě, kterou daný muzikant hraje. Optimální řešení je takové řešení, které má dohromady nejlepší harmonii, tj. hodnotu cílové funkce. Výhodou je, že dokáže uniknout z lokálního optima, může používat jak diskretní tak spojitě prostory proměnných.
- (Kaveh, 2014) představil novou metodu heuristické optimalizace, která vychází ze zákona o zachování energie a hybnosti izolovaného systému před a po srážce dvou těles a kterou nazval optimalizace pomocí kolizí těles (colliding bodies optimization CBO).

Mezi další metody, které se uplatňují zejména při optimalizaci topologie konstrukcí anebo optimalizaci ocelových konstrukcí, patří metody umělé inteligence jako metoda neuronových sítí (artificial neural network ANN) kterou představil (McCulloch, 1943). Tato metoda je základem neuronového dynamického modelu (Neural dynamic model), kterou objevili Park a Adeli (Adeli, 1995a; 1995b) a aplikovali např. na 144podlažní ocelovou budovu kruhového půdorysu (Park, 1997).

Další v omezené míře použité metody jsou algoritmy rojové inteligence, mezi které patří např. metoda světlušek (firefly algorithm FA), viz (Yang, 2008), optimalizace hejnem částic (particle swarm optimisation PSO) anebo mravenčí algoritmy (ant colony optimisation ACO), viz (Yang, 2013). FA napodobuje chování světlušek, které se řídí jasem vydávaného světla jednotlivých mušek. Základem algoritmu jsou tři pravidla: světlušky jsou jednopohlavní, takže se navzájem přitahují bez ohledu na své pohlaví; atraktivita je přímo úměrná jasu, což znamená, že klesá se vzrůstající vzdáleností (pro jakékoli dvě svítící světlušky platí, že ta s menším jasnem se bude pohybovat za tou s větším jasnem a pohyb světlušky s největším jasnem je náhodný); jas světlušky je dán kritériální funkcí dle okolního prostředí. Například v (Gandomi, 2011) je metoda použita pro optimalizaci železobetonového nosníku. Optimalizace



hejnem částic je založeno na chování hejna ptáků nebo ryb. Algoritmus prohledává prostor kritériální funkce pomocí úprav trajektorií jednotlivých částic. Trajektorie je po částech vytvářena pomocí pozičních vektorů kvazistochastickým způsobem. Pohyb částice sestává ze dvou hlavních složek: stochastické a deterministické. Každá částice je přitahována k pozici současného průběžného globálního optima a k pozici svého průběžného lokálního optima. Modifikovaná PSO je použita v (Gholizadeh, 2014) pro řešení 24podlažního ocelového rovinného rámu a 20podlažního prostorového rámu. Mravenčí algoritmy, zejména optimalizace mravenčí kolonií, napodobují chování skupiny mravenců při hledání potravy. Jako nositel informace mravenci používají feromon; za indikátor kvality řešení je považována koncentrace feromonu, která je největší na nejkratších cestách. Metoda je použita např. při optimalizaci ocelových rámu (Kaveh, 2010) nebo železobetonových rámu (Sharafi, 2012).

#### ***1.2.1.2.1 Genetické algoritmy***

Genetické algoritmy použili při optimalizaci železobetonového nosníku např. autoři (Coello, 1997; Koumousis, 1998). Balling (1997) použil GA, při optimalizaci topologie vyztužení nosníků jako jednoho kroku optimalizace rámové konstrukce. Několik autorů použilo GA pro optimalizaci rámu, např. (Rajeev, 1998; Lee, 2003; Camp, 2003).

V článku (Kocer, 1996) se autor zabývá optimalizací předpjatých přenosových stožárů. Pro řešení použili jednak iterační metody sekvenčního kvadratického programování a jednak genetické algoritmy.

Koumousis (1998) provedl podrobný návrh spojitého železobetonového nosníku na základě multikritériální účelové funkce, která představuje kompromis mezi minimální hmotností konstrukce, maximální jednotností a minimálním počtem prutů jedné skupiny výztuží.

V publikaci (Balling, 1997) je na příkladu optimalizace prostorového rámu o jednom a dvou patrech zkoumáno, zda jsou optimální rozměry betonového průřezu citlivé na způsob vyjádření vyztužení, tj. na počtu, průměru a podélném rozložení (topologii) výztužných prutů. Jsou porovnány optimální výsledky z víceúrovňové metody optimalizace, která současně optimalizuje rozměry průřezu, počet, průměr a umístění prutů výztuže (jako diskrétní veličiny) a tradiční metody, ve které počet, průměr a topologie prutů výztuže jsou popsány jednou proměnnou a to plochou výztuže (spojitá proměnná). Pro řešení jsou použity klasické metody kombinované s GA nebo metodou simulovaného žihání. Autoři uvádějí, že výsledky obou optimalizací jsou si podobné a že není potřeba zavádět do úlohy optimalizace podrobné vyztužování, protože složitost algoritmu omezuje jeho použití pouze na konstrukce menšího rozsahu.

Někteří autoři, používající pro řešení GA, nadeřinovali dopředu databáze možných rozměrů a možných vyztužení nosníků nebo vzorů uspořádání výztuže sloupů, např. (Rajeev, 1998; Govindaraj, 2005; 2007), nebo přímo vytvořili databázi již vyztužených průřezů (splňujících konstrukční zásady týkající se vzdálenosti prutů) včetně únosnosti (Camp, 2003; Lee, 2003). Prostor řešení je diskrétní a představuje v řešených úlohách (Koumousis, 1998)  $10^{07}$  možností, (Camp, 2003)  $10^{21}$  možností, (Lee, 2003)  $10^{46}$  možností.

Typickým znakem úloh je seskupování prvků (nosníků a sloupů) do skupin, které mají buď stejné šířky, stejné rozměry průřezu a různé vyztužení, anebo stejné rozměry průřezu i vyztužení, a tím omezili počet optimalizovaných návrhových proměnných. Seskupovány jsou prvky podle rozsahu řešeného rámu obvykle do skupin pro několik pater. Např. Rajeev (1998) řeší šestipodlažní rám (nesymetrický), ve kterém jsou nosníky rozděleny do dvou skupin (střešní a ostatní), které mohou mít jinou výšku průřezu a vyztužení v každém poli, a sloupy do tří skupin (levý, střední a pravý sloup, vždy konstantní po celé výšce konstrukce). Stejný příklad se stejným dělením na prvky je uveden v (Camp, 2003). Lee (2003) řeší až dvacetipatrový rám o třech polích, ve kterém je pět typů nosníků (vždy stejných po čtyřech patrech) a 8 typů sloupů (krajních versus vnitřních, seskupených po pěti patrech). Govindaraj (2007) pro porovnání řeší stejný šestipodlažní rám jako předchozí autoři. Svůj algoritmus použil i pro řešení prostorového rámu o čtyřech patrech a čtyřech stejných polích v jednom směru a dvou polích různých délek ve druhém směru. Sloupy rozdělil do devíti skupin s ohledem na symetrii a nosníky do tří skupin pro běžná patra a dalších tří skupin pro střešní patro. Dělení do skupin se týká jen rozměrů průřezů, vyztužení jednotlivých prvků mohlo být různé.

V publikaci (Govindaraj, 2007) je v optimalizaci železobetonového rámu zohledněno i detailní vyztužení nosníků, které zahrnuje délku skupin prutů (předem určenou) a kotvení skupin prutů v podporách. Toto detailní vyztužování je uvedené v předchozí práci autorů zabývající se optimalizací spojitých nosníků (Govindaraj, 2005).

Autoři publikace (Kwak, 2008) při optimalizaci železobetonových konstrukcí vychází z předem sestavené databáze průřezů pro sloupy a nosníky, ve které jsou průřezy seřazeny podle únosnosti. Návrhové proměnné jsou tak popsány jedinou proměnnou, a to je číslem průřez. Závislost čísla průřezu a únosnosti je popsána regresním vztahem (jako spojitá veličina) a slouží k získání počátečního řešení, které splňuje konstrukční požadavky. Diskrétní řešení je v jednotlivých krocích iterace dohledáváno pomocí přímé vyhledávací metody na základě získaného počátečního řešení. Tuto metodu dříve aplikovali na nosníky a sloupy (Choi, 1990). Autoři uvádějí, že tato metoda vzhledem k absenci omezujících podmínek spolu s velmi jednoduchými optimalizačními procesy a rychlou konvergencí může být efektivně použita při předběžném návrhu železobetonových rámových konstrukcí. V (Kwak, 2009) je postup rozšířen o vyhledávání celé populace řešení prostřednictvím GA. Oba algoritmy jsou aplikovány až na šestipatrový rám o dvou polích.

#### ***1.2.1.2.2 Simulované žíhání***

Autoři článku (Paya, 2008) použili metodiku optimalizace navrhování železobetonových rámců na základě algoritmu multikriteriálního simulovaného žíhání (multiobjective simulated annealing MOSA). Kritériem optimalizace jsou čtyři účelové funkce: ekonomické náklady, konstruovatelnost (tj. minimalizace počtu prutů), environmentální dopad a celková spolehlivost. V rámci jedné optimalizace řešili vždy jen ekonomické náklady versus jedno z ostatních kritérií. Algoritmus je aplikován na řešení čtyřpatrového rámu o dvou polích, ve kterém kromě rozměrů a vyztužení je jako optimalizovaná proměnná uvažována i pevnost betonu v tlaku. Prostor řešení představuje  $10^{116}$  možných kombinací (diskrétních). V (Paya-

Zaforteza, 2009) je multikriteriální optimalizace zahrnující cenu a environmentální dopady (CO<sub>2</sub>) provedena pro až osmipatrový rám o dvou polích a čtyřpatrový rám až o čtyřech polích. Autoři uvádějí, že výsledky řešení pro každou účelovou funkci zvlášť jsou si velmi blízké. Optimální řešení pro účelovou funkci zahrnující jen environmentální dopad je jen o 2,77 % dražší než optimální řešení s účelovou funkcí zahrnující cenu, zatímco optimální řešení pro cenovou účelovou funkci vyprodukuje o 3,8 % více emisí CO<sub>2</sub> než optimální řešení zohledňující environmentální dopad.

V publikaci (Lepš, 2003) je představena optimalizace spojitého nosníku pomocí GA algoritmu. Autoři uvádějí, že pokud byla přidána omezující podmínka zajišťující smykovou únosnost, GA nekonvergovaly. Proto algoritmus upravili tak, že v kroku, kdy jsou vybírání jedinci pro další pokolení, je výběr uplatňován pomocí Metropolisova kritéria.

#### ***1.2.1.2.3 Big Bang - Big Crunch***

Autoři článku (Camp, 2012) použili BB-BC metodu na úlohu optimalizace rámu o dvou polích a šesti patrech, která byla řešena v (Rajeev, 1998) a následně v (Camp, 2003), a čtyř a šestipodlažního rámu řešeného v (Paya, 2008; Paya-Zaforteza, 2009). Účelová funkce zahrnovala buď cenu, nebo emise CO<sub>2</sub> spojené s výrobou. Autoři uvádějí, že v obou případech dosáhli úspornějšího návrhu cca o 5 %.

Metodu BB-BC použili a publikovali autoři v článku (Kaveh, 2012) při optimalizaci rovinného rámu z hlediska ceny. Zohlednili účinky druhého řádu a vliv štíhlosti tlačených prvků na nárůst momentů od zatížení při posouzení podmínek spolehlivosti. Výsledky opět porovnali s výsledky optimalizací řešených GA.

#### ***1.2.1.2.4 Harmony search***

Metoda HS pro cenovou optimalizaci rámových konstrukcí je aplikována na pětipatrový rám o pěti polích při seismickém zatížení (Akin, 2014). Pro vyztužení nosníků byly nadefinované možné rozměry průřezu a typy výztuží, pro sloupy byla vytvořena databáze průřezů včetně vyztužení. Pro porovnání je algoritmus použitý i na optimalizaci šestipatrového rámu o dvou polích, který byl prezentován poprvé v (Rajeev, 1998).

V publikacích (Bekdas, 2016; Bekdaş, 2017) je metoda HS použita pro optimalizaci prvků a rámu zatížených statickým i dynamickým zatížením.

#### ***1.2.1.2.5 Colliding Bodies Optimization***

V článku (Kaveh, 2016) aplikovali autoři CBO na řešení železobetonového rámu. Účelová funkce zahrnovala jak cenu materiálů ve fázi výroby, tak emise CO<sub>2</sub> během životního cyklu. Navrhovaná metoda využívá předem stanovenou databázi průřezů pro konstrukční proměnné. Autoři uvádějí zlepšení výpočetní efektivity v porovnání s návrhy provedenými algoritmem BB-BC, viz (Kaveh, 2012). Z analýzy vyplynulo, že obě cílové poskytují podobné výsledky a návrhy zaměřené na snížení emisí CO<sub>2</sub> by mohly být použity s přijatelným přírůstkem ceny v praxi.

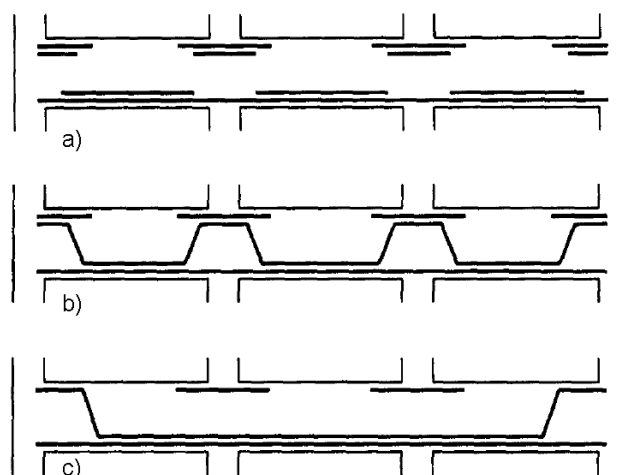
## 1.2.2 Podrobnější popis výstupů některých publikací

V této části jsou uvedené podrobnější rešerše některých článků, aby bylo zřejmé, jakým způsobem vyjádřili nebo řešili jednotliví autoři dílčí části problematiky, a to zejména těch, které se týkají:

- optimalizovaných proměnných (co je optimalizováno, jakým způsobu jsou optimalizované proměnné nadefinované, spojitý versus diskretní prostor řešení),
- omezujících podmínek (které omezující podmínky týkající se spolehlivosti jsou zohledněny pro MSP a MSÚ, konstrukční zásady, požadavky návaznosti jednotlivých prvků, atd.),
- detailů vyztužování (topologie výztuže v nosnících, tj. jak jsou uvažovány délky prutů v nosnících, zda přes celou délku nebo jsou některé zkráceny, ohyby, smyková výztuž, zahrnutí kotevních délek),
- analýzy konstrukce (lineárně pružná analýza versus nelineární analýza, vliv štíhlosti tlačných prvků, vliv dotvarování, smršťování).

### 1.2.2.1 Článek (Balling, 1997)

Autoři článku (Balling, 1997) uvádí, že v do té doby vydaných publikacích týkajících se optimalizace výztuže rámových konstrukcí většina autorů výztuž v průřezu definuje jednou návrhovou proměnnou  $A_s$ , která představuje celkovou plochu výztuže (pro každý ze sloupů a pro každý nosník) v místě maximálního momentu. Tato proměnná je optimalizována současně s rozměry průřezu ( $b$  a  $h$ ). Uvádí, že návrh výztuže zahrnuje mimo plochy výztuže mnoho dalších detailů, jako je průměr a počet prutů, podélné rozmístění skupin tyčí (topologie), které mají stejnou délku, rozmístění prutů v kritickém průřezu, stanovení míst, kde je možno prut ukončit a míst, kde je možno provést ohyb, specifikace průměru třmínků a jejich vzdálenosti, viz Obr. 1.2. Je proto důležité se zaměřit na to, zda zohlednění detailů vyztužení v optimalizačním algoritmu má významný vliv na výsledný optimalizovaný návrh.



Obr. 1.2 Topologie skupin prutů: a) 12 skupin prutů, b) 6 skupin prutů, c) 4 skupiny prutů, (Balling, 1997)

Stejná plocha výztuže v kritickém místě nosníku může představovat např. několik prutů velkého průměru, nebo více prutů malého průměru. První varianta je drahá z důvodu

dlouhých kotevních délek, druhá varianta může být drahá z důvodu větší pracnosti provádění. Také těžiště výztuže se může lišit podle umístění prutu v průřezu a tím mít vliv na únosnost.

Účelová funkce minimalizuje cenu, ve které je zahrnuta: cena betonu a bednění (úměrně objemu betonu), cena výztuže a výroby (úměrná hmotnosti výztuže) a cena za vázání výztuže (úměrná počtu prutů a třmínků).

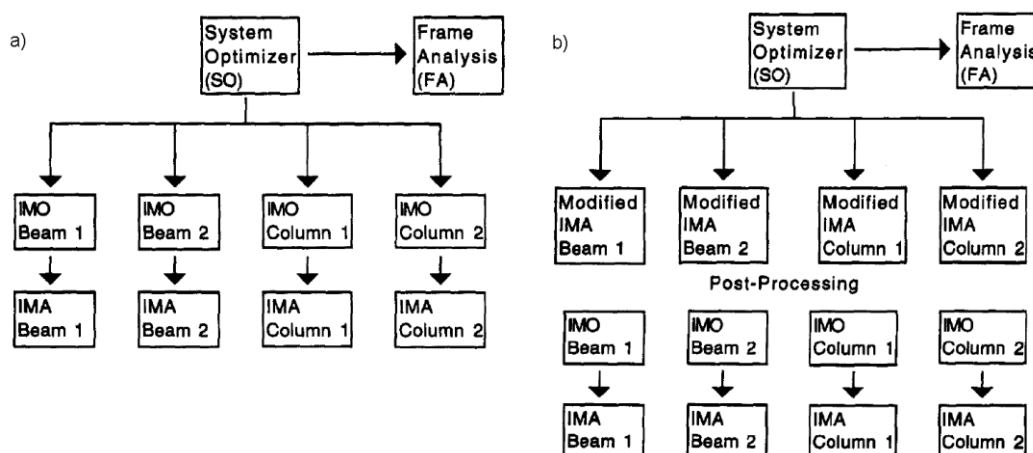
Zatížení se skládá z vlastní tíhy, ostatního stálého zatížení (střecha, podlahy), obvodových a vnitřních stěn a seismického zatížení. Je předpokládáno, že konstrukce je součástí jiné konstrukce se ztužujícími stěnami, která přenáší veškeré vodorovné zatížení a 25 % seismického zatížení.

V článku jsou představeny dva způsoby optimalizace rámu: víceúrovňová (multilevel) metoda a tradiční metoda, obě aplikované na jedno a dvoupatrový prostorový rám.

Celková analýza je rozdělena na dvě části, a to na analýzu rámu a analýzu jednotlivých konstrukčních prvků (pro detailní vyztužení). Analýza rámu jako celku (FA) je prováděna lineárně pružně.

Víceúrovňová optimalizace vychází z výše uvedeného rozdělení. Systémová optimalizační procedura (SO) pro nějaké hodnoty návrhových proměnných (dimenze průřezu  $b$  a  $h$ ) získá z FA průhyby, omezující podmínky pro posuny a vnitřní síly na jednotlivých prvcích. Do optimalizačních procedur pro jednotlivé prvky (IMO) zašle rozměry průřezu a vnitřní síly (jako konstantní parametry), ve kterých jsou následně provedeny návrhy výztuže (tj. počet a profil prutů, topologie, atd.), vyhodnocena cena návrhů, vybrán návrh s nejmenší cenou a získány omezující podmínky. Tyto vyplývají z rozmístění výztuže a jsou diskretní. Proto v této úrovni není použita gradientní metoda ale metoda SA. Schéma optimalizace je na Obr. 1.3a).

V tradiční optimalizaci je IMA modifikována doplňujícími předpoklady tak, aby počet prutů a profil mohly být spočítány přímo. Ve sloupech byly předpokládány čtyři pruty, proto profil výztuže je spojitá funkce; v nosnících je předpokládán jeden typ profilu (předem daný) a počet prutů je proto spojitá funkce. Úloha neobsahuje diskretní proměnné a je řešena gradientní metodou. Až po provedení celkové optimalizace je provedena optimalizace topologie výztuže na prvcích. Schéma je na Obr. 1.3b).



Obr. 1.3 Schéma optimalizace a) víceúrovňové b) tradiční, (Balling, 1997)

Z optimalizovaných návrhů provedených víceúrovňovou a tradiční optimalizací (vždy provedeny 3x, pokaždé s jinými startovacími hodnotami) vyplynulo, že obě metody dospěly k téměř stejné optimální ceně, liší se ale rozměry prvků (z důvodu zavedených předpokladů). Zatímco výpočet víceúrovňovou metodu trval u dvoupatrového rámu 42 hodin (20 návrhových proměnných – rozměry průřezů a vyztužení), tradiční metodou trval 25 minut (25 návrhových proměnných – rozměry průřezů a plochy výztuží), tzn., byl cca 100x rychlejší; výpočet byl prováděn na HP 755-99 workstation. Navíc víceúrovňovou metodu nebylo možné použít pro výpočet rámu většího rozsahu.

Autor konstatuje, že víceúrovňovou metodou (výpočtově i časově náročnější) nebyl prokázán zásadní rozdíl ve výsledcích oproti klasické metodě a navrhl zjednodušenou metodu optimalizace, kterou použil na optimalizaci čtyřpodlažního prostorového rámu.

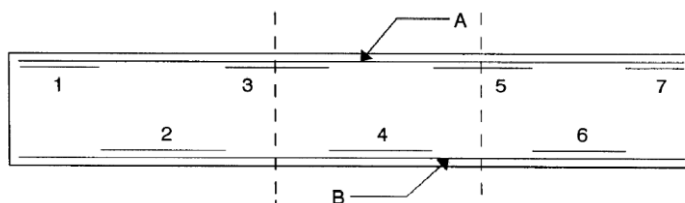
Zhodnocení:

Ačkoliv je v textu uvedeno, že omezující podmínky odpovídají standardu ACI, z uvedeného postupu, kdy celková analýza rámu jako celku je prováděna pouze na základě dimenze rozměrů prvků lineární analýzou, nemohl být při výpočtu deformací zohledněn vznik trhlin, snížení tuhosti prvků a nárůst deformací. Autor tuto skutečnost nezmiňuje.

### 1.2.2.2 Článek (Rajeev, 1998)

V článku je uvedena cenová optimalizace rovinného železobetonového rámu řešena GA. Autor uvádí, že pokud jsou návrhové proměnné (rozměry průřezu a plocha vyztužení) v procesu optimalizace zavedeny jako spojité, výsledný optimální návrh je pak nutno upravit tak, aby byl proveditelný, tzn., že plochy výztuží se musí konkretizovat počtem a velikostí profilů, průřezové rozměry prvků se musí upravit na násobky centimetrů, a to tak, že se navrhnou větší. Proto v článku představuje metodu, kdy návrhové proměnné jsou diskrétní veličiny a výsledkem je přímo realizovatelný návrh.

Návrhové proměnné jsou definovány následovně: rozměry sloupů a příčlí se mohou měnit od 200 mm do 550 mm s krokem 50 mm. Pro sloupy je definováno 14 možných způsobů vyztužení. V příčli (o třech polích) jsou nadefinovány vždy dva průběžné pruty při horním a dolním povrchu a doplňková výztuž v polích a v podporách. Pro nosník o třech polích je 7 typů doplňující výztuže, viz Obr. 1.4. V každém řezu (v poli i nad podporami) je pro 5 možných profilů průběžných prutů nadefinováno vždy po 7 možnostech doplňkové výztuže, tj. celkem 35 možností.



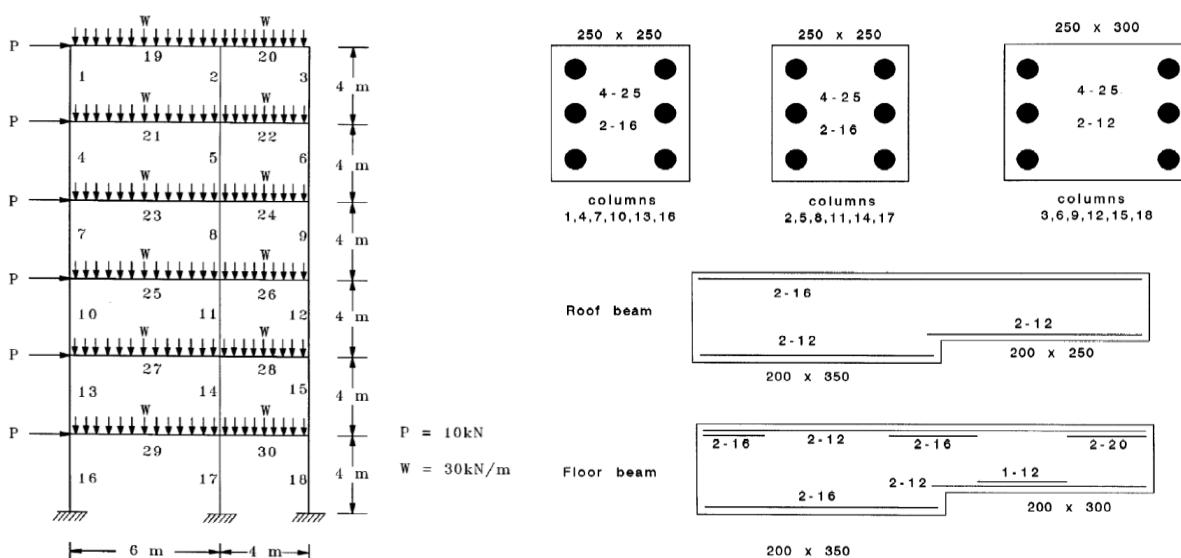
Obr. 1.4 Rozmístění výztuží v trámu o třech polích, (Rajeev, 1998)

Účelová funkce zahrnuje cenu materiálu odvislou od objemu spotřebovaného betonu a podélné výztuže, cenu bednění závislou na ploše bednění (dle rozměru prvků).

Omezující podmínky odpovídají spolehlivosti dle MSÚ namáhání ohybovým momentem a normálovou silou, konstrukčním zásadám (ve dvou řezech na sloupech, v polích a nad podporami v příčli). Průhyb je zjednodušeně kontrolován přes ohybovou štíhlost. Smyk není zahrnut do řešení (ani smyková výztuž v účelové funkci). Podmínky odpovídají indické normě.

V článku je detailně popsán způsob kódování návrhových proměnných do řetězců a vyhodnocování fitness funkce. Jsou uvedeny dva příklady použití metody: čtyřpodlažní rám o třech polích a šestipodlažní rám o dvou polích, viz Obr. 1.5. Před řešením jsou nadefinovány požadavky na stejné rozměry (jen šířka, nebo šířka i výška prvků) některých skupin prvků a požadavky na návaznost výztuží.

Autor dosažené výsledky porovnává s výsledky své předchozí práce, ve které použil pro optimalizaci konstrukce metodu přímého vyhledávání. Uvádí, že účelová funkce je v případě GA sice cca o 8% vyšší, ale tento návrh je díky diskrétním hodnotám návrhových proměnných přímo použitelný bez úprav, zatímco výsledný návrh z předchozí práce je nutno upravit na proveditelné rozměry prvků i prutů, což zvedne cenu. Nakonec uvádí, že použitý způsob je méně matematicky náročný než klasické postupy optimalizace a výsledky jsou díky nastaveným možným hodnotám rozměrů a vyztužení přímo použitelné.



Obr. 1.5 Šestipatrový rám a dosažené optimální rozměry prvků včetně vyztužení, (Rajeev, 1998)

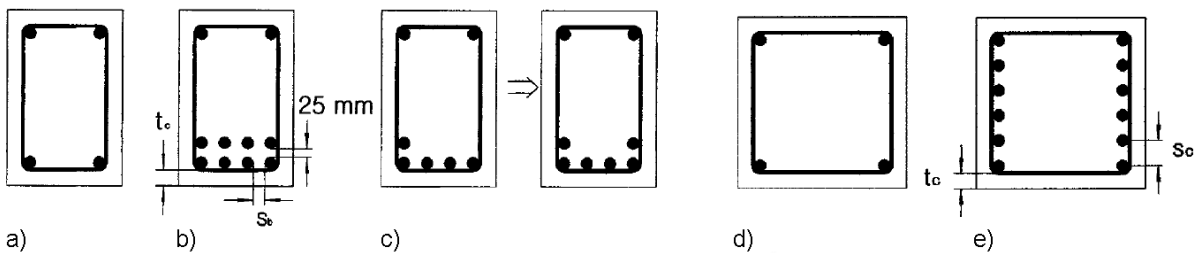
Zhodnocení:

- Délky doplňkových prutů v příčlích nezohledňují průběh skutečných ohybových momentů (jsou pevně dané polovinou rozpětí v případě dolní výztuže, čtvrtinou rozpětí z každé strany pole v případě horní výztuže), jsou příliš krátké na to, aby zahrnovaly kotevní délky. Větší podíl doplňkové výztuže znamená větší délku plutu.
- Průhyb je nahrazen zjednodušenou podmínkou kontroly ohybové štíhlosti.
- Není zmíněno, jakým způsobem je provedena analýza konstrukce.

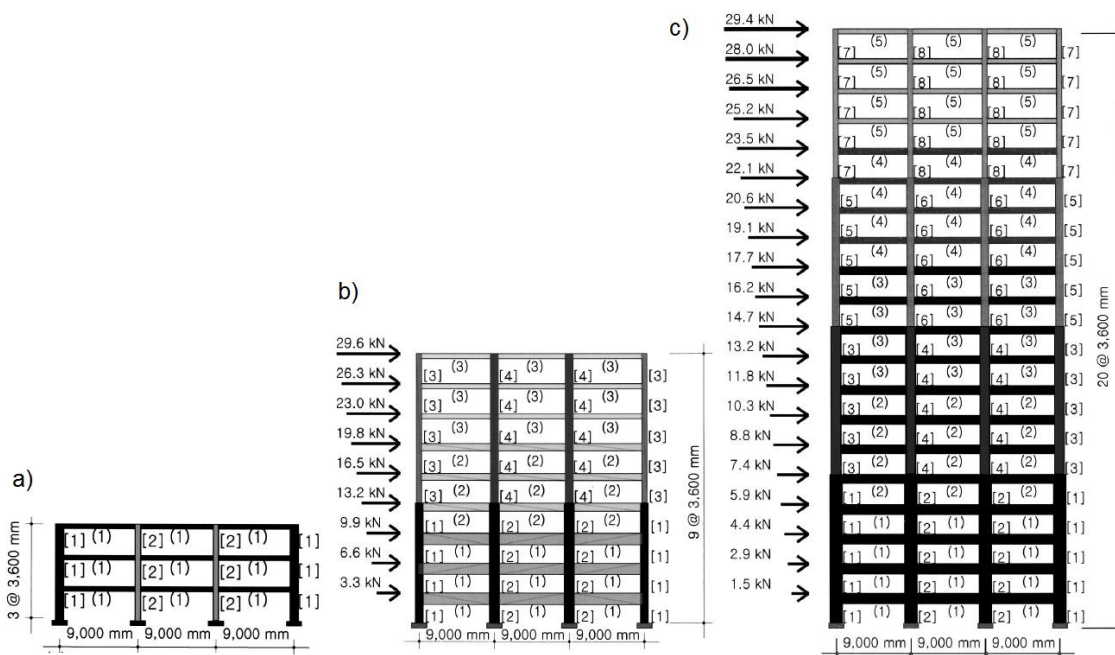
### 1.2.2.3 Článek (Lee, 2003)

V článku je řešena cenová optimalizace železobetonového rovinného rámu pomocí GA. Účelová funkce zahrnuje cenu materiálu a práce při zhotovení včetně bednění. Oproti přístupu (Rajeev, 1998) jsou před vlastní optimalizací vytvořeny databáze průřezů sloupů a nosníků, ve kterých pro každý typ průřezu je nadefinován jeho rozměr a vyztužení. Průřezy jsou vytvořeny tak, aby a priori splňovaly konstrukční zásady. Databáze je doplněna údaji o únosnosti, tj. momentem na mezi únosnosti pro průřezy nosníků a body interakčního diagramu únosnosti pro sloupy. Omezující podmínky jsou tak redukovány na podmínky únosnosti a podmínky tzv. konektivity, tj. návaznosti jednotlivých prvků na sebe, např. sloup nižšího patra nemůže mít menší rozměr průřezu a méně prutů výztuže než sloup nad ním. Je zavedeno seskupování prvků dle pater. Podmínky spolehlivosti jsou v souladu s normovým předpisem ACI (ACI 318-99, 1999).

Na příkladech ráků o třech, devíti a dvaceti patrech uvádí řešení pro více variant nastavení parametrů reprodukce, křížení a mutace GA a nastavení vah, viz Obr. 1.7.



Obr. 1.6 Možné způsoby vyztužení: a) minimální vyztužení nosníku, b) vyztužení nosníku ve dvou řadách, c) přípustné vyztužení nosníku ve dvou řadách; d) minimální vyztužení sloupu, e) maximální vyztužení sloupu; převzato a upraveno z (Lee, 2003)



Obr. 1.7 Řešené ráky: a) třípatrový, b) devítipatrový, c) dvacetipatrový; dělení prvků do skupin: (·) číslo skupiny nosníků, [·] číslo skupiny sloupů, (Lee, 2003)



Autor uvádí, že použitá metoda optimalizace pomocí GA je upravena, aby nedocházelo ke genetickému posunu. Je zaveden tzv. předvýběr, kdy potomci přecházejí do další generace tehdy, jestliže mají lepší fitness hodnotu, v opačném případě přecházejí jejich rodiče, tj. tzv. strategie elity, viz (Gen, 1997).

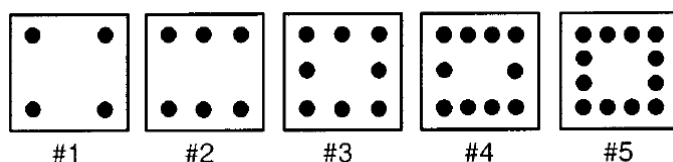
Zhodnocení:

- Autor zdůrazňuje, že optimalizace je provedena pro více zatěžovacích stavů.
- Délky horních přídavných výztuží jsou nastaveny parametrem, který není blíže specifikován.
- Není řešen smyk.
- Není řešen průhyb, jsou kontrolovány minimální výšky prvků.

#### 1.2.2.4 Články (Camp, 2003; 2013)

Autoři článku (Camp, 2003) formulovali úlohu cenové optimalizace 2D železobetonového rámu. Omezující podmínky jsou sestaveny podle ACI (ACI 318-99, 1999). Úloha je řešena pomocí GA.

Pro nosníky je nadefinováno celkem 36 možných způsobů vyztužení v jedné řadě a 3378 možností variant rozměrů a vyztužení; návrhové proměnné jsou výška, šířka, profil výztuže, počet prutů v jedné řadě a počet řad. Pro sloupce je nadefinováno 5 schémat vyztužení (Obr. 1.8).



Obr. 1.8 Možné způsoby rozmístění výztuže sloupů, (Camp, 2003)

Omezující podmínky zahrnují kromě momentové únosnosti a únosnosti sloupů na kombinaci namáhání normálové síly a momentu také smykovou únosnost nosníku (pouze betonu, zřejmě bez únosnosti smykové výztuže), dále minimální a maximální stupeň vyztužení, šířku a výšku průřezu (v závislosti na poměru stran a rozmístění prutů výztuže) u nosníku a mezery mezi pruty u sloupů.

Průhyb je kontrolován přes minimální výšku definovanou v ACI (ACI 318-99, 1999) pro různě podepřené prvky.

Jako příklad je uvedeno řešení prostě podepřené nosníku s vrstvou tažené výztuže a nosníku s převislým koncem s taženou i tlačenou výztuží. Dalším z uvedených příkladů je porovnání optimálního návrhu šestipatrového rámu, který je řešen v (Rajeev, 1998), viz Obr. 1.5. Prvky jsou rozděleny do stejných skupin, omezující podmínky a účelová funkce si navzájem odpovídají, liší se normový předpis, podle kterého byly sestaveny. Autoři dosáhli ceny sice jen o 4,2% nižší, ale uvádí, že 19 prvků z řešení (Rajeev, 1998) nesplňuje momentovou únosnost podle ACI a musely by být proto upraveny, což by znamenalo nárůst ceny.

Zavedení omezujících podmínek plynoucích ze smykové únosnosti, stability a štíhlosti tlačенých prvků zvýšilo cenu o 2%.

Zhodnocení:

- Analýza rámu: je zaveden vliv fyzikální nelinearity snížením momentů setrvačnosti dle ACI (moment setrvačnosti nosníku snížen na 35 %, moment setrvačnosti sloupu snížen na 70 %) v souladu s ACI.
- Zohledňuje vliv štíhlosti sloupů a stability konstrukce jako celku do výsledných návrhových momentů sloupů.
- Je řešena smyková únosnost (ale bez vlivu smykové výztuže).
- Omezující podmínka plynoucí z omezení průhybu (MSP) je nahrazena podmínkou minimální výšky průřezu.

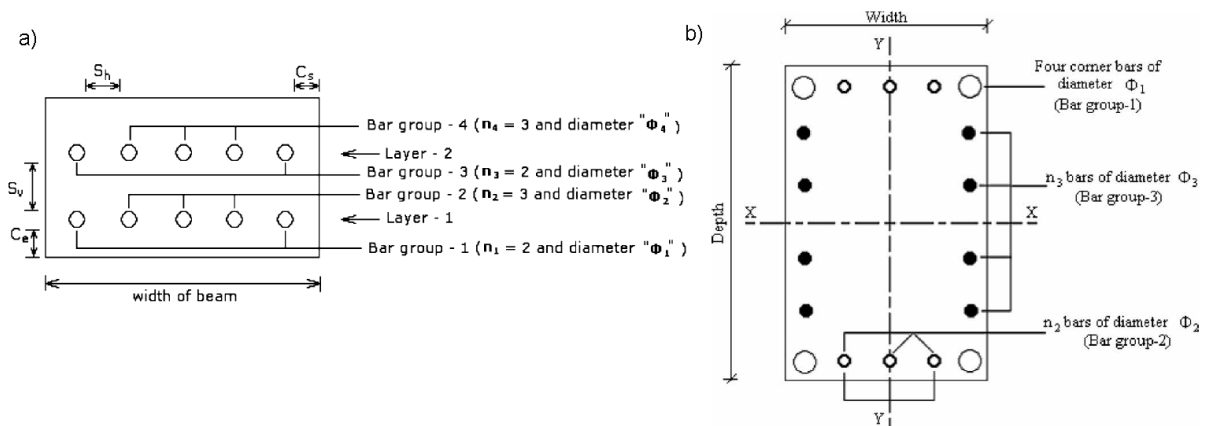
V práci (Camp, 2013) autoři řešili stejně nadefinovanou úlohu optimalizace rámu pomocí BB-BC se dvěma účelovými funkcemi (minimalizace ceny a minimalizace produkce CO<sub>2</sub>) samostatně. V omezujících podmínkách oproti dřívější práci byly vynechány omezující podmínky smykové únosnosti a vliv štíhlosti sloupů. Metodu aplikovali na optimalizaci šestipodlažního rámu dříve řešeného v publikaci (Rajeev, 1998), viz Obr. 1.5, a později i v článcích (Camp, 2003; Govindaraj, 2007) metodou GA a také čtyřpodlažního rámu dříve řešeného (Paya, 2008) metodou SA, Obr. 1.14. Uvádějí, že u obou srovnávacích výpočtů dosáhli snížení hodnot účelových funkcí o víc jak 5 %.

#### **1.2.2.5 Článek (Govindaraj, 2007)**

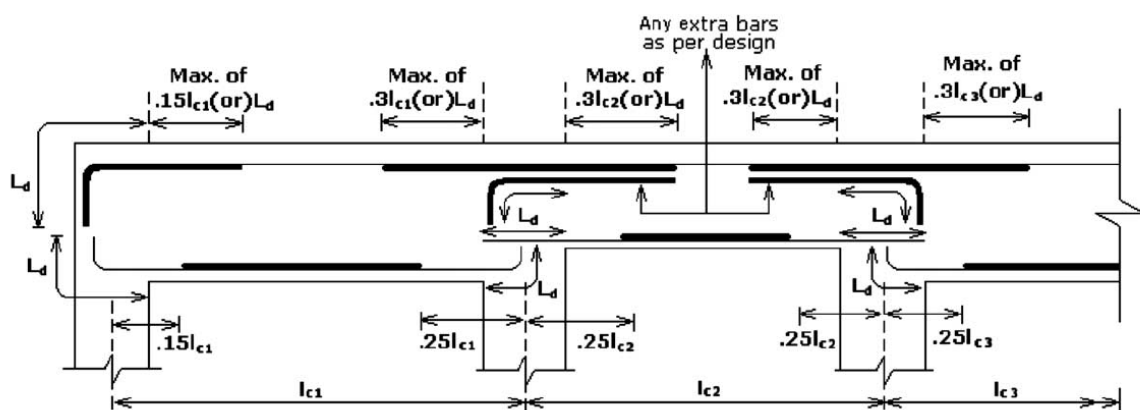
V článku (Govindaraj, 2005) se autoři zaměřili na detailní vyztužení spojitých nosníků při jejich optimalizaci. V článku (Govindaraj, 2007) úlohu rozšířili o detaily vyztužení sloupů a uvedli příklady řešení rámových železobetonových konstrukcí podle indické normy (IS: 456, 2000). Na rozdíl od předchozích publikací není dopředu nadefinována databáze možných průřezů a jejich vyztužení, ale návrhové proměnné jsou rozděleny na údaje definující rozměry průřezu a údaje definující vyztužení. V trámech jsou u jednoho povrchu možné dvě vrstvy výztuží, každá vrstva se skládá z krajních dvou prutů a vnitřních prutů, tj. celkem 4 skupiny. Každá skupina prutů může mít jiný průměr výztuže, viz Obr. 1.9a. Pro sloupy jsou nadefinovány tři skupiny výztuží: rohové pruty, pruty umístěné v horní a dolní řadě průřezu a pruty umístěné po stranách průřezu, viz Obr. 1.9b. V rámci kroku optimalizace je optimalizováno i schéma detailního vyztužení nosníku, viz Obr. 1.10, a je vybrána váhově nejlehčí varianta vyztužení (z hlediska hmotnosti výztuže).

Omezující podmínky zahrnují ohybovou i smykovou únosnost (i návrh smykové výztuže), konstrukční zásady, požadavky na vyztužení. Průhyb je kontrolován přes ohybovou štíhlost.

Úloha je řešena pomocí GA s transformovanou účelovou funkcí zahrnující omezující podmínky ve formě penalt (opět cenová optimalizace). Jako příklad je uvedeno řešení krátkého sloupu, šestipatrového rámu o dvou polích uvedeného v článku (Rajeev, 1998) a nakonec je řešen prostorový čtyřpatrový rám o 4x2 polích.



Obr. 1.9 Vzor vyztužení: a) nosníků (Govindaraj, 2005), b) sloupů (Govindaraj, 2007)



Obr. 1.10 Rozmístění výztuží po délce nosníku, příklad s různou výškou nosníku v jednotlivých polích, (Govindaraj, 2007)

Zhodnocení:

- Autoři věnovali velký prostor detailnímu vyztužení prvků. V účelové funkci je zohledněn nárůst hmotnosti výztuže vlivem kotevních délek, v důsledku čeho se optimální návrh odlišuje od návrhu, ve kterém byl vliv kotevních délek při optimalizaci zanedbán.
- Délky skupin doplňkové výztuže v příčlích (přidané k průběžným prutům) jsou stanoveny pevně.
- Průhyb je kontrolován přes ohybovou štíhlost.

### 1.2.2.6 Článek (Zou, 2007)

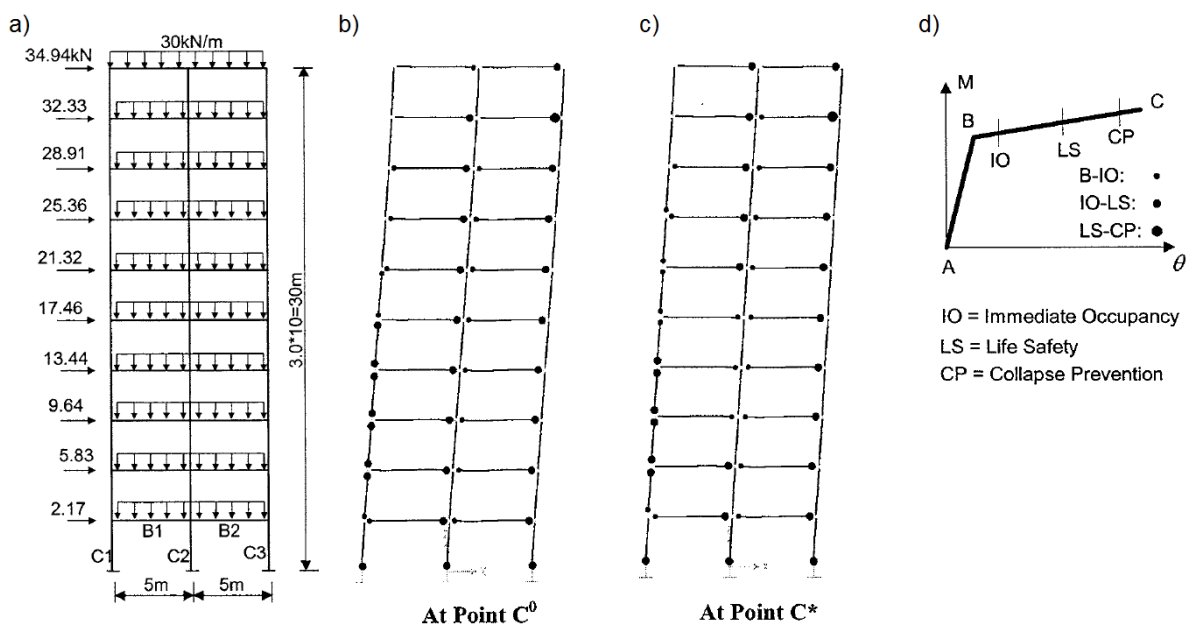
Publikace se zaměřuje na optimalizaci železobetonových rámců při seismickém zatížení. Účelová funkce zahrnuje cenu konstrukce za dobu životního cyklu a je multikriteriální. První složka představuje počáteční (výrobní náklady) a je přímo závislá na návrhových proměnných a druhá složka představuje cenu očekávaných ztrát závislou na seismické odolnosti a pravděpodobnosti výskytu seismické události. Výpočet vychází z předpokladu, že velikost ztrát je závislá na velikosti indexu naklonění (drift index = upravený poměr vodorovného posunutí patra a výšky patra), jehož limit je dán úrovní zemětřesení a je předepsán v čínské normě. Složky účelové funkce jsou navzájem protichůdné.

Omezující podmínky zajišťují splnění požadavků s ohledem na index naklonění, momentovou únosnost a plastické natočení kloubů.

Optimalizace je prováděná ve dvou krocích. V prvním kroku je pro nízkou úroveň zemětřesení pomocí elastické analýzy proveden návrh rozměrů železobetonových prvků (bez vlivu vyztužení) s uplatněním omezující podmínky indexu naklonění. Ve druhém kroku jsou návrhové proměnné pouze stupně vyztužení prvků pro taženou a tlačnou výztuž, rozměry průřezu zůstávají konstantní. Konstrukce je vyšetřována při postupném zatěžování a je sledován a zohledněn vznik plastických kloubů. Plastické natočení v kloubech je dáno bilineární závislostí na úrovni dosaženého momentu od zatížení (Obr. 1.11d).

Úloha je vyjádřena explicitně pomocí prvních dvou členů Taylorova rozvoje. Multikriteriální formulace je převedena na jednokriteriální problém jedné dominantní účelové funkce a podružné účelové funkce zahrnuté do omezujících podmínek ( $\epsilon$  – constraint method, viz (Miettinen, 1998)). Pro řešení je použita OC a je nalezena pareto-optimální množina řešení pro různě nastavená  $\epsilon$ .

Jako příklad je řešen desetipodlažní rám o dvou polích.



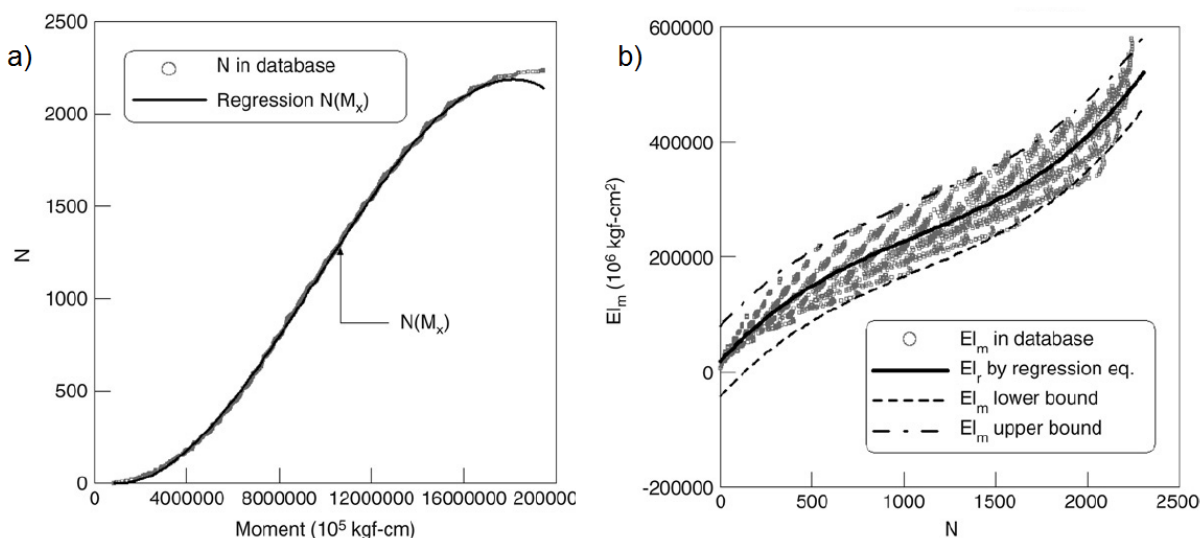
Obr. 1.11 Řešený rám: a) schéma zatížení, b) plastické klouby (cena výrobní fáze C\*), c) plastické klouby (cena životního cyklu C°), d) klasifikace velikosti plastických kloubů, (Zou, 2007)

Ačkoliv publikace zcela nezapadá do oblasti, na kterou se stahuje rešerše, vzhledem k rozdílnému způsobu řešení je zde uvedena.

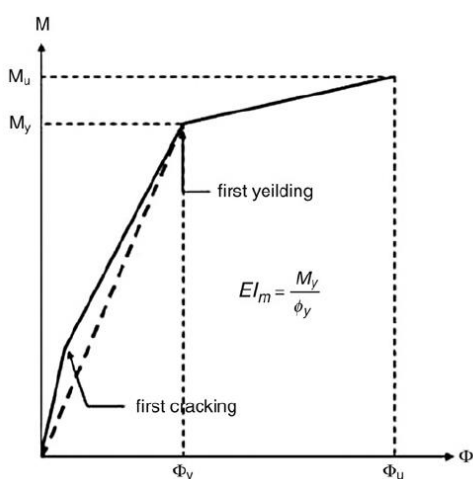
### 1.2.2.7 Článek (Kwak, 2009)

Autoři článku (Kwak, 2008) představují dvoufázovou metodu nalezení optima ceny rámové železobetonové konstrukce, ve které použili pro vyhledání konkrétního průřezu s nadefinovanými rozměry a vyztužením metodu přímého vyhledávání.

Řešení je založené na sestrojené databázi průřezů pro nosníky (2240 průřezů) a sloupy (2450 průřezů). Průřezy jsou v databázi seřazeny podle únosnosti a je stanovena regresní závislost  $N(M)$  mezi číslem průřezu  $N$  a únosností  $M$  pro nosníky, viz Obr. 1.12a. Pro sloupy je interakční diagram rozdělen do tří sekcí podle excentricity a hodnoty únosnosti jsou normalizovány. Dále jsou sestrojeny regresní křivky mezi tuhostmi (ohybovou  $EI$  a normálovou  $EA$ ) a číslem průřezu  $N$ , např. regresní křivka pro ohybovou tuhost  $EI(N)$  nosníku viz Obr. 1.12b. Protože závislost momentu a tuhosti železobetonových prvků není lineární, Obr. 1.13, a vnáší do řešení fluktuaci, je regresní křivka závislosti tuhosti a čísla průřezu stanovena pro střed a pro horní a dolní mez.



Obr. 1.12 Regresní křivka závislosti: a) čísla průřezu  $N$  a momentu na mezi únosnosti  $M$  pro nosník, b) ohybové tuhosti  $EI$  a číslem průřezu  $N$  pro nosník, (Kwak, 2008)



Obr. 1.13 Idealizovaná závislost mezi momentem a křivostí, (Kwak, 2008)

Úloha je řešena iteračně: dle řešení předešlého kroku, tj. dle aktuálních čísel průřezů (v prvním kroku nastavených), je stanovena tuhost jednotlivých prvků, provedena analýza konstrukce a z hodnot vnitřních sil pomocí regresní křivky  $N(M)$  i nové hodnoty čísel průřezu  $N_{\text{initial}}$  jako spojité návrhové proměnné. Následně jsou nalezeny diskrétní hodnoty řešení přímým vyhledáním. Z regresní křivky tuhosti a  $N$  čísel průřezů jsou stanoveny meze čísel

průřezu, které mají stejnou tuhost. Z možných průřezů, které vyhovují mezím, jsou vybrány ty s nejnižší cenou. Pak je provedena kontrola, zda neexistuje průřez s nižší cenou (v určitém rozsahu ceny), který také splňuje podmínky spolehlivosti. Pokud ano, je vybrán tento průřez. Cyklus se opakuje, dokud není ukončen podmínkou konvergence.

Autoři zdůrazňují, že výběr rozsahu ceny je velmi důležitý, neboť ovlivňuje konvergenci a doporučují metodu jako rychlou metodu pro stanovení předběžných dimenzí konstrukce.

V článku (Kwak, 2009) titíž autoři představují vylepšený algoritmus, který používá GA doplněné o přímé hledání v rámci předem určené databáze průřezů. Aby řešení nebylo ovlivněno počátečním nastavením hodnot (tj. aby bylo nalezeno globální optimum) je algoritmus „zabaleno“ do aplikace GA, tj. algoritmus uvedený v (Kwak & Kim 2008) je použit pro každý objekt z celé populace, pro který je tímto postupem nalezeno diskrétní řešení, vyčíslená účelová funkce a fitness funkce. Nová generace je získána podle klasických postupů GA (reprodukce, křížení, mutace).

Funkčnost obou metod je dokumentována na příkladu rámu o třech patrech a třech polích prezentovaném dříve v (Lee, 2003), přičemž autoři uvádí, že dosáhli úspěšnějšího řešení. Dále je uveden příklad šestipatrového rámu o dvou polích.

Zhodnocení:

- Do omezujících podmínek není zahrnut smyk ani průhyb.
- Výztuž je konstantní po celé délce (není řešena topologie výztuže).
- Autor uvádí řešení lineární a nelineární, tj. v analýze konstrukce je zohledněn vliv vzniku plastických kloubů na redistribuci sil. Použití nelineární analýzy vedlo k úspěšnějšímu návrhu.

#### **1.2.2.8 Článek (Paya, 2008)**

Článek popisuje multikriteriální úlohu optimalizace železobetonového rámu, ve které autoři pro nalezení řešení použili algoritmus založený na metodě SA. Úloha zahrnuje více účelových funkcí, řešena je vždy účelová funkce vyjadřující cenu versus další účelová funkce, která představuje buď konstruovatelnost, udržitelnost nebo celkovou spolehlivost.

Jako příklad byl řešen rovinný rám o dvou polích a čtyřech patrech zatížený vlastní tíhou, užitným zatížením (tři zatěžovací stavy) a větrem (2 zatěžovací stavy), celkem 48 kombinací zatěžovacích stavů.

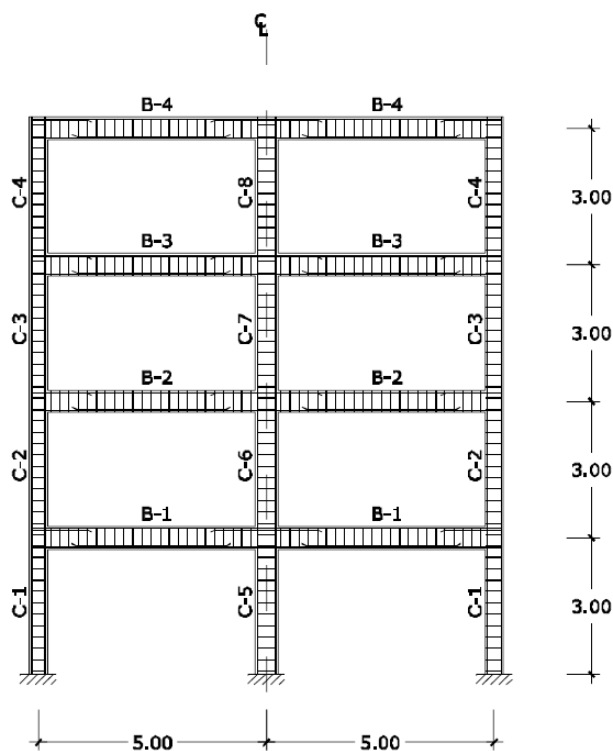
Účelové funkce:

- Cena (cost) zahrnuje objem materiálů (ocel, beton), bednění nosníků a sloupů a lešení.
- Indikátorem konstruovatelnosti (constructability) je počet prutů v celé konstrukci. Vychází z představy, že menší množství prutů (tedy větší profil a větší vzdálenosti mezi nimi) způsobí menší množství chyb při provádění, lepší kontrolu a rychlejší výstavbu.
- Udržitelnost (sustainability) je vyjádřena pomocí environmentálního impaktu vztaženého na jednotku materiálu (dle třídy betonu a druhu oceli).

Celková spolehlivost je vyjádřena číslem (větším než 1), které představuje minimum ze všech podmínek spolehlivosti (mezní stavy únosnosti i použitelnosti), které jsou na dané konstrukci vyšetřovány. Podmínka spolehlivosti je zde vyjádřena jako poměr mezi únosnosti a účinkem zatížení.

Omezující podmínky:

- Jsou kontrolovány podmínky spolehlivosti mezních stavů únosnosti, tzn. ohyb a smyk trámů a únosnost tlačných sloupů. U sloupů byl zohledněn vliv stability zvětšením výstřednosti o předepsanou hodnotu (za předpokladu, že vodorovné vychýlení konstrukce je menší než  $1/750$  výšky). Z mezních stavů použitelnosti (MSP) se kontrolují trhliny včetně limitní šířky a průhyb, vše podle španělského normového předpisu.
- Vedle těchto podmínek jsou kontrolovány konstrukční zásady týkající se množství výztuže a jejich vzdáleností.



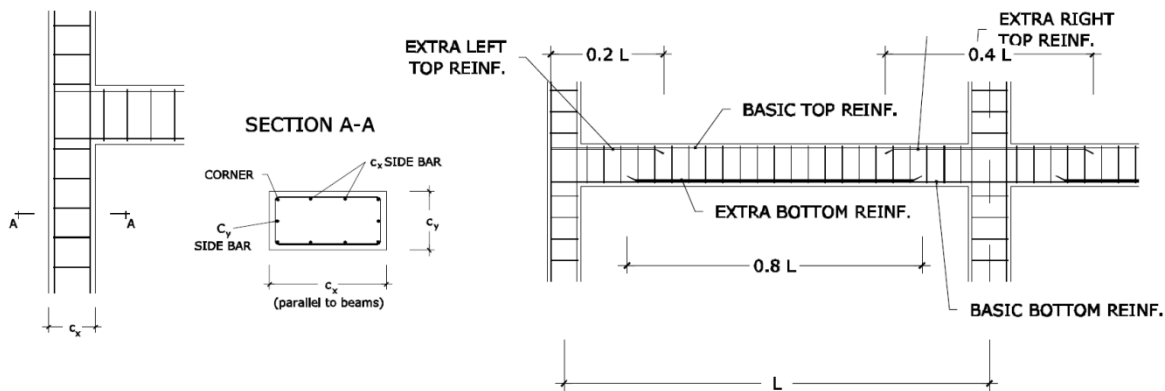
Obr. 1.14 Řešený rám, (Paya, 2008)

Rovnováha konstrukce je řešena deformační metodou (s vlivem normálových sil) za předpokladu pružného chování s tuhosti odpovídající rozměrům průřezů.

Optimalizované proměnné:

- Materiál: ocel (dva typy s různou mezí kluzu) a třída betonu (6 tříd), vždy stejné pro jedno patro. Třída betonu vyššího patra může být nižší než třída betonu patra nižšího.
- Rozměry průřezů sloupů a příčlů: tyto veličiny jsou ohraničené dolní a horní mezí a jsou v tomto rozmezí diskrétní: rozměry průřezů příčlů jsou odstupňované po celých centimetrech a rozměry průřezů sloupů po pěti centimetrech. Rozměry příčle jsou stejné v rámci jednoho patra (106×106 možností), sloupy mohou být různé v rámci patra, ale symetrické vůči ose symetrie konstrukce (20×20 možností).<sup>x</sup>

- Vyztužení příčlí je popsáno základní výztuží horního a dolního líce (25 možností) a přídavnými pruty u horního líce v místě styčnicků a u dolního líce v poli. Délky přídavných prutů jsou pevně dané, viz Obr. 1.15b. Vyztužení je dáno počtem prutů a průměrem prutu. Smyková výztuž, tj. profil a množství třmíneků, je po délce příčle rozdělena do tří úseků.
- Vyztužení sloupů je popsáno rohovou výztuží a výztuží uloženou po šířce a výšce průřezu (symetrická výztuž), daná opět počtem prutů konkrétního profilu, viz Obr. 1.15b, (330 možností).



Obr. 1.15 Optimalizované proměnné: a) vyztužení sloupu, b) vyztužení příčle, (Paya, 2008)

Všechny optimalizované proměnné jsou diskrétní veličiny, ve studii je jich celkem 77. Prostor řešení představuje  $10^{116}$  možných kombinací hodnot, kterých mohou optimalizované proměnné nabýt. Ne všechna tato řešení jsou přípustná, neboť jsou omezena podmínkami spolehlivosti a konstrukčními zásadami. Nejsou dopředu vyřazeny kombinace, ve kterých nejsou splněny konstrukční zásady týkající se vzdáleností prutů.

Pro řešení takto definované vícekritériální úlohy optimalizace je použita multikritériální metoda SA (multi objective simulated annealing MOSA), kterou představil Engrand (1997) a upravil (Suppapitnarm, 2000); tato metoda je v literatuře známá pod názvem SMOSA. Autoři použili následující odlišný iterační postup hledání řešení. Po vygenerování řešení (náhodné řešení), které splňuje omezující podmínky, tj. inicializačního řešení, a nastavení počáteční teploty je nalezeno další pracovní řešení (malým náhodným posunem hodnot optimalizovaných proměnných). Pokud toto řešení není dominováno některým z předchozích řešení v množině pareto-optimálních řešení (řešení  $C$  je dominováno např. řešením  $A$ , viz Obr. 2.1, jestliže  $A$  je ve všech kritériích alespoň tak dobré jako  $C$  a alespoň v jednom kritériu je lepší), tj. je vhodným kandidátem na řešení, je překontrolováno splnění omezujících podmínek a jsou-li podmínky splněny, je řešení přesunuto do pareto-optimální množiny řešení. V opačném případě, pokud řešení je lepší než předchozí řešení (tj. obě účelové funkce nabývají nižší hodnotu v případě minimalizace účelové funkce) anebo je splněno Metropolisovo kritérium (je-li řešení horší alespoň v jednom případě), a zároveň splňuje omezující podmínky, stává se toto řešení výchozím řešením pro další krok. Cyklus se opakuje pro předem stanovený počet iterací, poté je snížena teplota a výpočet se opakuje. Algoritmus



pravidelně restartuje z množiny pareto-optimálních řešení náhodným výběrem jednoho z řešení.

Omezující podmínky jsou kontrolovány průběžně a do pareto-optimální množiny řešení jsou zařazena jen řešení splňující omezující podmínky, tedy přípustná řešení, kdežto v (Suppapitnarm, 2000) je úloha optimalizace s omezujícími podmínkami převedena na úlohu neomezenou s penalizační účelovou funkcí.

Poznámka: množina pareto-optimálních řešení je často nekonečná a není tedy možné najít úplně všechna řešení, hledá se tedy nějaká její konečná aproximace. V případě vícekriteriální optimalizace není jeden nejlepší jedinec v populaci, používá se celá populace a považuje se za aktuální aproximaci pareto-optimální množiny řešení. Obraz této pareto-optimální množiny do prostoru funkčních hodnot se nazývá pareto-optimální fronta, viz Obr. 2.1.

Autoři nejdříve provedli optimalizaci jednotlivých účelových funkcí samostatně pomocí SA a potom optimalizace s dvěma účelovými funkcemi (vždy cena versus další účelová funkce) a uvedli kompromisní pareto-optimální řešení pro každou optimalizaci (kombinaci účelových funkcí). Z výsledků vyplynulo, že zvýšení ceny o 5 % znamená snížení hodnoty počtu prutů o 32,5 % a snížení environmentální zátěže emisemi CO<sub>2</sub> o 24 %.

V (Paya-Zaforteza, 2009) autoři rozšířili řešení s vícekriteriální účelovou funkcí (cena a emise CO<sub>2</sub>) na šest rámců (dvou, čtyř, šesti a osmipodlažní rám o dvou polích a čtyřpodlažní rám o třech a čtyřech polích).

Zhodnocení:

- Jako optimalizovaná proměnná zavedena i pevnost betonu a oceli.
- Jsou zohledněny zatěžovací stavy.
- Z popisu není zřejmé, zda byl a jakým způsobem zohledněn vliv trhlin a dotvarování betonu na změnu tuhosti a tím i na deformaci konstrukce.

### 1.2.3 Výsledné zhodnocení

Klasické metody optimalizace mají omezené použití pro úlohy většího rozsahu. Většinou byly použity pouze pro optimalizaci železobetonových prvků, v případě rámových konstrukcí někteří autoři rozložili postup optimalizace do několika dílčích kroků nebo úlohu zjednodušili na řešení symetrické poloviny apod. Další nevýhodou může být to, že návrhové proměnné představovaly spojité veličiny, zatímco praktický návrh vyžaduje diskrétní hodnoty (počet prutů, profil výztuže). Zavedení podmínek celočíselného programování úlohu může úlohu ztížit a omezit použitelné metody na přímé vyhledávací metody.

Heuristické metody nalézají přibližné řešení, které je ale dostatečně přesné pro použití v inženýrské praxi. Mezi jejich výhody patří, že jsou schopny prohledávat celý prostor řešení a vymanit se z lokálního minima a najít globální optimum, v algoritmu nepotřebují znát derivace funkcí a nekladou požadavky na jejich spojitost. Tento druhý požadavek umožňuje použít pro analýzu konstrukce sofistikovanější metody než je pružná analýza, protože se pouze vypočítávají hodnoty posuzovaných veličin v omezujících podmínkách, a nikoliv

funkční závislost. Umožňují jednoduchou aplikaci na úlohy s diskrétními návrhovými proměnnými, které se při optimalizaci železobetonových konstrukcí nabízejí.

Obecně lze konstatovat, že nejvíce používanými algoritmy pro řešení optimalizačních úloh jsou klasická exaktní metoda SQP, metoda OC, kterou lze již považovat za heuristickou, a genetické algoritmy.

Úloha optimalizace s omezujícími podmínkami byla ve většině případů řešených některou z heuristických metod (GA, HS, BB-BC) převedena na neomezený optimalizační problém s transformovanou účelovou funkcí zahrnující omezující podmínky ve formě penalt. Pouze (Paya, 2008; Paya-Zaforteza, 2009) v MOSA testovali a vyřazovali nepřipustná řešení během optimalizace.

Omezující podmínky vyplývající z ohybové únosnosti nosníků byly kontrolovány vždy polích a v místech podpor (pro obvyklá svislá rovnoměrná zatížení a vodorovná zatížení), únosnost sloupů byla posuzována na kombinaci namáhání ohybovým momentem a normálovou silou v hlavě a v patě sloupů. Délky přídatných skupin prutů v nosnících, pokud byly uvažovány, byly stanoveny předem pevně danou délkou bez ohledu na skutečný průběh ohybových momentů a množství průběžné a přídatné výztuže.

Omezující podmínky týkající se smykové únosnosti zavedli jen někteří autoři, např. (Camp, 2003; Govindaraj, 2007; Paya, 2008), a to buď jako posouzení únosnosti jen betonového průřezu nebo i smykové výztuže.

Redistribuci sil vlivem změny tuhosti sloupů a příčlí při analýze konstrukce zmiňuje jen (Camp, 2003); ve své práci ohybové tuhosti snížil na 0,35EI u vodorovných prvků a 0,7EI u sloupů podle (ACI 318-99, 1999). Vliv štíhlosti na zvětšení ohybových momentů sloupů zavádí (Camp, 2003; Paya, 2008; Paya-Zaforteza, 2009).

Uvedené příklady mají většinou jen akademický charakter, je na nich pouze ukázána funkčnost algoritmu. Jen (Lee, 2003; Paya, 2008) zmiňují, jaké zatěžovací stavy zavedli.

Co se týká posouzení MSP ověření průhybu, pokud byla příslušná omezující podmínka zohledněna, pak pouze buď štíhlostním poměrem, nebo minimální výškou dle ustanovení norem. Žádný z autorů nezmiňuje výpočet průhybu na konstrukci s tuhostí ovlivněnou vznikem trhlin nebo dotvarováním. Někteří uvádějí použití nelineární analýzy, ale blíže ji nespecifikují, např. (Kwak, 2009) nebo (Zou, 2007), který zohledňuje vznik plastických kloubů.

Všichni autoři seskupovali prvky do skupin a tím redukovali počet návrhových proměnných. Někteří vycházeli z předem sestavené databáze možných průřezů, jiní zavedli skupiny pro stejné rozměry prvků ale s různým vyztužením.

## 2 PODROBNÁ FORMULACE OPTIMALIZACE

Cílem je navrhnout a vytvořit algoritmus pro optimalizaci rámových železobetonových konstrukcí, výsledkem kterého bude optimalizovaný návrh nosné konstrukce, tj. návrh rozměrů průřezů jednotlivých částí konstrukce a jejich vyztužení, jehož:

- hodnotícím kritériem nebude pouze cena nosné konstrukce ale i další aspekty spojené s výstavbou a užíváním každé konstrukce,

a bude splňovat omezující podmínky vyplývající z:

- podmínek spolehlivosti MSÚ průřezu namáhaného normálovou silou a ohybovým momentem v zadaných průřezích,
- podmínek spolehlivosti MSP omezení průhybu, ev. omezení trhlin (vznik a šířka trhlin), stanovených výpočtem a nikoliv pouhým splněním limitní ohybové štíhlosti, ev. splněním podmínek omezujících průměr a vzdálenost vložek při posouzení šířky trhlin zjednodušenou variantou výpočtu,
- konstrukčních zásad týkající se množství výztuže, ev. rozmístění výztuže, bude-li to relevantní,
- požadavků uživatele.

Model pro výpočet odezvy konstrukce bude zohledňovat:

- vliv fyzikální nelinearity daný:
  - nelineárními pracovními diagramy betonu a výztuže,
  - vznikem trhlin v tažených oblastech betonu s vlivem taženého betonu mezi trhlínami,
- vliv geometrické nelinearity.

Model odolnosti konstrukce bude odpovídat zásadám příslušného normového předpisu pro navrhování betonových konstrukcí (ČSN 73 1201, 1986) nebo současně platné normy EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011).

Aby byla úloha optimalizace použitelná nejen na pravoúhlé rámové konstrukce, ale i na nepravidelné rámy, řezy pro posouzení MSÚ bude definovat erudovaný uživatel při zadávání úlohy na základě průběhu účinků zatížení na jednotlivých prutech rámové konstrukce a zásad pro vyztužování. Nebudou tedy stanoveny pouze v polích a ve styčnicích jednotlivých prutů rámové konstrukce, jak je uváděno autory článků podobné problematiky v odstavci 1.2. Uživatel bude definovat řezy na jednotlivých prutech konstrukce a na jejich základě bude provedena diskretizace konstrukce na konečné prvky (pro analýzu konstrukce pomocí MKP) tak, aby řez odpovídal začátku a/nebo konci jednotlivých konečných prvků, viz např. Obr. 3.6. Tímto postupem lze dosáhnout vhodného vyztužení po délce jednotlivých prutů rámové konstrukce, tj. lze určit délky prutů tak, aby byly splněny podmínky spolehlivosti i v místech se změnou vyztužení a nejen v místech s extrémními momenty.

Praktický návrh železobetonové konstrukce musí splňovat podmínky spolehlivosti pro dané kombinace zatížení dle posuzovaného mezního stavu, které jsou závislé jednak na návrhové situaci, tj. na pravidlech pro kombinování zatížení a předepsaných hodnotách součinitelů spolehlivosti, jednak na umístění proměnných zatížení, tj. na nejúčinnější poloze

zatížení pro získání hledaného extrému. Proto i úloha optimalizace musí zahrnout všechny kombinace zatěžovacích stavů a ne se omezit na řešení jednoho zatěžovacího stavu na ukázkou.

Řešení únosnosti ve smyku není cílem této práce, a proto příslušné omezující podmínky nejsou zahrnuty do optimalizačního algoritmu. Lze ji řešit dodatečně např. přidáním smykové výztuže. Vliv přídatné tahové síly v podélné výztuži od smykového namáhání v MSÚ je zohledněn individuálně v jednotlivých úlohách popsaných v kapitole 3.

## 2.1 ÚČELOVÁ FUNKCE

Nový koncepční přístup ke komplexnímu zhodnocení staveb tzv. Integrated Life Cycle Assessment (ILCA) představuje multiparametrické vyhodnocení konstrukce během celého životního cyklu zahrnující hlavní aspekty udržitelnosti. Integrovaný přístup je nezbytný k zajištění toho, aby betonová stavba sloužila po celou dobu její předpokládané doby životnosti s maximální bezpečnostní úrovní a funkčností, zatímco ekologické a ekonomické zátěže byly sníženy na proveditelnou nízkou úroveň. Základní principy tohoto přístupu byly definovány v rámci *fib* Komise C3 – Environmental Aspects of Concrete Structures, prostřednictvím TG3.7 – Integrated Life Cycle Assessment of Concrete Structures. Koncepční přístup k ILCA je uveden v (Hájek, 2013).

Účelová funkce

$$f(\mathbf{x}) = f(\min E_{tot}(\mathbf{x}), \min C_{tot}(\mathbf{x}), \min S_{tot}(\mathbf{x})) \quad (2.1)$$

může zahrnovat environmentální impakt  $E_{tot}(\mathbf{x})$ , cenu  $C_{tot}(\mathbf{x})$  a socio-kulturní kvalitu díla  $S_{tot}(\mathbf{x})$  za dobu životnosti stavby. Obvykle poslední člen je obtížné vyjádřit v závislosti na  $\mathbf{x}$  a proto je v této práci zanedbán.

Environmentální impakt lze vyjádřit pomocí metodiky hodnocení životního cyklu – Life Cycle Assessment (LCA), která je popsána v souboru mezinárodních norem ISO 40040-49. V případě staveb životní cyklus zahrnuje období výroby (od těžby primárních surovin, produkci materiálů, realizaci stavby), užívání a demolici stavby. Environmentální impakt  $E_{tot}(\mathbf{x})$  lze zapsat

$$E_{tot}(\mathbf{x}) = E_{constr}(\mathbf{x}) + E_{oper}(\mathbf{x}) + E_{dem}(\mathbf{x}), \quad (2.2)$$

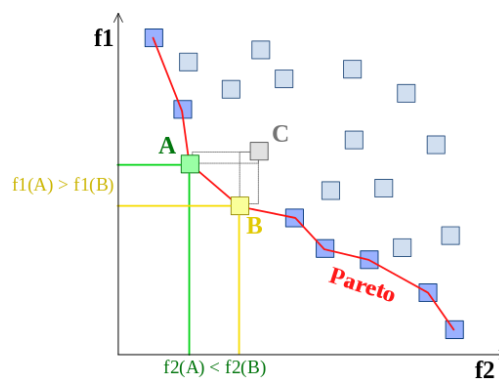
kde  $E_{constr}(\mathbf{x})$  je dopad procesu výroby na životní prostředí,  $E_{oper}(\mathbf{x})$  je dopad během užívání a provozu stavby a  $E_{dem}(\mathbf{x})$  je složka dopadu vyplývající z demolice a odstranění stavebního díla.

Obdobně do ceny konstrukce lze promítnout životní cyklus stavby, což je metodika hodnocení – Life Time Cost (LCC), a  $C_{tot}(\mathbf{x})$  lze vyjádřit

$$C_{tot}(\mathbf{x}) = C_{constr}(\mathbf{x}) + C_{oper}(\mathbf{x}) + C_{dem}(\mathbf{x}), \quad (2.3)$$

kde  $C_{constr}(\mathbf{x})$ ,  $C_{oper}(\mathbf{x})$  a  $C_{dem}(\mathbf{x})$  jsou ceny odpovídající fázi výroby, provozu a demolice.

Každá složka účelové funkce ve (2.1) představuje jedno kritérium, podle kterého je návrh (hledaný vektor návrhových proměnných) posuzován. Pokud je ve vztahu pouze jedna funkce (tj. ve vztahu (1.1)  $k = 1$ ), potom účelová funkce představuje pouze jedno kritérium a úloha optimalizace je nazývána jednokritériální optimalizační problém. Výsledkem je jedno řešení. Pokud je požadováno zhodnocení návrhu podle více kritérií (tj. ve vztahu (1.1)  $k > 1$ ), úloha obsahuje  $k$  účelových funkcí. Jedná se o multikritériální úlohu optimalizace a výsledkem řešení je množina tzv. pareto-optimálních řešení. Množina pareto-optimálních řešení je často nekonečná a není tedy možné najít úplně všechna řešení, hledá se tedy nějaká její konečná aproximace. V případě vícekritériální optimalizace není jeden nejlepší jedinec v populaci, používá se celá populace a považuje se za aktuální aproximaci pareto-optimální množiny řešení. Obraz této pareto-optimální množiny do prostoru funkčních hodnot se nazývá pareto-optimální fronta, viz Obr. 2.1.



Obr. 2.1 Pareto-optimální fronta (bod C je dominován bodem A i bodem B, proto netvoří pareto-optimální frontu, bod A ani bod B, které jsou součástí pareto-optimální fronty, nejsou dominovány žádným jiným bodem), (Dréo, 2006)

Jednou z metod řešení je skalarizace, tj. přeformulování multikritériální úlohy na jednokritériální. Výsledkem je jedno pareto-optimální řešení (Hwang, 1979). Předpokladem této skalarizace je a priori nastavení určitých parametrů, tj. vah jednotlivých kritérií. S různým nastavením vah budou výsledkem různá pareto-optimální řešení. Jedná se tedy o úlohu, kde jsou předem pomocí vah (váhových součinitelů) nastaveny preference jednotlivých účelových funkcí.

Vzhledem k tomu, že jednotlivé účelové funkce mohou být vyjádřeny v různých jednotkách, jsou při vyhodnocování normovány pomocí referenčních hodnot. Výsledný tvar skalarizované účelové funkce pro výše uvedená sledovaná kritéria je

$$f(\mathbf{x}) = w_E \frac{E_{tot}(\mathbf{x})}{{}^0E_{tot}} + w_C \frac{C_{tot}(\mathbf{x})}{{}^0C_{tot}} + w_S \frac{S_{tot}(\mathbf{x})}{{}^0S_{tot}}, \quad (2.4)$$

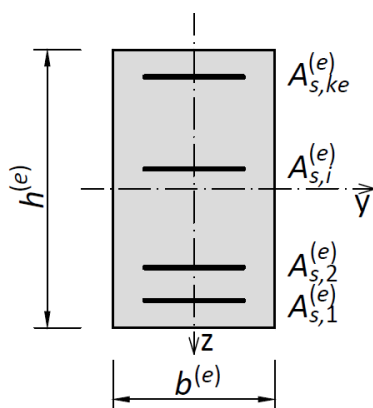
kde  $E_{tot}(\mathbf{x})$ ,  $C_{tot}(\mathbf{x})$  a  $S_{tot}(\mathbf{x})$  jsou hodnoty sledovaných kritérií vztažené k posuzované konstrukci,  ${}^0E_{tot}$ ,  ${}^0C_{tot}$  a  ${}^0S_{tot}$  jsou odpovídající posuzované hodnoty vztažené k referenční konstrukci a  $w_E$ ,  $w_C$  a  $w_S$  jsou váhové součinitelé.

## 2.2 OPTIMALIZOVANÉ PROMĚNNÉ

Předmětem optimalizace je nalézt rozměry průřezů jednotlivých konstrukčních prvků rámové konstrukce a jejich vyztužení. Rozměry jsou obvykle konstantní pro jednotlivé konstrukční prvky (sloupy, příčle), zatímco vyztužení se může měnit (některé pruty mohou být průběžné přes jeden nebo více prvků, zatímco jiné jsou přidány jen v některých úsecích, tak aby byla zajištěna spolehlivost).

Aby bylo možné zachytit toto proměnné vyztužení mající vliv na výslednou hodnotu účelové funkce a umožnit i změnu rozměrů průřezu, je každý konstrukční prvek rozdělen na více elementů konstantní délky (dělení odpovídá diskretizaci konstrukce na konečné prvky). Optimalizované proměnné jsou nadefinované na každém z těchto konečných prvků  $e$ , viz Obr. 2.2; mohou to být:

- výška  $h^{(e)}$  a šířka  $b^{(e)}$  obdélníkového průřezu (hlavní osy setrvačnosti odpovídají souřadnému systému)
- plochy výztužných vrstev  $A_{s,i}^{(e)}$  pro  $i = 1, 2, \dots, k_e$ , kde  $i$  je  $i$ -tá vrstva výztuže na elementu  $e$ ,  $k_e$  je celkový počet výztužných vrstev na elementu  $e$ . Poloha každé výztužné vrstvy je vztažena k tlacenému nebo taženému okraji a není optimalizovanou proměnnou.



Obr. 2.2 Optimalizované proměnné na elementu  $e$

Objem betonu  $V_c$  lze zapsat

$$V_c = f(\mathbf{b}, \mathbf{h}) = \sum_{e=1}^{ne} l^{(e)} b^{(e)} h^{(e)}, \quad (2.5)$$

kde  $\mathbf{b} = \{b^{(1)}, b^{(2)}, \dots, b^{(ne)}\}^T$  je vektor šířek průřezů a  $\mathbf{h} = \{h^{(1)}, h^{(2)}, \dots, h^{(ne)}\}^T$  je vektor výšek průřezů konečných prvků; vektor  $\mathbf{l} = \{l^{(1)}, l^{(2)}, \dots, l^{(ne)}\}^T$  je vektor délek konečných prvků,  $ne$  je celkový počet konečných prvků.

Celkový objem výztuže  $V_s$  je

$$V_s = f(\mathbf{A}_s^{(e)}) = \sum_{e=1}^{ne} l^{(e)} \sum_{i=1}^{k_e} A_{s,i}^{(e)} = \sum_{e=1}^{ne} l^{(e)} \mathbf{i}_e^T \mathbf{A}_s^{(e)}, \quad (2.6)$$

kde  $\mathbf{A}_s^{(e)} = \{A_{s,1}^{(e)}, A_{s,2}^{(e)}, \dots, A_{s,ke}^{(e)}\}^T$  je vektor ploch výztužných vrstev na konečném prvku  $e$  a  $\mathbf{i}_e$  je vektor typu  $(ke, 1)$  obsahující pouze 1.

Požadavek stejných rozměrů průřezů nebo stejného vyztužení více konečných prvků lze zavést pomocí přídatných omezujících podmínek nebo pomocí globálních vektorů optimalizovaných veličin. Např. v případě požadavku stejných ploch výztužných vrstev je zaveden globální vektor výztužných typů  $\mathbf{A}_s = \{A_{s,1}, A_{s,2}, \dots, A_{s,nt}\}^T$  definující plochy jednotlivých typů výztužných vrstev každého z konečných prvků,  $nt$  je počet výztužných typů v celé konstrukci. Obecně platí, že  $A_{s,k} \neq A_{s,l}$  pro  $k \neq l$ . Složky vektoru  $\mathbf{A}_s$  jsou optimalizované návrhové proměnné.

Označíme-li  $\mathbf{A}_s^{(e)}$  vektor ploch výztužných vrstev konečného prvku  $e$  typu  $(ke, 1)$ , pak jeho složky mohou být určeny ze vztahu

$$\mathbf{A}_s^{(e)} = \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{A}_s, \quad (2.7)$$

kde  $\mathbf{B}^{(e)}$  je matice typu  $(ke, nt)$  zahrnující 0 a 1, jejíž prvky jsou definovány uživatelem při sestavování úlohy.

Celkový objem výztuže, rovnici (2.6), lze vyjádřit pomocí globálního vektoru výztužných ploch

$$V_s = f(\mathbf{A}_s) = \sum_{e=1}^{ne} l^{(e)} \mathbf{i}_e^T \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{A}_s = \mathbf{l}_s^T \mathbf{A}_s, \quad (2.8)$$

kde  $\mathbf{l}_s$  je vektor délek prutů jednotlivých výztužných typů odpovídající plochám  $\mathbf{A}_s$  typu  $(nt, 1)$ .

V dalším textu jsou optimalizované proměnné seřazeny do vektoru  $\mathbf{x} = \{\mathbf{h}^T, \mathbf{b}^T, \mathbf{A}_s^T\}^T$ .

## 2.3 OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY

Omezující podmínky ohraničují prostor přípustných řešení a vyplývají z požadavků zachování rovnováhy sil na konstrukci při změně tuhosti (rozměrů a vyztužení), únosnosti, použitelnosti, konstrukčních zásad a dalších požadavků.

### 2.3.1 Podmínky rovnováhy konstrukce

Chování konstrukce při zatížení je modelováno pomocí deformační varianty MKP. Při volbě matematického modelu rámové konstrukce byly zavedeny následující předpoklady z oblasti stavební mechaniky:

- železobetonový rám je uvažován jako rovinná prutová konstrukce, průřezy všech prutů jsou alespoň jednoose symetrické (a mají společnou rovinu symetrie), zatížení působí v rovině symetrie všech průřezů,
- je uvažováno pouze statické zatížení,

- platí Bernoulliho hypotéza o rovinnosti průřezů před a po deformaci a o normalitě těchto průřezů k ose prutu,
- přetvoření a napětí, působící kolmo k deformované ose prutu, jsou zanedbána.

Pro zavedený vektor návrhových proměnných  $\mathbf{x}$  mohou být podmínky rovnováhy řešené konstrukce (při diskretizaci řešené úlohy metodou MKP) vyjádřeny ve formě rovností (1.3) pomocí vektoru  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \{h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_m(\mathbf{x})\}^T$  vztahem

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{r} - \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (2.9)$$

kde  $\mathbf{K}(\mathbf{x})$  je globální matice tuhosti řešené konstrukce;  $\mathbf{r}$  je vektor globálních uzlových parametrů deformace,  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  je globální zatěžovací vektor konstrukce a  $\mathbf{0}$  je nulový vektor příslušné délky.

Podmínky rovnováhy mohou být sestaveny buď za předpokladu geometricky lineárního chování konstrukce, anebo za předpokladu geometricky nelineárního chování při uvážení malých deformací a malých rotací. Blíže budou rozepsány u jednotlivých řešených úloh v kapitole 3.

Fyzikální nelinearita řešené úlohy vyplývá z definice pracovních diagramů jednotlivých materiálů a vzniku trhlin v tažené oblasti průřezu. V některých případech může být pro zjednodušení řešení rovnováhy sil zaveden předpoklad pružného chování materiálů, případně může být zanedbána plocha výztuže, podrobněji viz kapitola 3.

### 2.3.2 Podmínky spolehlivosti

Hlavní zásady a principy navrhování dle norem platných v České republice uvádí (ČSN EN 1990, 2004). Dle této normy se konstrukce posuzují podle mezních stavů. Navrhování podle mezních stavů musí vycházet z odpovídajících modelů konstrukce a zatížení, do kterých vstupují základní veličiny, jako jsou údaje o zatížení, vlastnosti materiálů a geometrické údaje.

Mezní stav je stav, po jehož překročení již konstrukce nesplňuje příslušná návrhová kritéria, tj. aby konstrukce byla spolehlivá, musí platit

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n, t) \geq 0, \quad (2.10)$$

kde  $g$  je funkce vyjadřující posuzovaný mezní stav,  $X_i$  pro  $i = 1, 2, \dots, n$  jsou základní veličiny, které lze sestavit do vektoru  $\mathbf{X}$ ,  $t$  je čas.

Veličiny  $\mathbf{X}$  vstupující do výpočtu lze vzhledem k nejistotám, jako jsou

- náhodnost jako přirozená vlastnost každé veličiny,
- statistické nejistoty při popisu konkrétní veličiny způsobené omezeným množstvím dat,

považovat za náhodné (stochastické) veličiny.

Funkci  $g$  vyjadřující mezní stav (limit state function) představují výpočetní modely, které zahrnují model zatížení, model konstrukce pro získání účinků zatížení (vnitřní síly, deformace, atd.) a model pro výpočet únosnosti (odolnosti) konstrukce. Tyto modely popisují



konstrukci a její chování s různou úrovní zjednodušení (či přesnosti) vůči skutečnému chování konstrukce. Jsou zatíženy modelovými nejistotami, které je možné vyjádřit pomocí statistických veličin získaných z experimentů a testů (kalibrace).

Obvykle se funkce  $g$  nazývá rezerva spolehlivosti  $Z$  (nebo funkce poruchy) a vyjadřuje se pomocí funkce účinku zatížení  $E$  a funkce odolnosti konstrukce  $R$  ve tvaru

$$Z = g(R, E) = R - E. \quad (2.11)$$

Hodnota  $Z \geq 0$  znamená bezporuchový stav (rezerva spolehlivosti), hodnota  $Z < 0$  znamená poruchu konstrukce. Mez porušení (tj. mezní stav) je dána vztahem

$$Z = g(R, E) = 0. \quad (2.12)$$

V rovnici (2.11) jsou  $E$  i  $R$  funkcemi vektoru  $\mathbf{X}$ , tj. vektoru náhodných veličin.

Podle (ČSN EN 1990, 2004) se vliv nejistot do výpočtu mezní stavů zavádí prostřednictvím dílčích součinitelů spolehlivosti, pomocí kterých jsou vstupní veličiny (představující konkrétní hodnotu kvantilu rozdělení) nadefinovány jako deterministické hodnoty. Pravidla jsou v uvedené normě rozepsána. Podle článku 3.5(5) tato norma dovoluje alternativně provést návrh založený přímo na pravděpodobnostních metodách. Základní informace o spolehlivostních metodách jsou uvedeny v příloze C normy (ČSN EN 1990, 2004) a v ISO (ČSN ISO 2394, 2003).

### **2.3.2.1 Přístup založený na pravděpodobnostních metodách**

Pravděpodobnostní přístup vyjádření spolehlivosti konstrukce pohlíží na proměnné vstupující do výpočtu jako na náhodné veličiny, jejichž nejistoty lze popsat metodami matematické statistiky. Tento přístup tedy vyžaduje znalost rozdělení hustoty pravděpodobnosti těchto veličin anebo alespoň znalost statistických parametrů jejich rozdělení, případně vzájemné statistické závislosti či nezávislosti jednotlivých veličin.

Vzhledem ke stochastické povaze veličin vstupujících do výpočtu i samotné funkci vyjadřující spolehlivost je možné odvodit pravděpodobnost vzniku poruchy  $p_f$  ve tvaru

$$p_f = P(R < E) = P(Z < 0) = \int_{Z < 0} f_z(z) dz, \quad (2.13)$$

kde  $f_z(z)$  je hustota pravděpodobnosti rozdělení funkce poruchy. Podmínka spolehlivosti je pak vyjádřena ve tvaru

$$p_f \leq p_0, \quad (2.14)$$

kde  $p_0$  je směrná hodnota pravděpodobnosti poruchy konstrukce.

Pokud má funkce poruchy  $Z$  normální rozdělení s parametry  $\mu_z$  (střední hodnota) a  $\sigma_z$  (směrodatná odchylka), viz Obr. 2.3, lze alternativně použít jako ukazatel spolehlivosti index spolehlivosti  $\beta$  podle vztahu

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z}. \quad (2.15)$$

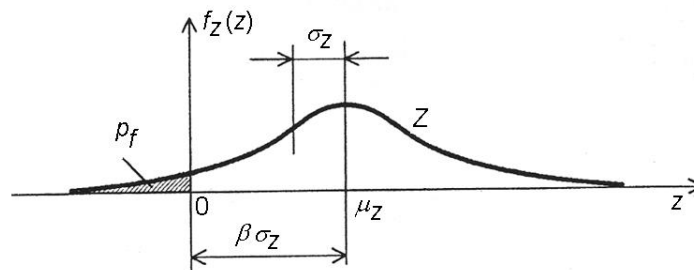
Platí

$$p_f = P(Z \leq 0) = P(g \leq \mu_z - \beta \sigma_z). \quad (2.16)$$

Podmínka spolehlivosti pak má tvar

$$\beta > \beta_0, \quad (2.17)$$

kde  $\beta_0$  je směrná hodnota indexu spolehlivosti vztažená pro různé návrhové situace a referenční dobu pro nosné prvky v závislosti na třídě spolehlivosti daná v (ČSN ISO 2394, 2003) a (ČSN EN 1990, 2004).



Obr. 2.3 Rezerva spolehlivosti  $Z$ , pravděpodobnost poruchy  $p_f$ , index spolehlivosti  $\beta$

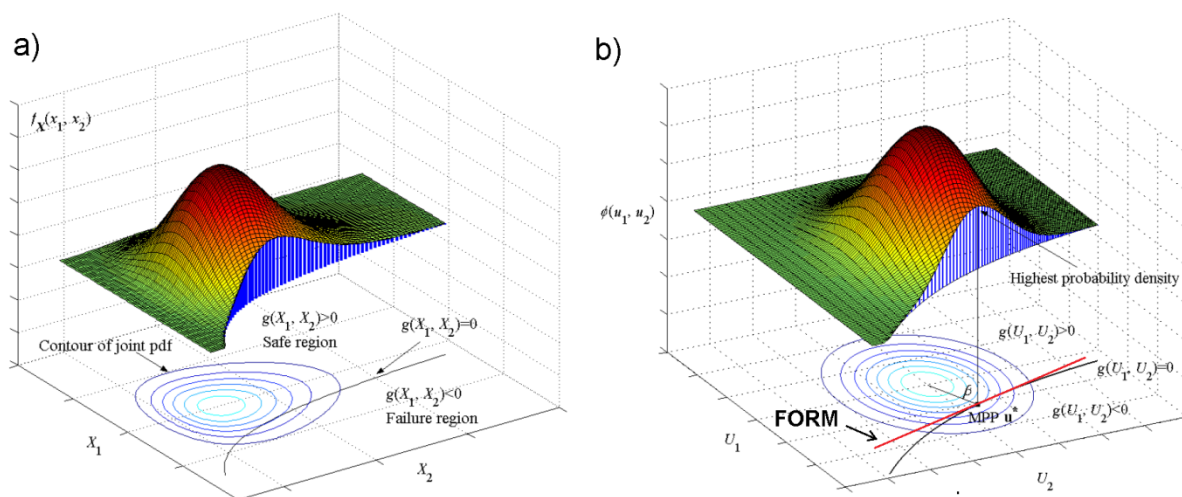
Takto určená pravděpodobnost poruchy však představuje pouze jistou hypotetickou úroveň poruchy a zpravidla neodpovídá skutečné pravděpodobnosti poruchy. Zohledňuje asi 20 % celkového počtu poruch. Ostatní nejistoty způsobené prováděním, provozem a dalšími vlivy (Holický, 2000) nejsou ve výpočtu zahrnuty a představují hlavní náplň oboru rizikového inženýrství.

Analytické vyjádření funkce poruchy je možné jen v jednoduchých případech a má tedy jen omezené využití. Funkce poruchy (2.11) zpravidla závisí na řadě náhodných veličin, jejichž rozdělení ne vždy odpovídá normálnímu rozdělení, a vztahy pro výpočet účinků zatížení  $E$  a funkce odolnosti  $R$  jsou často složité a nelineární. Proto se k výpočtu pravděpodobnosti poruchy používají:

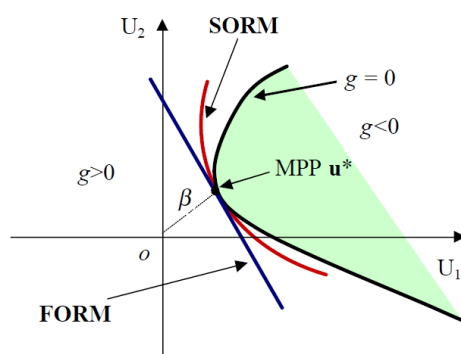
- metody numerické integrace,
- metody semianalytické (aproximační analytické metody, FORM/SORM metody),
- simulační,
- kombinace těchto metod.

Základem semianalytických metod je náhrada funkce meze porušení  $g(\mathbf{X}) = 0$  v okolí návrhového bodu vhodným polynomem. Metoda FORM (First Order Reliability Method) používá lineární aproximaci (Taylorův polynom prvního stupně). Funkce  $Z = g(\mathbf{X})$  se transformuje do normovaných proměnných a mez porušení se nahradí tečnou nadrovinou, viz

Obr. 2.4. Touto linearizací se přibližně odděluje oblast poruch (před stopou roviny) od oblasti spolehlivosti (za stopou). Metoda SORM (Second Order Reliability Method) používá v okolí návrhového bodu kvadratickou aproximaci (Taylorův polynom druhého stupně), viz Obr. 2.5.



Obr. 2.4 Zobrazení hustoty pravděpodobnosti funkce poruchy  $Z = g(\mathbf{X})$ : a) pro  $X_1 = R$  a  $X_2 = E$ , b) pro normované veličiny  $U_1(R) \sim N(0,1)$  a  $U_2(E) \sim N(0,1)$ , převzato z (Du, 2011) a modifikováno

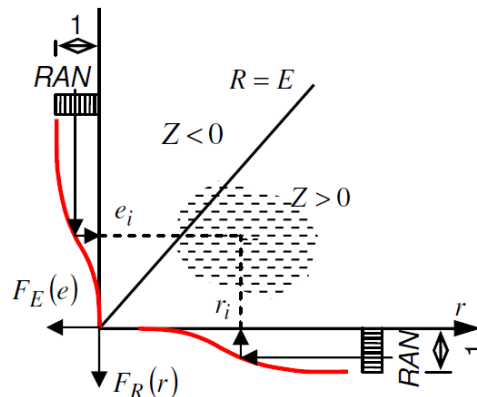


Obr. 2.5 Aproximace funkce  $g(\mathbf{X}) = 0$  v místě s největší hustotou pravděpodobnosti pomocí tečné roviny (FORM) nebo kvadratickou funkcí (SORM), (Du, 2011)

Simulační metody spočívají v simulaci jednotlivých realizací náhodného vektoru vstupních veličin. Inženýrské představě nejbližší je metoda Monte Carlo. Pro  $N$  vygenerovaných realizací náhodného výběru se spočítají diskrétní hodnoty funkce odolnosti  $R$  a účinků zatížení  $E$ , event. funkce poruchy  $Z$ . Pravděpodobnost poruchy pak lze snadno určit z poměru počtu realizací  $N_f$ , kdy porucha nastala ( $Z < 0$ ), k celkovému počtu realizací  $N$ , viz Obr. 2.6. Nevýhodou této metody je vysoká náročnost na počet provedených simulací při očekávaných nízkých hodnotách pravděpodobnosti poruchy. Menšího počtu realizací lze dosáhnout modifikacemi typu importance sampling (Melchers, 1990; Dey, 2000), adaptive sampling (Bucher, 1988), directional sampling (Bjerager, 1988; Nie, 2000) nebo jejich kombinací (Grooteman, 2011).

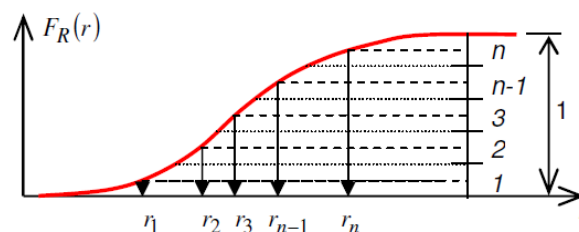
V metodě plochy odezvy (response surface method), viz např. (Bucher, 1990; Zhao, 2013), se  $g(\mathbf{X})$  v oblasti poruchy aproximuje vhodnou polynomickou funkcí  $g_{reg}(\mathbf{X})$ . V simulacích

se pak místo původní funkce, která je často vzhledem k složitostem modelu odezvy konstrukce časově i výpočetně náročná, vyčísluje náhradní polynom.



Obr. 2.6 Simulační metoda Monte Carlo, (Šejnoha, 2005)

Jiným nástrojem, kterým lze simulační postupy zefektivnit jsou stratifikační metody (stratum = vrstva). Podstatou těchto metod je, že se distribuční funkce rozdělí na vrstvy a provede se stejný počet simulací Monte Carlo v každé vrstvě. Tím se zajistí rovnoměrné využití také krajních intervalů distribuční funkce ovlivňujících šikmost a špičatost rozdělení. Inženýrskou interpretací je metoda LHS (Latin hypercube sampling) (McKay, 1979), která vybírá z každé vrstvy jediného reprezentanta, obvykle ze středu vrstvy, viz Obr. 2.7.



Obr. 2.7 Metoda LHS (Šejnoha, 2005)

### 2.3.2.2 Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti

V klasickém přístupu posouzení spolehlivosti konstrukce pomocí metody dílčích součinitelů spolehlivosti jsou výše uvedené nejistoty (tj. základních veličin a modelových nejistot) skryty v dílčích součinitelích spolehlivosti, které se stanovují odděleně jak pro účinky zatížení  $E$ , tak pro odolnost konstrukce  $R$ . Jedná se sice o metodu polopravděpodobnostní, ale při její aplikaci není třeba znát konkrétní „hodnoty“ těchto nejistot. Posudek se zjednodušuje na dodržení jistých pravidel a doporučení a skutečná podstata posudku spolehlivosti však zůstává skrytá.

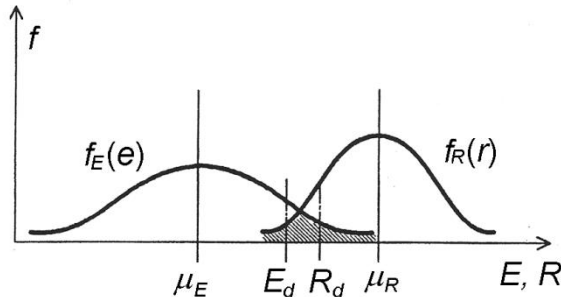
Mezní stavy únosnosti jsou stavy, které se týkají bezpečnosti osob a/nebo bezpečnosti konstrukce. Jedním z těchto mezních stavů je mezní stav STR, tj. vnitřní porucha nebo nadměrná deformace konstrukce nebo nosných prvků, kde o únosnosti rozhoduje pevnost materiálů. Podmínka spolehlivosti pro mezní stavy únosnosti je

$$R_d \geq E_d. \quad (2.18)$$

Mezní stavy použitelnosti jsou stavy týkající se funkce konstrukce nebo nosných prvků za běžného užívání, pohody osob a vzhledu stavby. Ověřují se podle podmínky

$$C_d \geq E_d. \quad (2.19)$$

Veličina  $R_d$  je návrhová hodnota odolnosti konstrukce,  $C_d$  je návrhová hodnota příslušného kritéria použitelnosti a  $E_d$  je návrhová hodnota účinku zatížení.



Obr. 2.8 Náhodné veličiny:  $R$  – odpor konstrukce,  $E$  – účinek zatížení

Návrhová hodnota účinku zatížení  $E_d$  je podle (ČSN EN 1990, 2004) vyjádřena vztahem

$$E_d = \gamma_{Sd} E(\gamma_{f,i} F_{rep,i}; a_d), \quad (2.20)$$

kde  $F_{rep,i}$  je reprezentativní hodnota zatížení,  $\gamma_{f,i}$  dílčí součinitel zatížení, který zohledňuje možné nepříznivé odchylky hodnot zatížení od reprezentativních hodnot,  $\gamma_{Sd}$  dílčí součinitel zatížení, který zohledňuje nejistoty účinků zatížení a nejistoty modelu zatížení,  $a_d$  je návrhová hodnota geometrického údaje.

Ve většině případů se může provést následující zjednodušení

$$E_d = E(\gamma_{F,i} F_{rep,i}; a_d), \quad (2.21)$$

kde  $\gamma_{F,i}$  je dílčí součinitel spolehlivosti zatížení daný vztahem

$$\gamma_{F,i} = \gamma_{Sd} \gamma_{f,i}. \quad (2.22)$$

Obdobně návrhová odolnost je podle (ČSN EN 1990, 2004) vyjádřena vztahem

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R \left( \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d \right), \quad (2.23)$$

kde  $X_{k,i}$  je charakteristická hodnota vlastnosti materiálu,  $\eta_i$  je průměrná hodnota převodního součinitele zohledňujícího vliv objemu a rozměrů, účinků vlhkosti a teploty apod.,  $\gamma_{m,i}$  je dílčí součinitel vlastností materiálu, který zohledňuje možné nepříznivé odchylky vlastností materiálu od její charakteristické hodnoty,  $\gamma_{Rd}$  je dílčí součinitel, který pokrývá jistoty

modelu odolnosti včetně geometrických odchylek,  $a_d$  je návrhová hodnota geometrického údaje.

Vztah (2.23) může být zjednodušen na

$$R_d = R \left( \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d \right), \quad (2.24)$$

kde  $\gamma_{M,i}$  je dílčí součinitel spolehlivosti zatížení daný vztahem

$$\gamma_{M,i} = \gamma_{Rd} \gamma_{mi}. \quad (2.25)$$

Hodnoty jednotlivých dílčích součinitelů spolehlivosti jsou závislé na návrhové situaci, druhu posuzovaného mezního stavu a na třídě spolehlivosti. Jsou vedeny v (ČSN EN 1990, 2004), v příslušných Eurokódech a v národních přílohách.

Charakteristické hodnoty vlastností materiálů představují buď střední hodnoty (např. modul pružnosti) nebo 5%, 95% event. jiný kvantil rozdělení uvažované náhodné veličiny (např. pevnostní charakteristiky, hodnoty mezních poměrných přetvoření) podle povahy mezního stavu a posuzované podmínky spolehlivosti.

Omezující podmínky ve tvaru nerovností (1.2) vyplývající z požadavku splnění podmínek spolehlivosti (2.18) a (2.19) lze specifikovat ve tvaru

$$g_{u,i}(\mathbf{x}) = E_{d,i}(\mathbf{x}) - R_{d,i}(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ pro } i = 1, 2, \dots, nd \quad (2.26)$$

a

$$g_{s,j}(\mathbf{x}) = E_{d,j}(\mathbf{x}) - C_{d,j} \leq 0 \text{ pro } j = 1, 2, \dots, ns, \quad (2.27)$$

kde funkce  $g_{u,i}(\mathbf{x})$  vyjadřuje spolehlivost návrhu z hlediska únosnosti průřezu  $j$  (silová omezující podmínka),  $nd$  je počet průřezů, ve kterých je silová podmínka kontrolována,  $g_{s,j}(\mathbf{x})$  je funkce vyjadřující omezující podmínku z hlediska omezení přetvoření (deformace) konstrukce  $ns$  je celkový počet deformačních omezujících podmínek. Vztah (2.26) představuje silové omezující podmínky, vztah (2.27) deformační omezující podmínky.

### 2.3.3 Konstrukční zásady

Uspořádání výztuže v navržené konstrukci musí odpovídat jednak požadavkům normy EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011) uvedeným v kapitole 8, jednak musí být proveditelné.

Jedním z těchto požadavků je množství výztuže vyjádřené plochou výztuže v průřezu. Celková plocha podélné výztuže průřezu je omezena maximální přípustnou plochou výztuže

$$\sum_{i=1}^{ke} A_{s,i}^{(e)} \leq A_{s,max}^{(e)}(\mathbf{x}) \text{ pro } e = 1, 2, \dots, ne, \quad (2.28)$$

kde  $A_{s,max}^{(e)}$  je maximální přípustná plocha výztuže v průřezu konečného prvku  $e$ .

Aby bylo možné považovat konstrukci za vyztuženou (železobetonovou), musí být dodržena minimální přípustná plocha výztuže umístěné v tažené zóně průřezu, ev. v tlačené zóně (je-li výztuž v tlačené zóně nosná)

$$\mathbf{i}_{e,t}^T \mathbf{A}_s^{(e)} \geq A_{s,t,min}^{(e)}(\mathbf{x}) \text{ pro } e = 1, 2, \dots, ne, \quad (2.29)$$

$$\mathbf{i}_{e,c}^T \mathbf{A}_s^{(e)} \geq A_{s,c,min}^{(e)}(\mathbf{x}) \text{ pro } e = 1, 2, \dots, ne, \quad (2.30)$$

kde  $A_{s,t,min}^{(e)}$ , ev.  $A_{s,c,min}^{(e)}$  je minimální požadované vyztužení průřezu taženou, ev. tlačenou výztuží konečného prvku  $e$ ,  $\mathbf{i}_{e,t}$ , ev.  $\mathbf{i}_{e,c}$  jsou vektory obsahující 0 a 1, které přiřazují danou vrstvu výztuže do tažené nebo tlačené zóny průřezu elementu.

Protože výsledkem návrhu není konkrétní vyztužení dané počtem a velikostí prutů, nejsou vzdálenosti mezi pruty v algoritmech popsaných v této práci kontrolovány.

Vzdálenosti krajních vrstev výztuže od líce prvku je dané krycí vrstvou (zadáva uživatel), polohy jednotlivých vrstev výztuže (tím i vzdálenosti od sebe) musí být dané dopředu a kontrolované dodatečnými omezujícími podmínkami. Obvykle je výztuž navrhována ve dvou vrstvách, tj. po jedné vrstvě u každého okraje průřezu. V případě výztuže umístěné ve více vrstvách musí být podmínky doplněny o další podmínky, které omezí množství výztuže v každé vrstvě.

Pokud jsou předmětem optimalizace i rozměry průřezu, musí být dodrženy i minimální rozměry dané EC2 pro jednotlivé typy prvků, např. sloupy. Další omezení velikosti průřezů zadává uživatel sám tak, aby výsledný návrh odpovídal rozměrovým požadavkům

$$\mathbf{h}_{min} \leq \mathbf{h} \leq \mathbf{h}_{max}, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{b}_{min} \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}_{max}, \quad (2.32)$$

kde  $\mathbf{h}_{min}$ , ev.  $\mathbf{b}_{min}$  je vektor minimálních přípustných výšek, ev. šířek průřezu,  $\mathbf{h}_{max}$ , ev.  $\mathbf{b}_{max}$  je vektor maximálních přípustných výšek, ev. šířek průřezu.

### 2.3.4 Další omezující podmínky

Je zřejmé, že všechny návrhové proměnné musí být nezáporná čísla. Pokud nejsou ohraničeny minimální hodnotou, je třeba úlohu optimalizace doplnit podmínkou

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad (2.33)$$

kde  $\mathbf{0}$  je nulový vektor.

Další omezující podmínky mohou vyplývat z požadavku stejných průřezových rozměrů některých elementů nebo stejného vyztužení (pokud toto nebude uplatněno pomocí globálního vektoru vyztužných typů  $\mathbf{A}_s$ ).

## 2.4 PODROBNĚJŠÍ ROZBOR OMEZUJÍCÍCH PODMÍNEK

### 2.4.1 Silové omezující podmínky (MSÚ)

Na řešené konstrukci jsou z mezních stavů únosnosti posuzovány pouze podmínky spolehlivosti při namáhání průřezu kombinací normálové síly a ohybového momentu. Mezní stav porušení posouvající silou není v této práci řešen.

Většina doporučení přijímá nelineární model chování průřezu namáhaného normálovou silou a ohybovým momentem. Model je založen na následujících předpokladech (viz Obr. 2.9), které běžně zavádí všechny předpisy a normy v současné době platné na celém světě:

- jednotlivé konstrukční materiály (beton a ocel) jsou považovány za homogenní,
- tažená a tlačena podélná výztuž je dokonale spojena s jí obklopujícím betonem,
- pracovní diagramy betonu a oceli jsou dány příslušnými ustanoveními normy EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011),
- v omezujících podmínkách plynoucích z mezního stavu použitelnosti jsou kontrolována pouze počáteční přetvoření. Účinky dotvarování betonu jsou uvažovány zjednodušeně a na jejich základě jsou určeny limitní hodnoty počátečních přetvoření.

Omezující podmínky dle vztahu (2.26) jsou na konstrukci kontrolovány v předem zadaných řezech  $j = 1, 2, \dots, nu$  (zpravidla na začátku a na konci prutu) dle zadání uživatele.

Mezního stavu únosnosti je dosaženo, pokud je dosaženo mezního poměrného přetvoření alespoň v jednom z materiálů, tj. v betonu nebo ve výztuži.

Podmínku (2.26) pro přetvoření krajních (nejvíce namáhaných) vrstev výztuže lze zapsat

$$\varepsilon_{s,i,j} \geq \varepsilon_{ud} \quad \text{pro } i = 1, ke; j = 1, 2, \dots, nu, \quad (2.34)$$

kde  $\varepsilon_{s,i,j}$  je poměrné přetvoření  $i$ -té vrstvy výztuže v řezu  $j$ ,  $\varepsilon_{ud}$  je mezní poměrné přetvoření výztuže v tahu. Poměrné přetvoření betonu v tlaku je omezeno podmínkou

$$\varepsilon_{c,i,j} \geq -\varepsilon_{cu} \quad \text{pro } i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, nu, \quad (2.35)$$

kde  $\varepsilon_{c,i,j}$  je poměrné přetvoření krajních vláken betonu (při dolním povrchu  $i = 1$ , ev. při horním povrchu  $i = 2$ ) v  $j$ -tém řezu konstrukce,  $\varepsilon_{cu}$  je mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku (v normě je uvedeno jako kladná hodnota).

Přetvoření výztuže v tlačené oblasti není třeba posuzovat, neboť je automaticky splněno, pokud je splněna omezující podmínka pro poměrné přetvoření betonu v tlaku (2.35), protože  $\varepsilon_{ud} > \varepsilon_{cu}$ . Poměrné přetvoření betonu v tahu se nekontroluje, v průřezu může vznikat trhлина.

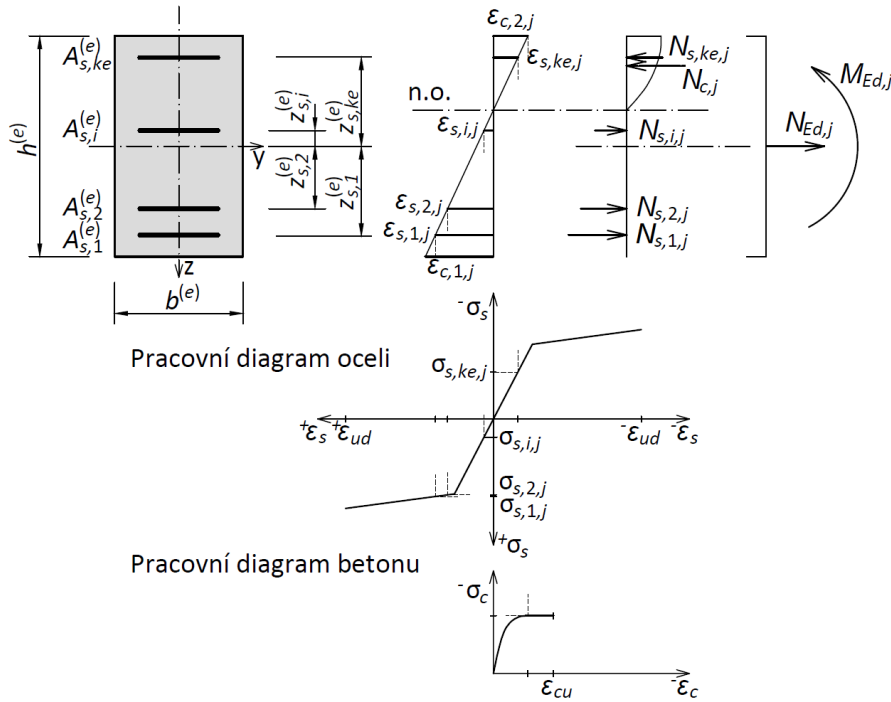
Přetvoření průřezu v posuzovaném řezu, a odtud i poměrná přetvoření jednotlivých vrstev výztuže a betonu, musí odpovídat účinkům zatížení (vnitřním silám) při uplatnění výše uvedených předpokladů. Pro průřez  $j$ , který je umístěn na konečném prvku  $e$ , musí být splněna silová a momentová podmínka



$$N_{Ed,j} = \int_{\Omega_c} \sigma_{c,j}(\varepsilon_{c,j}(z)) d\Omega_c + \sum_{i=1}^{ke} \sigma_{s,i,j}(\varepsilon_{s,i,j}(z_{s,i}^{(e)})) A_{s,i}^{(e)}, \quad (2.36)$$

$$M_{Ed,j} = \int_{\Omega_c} \sigma_{c,j}(\varepsilon_{c,j}(z)) z d\Omega_c + \sum_{i=1}^{ke} \sigma_{s,i,j}(\varepsilon_{s,i,j}(z_{s,i}^{(e)})) A_{s,i}^{(e)} z_{s,i}^{(e)}, \quad (2.37)$$

kde  $N_{Ed,j}$ , resp.  $M_{Ed,j}$  je návrhová hodnota normálové síly, resp. momentu v  $j$ -tém řezu od příslušné kombinace zatížení,  $\sigma_{c,j}(z)$  je napětí na betonové části průřezu  $\Omega_c$  odpovídající poměrnému přetvoření  $\varepsilon_{c,j}$  dané souřadnicí  $z$ ,  $\sigma_{s,i,j}$  je napětí v  $i$ -té vrstvě výztuže o ploše  $A_{s,i}^{(e)}$  odpovídající poměrnému přetvoření  $\varepsilon_{s,i,j}$  dané souřadnicí  $z_{s,i}^{(e)}$ , viz Obr. 2.9. Ve vztazích (2.36) a (2.37) a na Obr. 2.9 je uvažována znaménková konvence podle teorie pružnosti (tah  $> 0$ , tlak  $< 0$ ). Osa  $y$  na obrázku je referenční osa (může být totožná s těžišťovou osou).



Obr. 2.9 Průběh přetvoření průřezu při zatížení  $N_{Ed,j}$  a  $M_{Ed,j}$ , pracovní diagramy oceli a betonu

Každá z omezujících podmínek vyjádřených vztahy (2.34) a (2.35) je prostřednictvím vztahů (2.36) (2.37) nelineární funkcí vektoru návrhových proměnných  $\mathbf{x}$ .

#### 2.4.2 Deformační omezující podmínky (MSP)

Normy pro navrhování konstrukcí nebo účel využití objektu obecně vyžadují splnění podmínek omezujících přetvoření (resp. diferenční přetvoření) pro předepsané kombinace zatížení v různých časových etapách působení konstrukce a v různých průřezích.  $J$ -tá deformační podmínka je vyjádřena jako

$$g_{s,j}(\mathbf{x}) = w_{s,j,min} - w_j(F_j, t_{j0}, t_j) \leq 0, \quad (2.38)$$

$$g_{s,j}(\mathbf{x}) = -w_{s,j,max} + w_j(F_j, t_{j0}, t_j) \leq 0, \quad (2.39)$$

kde  $w_j(F_j, t_{j0}, t_j)$  je přetvoření uzlu konstrukce v čase  $t_j$  od zatížení  $F_j$ , které začalo působit v čase  $t_{j0}$ ,  $w_{s,j,min}$ , resp.  $w_{s,j,max}$  je daná mezní hodnota přetvoření (záporná, resp. kladná). Výraz (2.38) je platný pro omezení záporných hodnot přetvoření, (2.39) platí pro kladné hodnoty přetvoření.

Podle EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011) lze časovou závislost přetvoření vyjádřit pomocí efektivního modulu pružnosti betonu  $E_{c,eff}$ . Tento přístup však znamená paralelní řešení rovnovážného stavu konstrukce (2.9) pro každý vyšetřovaný čas  $t_j$ .

Aby nemusela být řešena časová závislost přetvoření vlivem dotvarování betonu, mohou být rovnice (2.38) a (2.39) zjednodušeny. Podle starších pravidel navrhování betonových konstrukcí, např. (ČSN 73 1201, 1986) je uvažováno, že platí

$$w_j(F_j, t_{j0}, t_j) = w_{p,j}(F_j, t_{j0}) + \Delta w_j(F_j, t_{j0}, t_j), \quad (2.40)$$

kde  $w_{p,j}(F_j, t_{j0})$  je počáteční přetvoření v uzlu v čase  $t_{j0}$  způsobené zatížením  $F_j$ ,  $\Delta w_j(F_j, t_{j0}, t_j)$  je přetvoření způsobené dotvarováním betonu od zatížení  $F_j$  působícím v časovém intervalu  $(t_{j0}, t_j)$ .

V souladu se zásadami navrhování betonových konstrukcí hodnota přetvoření  $\Delta w_j(F_j, t_{j0}, t_j)$  způsobená dotvarováním může být vyjádřena vztahem

$$\Delta w_j(F_j, t_{j0}, t_j) = w_{p,j}(F_j, t_{j0}) \cdot \varphi(t_{j0}, t_j), \quad (2.41)$$

kde  $\varphi(t_{j0}, t_j)$  je součinitel dotvarování daný příslušnou normou.

Dosazením vztahů (2.40) a (2.41) do vztahu (2.38) nebo (2.39) deformační podmínky mohou být upraveny do tvaru

$$g_{s,j}(\mathbf{x}) = \frac{w_{s,j,min}}{1 + \varphi(t_{j0}, t_j)} - w_j(F_j, t_{j0}) \leq 0, \quad (2.42)$$

$$g_{s,j}(\mathbf{x}) = \frac{-w_{s,j,max}}{1 + \varphi(t_{j0}, t_j)} + w_j(F_j, t_{j0}) \leq 0. \quad (2.43)$$

Vliv smršťování může být u železobetonových konstrukcí obvykle zanedbán; tak je tomu také v této práci. Ale nebyl by problém do algoritmu účinek smršťování zavést.

### 3 VLASTNÍ PŘÍNOSY

V této kapitole jsou postupně uvedeny tři formulace optimalizace návrhu železobetonových konstrukcí a jejich aplikace v tom pořadí, jak v průběhu času vznikaly a byly také publikovány. Jedná se o:

- optimalizaci vyztužení železobetonového rámu s předem stanovenými průřezovými charakteristikami,
- optimalizaci stožáru z odstředovaného betonu – parametrická studie vlivu velikosti předpínací síly na spolehlivost stožáru podle pravděpodobnostní metody a metody dílčích součinitelů spolehlivosti a vyhodnocení návrhu podle kritérií,
- optimalizaci železobetonové rámové konstrukce, ve které jsou předmětem optimalizace rozměry průřezů a jejich vyztužení, s využitím řešiče v prostředí modelovacího jazyka GAMS (General Algebraic Modeling System).

Pro každou z úloh je provedena algoritmicizace, sestavení výpočetního programu a jeho aplikace na konkrétní konstrukci.

#### 3.1 OPTIMALIZACE VÝZTUŽE ŽB KONSTRUKCE

Obsahem tohoto odstavce je stručné shrnutí mé disertační práce s názvem Optimalizace návrhu železobetonových rámu (Laníková, 1999), které je doplněno o výsledky optimalizace rámu provedené podle později upraveného algoritmu dle požadavků Eurokódů.

Cílem práce bylo odvození a sestavení algoritmu pro optimalizaci návrhu výztuže rovinného železobetonového rámu. Konstrukce byla řešena deformační variantou MKP. Závěry byly publikované (Štěpánek, 2001; Laníková, 2010a; Štěpánek, 2010).

Optimalizované proměnné jsou plochy výztuží na jednotlivých konečných prvcích  $\mathbf{A}_s^{(e)}$ , jak je uvedeno na Obr. 2.2. Požadavek shodné výztuže na vybraných elementech byl uplatněn zavedením globálního vektoru výztužných typů  $\mathbf{A}_s$  prostřednictvím vztahu (2.7).

Průřezy všech prvků musí být alespoň jednoose symetrické předem stanovených rozměrů, které nepodléhají optimalizaci.

##### 3.1.1 Definice úlohy

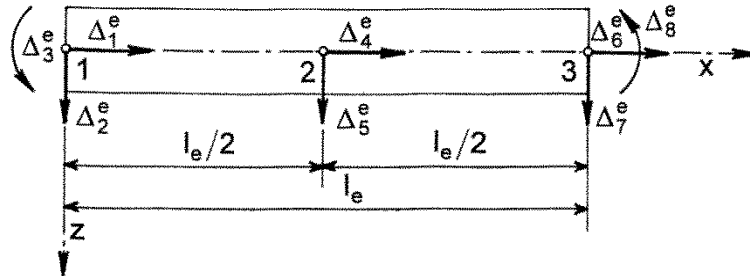
Účelová funkce minimalizovala objem podélné nosné výztuže v konstrukci, tj. funkci  $V_s(\mathbf{A}_s)$  zapsanou vztahem (2.8).

Omezující podmínky vyplývaly z požadavku:

- zachování rovnováhy konstrukce,
- splnění podmínek MSÚ – namáhání momentem a normálovou silou s vlivem účinků 2. řádu,
- splnění podmínek MSP, tj. omezení průhybu (včetně vlivu dotvarování zjednodušeným způsobem popsáným vztahy (2.42) a (2.43)), šířky trhlin a vzniku trhlin,
- dodržení minimálního stupně vyztužení,

– omezení ploch výztuží uživatelem.

Pro vyjádření omezujících podmínek vyplývajících z požadavku zachování rovnovážného stavu konstrukce (2.9) byl odvozen rovinný prutový prvek s 8 stupni volnosti, který umožnil zohlednit fyzikálně nelineární chování ŽB konstrukcí, viz Obr. 3.1.



Obr. 3.1 Konečný prvek, uzlové parametry deformace

Popis deformace a přetvoření prvku nebyl proveden k těžišťové ose prvku, protože vlivem trhlin a nelineárních pracovních diagramů obou materiálů se těžiště potřhaného průřezu neshoduje s těžištěm původního průřezu. Přetvoření a deformace byly popsány k libovolné přímce rovnoběžné s osou prvku v nedeformovaném stavu konstrukce, k tzv. referenční ose. Pro popis přetvoření byly použity geometricko-deformační rovnice

$$\varepsilon(x, z) = u_x^l + \frac{1}{2}(u_x^{l2} + w_x^{l2}) + \phi_x^l(1 - u_x^l)z \quad (3.1)$$

a pro stočení

$$\phi = -\frac{w_x^l}{1 + u_x^l} \quad (3.2)$$

kde  $u$  je posun ve směru osy  $x$  a  $u_x^l$  jeho první derivace podle  $x$ ;  $w$  je posun ve směru osy  $z$  a  $w_x^l$  jeho první derivace podle  $x$ ;  $\phi$  je stočení osy a  $\phi_x^l$  jeho první derivace podle  $x$ . Na konečném prvku byl pro popis posunů  $u(x)$  použit kvadratický polynom a pro posuny  $w(x)$  ve směru osy  $z$  polynom čtvrtého stupně. Rovnovážný stav konstrukce byl řešen iteračně Newtonovou metodou.

Omezující podmínky mezních stavů únosnosti i použitelnosti byly vyjádřeny podle zásad normy (ČSN 73 1201, 1986). Tyto omezující podmínky jsou opět nelineární funkce návrhových veličin, tj. globálního vektoru ploch  $\mathbf{A}_s$  výztužných typů.

Byl odvozen linearizovaný (přírůstkový tvar) úlohy, který byl následně transformován pomocí Baldurovy metody vepsaných hyperkoucí (Baldur, 1972). Podle této metody je hledaný přírůstek ploch  $d\bar{\mathbf{A}}_s$  definován jako střed největší hyperkoule vepsané do prostoru přípustných řešení. Takto formulovaná úloha byla řešena simplexovým algoritmem (Dantzig, 1990; 2013).

### 3.1.2 Algoritmus a řešené příklady

Postup iteračního řešení je následující. Po nadefinování úlohy včetně vektorů  $\mathbf{A}_{s,max}$  a  $\mathbf{A}_{s,min}$  omezujících minimální, resp. maximální plochy výztuží (zadaných uživatelem) musí být nalezeno výchozí přípustné řešení. Tzn., že před procesem optimalizace pro aktuální vektor ploch musí být nalezen rovnovážný stav konstrukce, tj. podmínka rovnováhy (2.9), a ověřeny omezující podmínky. Algoritmus je startován s aktuálním vektorem ploch  $\mathbf{A}_{s,akt}$  rovným maximálnímu přípustnému vyztužení  $\mathbf{A}_{s,akt} = \mathbf{A}_{s,max}$ .

Pokud jsou všechny omezující podmínky splněny, je aktuální vektor označen jako  $\mathbf{A}_{s,rov} = \mathbf{A}_{s,akt}$ . Proběhne simplexový algoritmus, jehož výsledkem je přírůstek průřezových ploch výztužných typů  $d\bar{\mathbf{A}}_s$ . Na základě známého přírůstku  $d\bar{\mathbf{A}}_s$  je možno definovat zlepšený vektor průřezových ploch výztužných typů podle vztahu

$$\mathbf{A}_{s,akt} = \mathbf{A}_{s,rov} + k_i \cdot d\bar{\mathbf{A}}_s, \quad (3.3)$$

kde  $k_i \in (0, 1)$  je koeficient, který je nejprve nastaven  $k_{i=1} = 1$ .

Je-li pro vektor  $\mathbf{A}_{s,akt}$  a jednotlivé zatěžovací stavy nalezen rovnovážný stav konstrukce a jsou-li splněny podmínky spolehlivosti vyplývající z požadovaných mezních stavů a konstrukčních zásad, bude zkontrolováno kritérium ukončení optimalizace

$$k_i \frac{\|\mathbf{l}_s^T d\bar{\mathbf{A}}_s\|}{\|\mathbf{l}_s^T d\mathbf{A}_{s,rov}\|} < \varepsilon_A, \quad (3.4)$$

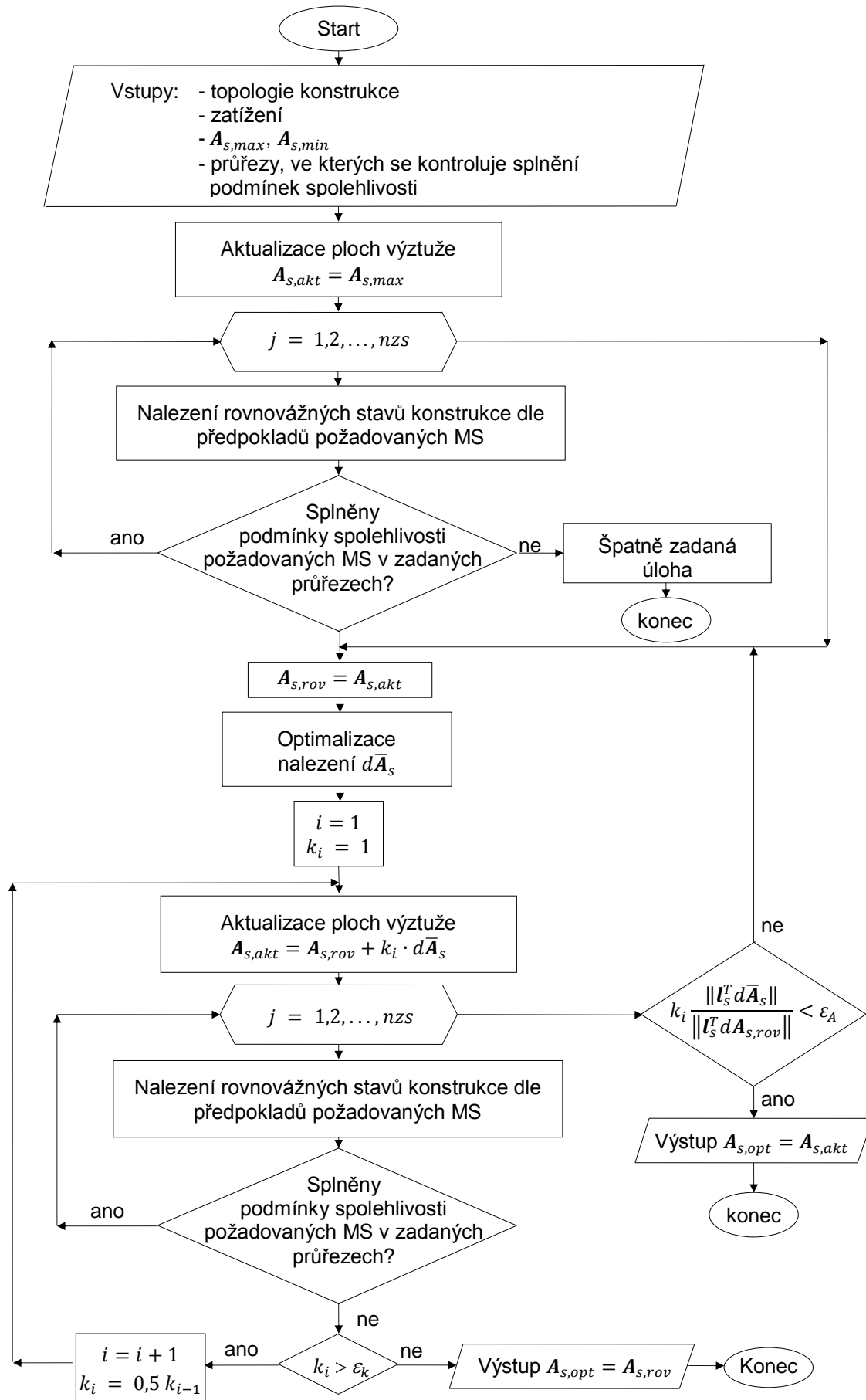
kde  $\varepsilon_A$  je předem dané nezáporné číslo charakterizující ukončení iteračního algoritmu. Pokud podmínka (3.4) splněna je, pak je optimální vektor průřezových ploch výztužných typů vrstev pro dané zatěžovací stavy nalezen; v opačném případě bude pomocí simplexového algoritmu stanoven nový přírůstek vektoru průřezových ploch výztužných typů vrstev.

V případě, že pro vektor  $\mathbf{A}_{s,akt}$  nebudou plněny podmínky spolehlivosti vyplývající z jednotlivých mezních stavů, případně nebude rovnovážný stav konstrukce pro některý ze zatěžovacích stavů vůbec nalezen, bude pomocí součinitele  $k_i$

$$k_i = 0,5k_{i-1} \quad (3.5)$$

provedena úprava zlepšeného vektoru průřezových ploch výztužných typů vrstev  $\mathbf{A}_{s,akt}$  ve vztahu (3.3) a znovu proveden výpočet rovnováhy konstrukce. Pokud hodnota  $k_i$  bude menší než předem dané kritérium  $\varepsilon_k$  a nebude nalezen rovnovážný stav konstrukce, či splněny omezující podmínky, algoritmus bude ukončen a za řešení bude prohlášen poslední známý vektor  $\mathbf{A}_{s,rov}$ , který tyto omezující podmínky splňoval.

Naznačený postup je znázorněn vývojovým diagramem na Obr. 3.2. Symbol  $nzs$  značí počet zatěžovacích stavů. Algoritmus byl sestaven v jazyce Pascal.



Obr. 3.2 Vývojový diagram výpočtu optimálního globálního vektoru výztužných typů  $A_{s,opt}$

Byly řešeny čtyři typy konstrukcí, od staticky určité konzoly a prostého nosníku po staticky neurčitý spojitý nosník a jednoduchou rámovou konstrukcí. Bylo provedeno ověření řešení s posunutou referenční osou mimo těžiště, vliv dělení konstrukce na více konečných prvků. Na spojitém nosníku byly řešeny tři zatěžovací stavy zvlášť a následně současně, přičemž vyztužení pouhými maximy plochy získanými z optimalizace pro jednotlivé zatěžovací stavy nezajistilo splnění MSÚ (ačkoliv hmotnost výztuže byla větší než při optimalizaci konstrukce zatížené všemi zatěžovacími stavy), protože vlivem změny tuhosti došlo i přerozdělení vnitřních sil. Jako poslední byl řešen rám (se shodnou geometrií s rámem na Obr. 3.3, průřezy na Obr. 3.5 a zatížením na Obr. 3.4), jehož řešená symetrická polovina byla rozdělena na 7 konečných prvků s 10 výztužnými typy. Splnění mezního stavu únosnosti bylo požadováno v 11 průřezích.

### 3.1.3 Příklad dle Eurokódu

Uvedený algoritmus byl upraven tak, aby podmínky spolehlivosti odpovídaly i v současnosti platné normě EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011). Výsledné porovnání výsledků dle obou norem pomocí software (Laníková, 2008) bylo publikováno v (Štěpánek, 2010).

Geometrie rámu a dělení na konečné prvky je na Obr. 3.3. Vzhledem k symetrii rámu byla řešena jen polovina. Sloupy jsou obdélníkového průřezu, příčle a konzola průřezu T; referenční osa  $x$  prvků je vztažena k polovině výšky průřezů. Rozměry průřezů jsou na Obr. 3.5.

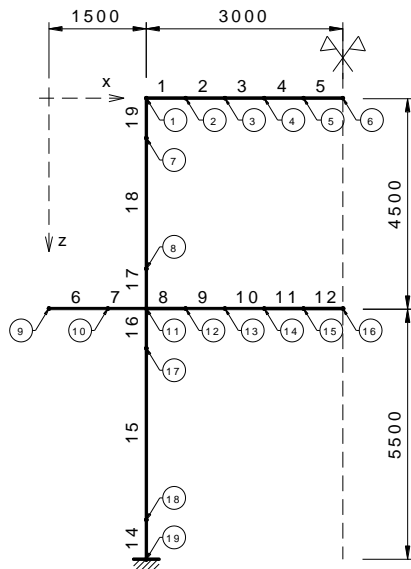
Příčle rámu a konzola jsou zatíženy stálým rovnoměrným zatížením  $g_k^b$  a proměnným rovnoměrným zatížením  $q_k^b$ . Sloupy jsou zatíženy svislým rovnoměrným zatížením stálým po celé výšce  $g_k^{col}$ . V rámových styčnicích působí stálé zatížení silou  $G_k$  a na konci konzoly stálé zatížení silou  $G_k^c$ . Intenzity zatížení a součinitelé zatížení jsou v Tab. 3.1. Konstrukce byla zatížena třemi kombinacemi zatěžovacích stavů:

- K1: zatížení stálé plus plné zatížení proměnné,
- K2: zatížení stálé plus zatížení proměnné pouze na spodní příčli,
- K3: zatížení stálé plus zatížení proměnné pouze na horní příčli a na konzolách.

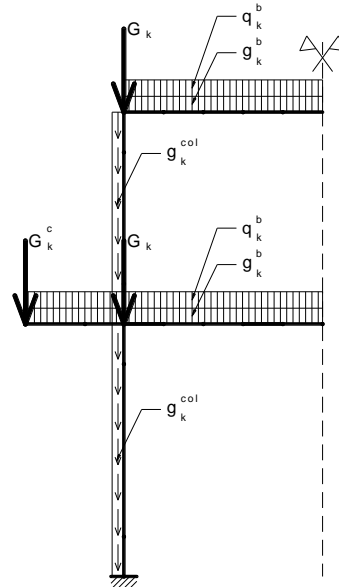
Tab. 3.1 Zatížení a dílčí součinitelé zatížení

Zatížení	Označení	Intenzita	$\gamma_f$ (ČSN)	$\gamma_f$ (EN)
Stálé	$g_k^b$	50 kN/m	1,2	1,35
	$g_k^{col}$	10 kN/m	1,1	1,35
	$G_k$	200 kN	1,2	1,35
	$G_k^c$	50 kN	1,1	1,35
Užitné	$q_k^b$	50 kN/m	1,3	1,5

V každém konečném prvku příčli a konzol byly voleny dva výztužné typy Obr. 3.5b. Ve sloupech byl předpokládán pouze jeden výztužný typ Obr. 3.5a. Označení výztužných typů je na Obr. 3.6. Minimální a maximální (tj. startovací) přípustné plochy výztužných typů jsou uvedeny v Tab. 3.2.



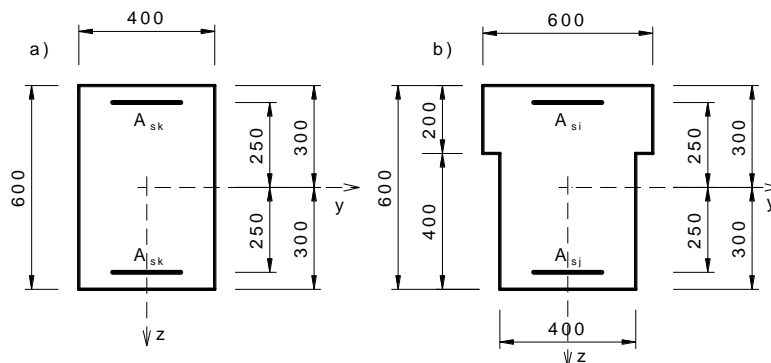
Obr. 3.3 Geometrie rámu, dělení konstrukce na konečné prvky



Obr. 3.4 Schéma zatížení

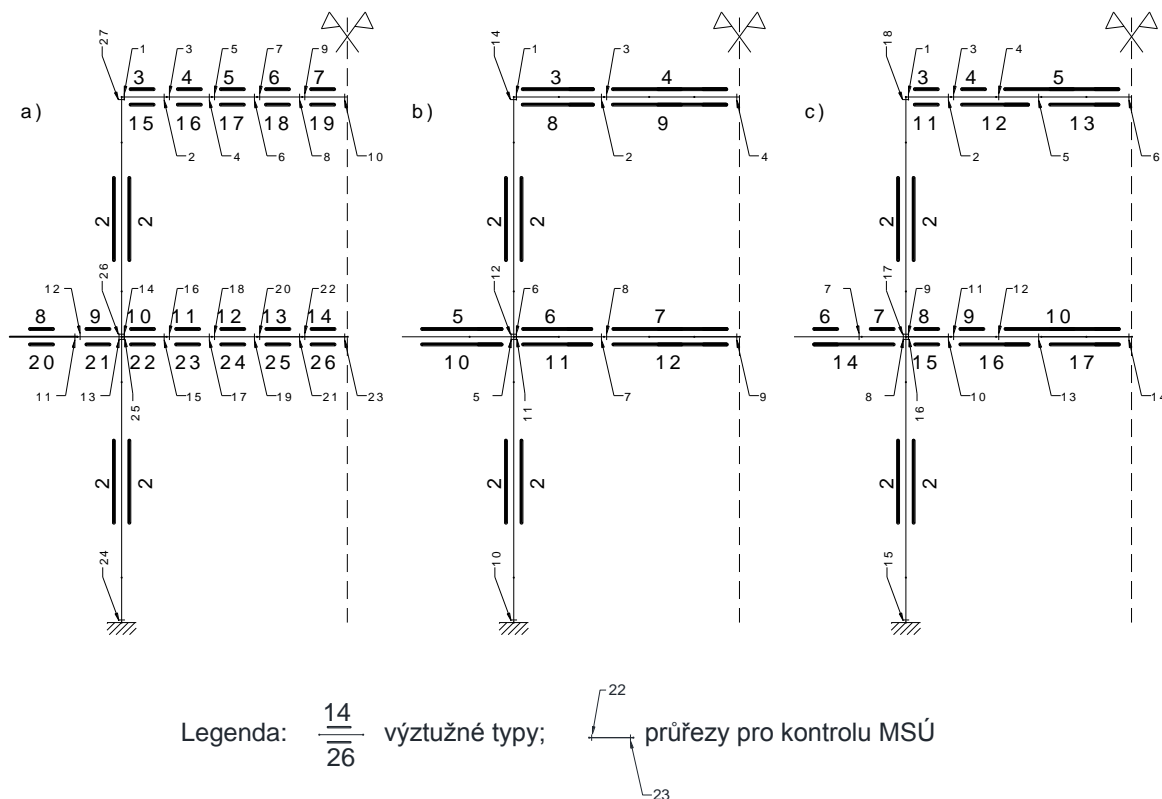
Byl použit beton třídy B20 (C16/20) a ocel 10 425 (B400A). Při výpočtu podle (ČSN 73 1201, 1986) byl uvažován pracovní diagram oceli bilineární s vodorovnou plastickou větví s výpočtovou hodnotou mezního poměrného přetvoření výztuže v tahu  $\varepsilon_{sd} = 10 \text{ ‰}$ . Mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku je  $\varepsilon_{bd} = 2,5 \text{ ‰}$  (bilineární pracovní diagram), beton v tahu nepůsobil. Výpočet podle zásad (ČSN EN 1992-1-1, 2011) byl proveden s bilineárním pracovním diagramem oceli se zpevněním, který odpovídá třídě tažnosti A. Mezní poměrné přetvoření výztuže v tahu bylo omezeno na hodnotu  $\varepsilon_{ud} = 10 \text{ ‰}$  z možných 22,5 ‰. Pracovní diagram betonu byl zvolen bilineární s mezním poměrným přetvořením betonu v tlaku  $\varepsilon_{cu3} = 3,5 \text{ ‰}$ .

Při výpočtech byla zohledněna jak fyzikální nelinearita (podle uvedených pracovních diagramů materiálů), tak geometrická nelinearita za předpokladu malých deformací a pootočení. Byly řešeny celkem tři varianty úlohy.



Obr. 3.5 Geometrie průřezu: a) sloupu, b) přičle





Obr. 3.6 Výztužné typy a sledované průřezy: a) varianta A a B, b) varianta C1, b) varianta C2

### 3.1.3.1 Varianta A

Splnění spolehlivosti z hlediska mezního stavu únosnosti bylo kontrolováno ve 27 průřezech na konstrukci, které byly definovány na začátku a/nebo na koncích prvků, viz Obr. 3.6a. Omezující deformační podmínky ve formě omezení průhybu pro charakteristické hodnoty zatížení v kombinacích K1 až K3 (se součiniteli zatížení rovnými 1), byly kontrolovány v průřezech uprostřed příčlí a na konci konzoly. Mezní průhyb  $w_{lim}$  byl zadán uprostřed příčlí hodnotou 20 mm (uzel 6 a 16, viz Obr. 3.3) a na konci konzoly v uzlu 9 hodnotou 7,5 mm. Ve výpočtu se tato omezení neuplatnila, protože výsledné hodnoty průhybů v těchto uzlech konstrukce byly menší. O vyztužení tedy rozhodovaly omezující podmínky MSÚ.

Ve variantě A-ČSN bylo dosaženo mezního poměrného přetvoření výztuže (resp. hodnot blízkých meznímu přetvoření) v průřezech 1 (9,87 ‰), 11 (9,76 ‰), 13 (9,89 ‰), 14 (9,97 ‰), 16 (9,95 ‰), 18 (9,86 ‰), 21 (9,69 ‰) a 27 (5,48 ‰). Mezního poměrného přetvoření betonu bylo dosaženo v průřezech 1 (-2,18 ‰), 13 (-2,18 ‰), 14 (-2,5 ‰) a 27 (-2,16 ‰), a to vždy pro kombinaci zatěžovacích stavů K1. V průřezech 1, 13, 14 a 27 bylo dosaženo optimálního porušení nebo hodnot blízkých.

Ve variantě A-EN bylo v kombinaci zatěžovacích stavů K1 dosaženo mezního poměrného přetvoření výztuže (nebo hodnot blízkých meznímu přetvoření) v průřezech 1 (9,91 ‰), 11 (9,83 ‰), 13 (9,92 ‰), 14 (9,99 ‰), 16 (9,98 ‰), 18 (9,98 ‰) a mezního poměrného přetvoření betonu v průřezech 1 (-3,44 ‰), 13 (-3,45 ‰), 14 (-3,50 ‰),

16 (-2,57 %) a 27 (-3,16 %). Kombinace zatěžovacích stavů K2 byla rozhodující v průřezech 19 (9,72 %), 21 (6,03 %), 23 (3,79 %).

Výsledné plochy výztuže výztužných typů jsou porovnány v Tab. 3.2.

Tab. 3.2 Plochy výztužných vrstev pro jednotlivé varianty řešení A a B

Výztužný typ		$A_{s,max}$	$A_{s,min}$	A-ČSN	A-EN	B-ČSN	B-EN			
Sloupy	1	3000	220	347	340	260	269			
	2	3000	192	454	673	1516	1674			
Horní výztuž	horní příčel	3	3000	288	1091	1388	2959	2950		
		4	3000	288	415	411	328	337		
		5	3000	0	129	123	40	49		
		6	3000	0	129	124	40	49		
		7	3000	0	129	124	1739	1228		
	dolní příčel	8	3000	288	505	646	2365	2536		
		9	3000	288	1179	1490	2959	2950		
		10	3000	288	2325	2720	2959	2950		
		11	3000	288	1223	1385	2653	2881		
		12	3000	0	381	378	1266	1192		
		13	3000	0	130	128	40	49		
		14	3000	0	130	136	40	49		
		Dolní výztuž	horní příčel	15	3000	192	319	386	232	241
				16	3000	192	1094	1041	804	736
17	3000			192	2154	2176	2959	2950		
18	3000			192	2692	2725	2959	2950		
19	3000			192	2851	2874	2959	2950		
dolní příčel	20		3000	0	127	123	40	49		
	21		3000	0	127	216	52	55		
	22		3000	192	1254	1215	232	241		
	23		3000	192	319	312	232	241		
	24		3000	192	323	557	461	773		
	25	3000	192	647	1000	1852	1752			
26	3000	192	783	1171	2928	2896				
Objem výztuže [ $10^{-2} \text{ m}^3$ ]		8,25	0,64	2,038	2,375	3,710	3,865			

### 3.1.3.2 Varianta B

Při výpočtu byly zpřísněny podmínky vyplývající z mezního stavu použitelnosti (MSP). Hodnoty mezních průhybů  $w_{lim}$  byly zadány tak, aby omezily průhyby uzlů vypočítané ve variantě A, viz Tab. 3.3, tj.  $w_{lim}(6) = 6 \text{ mm}$ ,  $w_{lim}(16) = 4 \text{ mm}$  a  $w_{lim}(9) = 2 \text{ mm}$ .

Průhyby od jednotlivých zatěžovacích stavů varianty B jsou uvedeny v Tab. 3.3. Ve sloupci označeném MAX-ČSN a MAX-EN jsou průhyby v uzlech při vyztužení konstrukce výztuží odpovídající maximálním přípustným plochám výztužných typů. Ve výpočtech podle var. B nebylo v žádném průřezu dosaženo mezní hodnoty poměrného přetvoření vláken betonu nebo výztuže. O vyztužení rozhodovalo omezení průhybu (MSP). Mezního průhybu v uzlu 16 bylo dosaženo v kombinaci zatížení K2 a v uzlech 6 a 9 v kombinaci zatížení K3 (v Tab. 3.3 jsou tyto hodnoty označeny tučným písmem). Kombinace K1 nebyla z hlediska průhybu limitující. Plochy jednotlivých výztužných typů jsou v Tab. 3.2. Omezení průhybu znamenalo nárůst objemu výztuže ve variantě B-ČSN o 82 % a ve variantě B-EN o 63 %.

Tab. 3.3 Průhyby v uzlech, objem výztuže pro varianty A a B

Průhyb v uzlech [mm]		MAX-ČSN	A-ČSN	B-ČSN	MAX-EN	A-EN	B-EN
K1	6	1,59	7,67	5,66	4,87	7,21	5,66
	16	2,49	6,15	3,48	2,92	5,09	3,50
	9	1,19	2,71	1,19	1,19	2,36	1,24
K2	6	2,19	3,39	2,52	2,23	3,19	2,54
	16	3,18	6,59	<b>3,99</b>	3,25	5,52	<b>3,97</b>
	9	0,41	1,32	0,26	0,45	1,10	0,34
K3	6	5,00	7,97	<b>5,98</b>	5,09	7,52	<b>5,97</b>
	16	0,92	2,40	1,03	0,99	1,90	1,09
	9	1,70	3,63	<b>2,00</b>	1,73	3,20	<b>2,00</b>
Objem výztuže [ $10^{-2} \text{ m}^3$ ]		8,25	2,038	3,710	8,250	2,375	3,866

### 3.1.3.3 Varianty C1 a C2

Výpočet je obdobný jako ve variantě A, ale na konstrukci byly některé výztužné typy voleny tak, aby procházely přes více prvků, tj. byly zavedeny výztužné typy. Výsledné plochy výztužných typů a objemy výztuže jsou shrnuty v Tab. 3.4. Výztužné typy byly voleny tak, aby co nejvíce odpovídaly skutečnému vyztužování konstrukce a respektovaly velikost výsledných plochy výztuží na jednotlivých konečných prvcích z řešení předchozích variant.

Tab. 3.4 Srovnání výsledných ploch výztuže při zadání jiných výztužných typů

Výztužný typ dle var. A		A-ČSN	C1-ČSN	C2-ČSN	A-EN	C1-EN	C2-EN		
Sloupy	1	347	336	279	340	350	429		
	2	454	445	495	673	672	746		
Horní výztuž	horní příčel	3	1091	1083	1123	1388	1391	1432	
		4	415	404		411	338		
		5	129	117	59	123	51	258	
		6	129			124			
		7	129			124			
		příčel dolní	8	505	505	1183	646	645	1489
	9		1179	1180	1490		1522		
	10		2325	2298	2291	2720	2712	2751	
	11		1223	1193		1385	1372		
	12		381	355	347	378	371	559	
	13		130			128			
	14		130			136			
	Dolní výztuž		horní příčel	15	319	308	695	386	384
		16		1094	1773	1041		1693	
17		2154		2176					
18		2692		27251		2941			
19		2851		2863	2552	2874			
příčel dolní		20	127	116	58	123	50	225	
		21	127			216			
		22	1254	1216	1171	1215	1210	1238	
		23	319	331		312	566		
		24	323		557				
	25	647	934		1000	1170		1144	
	26	783		813	1171				
Objem výztuže [ $10^{-2} \text{ m}^3$ ]		2,039	2,074	2,274	2,375	2,417	2,911		

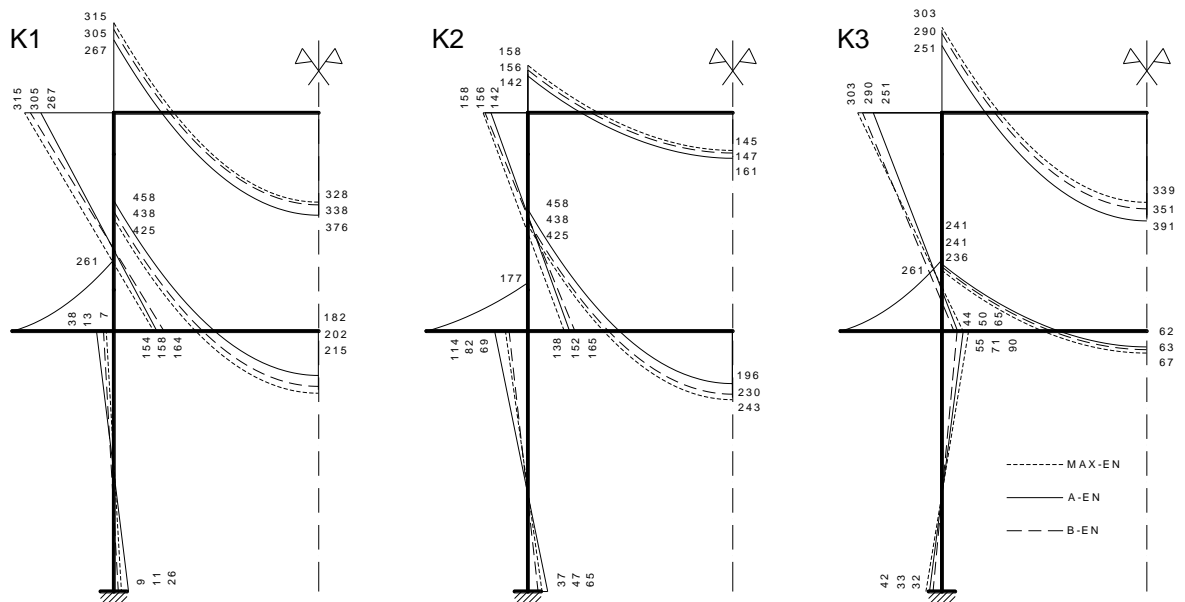
Při změně ploch výztuže dochází i ke změně tuhosti jednotlivých prvků a tím k redistribuci vnitřních sil na konstrukci. Byly srovnány vnitřní síly z optimalizačního výpočtu podle normy (ČSN EN 1992-1-1, 2011) varianta A-EN a varianta B-EN s výpočtem vnitřních sil na konstrukci vyztužené maximálními přípustnými plochami výztuží (varianta MAX-EN). Vnitřní síly ve významných průřezích rámu označených na Obr. 3.6a jsou uvedené v Tab. 3.5 a na Obr. 3.7.

Tab. 3.5 Vnitřní síly ve významných průřezích

Varianta		MAX-EN		A-EN		B-EN	
KZS	průřez	M [kNm]	N [kN]	M [kNm]	N [kN]	M [kNm]	N [kN]
K1	1	-314,7	-104,2	-267,3	-94,7	-305,0	-104,4
	10	327,6	-104,2	375,7	-94,7	337,6	-104,4
	13	-261,6	0,0	-261,6	0,0	-261,5	0,0
	14	-425,5	100,6	-458,2	83,5	-438,2	100,6
	23	215,3	100,6	182,3	83,5	202,3	100,6
	24	11,2	-1811,3	26,1	-1811,3	8,8	-1811,3
	25	-7,5	-1737,0	-38,3	-1737,0	-12,5	-1737,0
	26	154,0	-758,3	158,3	-758,3	164,1	-758,3
	27	-314,7	-697,5	-267,3	-697,5	-305,0	-697,5
K2	1	-158,7	-66,1	-142,4	-65,8	-156,7	-71,6
	10	145,3	-66,1	161,8	-65,8	147,5	-71,6
	13	-177,2	0,0	-177,2	0,0	-177,2	0,0
	14	-397,7	42,7	-443,9	33,5	-410,1	52,6
	23	243,3	42,7	196,0	33,5	230,6	52,6
	24	46,9	-1473,8	65,3	-1473,8	37,3	-1473,8
	25	-82,1	-1399,5	-113,8	-1399,5	-68,8	-1399,5
	26	138,4	-533,3	152,8	-533,3	165,2	-533,3
	27	-158,7	-472,5	142,4	-472,5	156,7	-472,5
K3	1	-303,2	-81,8	-251,4	-67,1	-290,6	-74,5
	10	339,0	-81,8	391,1	-67,1	351,7	-74,5
	13	-261,6	0,0	-261,6	0,0	-261,5	0,0
	14	-236,3	105,9	-241,2	86,0	-241,1	92,3
	23	67,4	105,9	62,4	86,0	62,5	92,3
	24	-41,8	-1586,3	-32,6	-1586,3	-32,5	-1586,3
	25	90,1	-1512,0	71,3	-1512,0	55,6	-1512,0
	26	64,9	-758,3	50,0	-758,3	44,4	-758,3
	27	-303,2	-697,5	-251,4	-697,5	-290,6	-697,5

### 3.1.3.4 Závěrečné porovnání výsledků

Ve všech variantách řešení podle normy EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011) bylo dosaženo většího objemu výztuže než ve variantách podle normy (ČSN 73 1201, 1986). Důvodem jsou vyšší hodnoty návrhových zatížení, které se uvažují při výpočtu meze únosnosti podle Eukokódů. Dalším důvodem jsou rozdílné hodnoty návrhových pevností jednotlivých materiálů, které jsou při výpočtu podle normy EC2 nižší. Podle EC2 je pro uvažovanou třídu betonu C16/20 návrhová pevnost  $f_{cd} = 10,7$  MPa, podle (ČSN 73 1201, 1986) pro odpovídající třídu betonu B20 je  $R_{bd} = 11,5$  MPa. Obdobně návrhová pevnost výztuže B400A podle EC2 je  $f_{yd} = 348$  MPa a podle ČSN (ocel 10 425) je  $R_{sd} = 375$  MPa.



Obr. 3.7 Vliv změny tuhosti rámu na redistribuci ohybových momentů pro kombinace zatěžovacích stavů K1, K2 a K3

### 3.1.4 Vyhodnocení

Rovnováha konstrukce pomocí MKP byla řešena na zdeformované konstrukci (zohledněny účinky teorie 2. řádu) a tuhost jednotlivých konečných prvků byla stanovena s použitím nelineárních pracovních diagramů obou materiálů a vyloučeným betonem v tahu.

Vzhledem k výpočetní technice a softwarovému vybavení tehdejší doby výpočet trval několik hodin a byl zadáván v dávkách. V mé disertační práci (Laníková, 1999) byl rám diskretizován pouze na 7 konečných prvků s 10 výztužnými typy a 11 řezy pro kontrolu podmínek spolehlivosti MSÚ. V uvedeném příkladu, který byl publikován cca o 10 let později (Štěpánek, 2010), byl stejný rám nadělen na 19 konečných prvků s 26 výztužnými typy a 23 průřezy pro kontrolu podmínek spolehlivosti.

Nadefinováním výztužných typů jsou výztuže rozděleny do skupin s délkou určenou podle konečných prvků. Toto rozdělení je možné provést (odhadnout) podle výsledků optimalizace, ve které každá vrstva výztuže v každém prvku představuje jeden výztužný typ. Tento postup byl aplikován při volbě výztužných typů ve variantě C1 a C2.

Bylo využito lineárního programování na množině reálných čísel. Pokud bychom požadovali, aby výsledné optimální plochy výztužných vrstev odpovídaly celému počtu předem daných profilů, znamenalo by to použití matematického programování na množině celých čísel. Počet omezujících podmínek by narůstal a s nimi i výpočtový čas.

Na řešené jednoduché konstrukci byla potvrzena správnost algoritmu a získaných výsledků. Srovnáním řešených příkladů bylo zdokumentováno, že i malé zásahy projektanta mají vliv na optimální řešení, což může opodstatnit a zdůvodnit využití optimalizovaného návrhu zejména u hromadně vyráběných betonových konstrukcí, případně prvků.

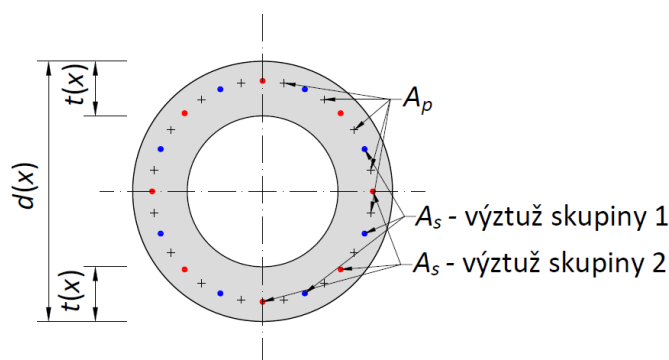
### 3.2 OPTIMALIZACE STOŽÁRU Z Odstředovaného BETONU

Je uvedena optimalizace (parametrická studie) návrhu vyztužení (ev. tloušťky stěny průřezu) předpjatého stožáru z odstředovaného betonu s použitím pravděpodobnostního přístupu vyjádření spolehlivosti (probability based method PBM). Pro porovnání je proveden také návrh metodou dílčích součinitelů spolehlivosti (partial factor method PFM).

Sloup má kónický tvar, tj. směrem k hlavě se zužuje, viz Obr. 3.9. Průřez stožáru má tvar mezikruží a může být vyztužen buď pouze předpínací výztuží, nebo kombinovanou výztuží, tj. předpínací výztuží, která je doplněna výztuží betonářskou, viz Obr. 3.8.

Předmětem optimalizace bylo:

- návrh počtu předpínací výztuže  $nk_p$  o ploše jednoho drátu  $A_p$ ,
- návrh počtu betonářské výztuže  $nk_s$  rozvržené do  $ns$  skupin o počtech prutů  $nk_{s,k}$  pro  $k = 1, 2, \dots, ns$  o ploše jednoho prutu  $A_s$ ,
- návrh tloušťky mezikruží betonového průřezu v hlavě  $t_h$  a v patě stožáru  $t_d$ .



Obr. 3.8 Průřez stožáru ve vzdálenosti  $x$  od paty stožáru, umístění a značení výztuží; předpínací výztuž  $nk_p = 16$ ; betonářská výztuž  $nk_s = 16$ ,  $ns = 2$ ,  $nk_{s,1} = 8$ ,  $nk_{s,2} = 8$

Stožáry se vyrábí v ocelových formách, a proto nelze měnit vnější průměr průřezu stožáru.

#### 3.2.1 Definice úlohy

Návrh musí splňovat podmínky spolehlivosti:

- MSÚ pro kombinaci namáhání normálovou silou a ohybovým momentem,
- MSP – omezení vzniku trhlin,
  - omezení šířky trhlin,
  - omezení průhybu hlavy stožáru,

podle zásad normy EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011), normy Betonové prefabrikáty - Stožáry a sloupy (ČSN EN 12843, 2005) a podnikové normy Odstředované betonové sloupy pro elektrická venkovní vedení do 45 kV (PNE 34 8220, 2006).

Výpočet vychází z pravděpodobnostní metody a je proveden pomocí  $n$  simulací jednotlivých realizací vektorů náhodných vstupních veličin. Pro omezení množství výpočtu byla pro generování vektorů vstupních veličin použita metoda LHS prostřednictvím programu FREeT (Novák, 2014). Tento program metodou simulovaného žíhání zajistí požadovanou

statistickou závislost či nezávislost generovaných náhodných veličin podle dopředu zadané korelační matice. Z těchto virtuálních numerických simulací byly ve vyšetřovaném řezu získány soubory hodnot funkce účinků zatížení  $E$ , odporu konstrukce  $R$  a funkce rezervy spolehlivosti  $Z$ . Parametry rozdělení získaných hodnot funkce účinků zatížení  $E$ , odporu konstrukce  $R$  a funkce rezervy spolehlivosti  $Z$  byly dále odhadnuty statistickými metodami.

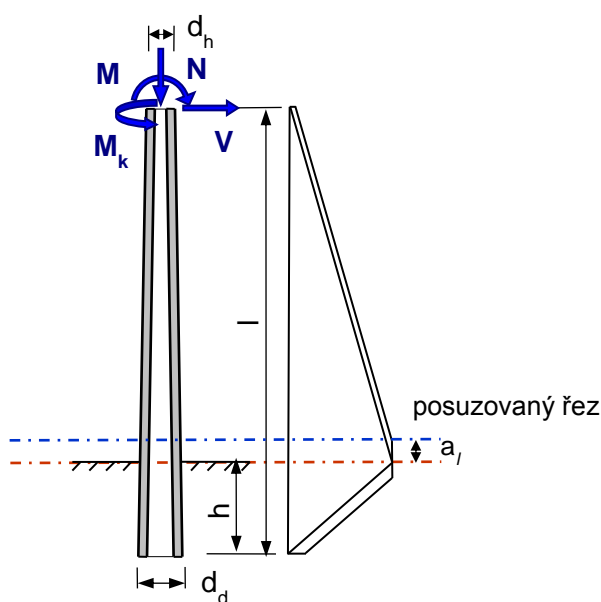
Omezující podmínky vyplývající ze spolehlivosti konstrukce MSÚ při namáhání normálovou silou a ohybovým momentem jsou vyjádřeny pomocí indexu spolehlivosti, tj. podle podmínky (2.17). Hustota pravděpodobnosti rozdělení funkce spolehlivosti  $f_z$  pro odhad střední hodnoty a směrodatné odchylky je získána aproximací histogramu funkce spolehlivosti  $Z$  vhodným statistickým rozdělením. Pro  $i$ -tou simulaci se hodnota  $Z_i$  vypočítá podle vztahu

$$Z_i = M_{R,i} - M_{E,i} \quad (3.6)$$

za předpokladu, že

$$N_{R,i} = N_{E,i}. \quad (3.7)$$

Ve vztazích (3.6) a (3.7)  $Z_i$  je hodnota funkce poruchy,  $M_{R,i}$ , resp.  $N_{R,i}$  je momentová, resp. normálová únosnost průřezu,  $M_{E,i}$ , resp.  $N_{E,i}$  je moment, resp. normálová síla od zatížení. U předpjatých prvků je v na straně zatížení zahrnuta i základní předpínací síla. Je kontrolován průřez ve vetknutí a dalších 21 průřezů po délce stožáru (stožár je nadělen na 20 stejně dlouhých dílků). V místě maximálního momentu se obvykle nepředpokládá nárůst tahových sil ve výztuži vlivem smyku, ale protože se jedná o prvek, který nemá po délce konstantní průřez (stožár je kónický), je posouzen posunutý průřez o vzdálenost  $a_l$ , viz Obr. 3.9. Veličina  $a_l$  je definovaná v normě EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011) v odstavci 9.2.1.3 pro grafický odhad nárůstu tahové síly ve výztuži od momentu vlivem smyku.



Obr. 3.9 Posun obrazce tahových sil od momentu vlivem smyku v mezním stavu únosnosti

Obdobně podmínka spolehlivosti MSP omezující průhyb stožáru v hlavě je vyjádřena pomocí (2.17). Hodnota funkce spolehlivosti pro  $i$ -tou simulaci je

$$Z_i = w_{lim,i} - w_{f,i}, \quad (3.8)$$

kde  $w_{lim,i}$  je limitní průhyb a  $w_{f,i}$  je vypočítaný průhyb pro  $i$ -tou simulaci. Výsledný soubor hodnot  $Z_i$  je statisticky zpracován a odhadnut index spolehlivosti.

Stožáry musí splňovat dle (PNE 34 8220, 2006) požadavky omezující vznik a šířku trhlin. Trhlina v tažené části průřezu vznikne, jestliže napětí v krajních vláknech průřezu  $\sigma_c$  překročí pevnost betonu v tahu  $f_{ct,eff}$

$$\sigma_c \geq f_{ct,eff}, \quad (3.9)$$

kde  $f_{ct,eff}$  je uvažována střední hodnotou pevnosti v tahu  $f_{ctm}$ , resp. střední hodnotou pevnosti betonu v tahu za ohybu  $f_{ct,fl} = \max\{(1,6 - h/100)f_{ctm}; f_{ctm}\}$ , kde  $h$  je výška průřezu v mm. Při plně pravděpodobnostním výpočtu je sledováno, zda při  $n$  jednotlivých simulacích trhlina vznikne (počet simulací, kdy vznikne porucha je  $n_f$ ), či nikoli. Tato sledovaná veličina je náhodný výběr z alternativního rozdělení  $A(p)$ . Pravděpodobnost poruchy  $p$  je dána podílem počtu poruch  $n_f$  ku počtu provedených simulací  $n$ . Pokud platí, že  $n > 30$  a očekávaná pravděpodobnost poruchy  $p < 0,1$ , lze toto rozdělení náhodné veličiny aproximovat Poissonovým rozdělením  $Po(np)$ , viz např. (Likeš, 1987, s. 87). Za pravděpodobnost vzniku poruchy byla uvažována hranice jednostranného 95% intervalu spolehlivosti parametru  $p$ . Spolehlivost lze prokázat splněním podmínky spolehlivosti (2.14). Spolehlivost lze vyjádřit také pomoví indexu spolehlivosti  $\beta$  za předpokladu normálního rozložení této sledované veličiny a podmínku (2.14) nahradit podmínkou (2.17).

Při posuzování šířky trhliny pravděpodobnostní metodou, tj. při jednotlivých simulacích v konkrétním průřezu mohou nastat případy:

- trhlina nevznikne – bezporuchový stav,
- trhlina vznikne, ale její šířka  $w_k$  nepřekročí mezní šířku  $w_{k,lim}$  – bezporuchový stav,
- trhlina vznikne a její šířka  $w_k$  překročí mezní šířku  $w_{k,lim}$  – porucha, tj.

$$w_k > w_{k,lim}. \quad (3.10)$$

Sledovaná náhodná veličina má opět alternativní rozdělení a vyhodnocení výsledku je možné provést obdobně jako při posuzování vzniku trhlin.

Vznik trhlin i šířka trhlin je sledována jak v místě maximálního momentu, tak v ostatních nadefinovaných řezech.

Směrné hodnoty indexu spolehlivosti  $\beta_0$  pro třídu spolehlivosti RC2 a referenční dobu 50 let je uveden v Tab. 3.6. Tabulka je doplněna o odpovídající hodnotu pravděpodobnosti poruchy (předpokladem je normální rozdělení sledované veličiny).



Tab. 3.6 Směrné hodnoty indexu spolehlivosti a pravděpodobnosti poruchy pro třídu spolehlivosti RC2 a referenční dobu 50 let dle (ČSN EN 1990, 2004) a (ČSN ISO 13822, 2014)

Mezní stavy:	Index spolehlivosti $\beta_0$	Pravděpodobnost poruchy $p_0$
únosnosti	3,8	$7,23 \cdot 10^{-5}$
použitelnosti - nevratné	1,5	$6,68 \cdot 10^{-2}$
použitelnosti - vratné	0	0,5

Další omezující podmínky vyplývají z omezení ploch výztuží jak předpínací, tak betonářské dle (2.28) až (2.30). Minimální vzdálenost mezi pruty z hlediska výroby, ukotvení a pospojování je definována v (PNE 34 8220, 2006) zvlášť pro průřez v patě a pro průřez ve vrcholu sloupu.

Při řešení úlohy byly zavedeny předpoklady, které odpovídají zásadám stavební mechaniky a normě EC2. Jedná se o:

- Rovnováha konstrukce je řešena na staticky určité konstrukci.
- Odolnost konstrukce při posuzování MSÚ je stanovena za předpokladů uvedených v odstavci 2.4.1. Protože je průřez kruhový a finální orientaci polohy výztuže vzhledem ke směru působícího vrcholového tahu (a tím i vnitřních sil) není možné při osazování stožáru zajistit, je při posuzování průřez posouzen pro čtyři polohy výztuží, tj. pootočení o čtvrtinu úhlové vzdálenosti mezi výztužemi. Za rozhodující je považována ta poloha, kdy je únosnost nejmenší.
- Výpočet průhybu je proveden pro tuhost konstrukce ovlivněnou vznikem trhlin s vlivem taženého betonu mezi trhlami podle teorie a vztahů uvedených v odstavci 3.3.2.5.2.

Mezní stav únosnosti je posuzován:

- ve výrobní fázi v okamžiku vnesení předpětí,
- v manipulační fázi: přemístění na skládku při působení vlastní tíhy a předpětí,
- ve fázi montáže (tj. osazení) v čase  $t = 28$  dní,
- v provozním stádiu: v čase  $t = 50$  let, tj. na konci předpokládané životnosti, pro zatížení vrcholovým tahem a předpětím.

K posouzení podle mezních stavů použitelnosti je možné měnit čas zatížení vrcholovým tahem a čas posouzení.

Návrh betonářské výztuže v sloupu je proveden tak, že v jednotlivých řezech a v místě maximálního momentu jsou dle MSÚ navrženy nutné počty přídatných prutů betonářské výztuže. Tato výztuž je rozdělena do skupin o stejné délce. Délka výztuží je pak dohledána iteračně metodou půlení intervalu mezi rozhodujícími průřezy.

### 3.2.2 Metoda řešení

Při řešení byl použit software s názvem ADC (Laníková, 2007a; 2007b), který byl speciálně vyvinut a sestaven pro navrhování těchto specifických konstrukcí podle požadavků výrobců těchto stožárů (v České republice i na Slovensku) a je těmito výrobci také používán. Software umožňuje návrh jak železobetonových stožárů, tak stožárů s předpjatou nebo

kombinovanou výztuží. Mezní stavy jsou ověřovány metodou dílčích součinitelů spolehlivosti; jedná se o:

- MSÚ při namáhání normálovou silou a ohybovým momentem; posouzení je prováděno v čase výroby, manipulace a v provozním stádiu v místech s maximálními momenty a v dalších řezech rozmístěných po výšce stožáru;
- MSP v zadaných časech, a to omezení vzniku trhlin, omezení šířky trhlin a omezení průhybu ve vrcholu stožáru.

Výsledný návrh je doplněn o schématický výkres výztuže s rozvržením délek jednotlivých výztuží a vykrytí tahových sil ve výztuži (rozdělení materiálů), viz Obr. 3.11.

První verze software ADC 1 (Laníková, 2007a) odpovídala požadavkům (ČSN 73 1201, 1986) a byla napsána v jazyce Turbo Pascal. Můj podíl na tvorbě software se týkal MSP a rozvržení délek betonářských výztuží s ohledem na vykrytí tahových sil ve výztužích a kotevní délky. Tato verze neobsahovala výkres.

Druhá verze ADC 2 (Laníková, 2007b) vznikla se zavedením Eurokódů a je v souladu s (ČSN EN 1992-1-1, 2011), normou Betonové prefabrikáty - Stožáry a sloupy (ČSN EN 12843, 2005) a podnikovou normou Odstřed'ované betonové sloupy pro elektrická venkovní vedení do 45 kV (PNE 34 8220, 2006). S ohledem na vývoj výpočetní techniky byl software vyvinut v prostředí Delphi. Některé algoritmy týkající se MSÚ, výpočtu průhybu či vzniku trhlin byly převzaty z první verze a upraveny, zatímco jiné části, jako je výpočet ztrát předpětí, výpočet šířky trhlin a výkres, byly převážně vytvořeny nově.

Tento software, primárně určený k posouzení spolehlivosti podle mezních stavů metodou dílčích součinitelů, byl upraven tak, aby jej bylo možné použít pro posouzení spolehlivosti pomocí pravděpodobnostního přístupu, tj. načítal jednotlivé realizace vektorů vstupních veličin a výsledné hodnoty ukládal do souboru. Dílčí součinitelé spolehlivosti byly nastaveny rovny jedné, modelové nejistoty byly zavedeny prostřednictvím dalších vstupních veličin (jak bude uvedeno dále). Parametry rozdělení získaných hodnot byly následně odhadnuty statistickými metodami.

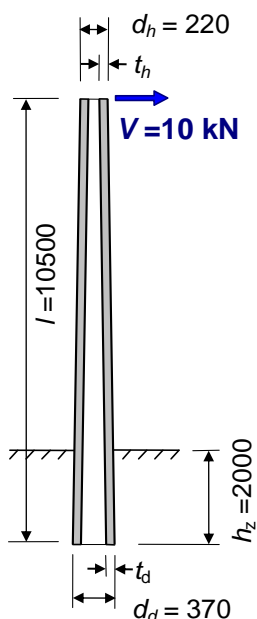
Jak již bylo uvedeno, stožáry se vyrábějí v ocelových formách, a proto nelze měnit rozměry průřezu. Výrobce používá omezený sortiment předpínací a betonářské výztuže. Oblast řešení tedy představuje diskrétní množinu o malém počtu prvků. Proto jako vhodná metoda řešení bylo zvoleno nalezení omezeného množství přípustných řešení, která budou vyhledávána v okolí řešení metodou PFM a následná optimalizace se stanovenou účelovou funkcí nad touto množinou.

### 3.2.3 Ilustrativní příklad

Do stožáru z odstřed'ovaného betonu s geometrií na Obr. 3.10 zatíženého v hlavě vrcholovou silou  $V$  byl proveden návrh výztuže metodou dílčích součinitelů spolehlivosti tak, aby byly splněny výše uvedené podmínky spolehlivosti.

Jedná se o stožár typového označení EPV 10.5/10 výrobce Sloupárna Majdaléna s.r.o. o výšce  $l = 10,5$  m a hloubce založení  $h_z = 2$  m. Průřez stožáru má tvar mezikruží, vnější

průměr stožáru v hlavě je  $d_h = 220$  mm s tloušťkou stěny 60 mm, v patě  $d_d = 370$  mm s tloušťkou stěny 70 mm. Stožár je vyroben z betonu C40/50, jako přepínací výztuž jsou použity dráty s vtisky (dále bude značeno  $\emptyset$ PN) s pevnosti 1570 MPa profilu 6 mm a betonářská výztuž B500B profilu 10 mm (dále bude ve zkratce označována  $\emptyset$ R).



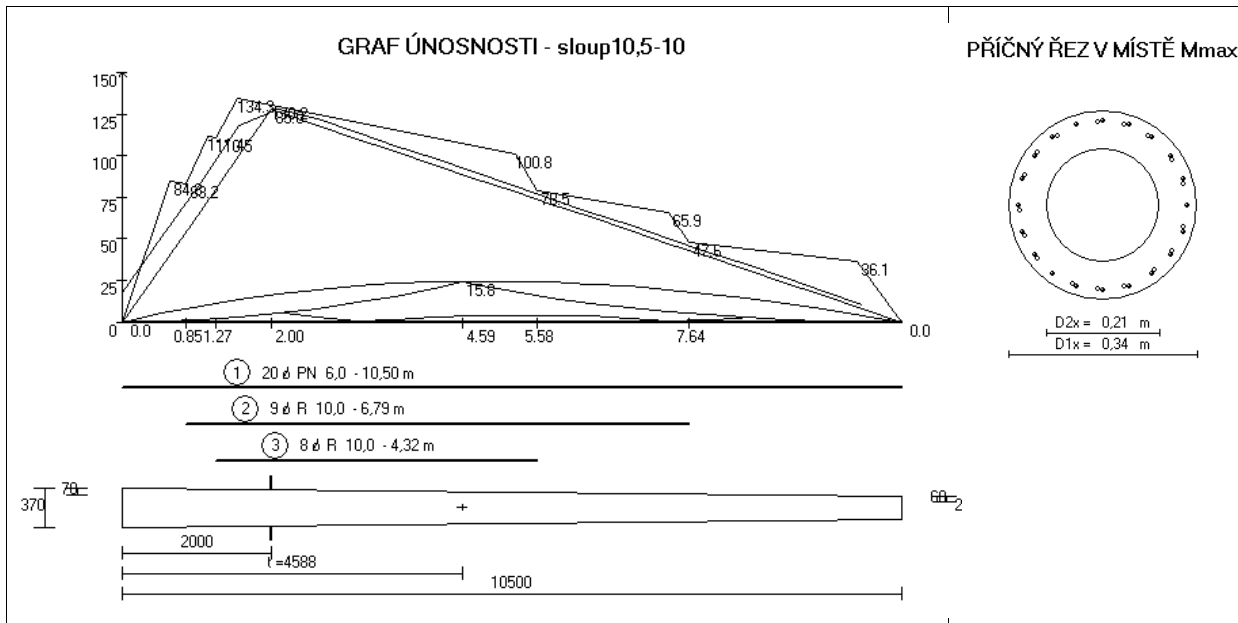
Obr. 3.10 Geometrie stožáru EPV 10.5/10 a příčný řez

Metodou dílčích součinitelů spolehlivosti bylo v kritickém průřezu (tj. v průřezu, který je od místa vetknutí posunut v důsledku působení posouvající síly) navrženo 20  $\emptyset$ PN6 (přepínací výztuž) rozmístěných v jedné řadě po obvodě stožáru a 17  $\emptyset$ R10 (betonářská výztuž) rozmístěných pravidelně v mezerách mezi předpínací výztuží (dále značeno 20 $\emptyset$ PN/17 $\emptyset$ R). Předpínací výztuž probíhá po celé délce stožáru a je kotvena v hlavě a v patě soudržností. Betonářská výztuž je navržena ve dvou délkách tak, aby doplnila předpínací výztuž jen v místech, kde předpínací výztuž nestačí pro vykrytí tahových sil ve výztuži od zatížení. Neprobíhá tedy po celé délce, ale je postupně ukončována od místa vetknutí směrem ke koncům, viz Obr. 3.11.

Návrhová hodnota účinku zatížení (momentu)  $M_{Ed} = 127,5$  kNm a návrhová hodnota momentu na mezi únosnosti  $M_{Rd} = 127,80$  kNm; platí, že  $M_{Ed} < M_{Rd}$ , návrh tedy vyhovuje s minimální rezervou. Při návrhu bylo uvažováno maximální možné předpětí ve výztuži při předpínání  $\sigma_{p,max} = 1188$  MPa.

Takto navržený stožár byl následně posouzen podle všech výše vyjmenovaných mezních stavů plně pravděpodobnostní metodou. Byly provedeny i alternativní návrhy s nižšími počty betonářských výztuží anebo s nižším počtem předpínacích drátů a stejnou betonářskou výztuží (vše za předpokladu, že se nemění vnější rozměr průřezu po výšce sloupů, který je dán rozměrem formy pro výrobu).

Za náhodné veličiny (základní) vstupující do výpočtu byly uvažovány pouze ty proměnné, které mají na spolehlivost konstrukce rozhodující vliv. Jedná se o následující materiálové a geometrické charakteristiky vypsane níže.



Obr. 3.11 Graf únosnosti sloupu EPV 10.5/10, vykrytí materiálu (výstup z výpočetního programu) a příčný řez

Beton:

- pevnost betonu v tlaku  $f_c$  [MPa] je náhodná veličina s lognormálním rozdělením s parametry, které odpovídají třídě betonu C40/50

$$f_c = \exp(N(3,856; 0,107^2)), \quad (3.11)$$

kde střední hodnota je  $\mu = 48$  MPa a směrodatná odchylka  $\sigma = 5,17$  MPa, tj.  $f_c \sim LN(48; 5,17^2)$ ,

- pevnost betonu v tahu  $f_{ct}$  [MPa]

$$f_{ct} = 0,3f_c^{2/3}Y_{fct}, \quad (3.12)$$

kde  $Y_{fct}$  je náhodná veličina s lognormálním rozdělením  $Y_{fct} \sim LN(1; 0,06^2)$ ,

- sečnový modul pružnosti  $E_c$  [GPa]

$$E_c = 10,5f_c^{1/3}Y_{Et}, \quad (3.13)$$

kde  $Y_{Et}$  je náhodná veličina s lognormální redistribucí  $E_c \sim LN(1; 0,15^2)$ ,

- mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku  $\varepsilon_{cu}$  [-]

$$\varepsilon_{cu} = f_c^{-1/6}Y_{\varepsilon_{cu}} \cdot 6 \cdot 10^{-3}, \quad (3.14)$$

kde  $Y_{\varepsilon_{cu}}$  je náhodná veličina s lognormálním rozdělením  $\varepsilon_{cu} \sim LN(1; 0,15^2)$ .

Rovnice (3.12) až (3.14) vyjadřují závislost materiálových charakteristik betonu na referenční pevnosti betonu v tlaku. Veličiny  $Y_{fct}$ ,  $Y_{Et}$  a  $Y_{\varepsilon_{cu}}$  vyjadřují další náhodné faktory proměnných  $f_{ct}$ ,  $E_c$  a  $\varepsilon_{cu}$ , které nejsou zahrnuty v pevnosti betonu v tlaku.

Betonářská výztuž:

- mez kluzu  $f_y$  [MPa] je odvozena z charakteristické meze kluzu  $f_{yk} = 500$  MPa jako náhodná veličina s normálním rozdělením  $f_y \sim N(f_{yk} + 50; 30^2)$ ,
- mezní hodnota pevnosti v tahu (tlaku)  $f_t$  [MPa] s normální redistribucí  $f_t \sim N(600; 40^2)$ ,
- mezní poměrné přetvoření výztuže v tahu (tlaku)  $\varepsilon_{su}$  [-] s normálním rozdělením  $\varepsilon_{su} \sim N(0,0565; 0,00502^2)$ ,
- plocha výztuže  $A_s$  [mm<sup>2</sup>] jednoho profilu 10 mm s normálním rozdělením  $A_s \sim N(78,5; 1,57^2)$ .

Statistická závislost jednotlivých proměnných je dána korelační maticí součinitelů korelace  $\rho_{ij}$ , které jsou uvedené v Tab. 3.7.

Tab. 3.7 Korelační matice statistické závislosti materiálových charakteristik betonářské oceli

	$\rho_{ij}$			
	$f_y$	$f_t$	$\varepsilon_{su}$	$A_s$
$f_y$	1	0,85	-0,50	0,50
$f_t$	0,85	1	-0,55	0,35
$\varepsilon_{su}$	-0,50	-0,55	1	0
$A_s$	0,50	0,35	0	1

Předpínací výztuž:

- pevnost  $f_p$  [MPa] je odvozena z charakteristické pevnosti  $f_{pk} = 1570$  MPa jako proměnná s normálním rozdělením  $f_p \sim N(1,04 \cdot f_{pk}; 40,825^2)$ ,
- modul pružnosti  $E_p$  [GPa] s normálním rozdělením  $E_p \sim N(200 \cdot f_{pk}; 4,0^2)$ ,
- mezní poměrné přetvoření předpínací výztuže v tahu  $\varepsilon_{pu}$  [-] s normálním rozdělením  $\varepsilon_{pu} \sim N(0,02; 0,0035^2)$ ,
- smluvní mez kluzu 0,1 % je uvažována dle vztahu

$$f_{p0,1} = 0,86 f_{pk}. \quad (3.15)$$

Geometrické charakteristiky:

- hloubka založení  $h_z$  [m] s normálním rozdělením  $h_z \sim N(2,0; 0,078^2)$ ,
- krytí výztuže  $c$  [m] s normálním rozdělením  $c \sim N(0,015; 0,003^2)$

Statistické parametry rozdělení většiny vybraných náhodných veličin včetně statistické závislosti byly převzaty z doporučení Joint Committee on Structural Safety (Probabilistic Model Code, 2001), tak aby výsledné distribuční funkce těchto náhodných veličin co možná nejvíce odpovídaly realitě.

Zatížení stožárů se udává vodorovnou silou (vrcholovým tahem) působící v hlavě stožáru. Pro posuzovaný sloup je daná charakteristická hodnota vrcholové síly  $V = 10$  kN (zahrnuje jednak tahy od vedení kabelů, klimatická zatížení jako tlak větru a námrazu). Pro prezentovaný příklad byla uvažována hodnota vrcholové síly se statistickými parametry

rozdělení  $V \sim LN(5,5; 2,75^2)$ . Je předpokládáno, že tyto statistické parametry jsou stanoveny k celkové době životnosti stožáru.

Podle doporučení (Probabilistic Model Code, 2001) v souladu s (ČSN ISO 2394, 2003) jsou do výpočtu spolehlivosti konstrukce  $R$  zahrnuty i nejistoty modelu odolnosti konstrukce (při výpočtu momentové únosnosti v průřezu namáhaného normálovou silou) pomocí náhodné proměnné  $\theta_R$

$$R = \theta_R R'(X_1, \dots, X_n) \quad (3.16)$$

a obdobně i pro výpočet účinků zatížení  $E'$  pomocí náhodné proměnné  $\theta_E$

$$E = \theta_E E'(X_1, \dots, X_n), \quad (3.17)$$

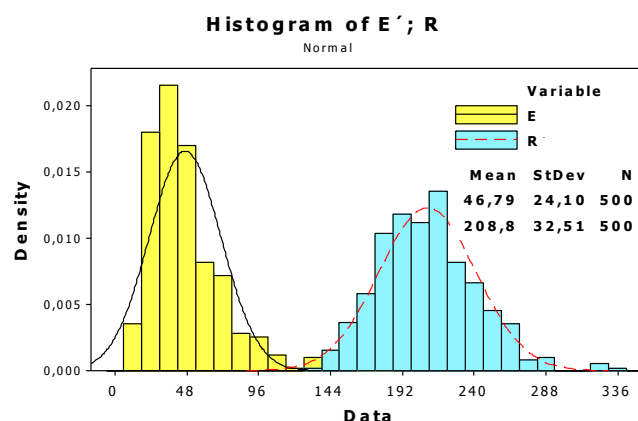
kde  $R'$ , ev.  $E'$  je rezerva únosnosti, ev. účinek zatížení (bez vlivu nejistot modelu odolnosti konstrukce, ev. výpočtu účinků zatížení) a  $X_1, \dots, X_n$  je formální zápis proměnných (deterministických nebo stochastických) vyjadřujících materiálové charakteristiky, geometrii a zatížení, viz kapitola 2.3.2.1.

Statistické parametry lognormálního rozdělení proměnných  $\theta_R \sim LN(1,2; 0,18^2)$  a  $\theta_E \sim LN(1,0; 0,10^2)$  jsou převzaty z doporučení (Probabilistic Model Code, 2001), protože je nebylo možné blíže stanovit.

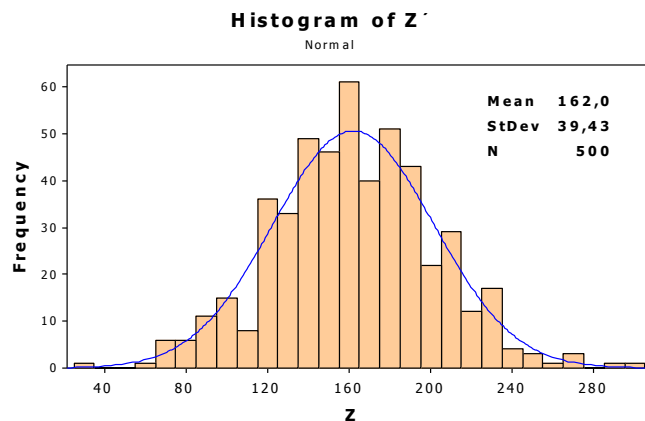
### 3.2.3.1 Posouzení podle MSÚ

Z hlediska mezního stavu únosnosti byl plně pravděpodobnostní metodou posouzen kritický průřez v místě vetknutí (posunutý v důsledku působení posouvající síly). Ostatní průřezy po délce stožáru byly navrženy se stejnou spolehlivostí a dohledány délky prutů.

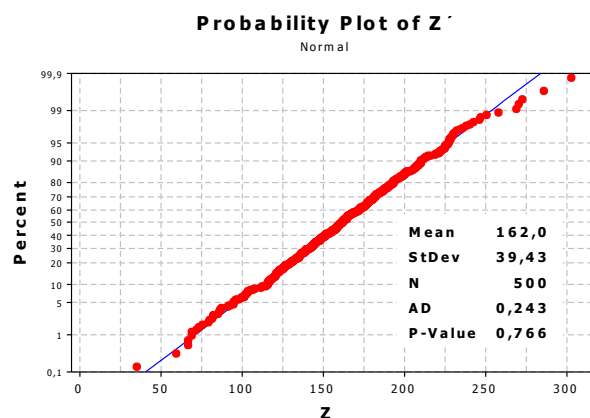
Soubory hodnot funkce účinku zatížení  $E$ , odporu konstrukce  $R$  a funkce rezervy spolehlivosti  $Z$  byly získány z 500 simulací dle vztahu (3.6) za předpokladu splnění (3.7). O souboru hodnot funkce rezervy spolehlivosti lze předpokládat, že má normální rozdělení (test normality dat viz Obr. 3.14). Odhady středních hodnot a směrodatných odchylek odporu konstrukce  $R$  a účinků zatížení  $E$  jsou uvedeny v grafech na Obr. 3.12 a funkce rezervy spolehlivosti  $Z$  na Obr. 3.14.



Obr. 3.12 Histogram a hustota pravděpodobnosti účinku zatížení  $E$  a odporu konstrukce  $R$



Obr. 3.13 Histogram a hustota pravděpodobnosti rezervy spolehlivosti Z



Obr. 3.14 Test normality funkce poruchy Z

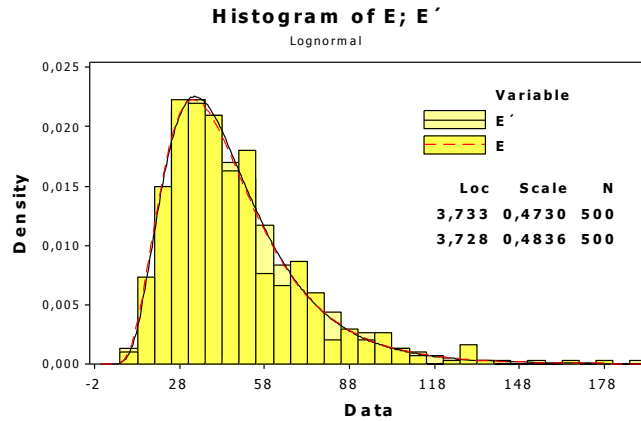
Index spolehlivosti podle vztahu (2.15) pro normální rozdělení rezervy spolehlivosti  $Z$  s parametry  $N(162,0; 39,43^2)$  je  $\beta = 4,109$  a pravděpodobnost poruchy je  $p_f = 1,99 \cdot 10^{-5}$ . Podle Eurokódu (ČSN EN 1990, 2004) lze stožár zařadit do třídy spolehlivosti RC2, pro kterou je doporučena minimální hodnota indexu spolehlivosti pro mezní stavy únosnosti a referenční dobu 50 let  $\beta = 3,8$ . Z tohoto důvodu je možné plně pravděpodobnostní metodou navrhnout konstrukci úsporněji.

V následujících dvou odstavcích je dokumentován vliv zavedení modelových nejistot a vliv změny statistických parametrů rozdělení zatížení.

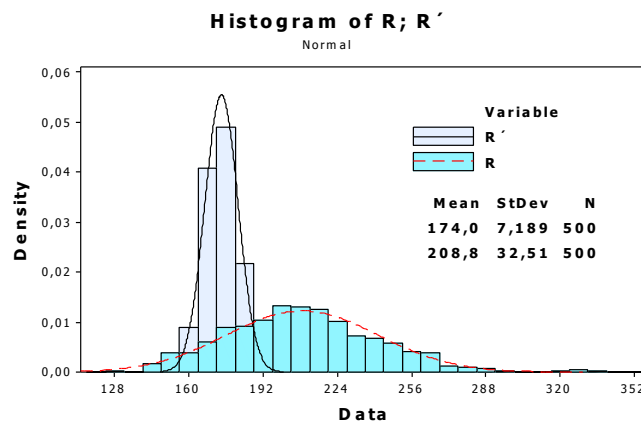
### 3.2.3.1.1 Vliv zavedení nejistot modelu odolnosti a výpočtu vnitřních sil

Na Obr. 3.15 a Obr. 3.16 je zobrazen vliv nejistot modelu odporu průřezu  $\theta_R$  a zatížení  $\theta_E$  na hustotu pravděpodobnosti odporu konstrukce  $R$  a účinků zatížení  $E$  podle vztahů (3.16) a (3.17) včetně odhadu statistických parametrů rozdělení.

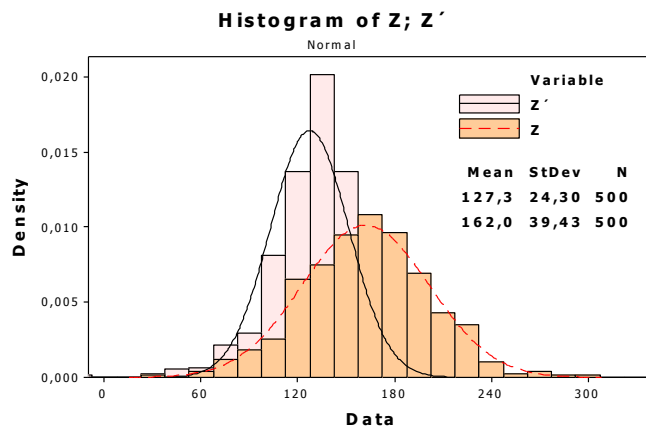
Obr. 3.17 pak dokumentuje změnu rozložení rezervy spolehlivosti  $Z'$  (bez modelových nejistot) a  $Z$  (s vlivem modelových nejistot). Rezervě spolehlivosti  $Z'$  odpovídá index spolehlivosti  $\beta = 5,237$ , u rezervy spolehlivosti poruchy  $Z$  s vlivem modelových nejistot poklesl index spolehlivosti na hodnotu  $\beta = 4,109$ .



Obr. 3.15 Histogram a hustota pravděpodobnosti účinku zatížení  $E$  a  $E'$



Obr. 3.16 Histogram a hustota pravděpodobnosti odolnosti  $R$  a  $R'$



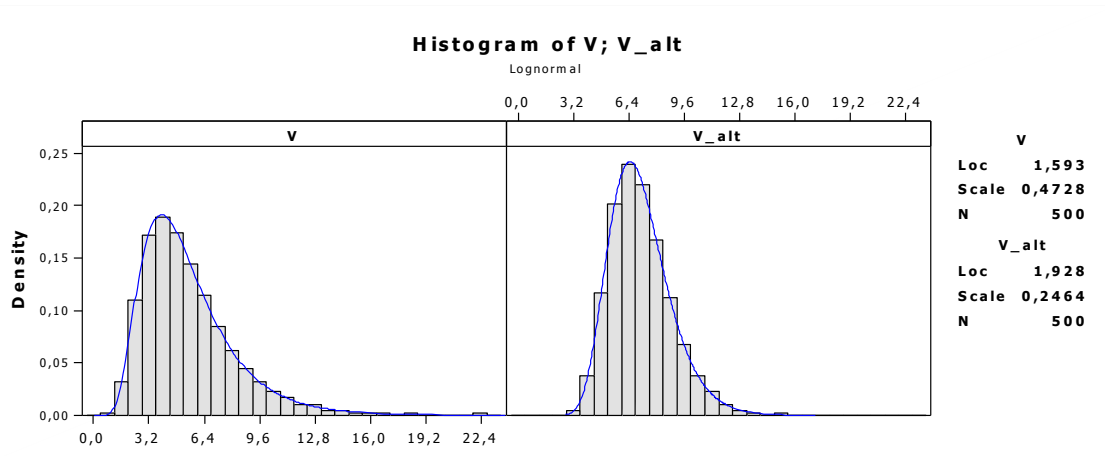
Obr. 3.17 Histogram a hustota pravděpodobnosti rezervy spolehlivosti  $Z$  a  $Z'$

### 3.2.3.1.2 Vliv parametrů rozdělení distribuční funkce zatížení na index spolehlivosti

Alternativně bylo uvažováno zatížení s nižším variačním součinitelem (s hustotou pravděpodobnosti a parametry lognormálního rozložení viz Obr. 3.18 označené jako  $V_{alt}$  (Laníková, 2010c). Obě zatížení,  $V$  s variačním součinitelem  $C.o.V. = 0,50$  a  $V_{alt}$  s variačním součinitelem  $C.o.V. = 0,25$ , splňují předpoklad, že charakteristická hodnota zatížení vrcholovou silou 10 kN je 95% kvantil uvažovaného rozdělení. Liší se velikostí



směrodatné odchylky a střední hodnotou. Rozdělení proměnné  $V_{alt}$  je lognormální se střední hodnotou  $\mu = 7,09$  a směrodatnou odchylkou  $\sigma = 1,77$ .



Obr. 3.18 Histogram a hustota pravděpodobnosti zatížení  $V$  a  $V_{alt}$

Výsledné hodnoty indexů spolehlivosti pro obě rozložení hustoty pravděpodobnosti zatížení jsou uvedeny v Tab. 3.8.

Tab. 3.8 Srovnání indexů spolehlivosti pro zatížení  $V$  a  $V_{alt}$

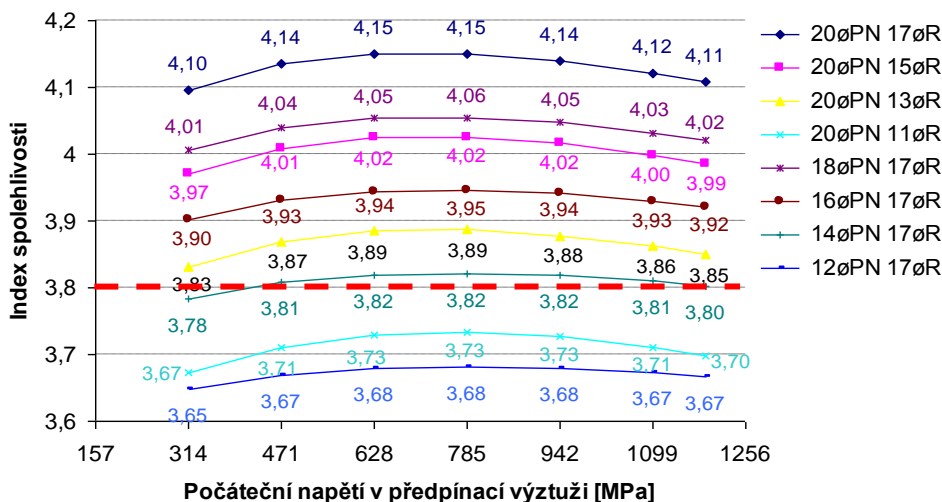
Označení zatížení	Index spolehlivosti	
	s uvažováním nejistot $\theta_R$ a $\theta_E$	bez uvažování nejistot $\theta_R$ a $\theta_E$
V	4,109	5,237
$V_{alt}$	4,078	6,885

Pro výpočet indexu spolehlivosti pro  $V_{alt}$  byly vektory realizací jednotlivých vstupních veličin generovány nově.

### 3.2.3.1.3 Vyhodnocení výsledků posouzení stožáru plně pravděpodobnostní metodou

Vzhledem k specifickému tvaru průřezu (mezikruží) a pravidelnému vyztužení po obvodě stožáru vychází při nižší hodnotě počátečního napětí v přepínací výztuži hodnota indexu spolehlivosti vyšší ( $\beta = 4,15$  pro  $\sigma_p = 628$  MPa) než pro maximální přípustné napětí ( $\beta = 4,11$  pro  $\sigma_{p,max} = 1188$  MPa), na které je zvykem předpínat (viz graf na Obr. 3.19). Znamená to, že rezerva únosnosti při nižší hodnotě počátečního napětí v předpínací výztuži je větší než při maximální přípustné hodnotě počátečního napětí.

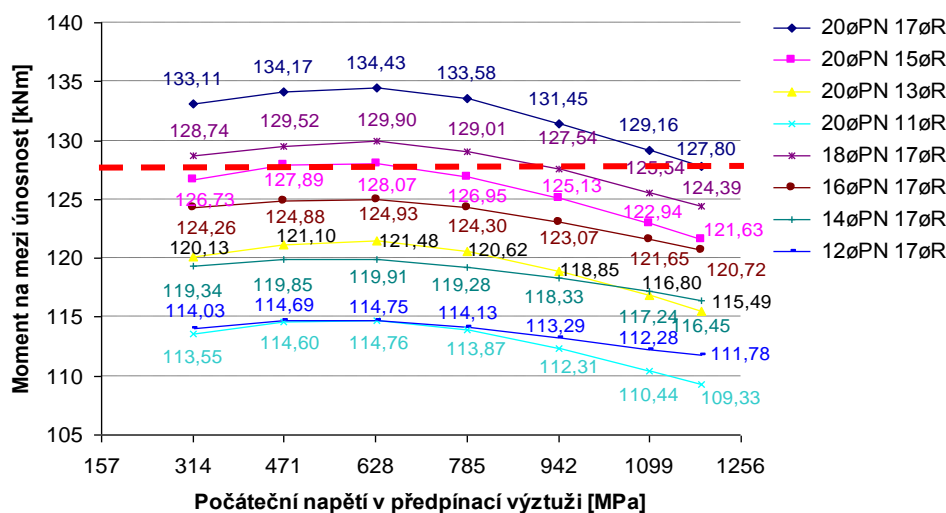
V grafu na Obr. 3.19 je vynesena i závislost indexu spolehlivosti na počátečním předpětí pro jiné počty přepínací a betonářské výztuže. Z grafu je zřejmé, že pro nastavené statistické parametry návrhových veličin posuzovaný průřez (konstrukce) vyhoví z hlediska spolehlivosti MSÚ při použití plně pravděpodobnostní metody i při menším počtu výztuží. Například snížením počtu betonářské výztuže ze 17 ks na 13 ks při zachování stejného počtu předpínací výztuže (20 ks) se sníží index spolehlivosti na hodnotu 3,85, ale při nižší úrovni počátečního napětí  $\sigma_p = 785$  MPa index spolehlivosti vzroste na 3,89.



Obr. 3.19 Index spolehlivosti (PBM) v závislosti na počtu vložek předpínací a betonářské výztuže a na počátečním předpětí v předpínací výztuži

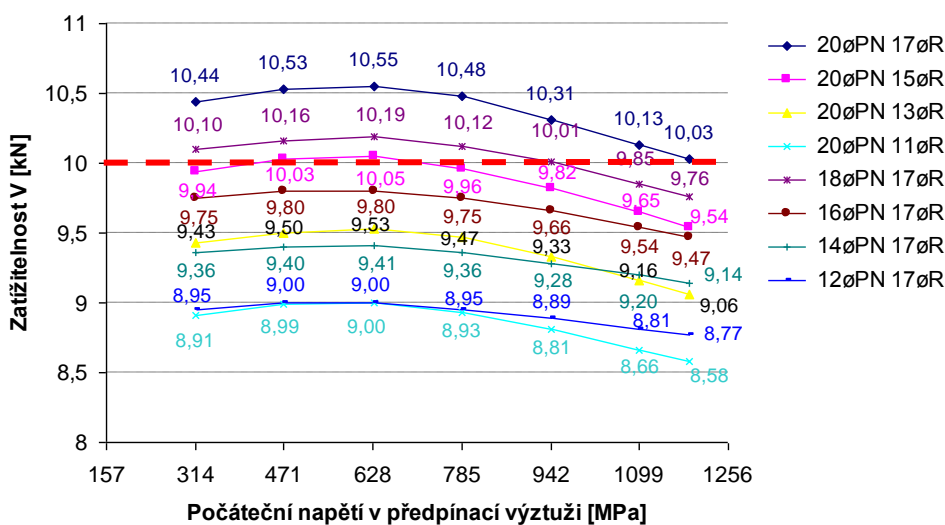
Z grafu na Obr. 3.19 je zřejmé, že podle plně pravděpodobnostní metody vyhoví všechny návrhy výztuže, jejichž křivky se nacházejí v grafu nad směrnou hodnotou indexu spolehlivosti  $\beta = 3,8$  (označeno červenou čárkovanou čarou).

Na Obr. 3.20 jsou uvedeny hodnoty mezní momentové únosnosti v kritickém průřezu, které jsou stanoveny metodou dílčích součinitelů spolehlivosti. Návrhová hodnota momentu od zatížení je  $M_{Ed} = 127,5$  kNm. Podle metody dílčích součinitelů spolehlivosti tedy vyhoví jen ty návrhy, jejichž křivky popisující momentovou únosnost se nacházejí nad touto hodnotou momentu  $M_{Ed}$  (označeno červenou čárkovanou čarou).



Obr. 3.20 Mezní únosnost (PFM) v závislosti na počtu vložek předpínací a betonářské výztuže a na počátečním předpětí v předpínací výztuži

Na Obr. 3.21 je uvedena zatížitelnost stožáru vrcholovým tahem stanovená metodou dílčích součinitelů spolehlivosti pro dané vyztužení a velikost počáteční přepětí v přepínací výztuži. Konstrukce byla navržena na charakteristickou hodnotu vrcholového tahu 10 kN. Hranice je opět zvýrazněna červenou čárkovanou čarou.



Obr. 3.21 Zatížitelnost (PFM) v závislosti na počtu vložek předpínací a betonářské výztuže a na počáteční předpětí v předpínací výztuži

### 3.2.3.2 Posouzení podle MSP

Byly vyhodnocovány pouze varianty, které vyhovely podmínce spolehlivosti MSÚ podle pravděpodobnostní metody.

#### 3.2.3.2.1 Průhyb

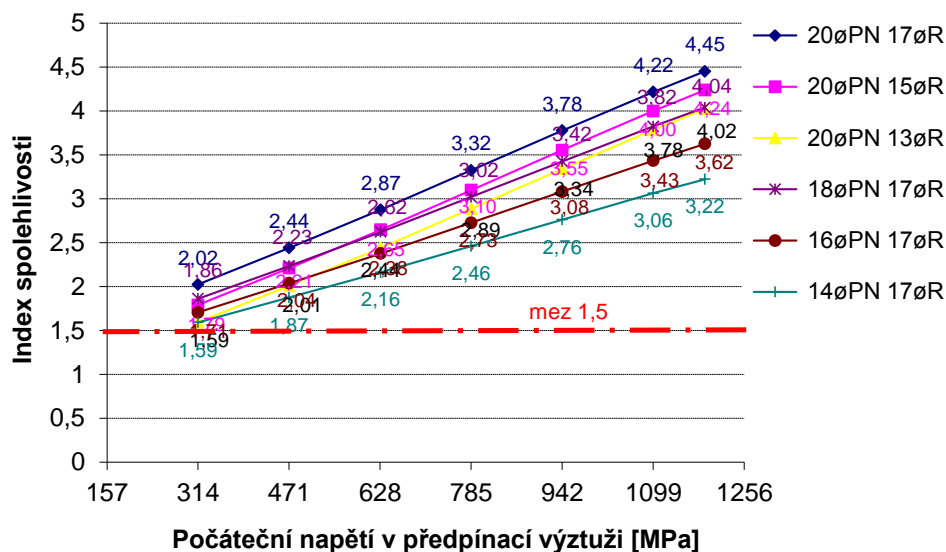
Při posuzování průhybu stožáru od zatížení vrcholovou silou  $V$  působící v hlavě stožáru bylo postupováno obdobně jako při posudku stožáru na MSÚ. Funkce poruchy je definována ve vztahu (3.8). Mezní průhyb  $w_{lim}$  je dle (PNE 34 8220, 2006) dán 4 % z vyložené části stožáru, tj. 0,340 m. Metodou dílčích součinitelů spolehlivosti byl pro navržený stožár spočítán krátkodobý průhyb v čase 28 dní po zhotovení prvku v souladu s (PNE 34 8220, 2006)  $w = 0,166$  m.

Plně pravděpodobnostní metodou bylo provedeno opět 500 simulací. Získaný soubor výsledků byl aproximován normálním rozdělením se střední hodnotou 0,076 mm a směrodatnou odchylkou 0,059 mm.

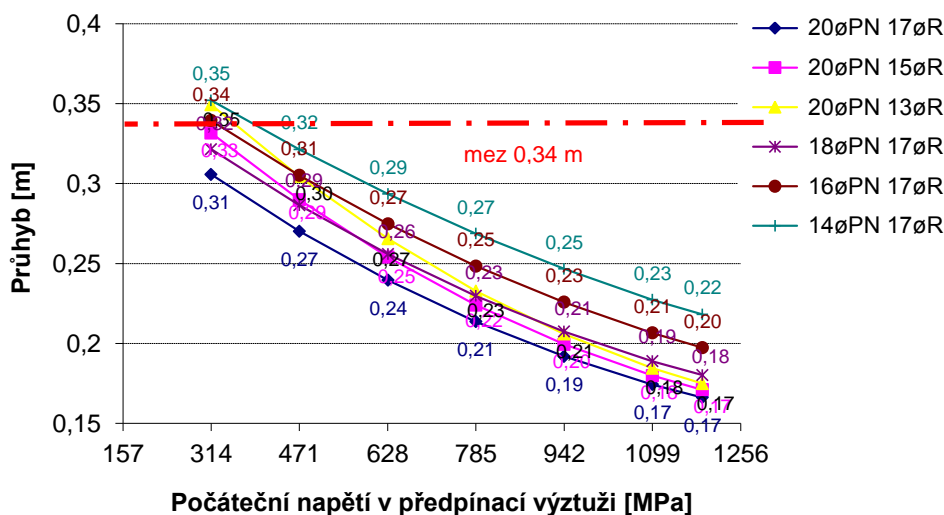
Index spolehlivosti pro průhyb je 4,45, což splňuje podmínku spolehlivosti mezní stavy použitelnosti (třída spolehlivosti RC2 a referenční doba 50 let), která je daná hodnotou 1,5 (pravděpodobnost poruchy 0,0668). Při posouzení podle této metody vyhoví všechny posuzované alternativní návrhy, viz Obr. 3.22.

Z grafu na Obr. 3.23 je zřejmé, že i při posouzení podle metody dílčích součinitelů spolehlivosti navržený stožár vyhoví a vyhoví i všechny alternativní návrhy (kromě některých při nízké hodnotě předpínací síly).

Z uvedeného vyplývá, že výsledek podle metody dílčích součinitelů spolehlivosti podhodnocuje spolehlivost podle plně pravděpodobnostní metody, která blíže odpovídá realitě.



Obr. 3.22 Index spolehlivosti stanovený pro průhyb (PBM) v závislosti na počtu vložek předpínací a betonářské výztuže a na počátečním předpětí v předpínací výztuži



Obr. 3.23 Průhyb (PFM) v závislosti na počtu vložek předpínací a betonářské výztuže a na počátečním předpětí v předpínací výztuži

### 3.2.3.2.2 Vznik trhlin

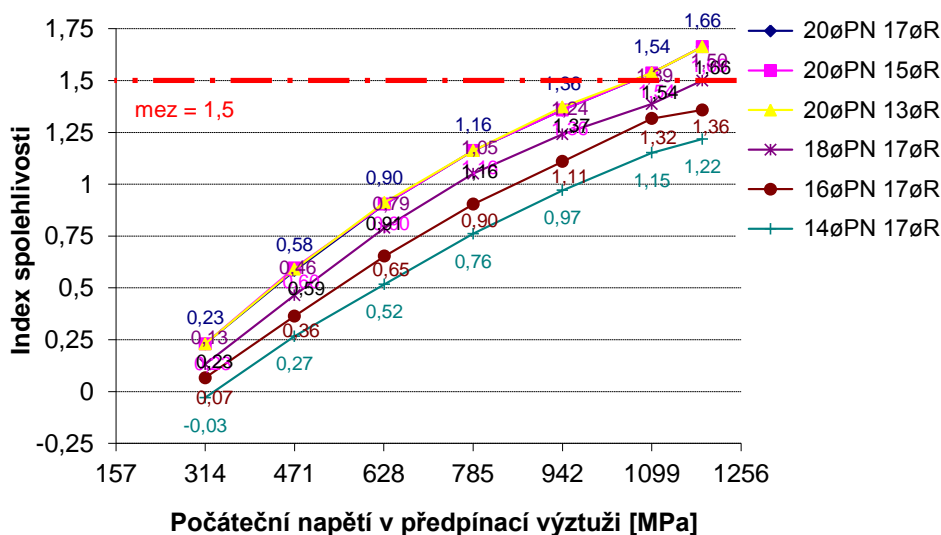
U stožárů s kombinovanou výztuží (předpínací i betonářskou) je dle (PNE 34 8220, 2006) požadováno, aby při zatížení vrcholovou silou o velikosti  $0,5 V$  (tj. 5 kN) nevznikaly trhliny v žádném místě po délce stožáru. Kontrola vzniku trhlin byla provedena ve 20 předem nadefinovaných průřezích po délce stožáru včetně místa s maximálním momentem. Při použití metody dílčích součinitelů spolehlivosti navržený stožár 20øPN/17øR vyhoví.

Porucha - vznik trhliny je nevratným mezním stavem použitelnosti, pro který je předepsaná hodnota indexu spolehlivosti  $\beta_0 = 1,5$  (odpovídající pravděpodobnost poruchy  $p_0 = 0,0668$ ). Očekávaná pravděpodobnost poruchy je  $p < 0,1$  a počet simulací  $n > 30$ , lze proto alternativní rozdělení aproximovat Poissonovým rozdělením  $Po(np)$ , jak je uvedeno v odstavci 3.2.1.

Největší pravděpodobnost vzniku poruchy nastala v místě vetknutí stožáru, tj. v místě maximálního momentu. Z grafu na obr. Obr. 3.24 je zřejmé, že podle této metody vyhoví stožáry s 20 $\emptyset$ PN a 17, 15 nebo 13 $\emptyset$ R (pro  $\sigma_{p,max}$  a  $\sigma_p = 1099$  MPa) a stožár s 18 $\emptyset$ PN/17 $\emptyset$ R (pouze pro  $\sigma_{p,max}$ ).

Podle metody dílčích součinitelů spolehlivosti z alternativních návrhů stožárů vyhoví stejné stožáry jako při použití předchozí metody pro počáteční napětí v předpínací výztuži  $\sigma_{p,max} = 1188$  MP a  $\sigma_p = 1099$  MPa, viz Tab. 3.9. Ostatní návrhy nevyhoví.

Obě metody výpočtu vykazují stejnou spolehlivost.



Obr. 3.24 Index spolehlivosti omezení vzniku trhlin (PBM) v závislosti na počtu předpínací a betonářské výztuže a na počátečním předpětí v předpínací výztuži

Tab. 3.9 Vznik trhliny (PFM) v závislosti na počtu předpínací a betonářské výztuže a počátečním předpětí v předpínací výztuži

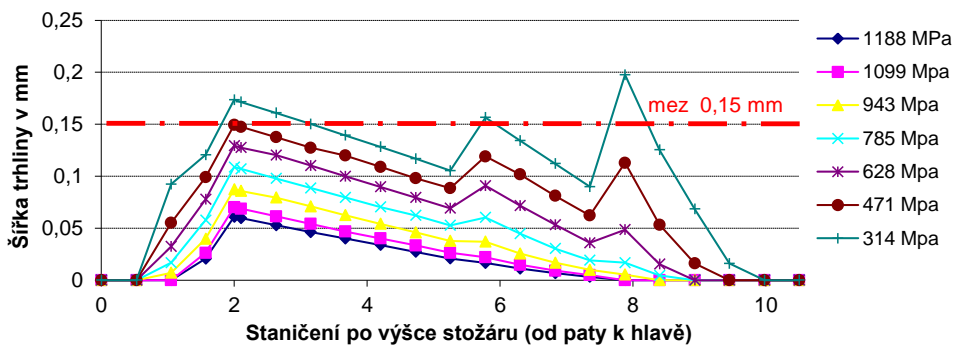
$\sigma_p$ [MPa]	20 $\emptyset$ PN 17 $\emptyset$ R	20 $\emptyset$ PN 15 $\emptyset$ R	20 $\emptyset$ PN 13 $\emptyset$ R	20 $\emptyset$ PN 11 $\emptyset$ R	18 $\emptyset$ PN 17 $\emptyset$ R	16 $\emptyset$ PN 17 $\emptyset$ R	14 $\emptyset$ PN 17 $\emptyset$ R	12 $\emptyset$ PN 17 $\emptyset$ R
1188	0	0	0		0	1	1	
1099	0	0	0		0	1	1	
942	1	1	1		1	1	1	
785	1	1	1		1	1	1	
629	1	1	1		1	1	1	
471	1	1	1		1	1	1	
314	1	1	1		1	1	1	

Poznámka: číslo 0 znamená, že nevznikne trhlina, číslo 1, že vznikne trhlina

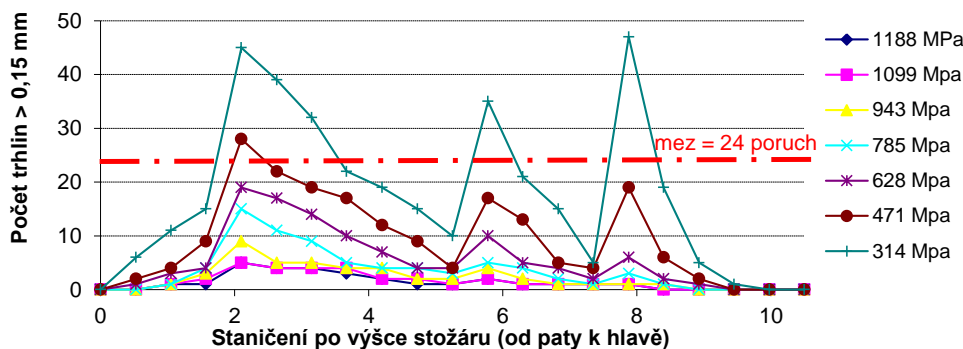
### 3.2.3.2.3 Omezení šířky trhlin

Z důvodu zamezení vzniku koroze výztuže je u stožáru s kombinovanou výztuží omezena šířka trhlin při působení plné vrcholové síly na hodnotu  $w_{k,lim} = 0,15$  mm. U posuzovaného stožáru pro  $\sigma_{p,max} = 1188$  MPa nejširší trhlina vznikla v místě maximálního momentu o šířce  $w_k = 0,061$  mm. Při nižším počátečním napětím v předpínací výztuži pak trhliny s největší šířkou vznikly v místech, kde byly ukončeny pruty betonářské výztuže, viz Obr. 3.25.

Při posuzování šířky trhliny pravděpodobnostní metodou o celkové spolehlivosti rozhodovaly průřezy s největší pravděpodobnosti vzniku poruchy, viz například Obr. 3.26, kde je zobrazen počet poruch (překročení šířky trhlin) pro stožár 20ØPN/17ØR. Aby byla splněna podmínka spolehlivosti (2.14) pro pravděpodobnost vzniku poruchy  $p_0 = 0,0668$  je limitní počet trhlin  $n_f = 24$  na 500 provedených simulací.

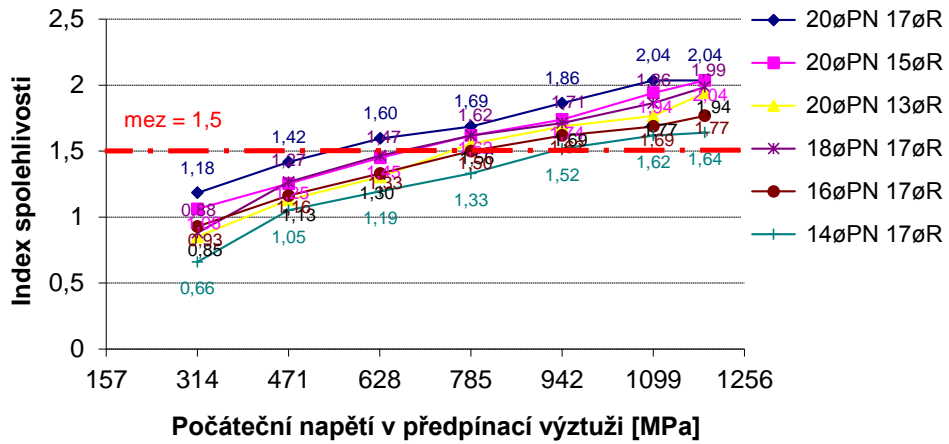


Obr. 3.25 Šířka trhlin při zatížení V po délce stožáru 20ØPN6/17ØR

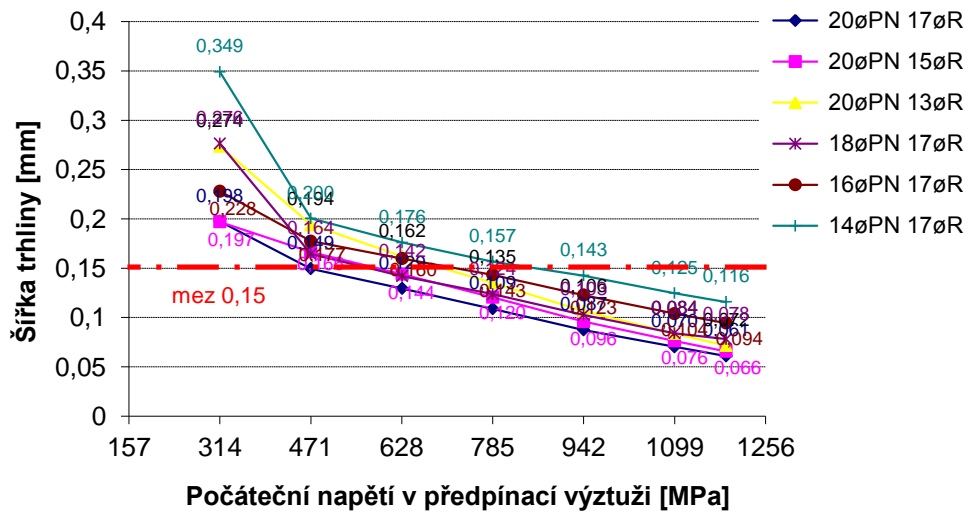


Obr. 3.26 Počet  $n_f$  (trhlin s šířkou  $> 0,15$ mm) při zatížení V po délce stožáru 20ØPN6/17ØR

Z výsledných grafů na Obr. 3.27 a Obr. 3.28 vyplývá, že spolehlivost stožáru stanovená podle obou metod je přibližně stejná a nevykazuje významné rozdíly.



Obr. 3.27 Index spolehlivosti (šířka trhlin) (PBM) v závislosti na počtu předpínací a betonářské výztuže a počátečním předpětí v předpínací výztuži



Obr. 3.28 Šířka trhlin (PFM) v závislosti na počtu předpínací a betonářské výztuže a počátečním předpětí v předpínací výztuži

### 3.2.3.3 Shrnutí výsledků

Výsledky posouzení stožáru s výše uvedenými variantami vyztužení jsou shrnuty v Tab. 3.10.

Tab. 3.10 Shrnutí výsledků

Metoda	Pravděpodobnostní metoda				Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti			
	MSÚ	MSP			MSÚ	MSP		
Veličina	N + M	Průhyb	Vznik trhlin	Šířka trhlin	Zatížitelnost	Průhyb	Vznik trhlin	Šířka trhlin
Mezní hodnota	$\beta$	$\beta$	$p_f$	$p_f$	V [kN]	f [mm]		w [mm]
	3,8	0	0,0668	0,0668	10	340,00	ne	0,150
20øPN/17øR	<b>4,11</b>	<b>4,45</b>	<b>0,0482</b>	<b>0,0209</b>	<b>10,03</b>	<b>166,20</b>	<b>ne</b>	<b>0,061</b>
20øPN/15øR	<b>3,99</b>	<b>4,23</b>	<b>0,0482</b>	<b>0,0209</b>	9,54	<b>170,95</b>	<b>ne</b>	<b>0,066</b>
20øPN/13øR	<b>3,85</b>	<b>4,02</b>	<b>0,0482</b>	<b>0,0261</b>	9,06	<b>174,87</b>	<b>ne</b>	<b>0,072</b>
20øPN/11øR	3,70	-	-	-	8,58	-	-	-
18øPN/17øR	<b>4,02</b>	<b>4,04</b>	<b>0,0668</b>	<b>0,0236</b>	9,76	<b>180,17</b>	<b>ne</b>	<b>0,078</b>
16øPN/17øR	<b>3,92</b>	<b>3,62</b>	0,0873	<b>0,0386</b>	9,47	<b>197,33</b>	ano	<b>0,094</b>
14øPN/17øR	<b>3,80</b>	<b>3,22</b>	0,1117	<b>0,0506</b>	9,14	<b>218,15</b>	ano	<b>0,116</b>
12øPN/17øR	3,67	-	-	-	8,77	-	-	-

Poznámka: Zvýrazněné hodnoty splňují požadované podmínky spolehlivosti

Při posouzení metodou dílčích součinitelů spolehlivosti vyhověl pouze stožár vyztužený 20øPN/17øR, zatímco metodou založenou na pravděpodobnostním přístupu vyhoví čtyři z uvedených variant. Z nich lze jako „nejlepší“ vybrat dvě varianty, jednu s nejmenším počtem betonářské výztuže, tj. 20øPN/13øR, a druhou s nejmenším počtem předpínací výztuže, tj. 18øPN/17øR.

Uvedené výsledky byly, mimo již citované práce, publikované v (Laníková, 2009; 2010b).

### 3.2.3.4 Optimalizace 1

Při posuzování vhodnosti provedení návrhu lze vzít na zřetel hlediska ekonomická a environmentální (pořizovací náklady, spotřebovanou energii a vzniklé emise CO<sub>2</sub> a SO<sub>2</sub> spojené s výrobou betonového prvku). Vzniklou multikriteriální úlohu je možné řešit metodou vážených součtů. Účelová funkce zohledňující tyto aspekty vztažená na jeden stožár pak může mít např. tvar

$$f(x) = \alpha_P \frac{P(x)}{{}_0P} + \alpha_{CO} \frac{CO_2(x)}{{}_0CO_2} + \alpha_{SO} \frac{SO_2(x)}{{}_0SO_2} + \alpha_{PE} \frac{E(x)}{{}_0E}, \quad (3.18)$$

kde použité symboly znamenají:

$P(x)$  pořizovací náklady

$$P(x) = V_c U_P^c + m_s U_P^s + m_w U_P^w, \quad (3.19)$$



$CO_2(x)$  množství emisí  $CO_2$

$$CO_2(x) = V_c U_{CO}^c + m_s U_{CO}^s + m_w U_{CO}^w, \quad (3.20)$$

$SO_2(x)$  množství emisí  $SO_2$

$$SO_2(x) = V_c U_{SO}^c + m_s U_{SO}^s + m_w U_{SO}^w, \quad (3.21)$$

$E(x)$  spotřebovanou energii

$$E(x) = V_c U_E^c + m_s U_E^s + m_w U_E^w \quad (3.22)$$

a  ${}^0P$  (nebo  ${}^0CO_2$ ,  ${}^0SO_2$ ,  ${}^0E$ ) jsou uživatelem nastavené referenční hodnoty pro pořizovací náklady (nebo množství emisí  $CO_2$ ,  $SO_2$ , spotřebovanou energii),  $\alpha_P$  (nebo  $\alpha_{CO}$ ,  $\alpha_{SO}$ ,  $\alpha_E$ ) jsou váhy v účelové funkci (3.18) pro  $P(x)$  (nebo emise  $CO_2(x)$  a  $SO_2(x)$ , spotřebovanou energii  $E(x)$ ).  $V_c$  je objem betonu,  $m_s$  ( $m_w$ ) hmotnost betonářské oceli (přepínací výztuže),  $U_P^c$ ,  $U_P^s$ ,  $U_P^w$  je jednotková cena betonu, betonářské a přepínací oceli,  $U_E^c$ ,  $U_E^s$ ,  $U_E^w$  je spotřebovaná energie na jednotku betonu, betonářské a přepínací výztuže,  $U_{CO}^c$ ,  $U_{CO}^s$ ,  $U_{CO}^w$  je množství emisí  $CO_2$  vztažené na jednotku vyprodukovaného betonu, betonářské a předpínací výztuže,  $U_{SO}^c$ ,  $U_{SO}^s$ ,  $U_{SO}^w$  množství emisí  $SO_2$  vztažené na jednotku vyprodukovaného betonu, betonářské a předpínací výztuže.

Účelová funkce (3.18) byla vyhodnocena pro navržené stožáry uvedené v Tab. 3.10, které podle pravděpodobnostního přístupu vyhovely všem podmínkám spolehlivosti a představují přípustná řešení. Bylo uvažováno pět variant hodnot váhových koeficientů podle Tab. 3.11 a jednotkové cenové a environmentální dopady použitých materiálů podle Tab. 3.12.

Tab. 3.11 Varianty hodnot váhových koeficientů

Varianta	v1	v2	v3	v4	v5
$\alpha_P$	1	0	0	0	0,5
$\alpha_{CO}$	0	1	0	0	0,167
$\alpha_{SO}$	0	0	1	0	0,167
$\alpha_E$	0	0	0	1	0,167

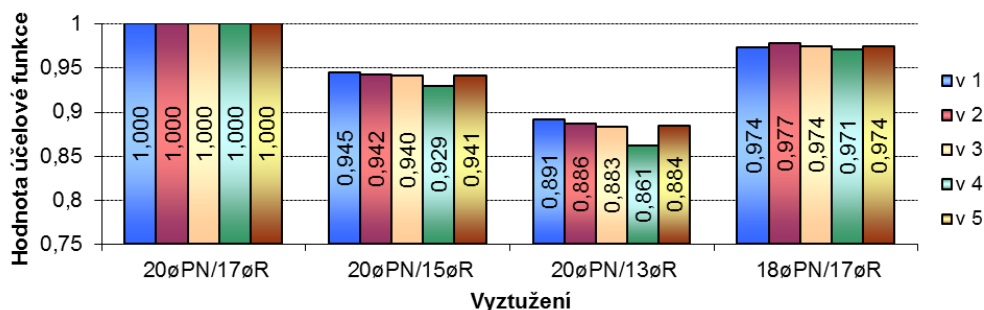
Tab. 3.12 Jednotkové ceny a environmentální dopady stavebních materiálů

Materiál	Spotřebovaná energie [MJ/kg]	Emise		Cena	
		$CO_2$ [kg $CO_2$ /kg]	$SO_2$ [g $SO_2$ /kg]		
Beton C40/50	0,8	0,13	0,5	2385	CZK/m <sup>3</sup>
Betonářská výztuž	49	3,2	14,6	23,7	CZK/kg
Předpínací výztuž	55	3,5	17	30	CZK/kg

Z grafu na Obr. 3.29 vyplývá, že pro všech pět variant váhových koeficientů vychází nejpříznivěji (minimální) hodnota účelové funkce u stožáru s výztuží 20øPN/13øR. Tento stožár splňuje podmínky spolehlivosti pouze při použití pravděpodobnostního přístupu realizovaného simulační metodou. Tento návrh je o 11 až 14 % úspornější v závislosti

na posuzované variantě nastavených váhových koeficientů oproti stožáru s výztuží 20øPN/17øR, který jako jediný vyhověl podle metody dílčích součinitelů spolehlivosti (a jehož cena a environmentální dopady byly při vyhodnocení účelové funkce uvažovány za referenční).

Výsledky uvedené v tomto odstavci byly publikované v (Laníková, 2011a).



Obr. 3.29 Srovnání cen a environmentálních dopadů pro vyšetřované varianty vyztužení stožáru

### 3.2.3.5 Optimalizace 2

Množina přípustných řešení pro optimalizaci byla oproti předchozímu odstavci zúžena na dva návrhy sloupů z předchozí kapitoly, tj. návrh s nejnižším počtem prutů betonářské výztuže 20øPN/13øR a s nejnižším počtem předpínacích drátů 18øPN/17øR a doplněna o sloup s větší tloušťkou stěny o 10 mm, navržený stejnou metodou (Štěpánek, 2011). Návrhy stožárů jsou označeny zkratkou RC a jsou uvedeny v Tab. 3.13.

Tab. 3.13 Výsledné návrhy stožárů z RC pomocí PBM, množství materiálu a ukazatele spolehlivosti

Typ stožáru		RC1	RC2	RC3
Tloušťka stěny průřezu $t_h/t_d$		60 mm/70 mm	60 mm/70 mm	70 mm/80 mm
Předpínací výztuž (dráty)		20øPN	18øPN	20øPN
Výztuž:	v kritickém průřezu	13øR	17øR	12øR
	tj. kusů/délka:	7øR/6,13 m 6øR/3,86 m	9øR/6,79 m 8øR/4,32 m	6øR/5,92 m 6øR/3,92 m
Objem betonu		0,497 m <sup>3</sup>	0,497 m <sup>3</sup>	0,548 m <sup>3</sup>
Hmotnost výztuže		40,73 kg	60,43 kg	36,40 kg
Hmotnost předpínací výztuže		46,61 kg	41,95 kg	46,61 kg
Spolehlivost a limitní hodnota		Dosažená hodnota		
Index spolehlivosti MSÚ	3,80	<b>3,85</b>	4,02	<b>3,8</b>
Index spolehlivosti - průhyb	1,50	4,02	4,04	3,96
Pravděpodobnost překročení limitní šířky trhliny <sup>1)</sup>	0,0668 <sup>3)</sup>	0,0261	0,0235	0,0386
Pravděpodobnost vzniku trhliny <sup>2)</sup>	0,0668 <sup>3)</sup>	0,0482	<b>0,0668</b>	0,0482

<sup>1)</sup> tj. pravděpodobnost překročení limitní šířky trhliny při zatížení 1,0V.  
<sup>2)</sup> tj. pravděpodobnost vzniku trhliny při zatížení 0,5V.  
<sup>3)</sup> pravděpodobnost poruchy  $p_f = 0,0668$  odpovídá indexu spolehlivosti  $\beta = 1,5$ .  
Poznámka: Zvýrazněným textem je označena rozhodující omezující podmínka spolehlivosti.

Ve variantách RC1 a RC3 o spolehlivosti rozhodoval MSÚ, zatímco u varianty RC2 rozhodovala pravděpodobnost vzniku trhlin při zatížení vrcholovou silou 0,5V.

V příspěvcích (Štěpánek, 2012a; Štěpánek, 2012b) je uveden návrh stožárů z drátkobetonu; jsou provedeny tři alternativní návrhy stožárů pomocí PBM obdobně jako v předchozím případě.

Materiálové charakteristiky drátkobetonu jsou uvažovány následovně: charakteristická pevnost betonu v tlaku:  $f_{fck,cyl} = 40$  MPa, charakteristická pevnost betonu v tahu  $f_{fctk} = 2,9$  MPa a reziduální pevnost v tahu  $f_{fctk,eq} = 1,8$  MPa. Množství drátku je  $40 \text{ kg/m}^3$  betonu. Při stanovování únosnosti bylo předpokládáno plastické chování betonu v tlačené oblasti, v tažené části betonu po vzniku trhliny byla předpokládána zbytková pevnost betonu v tahu.

V důsledku předpětí v krajních tažených vláknech beton dosahuje nízkých hodnot přetvoření, a proto o mezním stavu únosnosti rozhoduje mezní přetvoření betonu v tlaku. Také tyto stožáry jsou zařazeny do hodnocení, viz Tab. 3.14. Varianty stožárů z drátkobetonu jsou označeny zkratkou RFC. Ve všech třech variantách rozhodujícím kritériem spolehlivosti byl MSÚ.

Pro porovnání jsou uvedeny i stožáry navržené pomocí PFM pro obě varianty betonu, viz Tab. 3.15.

Tab. 3.14 Výsledné návrhy z RFC pomocí PBM, množství materiálu a ukazatele spolehlivosti

Typ stožáru		RFC1	RFC2	RFC3
Tloušťka stěny průřezu $t_h/t_d$		60 mm/70 mm	60 mm/70 mm	70 mm/80 mm
Předpínací výztuž (dráty)		20øPN	18øPN	20øPN
Výztuž:	v kritickém průřezu	11øR	12øR	10øR
	tj. kusů/ délka:	6øR/5,61 m 5øR/3,53 m	6øR/6,00 m 6øR/3,98 m	6øR/5,34 m 4øR/3,08 m
Objem betonu		0,497 m <sup>3</sup>	0,497 m <sup>3</sup>	0,548 m <sup>3</sup>
Hmotnost výztuže		31,63 kg	36,92 kg	27,35 kg
Hmotnost předpínací výztuže		46,61 kg	41,95 kg	46,61 kg
Hmotnost drátků		19,88 kg	19,88 kg	21,92 kg
Spolehlivost a limitní hodnota		Dosažená hodnota		
Index spolehlivosti MSÚ	3,80	<b>3,85</b>	<b>3,83</b>	<b>3,81</b>
Index spolehlivosti - průhyb	1,50	5,86	5,63	5,9
Pravděpodobnost překročení limitní šířky trhliny <sup>1)</sup>	0,0668 <sup>3)</sup>	0,0182	0,0209	0,0182
Pravděpodobnost vzniku trhliny <sup>2)</sup>	0,0668 <sup>3)</sup>	0,0362	0,0553	0,0386
<sup>1)</sup> tj. pravděpodobnost překročení limitní šířky trhliny při zatížení 1,0V. <sup>2)</sup> tj. pravděpodobnost vzniku trhliny při zatížení 0,5V. <sup>3)</sup> pravděpodobnost poruchy $p_f = 0,0668$ odpovídá indexu spolehlivosti $\beta = 1,5$ . Poznámka: Zvýrazněným textem je označena rozhodující omezující podmínka spolehlivosti.				

Tab. 3.15 Výsledné návrhy stožárů z RC a RFC pomocí PFM, množství materiálu a ukazatele spolehlivosti

Typ stožáru		RC/PFM	RFC/PFM	
Tloušťka stěny průřezu $t_h/t_d$		60mm/70mm	60mm/70mm	
Předpínací výztuž (dráty)		20øPN	20øPN	
Výztuž:	v kritickém průřezu	17øR	16øR	
	tj. kusů/ délka:	9øR/6,79 m 8øR/4,32 m	8øR/6,48 m 8øR/4,26 m	
Objem betonu		0,497 m <sup>3</sup>	0,497 m <sup>3</sup>	
Hmotnost výztuže		58,98 kg	58,98 kg	
Hmotnost předpínací výztuže		46,61 kg	46,61 kg	
Spolehlivost podle PFM:		Limitní hodnota	Dosažená hodnota	
Mezní vrcholový tah		10,00 kN	<b>10,03 kN</b>	<b>10,09 kN</b>
Průhyb		0,340 m	0,166 m	0,135 m
Šířka trhliny (1,0V)		0,150 mm	0,061mm	0,036 mm
Vznik trhlin (0.5V)		Není dovoleno	není očekáváno	není očekáváno
Spolehlivost podle PBM:		Limitní hodnota	Dosažená hodnota	
Index spolehlivosti MSÚ		3,80	4,11	4,16
Index spolehlivosti - průhyb		1,50	4,45	6,30
Pravděpodobnost překročení limitní šířky trhliny <sup>1)</sup>		0,0668 <sup>3)</sup>	0,0209	0,0125
Pravděpodobnost vzniku trhliny <sup>2)</sup>		0,0668 <sup>3)</sup>	0,0482	0,0386
<sup>1)</sup> tj. pravděpodobnost překročení limitní šířky trhliny při zatížení 1,0V. <sup>2)</sup> tj. pravděpodobnost vzniku trhliny při zatížení 0,5V. <sup>3)</sup> pravděpodobnost poruchy $p_f = 0,0668$ odpovídá indexu spolehlivosti $\beta = 1,5$ . Poznámka: Zvýrazněným textem je označena rozhodující omezující podmínka spolehlivosti.				

### 3.2.3.5.1 Kritérium hodnocení

Kritériem hodnocení je účelová funkce definovaná ve vztahu (2.1) zahrnující environmentální aspekty  $E_{tot}$  a cenu konstrukce  $C_{tot}$  během životního cyklu, kritérium socio-kulturní kvality  $S_{tot}$  není uvažováno. Do účelové funkce  $E_{tot}$  jsou zahrnuty pouze některé z obvykle sledovaných environmentálních aspektů, jako je:

- spotřeba primární energie (primary energy PE),
- potenciál globálního oteplování (Global Warming Potential GWP), který je vyjádřen pomocí ekvivalentu emisí oxidu uhličitého CO<sub>2</sub> a zahrnuje skleníkové plyny (CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>O, CH<sub>4</sub>, ...),
- potenciál okyselování životního prostředí (Acidification Potential AP) vyjádřený pomocí ekvivalentu SO<sub>2</sub> (zahrnující SO<sub>2</sub>, NO, N<sub>2</sub>O, NO<sub>x</sub>, NH<sub>3</sub>, HCl and HF),
- potenciál fotochemické tvorby ozónu (Photochemical Ozone Creation Potential POCP) vyjádřený pomocí ekvivalentu etylenu C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>; mezi látky patří zejména radikály těkavých organických látek (VOC z angl. Volatile Organic Compounds) C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>, CH<sub>4</sub>, C<sub>7</sub>H<sub>8</sub>, acetáty and aldehydy.

Další ukazatelé, jako je spotřeba primárních zdrojů surovin, spotřeba vody, eutrofizace vod nejsou do účelové funkce zahrnuty, stejně tak jako množství odpadu a možnost jeho využití po demolici.

Cena  $C_{tot}$  zahrnuje náklady po dobu životního cyklu, který je uveden na Obr. 3.30.

Vícekritériální účelová funkce obsahuje pět výše jmenovaných hodnotících kritérií, čtyři environmentální a jedno cenové. Je řešena pomocí skalarizované účelové funkce

$$f(\mathbf{x}) = w_{GWP} \frac{GWP_{i,tot}(\mathbf{x})}{{}^0GWP_{i,tot}} + w_{AP} \frac{AP_{i,tot}(\mathbf{x})}{{}^0AP_{i,tot}} + w_{POCP} \frac{POCP_{i,tot}(\mathbf{x})}{{}^0POCP_{i,tot}} + w_{PE} \frac{PE_{i,tot}(\mathbf{x})}{{}^0PE_{i,tot}} + w_C \frac{C_{i,tot}(\mathbf{x})}{{}^0C_{i,tot}} \quad (3.23)$$

kde  $GWP_{i,tot}$  je celkový impakt potenciálu globálního oteplování,  $AP_{i,tot}$  je celkový impakt potenciálu okyselování životního prostředí,  $POCP_{i,tot}$  je celkový impakt potenciálu fotochemické tvorby ozónu,  $PE_{i,tot}$  je celková spotřeba primární energie a  $C_{i,tot}$  je celková cena. Tyto hodnoty jsou vztaženy na jeden posuzovaný (optimalizovaný stožár). Veličiny  ${}^0GWP_{i,tot}$ ,  ${}^0AP_{i,tot}$ ,  ${}^0POCP_{i,tot}$ ,  ${}^0PE_{i,tot}$  a  ${}^0C_{i,tot}$  jsou odpovídající hodnoty environmentálního impaktu, spotřebované energie a ceny vztaženy k referenčnímu stožáru. Veličiny  $w_i$  pro  $i = GWP, AP, POCP, PE, C$  jsou váhové součinitele.

### 3.2.3.5.2 Vstupy

Údaje potřebné pro vyhodnocení byly získány z různých níže uvedených zdrojů a od výrobce těchto prvků Sloupárna Majdaléna.

Environmentální dopady získání jednotlivých složek betonu (tj. od těžby až po produkci včetně) a výrobního procesu (výroba čerstvého betonu a betonového dílce) jsou uvedeny v Tab. 3.16. Tato data vycházejí ze zdrojových dat poskytnutých českými výrobci a byly převzaty z od (Hájek, Fiala & Kynčlová 2011), stejně jako data týkající se demolice, viz Tab. 3.18. Energetické údaje a emisní faktor pro plastifikátor, vodu a cement jsou získány z databáze Global Emissions Model for Integrated Systems (GEMIS, 2017). Environmentální dopady produkce oceli (výztužné pruty, předpínací výztuže a ocelová vlákna), viz Tab. 3.17, a dopravy, viz Tab. 3.19, jsou převzaty také z databáze (GEMIS, 2017).

Tab. 3.16 Spotřeba surovin, vody, energie a environmentální dopady komponent betonu a výrobního procesu vztažené k tuně vyrobeného materiálu

	Kamenivo	Drcené kamenivo	Cement	Plastifikátor	Voda	Výrobní proces
Primární surovina [kg/t]	1000,2	1024	2741	91,1	0	0
Spotřeba vody [m <sup>3</sup> /t]	0,0919	0,1232	2,0471	7,4	1	0,2092
GWP [kg/t]	2,53	2,41	778,9	2731,9	0,331	64,31
AP [g/t]	8,14	9,73	2424,8	19706,5	2,365	112,44
POCP [g/t]	0,09	0,12	82,6	1040,8	0,122	4,16
Primární energie [MJ/t]	38	35,85	4646,4	28857	5	1014,48

Tab. 3.17 Spotřeba surovin, vody, primární energie a environmentální dopady spojené s produkcí tuny výztuže

	<b>Předpínací dráty</b>	<b>Betonářská výztuž</b>	<b>Drátky</b>
Primární surovina [kg/t]	1881,2	1823,2	1808,8
Spotřeba vody [m <sup>3</sup> /t]	2,92	3,09	2,78
GWP [kg/t]	2776,7	2505,4	2433,3
AP [g/t]	16325,0	15519,1	15040,2
POCP [g/t]	648,8	620,3	597,3
Primární energie [MJ/t]	31895,2	27311,2	26552,0

Tab. 3.18 Hodnoty environmentálních dopadů fáze konce životního cyklu (bez dopravy)

	<b>Primární energie</b> [MJ/t]	<b>GWP</b> [kg/t]	<b>AP</b> [g/t]	<b>POCP</b> [g/t]	<b>Cena</b> [€/t]
Konec životního cyklu	119,17	8,74	80,97	1,09	6,24

Tab. 3.19 Environmentální dopady přepravy

<b>Transport</b>	<b>Dálková doprava</b>	<b>Místní doprava</b>	<b>Železniční doprava</b>
GWP [kg/t/km]	0,1011	0,2372	0,0764
AP [g/t/km]	0,7139	2,1091	0,1433
POCP <sub>equiv</sub> POCP [g/t/km]	0,0350	0,2095	0,0115
Primární energie [MJ/t/km]	1,3942	3,2039	0,9644

### 3.2.3.5.3 Hodnocení životního cyklu

a) Fáze výroby: složení betonové směsi (množství kameniva, cementu, příměsí a vody) odpovídá údajům dodaným výrobcem stožárů. Jednotlivé složky betonové směsi jsou získávány z místních zdrojů a dopraveny do výroby. Výztuž je dovážena od konkrétních výrobců. Údaje jsou zřejmé z Obr. 3.30.

Výsledné hodnoty spotřeby primárních surovin, vody, primární energie, množství vyprodukovaných emisí spojené s výrobou m<sup>3</sup> betonu (zahrnují materiál i výrobní proces) a dopady spojené s dopravou složek betonu a výztuží (tyče, předpínací oceli a drátky) do výroby jsou uvedeny v Tab. 3.20.

Náklady spojené s produkcí betonových prvků, tj. surovin včetně dopravy a výroby prvků, vztahené k objemu m<sup>3</sup> vyprodukovaného betonu, a ceny výztuží včetně transportu do výroby odpovídají českým tržním hodnotám a jsou uvedeny v Tab. 3.20.

Průměrná přepravní vzdálenost z výrobního závodu na místo určení je uvažována 300 km (dálková doprava) a cena 30 €/t přepravených prvků.

b) Provozní fáze: údržba ani oprava během užívání není pro tento typ konstrukce předpokládána. Povrch stožáru je díky technologii výroby odstředováním betonu velmi kompaktní.

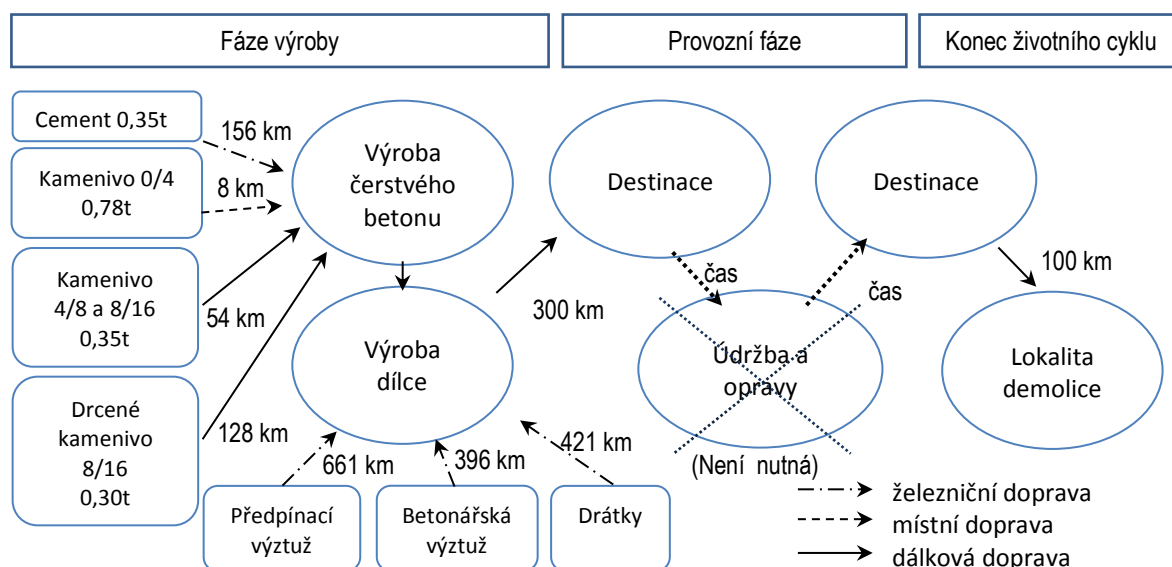
c) Konec životnosti: demontáž a demolice stožárů. Dopravní vzdálenost na místo demolice je uvažována cca 100 km (cena 10 €/t).

Tab. 3.20 Vypočítané hodnoty environmentálních dopadů, spotřebované primární energie a ceny výrobní fáze (bez dopravy prvku na místo určení)

	Složky betonové směsi a produkce betonu /m <sup>3</sup>	Transport do výroby			
		Složky betonu /m <sup>3</sup>	Předpínací dráty /t	Výztuž /t	Drátky /t
GWP [kg]	348,8	13,49	52,88	31,44	33,68
AP [g]	1029,7	74,91	92,54	55,02	58,94
POCP [g]	36,1	4,14	6,61	3,93	4,21
Primární energie [MJ]	2786,5	179,88	654,39	389,07	416,79
Cena [€]	95,40 <sup>1)</sup>	-	1200,00 <sup>2)</sup>	948,00 <sup>2)</sup>	1600,00 <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Celková cena betonu vyprodukovaného prvku vztažená k m<sup>3</sup> objemu betonu. V ceně je zahrnuta i cena přepravy složek betonové směsi do výroby.

<sup>2)</sup> Celková cena výztuže zahrnující cenu materiálu i transport do výroby



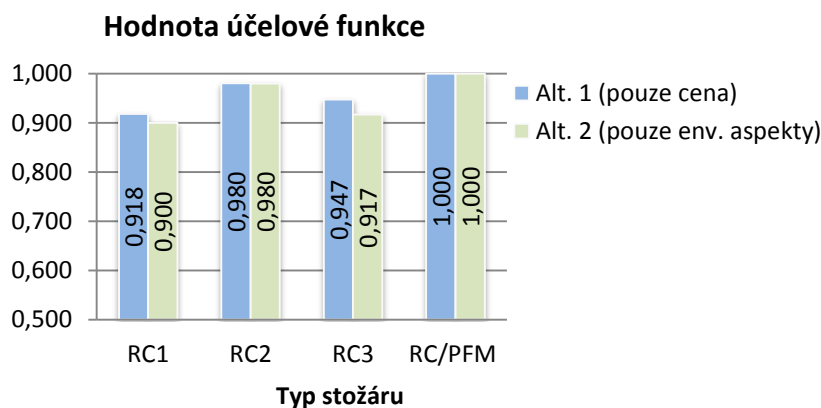
Obr. 3.30 Životní cyklus konstrukce

### 3.2.3.5.4 Porovnání výsledků z hlediska použitých metod navrhování

Vyhodnocení je provedeno pro dvě alternativy váhových koeficientů v účelové funkci (3.23). V první alternativě (Alt. 1) jsou rozhodujícím kritériem náklady, tj. váhové koeficienty jsou nastaveny následovně  $w_{GWP} = w_{AP} = w_{POCP} = w_{PE} = 0$  a  $w_C = 1$ , zatímco ve druhé alternativě (Alt. 2) jsou zohledněny pouze environmentální dopady po dobu životnosti se stejnou vahou, tj.  $w_{GWP} = w_{AP} = w_{POCP} = w_{PE} = 0,25$  a  $w_C = 0$ .

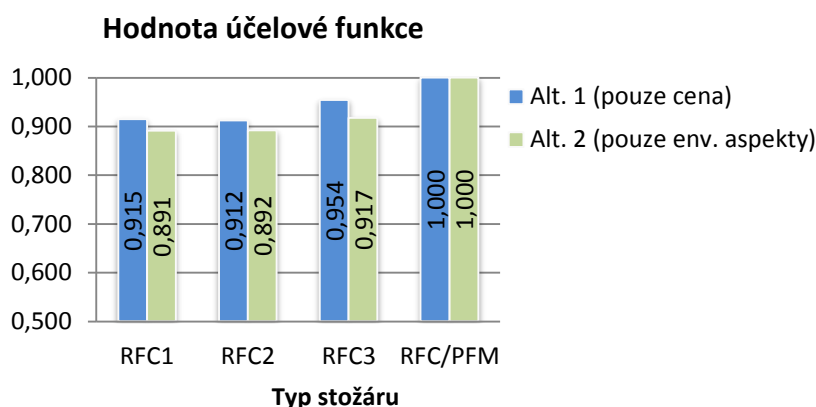
Jako referenční hodnoty v účelové funkci (3.23) jsou uvažovány hodnoty odpovídající stožárům navrženým podle PFM, viz Tab. 3.15.

Alternativní návrhy stožárů z vyztuženého betonu jsou porovnány v grafu na Obr. 3.31. Všechny návrhy provedené pomocí PBM jsou výhodnější než referenční stožár navržený PFM. Nejvýhodnější návrh metodou PBM z hlediska ceny (úspora 8,2 %) i environmentálních dopadů (méně o 10 %) je varianta RC1, tj. stožár s 20øPN/13øR, zatímco nejhorší je varianta RC2 s 18øPN/17øR, ve které o spolehlivosti rozhodoval MSP vzniku trhlin při zatížení vrcholovou silou 0,5V, úspora je jen 2 % v obou alternativách. Stožár s vyšší tloušťkou stěny RC3 je úspornější o 5,3 % a s menšími environmentálními dopady o 8,3 %.



Obr. 3.31 Porovnání návrhů stožáru z vyztuženého betonu

Z porovnání návrhů stožárů z vyztuženého drátkobetonu provedených podle PBM a referenčního stožáru navrženého PFM, viz Obr. 3.32, plyne, že z ekonomického hlediska je nejvýhodnější návrh RFC2 s 18øPN/12øR, který je levnější o 8,8 %, a z hlediska environmentálních dopadů stožár RFC1 20øPN/11øR s dopady o 10,9 % nižšími. Oba tyto návrhy jsou z hlediska ceny i environmentálních dopadů velmi blízké. Stožár s větší tloušťkou stěny RC3 je z obou hledisek nevýhodnější než předchozí dva.



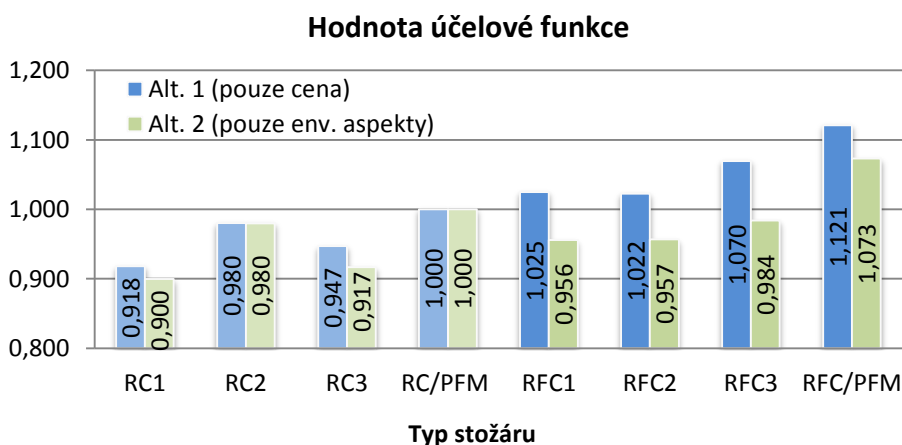
Obr. 3.32 Porovnání návrhů stožárů z vyztuženého drátkobetonu

### 3.2.3.5.5 Porovnání stožáru z vyztuženého betonu a drátkobetonu

Srovnání všech navržených variant lze nalézt v následujících grafech na Obr. 3.33 pro obě alternativy váhových koeficientů a oba typy betonu. Za referenční stožár je nastaven stožár z vyztuženého betonu navržený PFM.



Hodnota cílové funkce pro Alt. 1, tj. cena, je v případě optimalizace sloupu vyrobeného z vyztuženého drátkobetonu RFC2 asi o 2,2 % vyšší než cena referenčního stožáru, zatímco stožár z vyztuženého betonu RC1 je o 8,2 % levnější. Při porovnání z hlediska environmentálních aspektů jsou obě varianty příznivější k životnímu prostředí: varianta RFC1 o 4,4 % a varianta RC1 o 10 %.



Obr. 3.33 Porovnání navržených variant stožárů vztahené k referenčnímu stožáru z vyztuženého betonu RC/PFM

Ačkoli použití drátkobetonu znamená snížení množství pasivní výztuže (viz Tab. 3.13 a Tab. 3.14), snížení hmotnosti nevede ke kompenzaci hmotnosti přidávaných vláken. Například celková hmotnost pasivní výztuže stožáru RFC1 je nižší o 9,10 kg ve srovnání se stožárem RC1 (to je o 22,3 %). Vzhledem k tomu, nosná kapacita obou stožárů je přibližně stejná, je možno konstatovat, že z hlediska MSÚ je účinnost vláken 45,8 % (při objemu vláken 0,5 % objemu betonu). Účinnost  $E_f$  byla vyjádřena vztahem

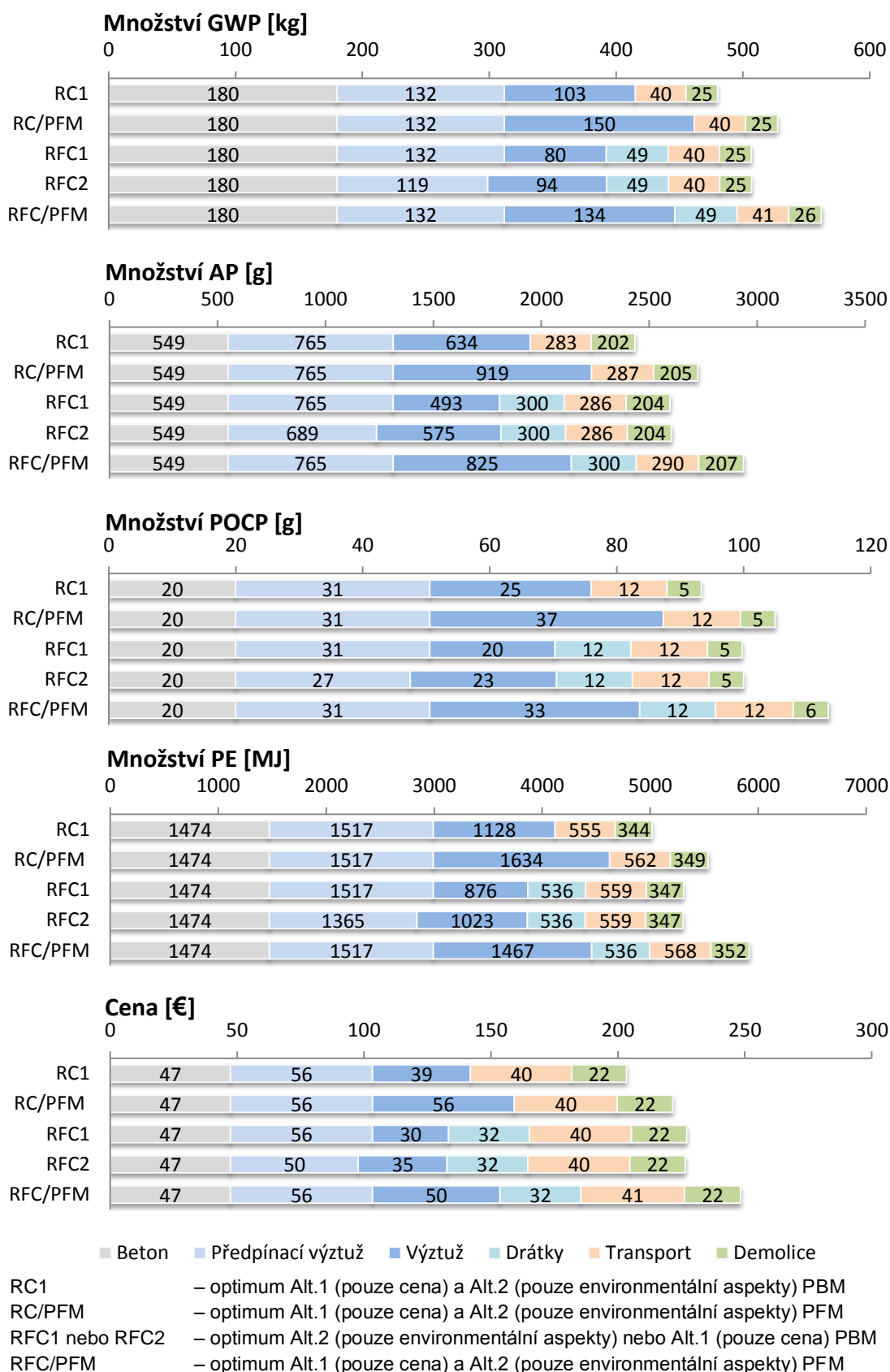
$$E_f = \frac{m_s^{RC} - m_s^{RFC}}{m_f^{RFC}} \quad (3.24)$$

kde  $m_s^{RC}$  je hmotnost pasivní výztuže RC stožáru,  $m_s^{RFC}$  je hmotnost pasivní výztuže RFC stožáru a  $m_f^{RFC}$  je hmotnost ocelových vláken (drátků) RFC stožáru.

Mezní stav únosnosti při namáhání ohybovým momentem a normálovou silou byl převážně rozhodujícím faktorem splnění podmínek spolehlivosti (s výjimkou stožáru RC2), viz Tab. 3.13 a Tab. 3.14. Nicméně, chování RFC stožárů z hlediska mezních stavů použitelnosti je lepší než RC stožárů. Index spolehlivosti pro průhyb se zvýšil o 45,8 %, pravděpodobnost vzniku trhlin, jejichž šířky překročí mezní hodnotu 0,15 mm, se snížila o 30,2 % a pravděpodobnost výskytu trhliny se snížila o 14,9 %.

Grafy na obrázku Obr. 3.34 ukazují celkovou produkci emisí, spotřeby energie a nákladů v závislosti na fázi výroby (odděleně pro jednotlivé materiály a dopravy na místo určení) a demoliční fázi pro stožáry RC1, RFC1 a RFC2 navržené pomocí PBM, tedy optimální řešení, a stožáry navržené podle PFM. Z grafů je zřejmé, že ve všech případech produkce sloupu (tedy samotný materiál, jeho dodání do místa výroby a výrobní proces sloupu) má rozhodující

vliv. Objem betonu je největším zdrojem GWP v poměru k výztuži, zatímco výztuž je významnějším zdrojem AP, POCP a spotřeby primární energie.



Obr. 3.34 Celková produkce emisí a cena vztážená na jeden stožár

### 3.2.4 Závěrečné vyhodnocení

Optimalizovaný návrh podle PBM šetří nejen 8,2 % nákladů ve srovnání s optimalizovaným návrhem pomocí PFM, ale také 10,0 % sledovaných emisí. Za období jednoho roku při výrobě asi 50 ks sloupů za den to znamená úsporu 226,8 tisíc EUR, o 589,8 tun emisí GWP méně, o 3,6 tun AP méně, o 145 kg POCP méně a o 6473,1 GJ méně spotřebované energie.

Z výsledků je zřejmé, že u tohoto typu konstrukce optimalizovaný návrh provedený pro cenovou kritériální funkci je šetrný i k životnímu prostředí i bez výslovně stanoveného požadavku ohledu na životní prostředí. Je výhodné zvolit vyšší stupeň vyztužení, aby se snížil objem betonu.

Je zřejmé, že obě uvedené metody poskytují jiné úrovně spolehlivosti návrhu. Největší rozdíl byl dosažen při posouzení mezního stavu únosnosti, při posouzení všech mezních stavů použitelnosti byly výsledky srovnatelné.

Plně pravděpodobnostní výpočet však oproti metodě dílčích součinitelů spolehlivosti vyžaduje

- znalost definice rozložení vstupních veličin a jejich charakteristiky,
- výpočetní nástroj pro opakovaný výpočet,
- dostatečné odborné znalosti.

Použití plně pravděpodobnostního přístupu návrhu a ověření spolehlivosti stožáru však umožňuje promítnout do procesu navrhování opakovanou výrobu s možností řízení a zvyšování její kvality (management výroby). Jednotlivé vstupní veličiny, které jsou považovány za náhodné proměnné s daným rozdělením pravděpodobnosti (nebo statistickými parametry rozdělení), lze získat jejich dlouhodobým sledováním a vyhodnocováním.

Provedením parametrických testů vlivu jednotlivých vstupních veličin na výsledné hodnoty pravděpodobnosti poruchy pro jednotlivé mezní stavy únosnosti a použitelnosti lze vytipovat ty vstupní hodnoty, které se na ovlivnění spolehlivosti podílejí v největší míře. Toto znamená možnost zpětného vazby návrhu konstrukce na výrobu a její cílené zkvalitňování.

Konstrukci pak lze navrhnout tak, aby bylo dosaženo jak úspory v nákladech na výrobu stožárů (cena materiálu, spotřebovaná energie), montáž, provoz, údržbu, demontáž a na jeho recyklaci, tak snížení celkového dopadu na životní prostředí.

### 3.3 OPTIMALIZACE PRŮŘEZU A VÝZTUŽE ŽB KONSTRUKCE

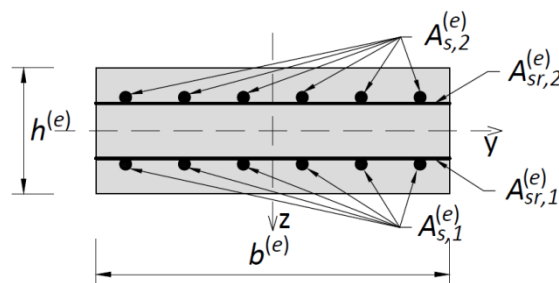
Tato část popisuje práce provedené během řešení projektu TA03030851 „Sanace tunelů - technologie, materiály a metodické postupy“ podporovaného Technologickou agenturou České republiky (roky řešení 2014-2016). Cílem bylo provést optimalizaci zesílení ostění stávajícího tunelu (kolektoru) pomocí nové přídatné konstrukce ostění tunelu, která by beze zbytku přenesla zatížení působící na stávající konstrukci ostění. Stávající ostění je ve špatném

technickém stavu a tato varianta zesílení byla řešena jako jedna z možných variant sanace ostění.

Vyvinutá metoda optimalizace návrhu železobetonové konstrukce je obecně použitelná pro výseky plošných železobetonových konstrukcí, které lze modelovat jako rámovou konstrukci. V dalším textu je aplikovaná na návrh ostění tunelu, tzn., že je doplněná o některá specifika týkající se této konstrukce.

Optimalizovaný průřez může mít tvar obdélníka nebo může být polygonálního tvaru alespoň jednoose symetrického (k ose ležící v rovině rámu).

V případě optimalizace návrhu rámových konstrukcí obdélníkového průřezu jsou optimalizované proměnné výška  $h^{(e)}$  a šířka  $b^{(e)}$  průřezu a plochy výztuží umístěných ve výztužných vrstvách  $A_{s,i}^{(e)}$  pro  $i = 1, 2, \dots, ke$ , kde  $i$  je  $i$ -tá vrstva výztuže, tak jak je uvedeno v odstavci 2.2 a zobrazeno na Obr. 2.2. Pokud se jedná o výřez desky nebo stěny, která je nahrazena prutovou konstrukcí, pak v průřezu jsou uvažovány jen dvě vrstvy podélné výztuže o plochách  $A_{s,i}^{(e)}$  pro  $i = 1, 2$  a do optimalizovaných proměnných je možné zahrnout i plochy příčné (rozdělovací) výztuže  $A_{sr,i}^{(e)}$  pro  $i = 1, 2$ , viz Obr. 3.35.



Obr. 3.35 Optimalizované proměnné deskového nebo stěnového průřezu

Níže podrobněji naformulovaná nelineární optimalizační úloha (NLP) je algoritmována v algebraickém modelovacím systému GAMS (General Algebraic Modeling System, b.r.), který umožňuje pro nadefinovaný model úlohy použít některý z vestavěných optimalizačních řešičů (solverů). Vybraný řešič CONOPT3 (Drud, b.r.), který je vhodný pro rozsáhlé nelineární úlohy s řídkou maticí, je založen na gradientních metodách. Z toho vyplývají různá omezení, jako je požadavek na hladkost funkcí, není možné v těle optimalizace zavést rozhodování (jednalo by se o diskretizovanou NLP úlohu, tj. DNLP) a není možné provádět např. numerickou integraci. Všechny tyto problémy se v řešené úloze vyskytují a použitý způsob vypořádání je popsán v následujícím textu.

### 3.3.1 Definice úlohy

Omezující podmínky vyplývající ze zajištění spolehlivosti a trvanlivosti konstrukce uvažované ve výpočtu, jsou shrnuty do následujících požadavků:

- rovnováha konstrukce (2.9) řešená prostřednictvím prutové MKP,

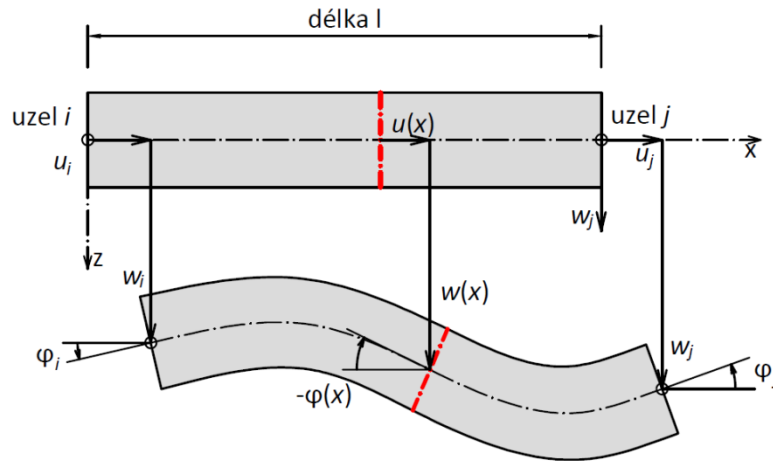
- splnění podmínek MSÚ namáhání normálovou silou a ohybovým momentem ve formě kontroly poměrného přetvoření výztuže (2.34) a betonu (2.35) v jednotlivých průřezích předem nadefinovaných uživatelem v souladu s EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011),
- omezení posunů anebo natočení (relativních nebo absolutních) v předem nadefinovaných uzlech konstrukce, které odpovídají poloze uzlů diskretizované konstrukce pro řešení MKP,
- omezení ploch hlavní podélné výztuže, tj. podmínky (2.28) pro maximální a (2.29) (2.30) pro minimální přípustné plochy tažené nebo tlačené výztuže, ev. pravidel pro vyztužování stěn v souladu s EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011),
- omezení ploch příčné výztuže pro desky nebo pro stěny dle EC2,
- omezení rozměrů průřezu jednotlivých částí konstrukce nebo přímo konečných prvků, tj. výšky (2.31) a šířky (2.32),
- jiná omezení hodnot návrhových proměnných zadaných uživatelem nebo další podmínky, jako jsou stejné výšky nebo šířky některých konečných prvků a/nebo stejné výztužné vrstvy.

Aby bylo možné úlohu řešit, tj. sestavit výpočetní model a algoritmus pro výpočet, byly přijaty některé zjednodušující předpoklady:

- interakce konstrukce s okolní zeminou (v případě optimalizace přídavné konstrukce ostění tunelu) bude modelována pomocí jednoparametrického Winklerova modelu podloží jako jednostranná pružná vazba, tj. uplatní se jen na té části konstrukce, která je ve styku se zeminou vlivem deformace od zatížení zatlačována směrem do země (vzniká tlak),
- stanovení tuhosti konstrukce (tj. jednotlivých konečných prvků) při řešení rovnovážného stavu konstrukce za účelem získání vnitřních sil pro posouzení podmínek spolehlivosti dle MSÚ bude provedeno za předpokladu plně působícího betonového průřezu,
- při výpočtu odezvy konstrukce pro posouzení dle MSP bude zohledněno případné snížení tuhosti železobetonového prvku vlivem vzniku trhlin (se zahrnutím vlivu taženého betonu mezi trhlinami dle úrovně namáhání), viz kapitola 0,
- rovnovážný stav konstrukce bude řešen samostatně pro každou kombinaci zatěžovacích stavů nikoliv pro zatěžovací stavy z důvodu vnesení nelinearity Winklerovým modelem podloží a snížením tuhosti vlivem trhlin,
- rozvržení vyztužení konstrukce, tj. zavedení výztužných typů, bude možné provést buď odhadem například na základě vyhodnocení výsledků optimalizace vyztužení jednotlivých elementů (tj. za předpokladu, kdy plochy výztužných vrstev na každém prvku jsou nezávislé na vyztužení sousedních prvků), podrobněji viz 3.3.4.6.2, anebo pomocí algoritmu uvedeného v odstavci 3.3.5,
- v případě, kdy budou použity výztužné typy, lze do objemu výztuže zahrnout i kotevní délky nebo jejich stykování (odhad profilu výztuže na základě odhadu jejich vzdálenosti), podrobněji viz kapitola 3.3.5.

### 3.3.2 Matematický model konstrukce

Rovnováha konstrukce je řešena pomocí deformační varianty MKP. Jako konečný prvek je zvolen prutový prvek délky  $l$  se dvěma uzly a šesti parametry deformace v rovině  $x, z$  seřazenými do vektoru parametrů deformace  $\mathbf{r}^{(e)} = \{u_i, w_i, \varphi_i, u_j, w_j, \varphi_j\}^T$ , kde  $u_i$  a  $u_j$  jsou posuny uzlů  $i$  a  $j$  ve směru osy  $x$ ,  $w_i$  a  $w_j$  jsou posuny uzlů ve směru osy  $z$ ,  $\varphi_i$  a  $\varphi_j$  jsou natočení uzlů kolem osy  $y$ , viz Obr. 3.36.



Obr. 3.36 Konečný prvek a značení

Některé dále uvedené vztahy jsou stanovené pomocí přirozených souřadnic  $\xi$  na intervalu  $\langle -1; 1 \rangle$ . Transformace ze souřadnic  $x$  na intervalu  $\langle 0; l \rangle$  je provedena podle vztahu

$$\xi = \frac{2}{l}x - 1. \quad (3.25)$$

Přirozená souřadnice má hodnotu  $\xi = -1$  pro  $x = 0$  a hodnotu  $\xi = 1$  pro  $x = l$ .

Souřadný systém je vztážen k těžišti průřezu. V tomto případě lze odvodit matice tuhosti pro tažený (tlačený) a ohýbaný prut samostatně.

#### 3.3.2.1 Tažený a tlačný prut

Posunutí  $u(x)$  je na konečném prvku  $e$  aproximováno pomocí vektoru koncových posunutí  $\mathbf{r}_t^{(e)} = \{u_i, u_j\}^T$  a matice bázových funkcí  $\mathbf{N}_t^{(e)}$

$$u(x) = \mathbf{N}_t^{(e)} \mathbf{r}_t^{(e)} = [N_{ui} \quad N_{uj}] \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}, \quad (3.26)$$

kde  $N_{ui}$  a  $N_{uj}$  jsou bázové funkce. V přirozených souřadnicích  $N_{ui}(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi)$  a  $N_{uj}(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi)$ .

Poměrné přetvoření je

$$\varepsilon(x) = \frac{du(x)}{dx} = \frac{d\mathbf{N}_t^{(e)}(x)}{dx} \mathbf{r}_t^{(e)} = \mathbf{N}_t^{(e)l} \mathbf{r}_t^{(e)}. \quad (3.27)$$

Z Lagrangeova principu minima potenciální energie lze obvyklým způsobem odvodit matici tuhosti taženého (tlačeného) prvku

$$\mathbf{K}_t^{(e)} = \int_0^l \mathbf{N}_t^{(e)lT} EA \mathbf{N}_t^{(e)l} dx = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

kde  $EA$  je osová tuhost ( $E$  je modul pružnosti,  $A$  je plocha průřezu).

### 3.3.2.2 Ohýbaný prut

Diferenciální rovnice ohýbaného prvku (Euler-Bernoulli) je

$$EIw^{IV}(x) = q(x), \quad (3.29)$$

kde  $EI$  je ohybová tuhost,  $w(x)$  je průhyb ve směru osy  $z$  a  $q(x)$  je zatížení kolmé k ose prutu.

Potenciální energii prutu lze vyjádřit

$$\Pi = \Pi_i - \Pi_e = \frac{1}{2} \int_0^l EI(w'')^2 dx - \int_0^l qwdx. \quad (3.30)$$

Posunutí  $w(x)$  je na prvku  $e$  aproximováno pomocí vektoru koncových posunutí  $\mathbf{r}_b^{(e)} = \{w_i, \varphi_i, w_j, \varphi_j\}^T$  a matice báзовých funkcí  $\mathbf{N}_b^{(e)}$

$$w(x) = \mathbf{N}_b^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)} = [N_{wi} \quad N_{\varphi i} \quad N_{wj} \quad N_{\varphi j}] \begin{Bmatrix} w_i \\ \varphi_i \\ w_j \\ \varphi_j \end{Bmatrix}. \quad (3.31)$$

Matice  $\mathbf{N}_b^{(e)}$  zapsaná v přirozených souřadnicích  $\xi$  je

$$\mathbf{N}_b^{(e)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(1-\xi)^2(2+\xi) \\ -\frac{l}{8}(1-\xi)^2(1+\xi) \\ \frac{1}{4}(1+\xi)^2(2-\xi) \\ \frac{l}{8}(1-\xi)^2(1+\xi) \end{bmatrix}^T. \quad (3.32)$$

Poměrné přetvoření je

$$\varepsilon(x, z) = -\frac{d^2 w(x)}{dx^2} z = -\frac{d^2 \mathbf{N}_b^{(e)}(x)}{dx^2} \mathbf{r}_b^{(e)} z = -\mathbf{N}_b^{(e)II} \mathbf{r}_t^{(e)} z. \quad (3.33)$$

Matice tuhosti odvozená standardním způsobem z minima potenciální energie je

$$\mathbf{K}_b^{(e)} = \int_0^l \mathbf{N}_b^{(e)II T} EI \mathbf{N}_b^{(e)II} dx = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ -6l & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ -12 & 6l & 12 & 6l \\ -6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

### 3.3.2.3 Ohýbaný prut na Winklerově podloží

Interakce konstrukce s okolní zeminou je modelována pomocí jednoparametrického Winklerova modelu podloží. Podloží je zde nahrazeno soustavou pružin působících nezávisle na sobě (tj. bez vzájemného smykového ovlivnění). Reakce podloží  $\bar{p}(x)$ , tj. pružin, je úměrná zatlačení, tj. průhybu, do podloží  $w(x)$ , tzn. pro prut lze zapsat

$$\bar{p}(x, y) = kw(x, y). \quad (3.35)$$

Konstantou úměrnosti  $k$  je součinitel stlačitelnosti podloží s rozměrem  $\text{N/m}^3$ .

Vzhledem k spojitosti styčné plochy konstrukce se zeminou je možné pokládat tento model za vyhovující, a proto není použitý víceparametrický Pasternakův model.

Diferenciální rovnice ohýbaného prutu na Winklerově podloží má tvar

$$EI w^{IV}(x) + kw(x) = q(x). \quad (3.36)$$

Potenciální energii prutu lze vyjádřit jako součet vnitřní energie  $\Pi_i$  a vnější  $\Pi_e$

$$\Pi = \Pi_i - \Pi_e = \frac{1}{2} \int_0^l (EI (w^{II})^2 + kw^2) dx - \int_0^l q w dx. \quad (3.37)$$

Předpokládejme, že prut (konstrukce) je složen z  $ne$  konečných prvků, potom vnitřní (deformační) energie prutu je součtem vnitřních energií jednotlivých konečných prvků

$$\Pi_i = \sum_{e=1}^{ne} \Pi_i^{(e)}. \quad (3.38)$$

Vnitřní energie konečného prvku je

$$\Pi_i^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^l \left( \mathbf{r}_b^{(e) T} \mathbf{N}_b^{(e) II T} EI \mathbf{N}_b^{(e) II} \mathbf{r}_b^{(e)} + \mathbf{r}_b^{(e) T} \mathbf{N}_b^{(e) T} k \mathbf{N}_b^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)} \right) dx, \quad (3.39)$$



po úpravě

$$\Pi_i^{(e)} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{K}_b^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)} + \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{K}_s^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)} \right), \quad (3.40)$$

kde  $\mathbf{K}_b^{(e)}$  je matice tuhosti ohýbaného prutu, viz vztah (3.34), a  $\mathbf{K}_s^{(e)}$  je matice tuhosti podloží

$$\mathbf{K}_s^{(e)} = \int_0^l \mathbf{N}_b^{(e)T} k \mathbf{N}_b^{(e)} dx. \quad (3.41)$$

Princip minima potenciální energie nám říká, že při zatížení vnějšími silami zaujme konstrukce takovou polohu, při které nabyde jeho potenciální energie minimální hodnoty:

$$(\delta \mathbf{r}_b)^T \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{r}_b} = (\delta \mathbf{r}_b)^T [\mathbf{K}_b \mathbf{r}_b + \mathbf{K}_s \mathbf{r}_b - \mathbf{f}] = 0, \quad (3.42)$$

potom

$$(\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_s) \mathbf{r}_b = \mathbf{f}. \quad (3.43)$$

Ve vztazích (3.42) a (3.43) je  $\mathbf{r}_b$  globální vektor uzlových parametrů deformace konstrukce,  $\mathbf{K}_b$  je globální matice (ohybové) tuhosti konstrukce,  $\mathbf{K}_s$  je globální matice tuhosti podloží a  $\mathbf{f}$  je globální vektor zatížení.

Matice tuhosti podloží prvku při použití básových funkcí (3.32) je

$$\mathbf{K}_s^{(e)} = kl \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & -\frac{11}{210}l & \frac{9}{70} & \frac{13}{420}l \\ -\frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 & -\frac{13}{420}l & -\frac{1}{140}l^2 \\ \frac{9}{70} & -\frac{13}{420}l & \frac{13}{35} & \frac{11}{210}l \\ \frac{13}{420}l & -\frac{1}{140}l^2 & \frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Pro výpočet matice tuhosti konečných prvků s vlivem trhlin je tuhost aproximována tuhostí vypočítanou v polovině prvku. Toto zjednodušení je provedeno z důvodu konvergence optimalizace pomocí řešiče CONOPT. Pro výpočet tuhosti uprostřed prvku je potřeba znát i vnitřní síly uprostřed prvku se zohledněním zatížení a tedy i reakcí od Winklerova podloží (tzv. primární stav). Rovnice (3.43) s maticí tuhosti podloží definovanou (3.44) poskytuje řešení za předpokladu, že rozdělení reakcí po délce konečného prvku je aproximováno kubickým polynomem.

Pokud bychom chtěli jinou aproximaci, např. lineární funkcí, je možné místo minimalizace celkové potenciální energie konstrukce řešit úlohu pomocí principu Hellinger-Reissner komplementární energie (Bathe, 1996). V tomto případě je rozložení reakcí Winklerova

podloží popsáno funkcí  $p(x)$ , která je nezávislá na  $w(x)$ . Potenciální energie může být popsána:

$$\Pi^* = \Pi_b + \Pi_{bp} - \Pi_p - \Pi_e, \quad (3.45)$$

kde

$$\Pi_b = \frac{1}{2} \int_0^l EI(w'')^2 dx, \quad (3.46)$$

$$\Pi_{bp} = \int_0^l wp dx, \quad (3.47)$$

$$\Pi_p = \frac{1}{2k} \int_0^l p^2 dx \quad (3.48)$$

a  $\Pi_e$  je potenciální energie vnějších sil.

Ve vztazích (3.47) a (3.48) se nevyskytují derivace  $p(x)$  a proto je požadovaná pouze spojitost  $C^{-1}$ , tj. funkce nemusí být spojitá mezi elementy. Aproximace  $p(x)$  na prvku  $e$  může být provedena pomocí polynomu ve formě

$$p(x) = \mathbf{N}_p^{(e)}(x) \mathbf{p}^{(e)}. \quad (3.49)$$

Dílní části potenciální energie prvku

$$\Pi_b^{(e)} = \frac{1}{2} \int_0^l \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{N}_b^{(e)II T} EI \mathbf{N}_b^{(e)II} \mathbf{r}_b^{(e)} dx = \frac{1}{2} \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{K}_b^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)}, \quad (3.50)$$

$$\Pi_{bp}^{(e)} = \int_0^l \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{N}_b^{(e)II T} \mathbf{N}_p^{(e)} \mathbf{p}^{(e)} dx = \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{K}_{bp}^{(e)} \mathbf{p}^{(e)}, \quad (3.51)$$

$$\Pi_p^{(e)} = \frac{1}{2k} \int_0^l \mathbf{p}^{(e)T} \mathbf{N}_p^{(e)T} \mathbf{N}_p^{(e)} \mathbf{p}^{(e)} dx = \frac{1}{2} \mathbf{p}^{(e)T} \mathbf{K}_p^{(e)} \mathbf{p}^{(e)}. \quad (3.52)$$

kde  $\mathbf{K}_b^{(e)}$  je popsána vztahem (3.34) a

$$\mathbf{K}_{bp}^{(e)} = \int_0^l \mathbf{N}_b^{(e)II T} \mathbf{N}_p^{(e)} dx, \quad (3.53)$$

$$\mathbf{K}_p^{(e)} = \frac{1}{k} \int_0^l \mathbf{N}_b^{(e)T} \mathbf{N}_p^{(e)} dx. \quad (3.54)$$

Minimum potenciální energie nabude konstrukce tehdy, když parciální derivace vztahu (3.45) podle  $\delta \mathbf{r}$  a  $\delta \mathbf{p}$  bude rovna 0, tj.

$$(\delta \mathbf{r})^T \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{r}} + (\delta \mathbf{p})^T \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad (3.55)$$

$$(\delta \mathbf{r})^T [\mathbf{K}_b \mathbf{r}_b + \mathbf{K}_{bp} \mathbf{p} - \mathbf{f}] + (\delta \mathbf{p})^T [\mathbf{K}_{bp}^T \mathbf{r}_b - \mathbf{K}_p \mathbf{p}] = 0, \quad (3.56)$$

kde použité symboly jsou globální vektory a matice odpovídajících veličin odvozených na konečném prvku.

Aby byla rovnice (3.56) splněna pro jakékoli  $\delta \mathbf{r}$  a  $\delta \mathbf{p}$ , musí člen v druhé závorce rovnice (3.56) být roven nule. Platí tedy:

$$\mathbf{p} = \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_{bp}^T \mathbf{r}_b. \quad (3.57)$$

Dosazením vztahu (3.57) do (3.56) dostaneme

$$(\delta \mathbf{r})^T [(\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_{bp} \mathbf{K}_p^{-1} \mathbf{K}_{bp}^T) \mathbf{r}_b - \mathbf{f}] = 0. \quad (3.58)$$

Z rovnice (3.58) vyplývá matice tuhosti podloží  $\mathbf{K}_s^{(e)}$  ve tvaru

$$\mathbf{K}_s^{(e)} = -\mathbf{K}_{bp}^{(e)} \mathbf{K}_p^{(e)-1} \mathbf{K}_{bp}^{(e)T}. \quad (3.59)$$

Pro lineární aproximaci rozdělení reakce podloží, tedy pro  $\mathbf{N}_p^{(e)}(x) = [1 \ x]$  jsou prvky matice tuhosti

$$\mathbf{K}_s^{(e)} = \frac{kl}{1800} \begin{bmatrix} 666 & -93l & 234 & 57l \\ -93l & 14l^2 & -57l & -11l^2 \\ 234 & -57l & 666 & 93l \\ 57l & -11l^2 & 93l & 14l^2 \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Pokud by reakce podloží byla aproximována kubickým polynomem  $\mathbf{N}_p^{(e)}(x)$ , potom by matice tuhosti podloží  $\mathbf{K}_s^{(e)}$  vypočítaná podle (3.59) byla shodná s maticí tuhosti (3.43).

Je třeba podotknout, že podloží ve styku s konstrukcí bude aktivováno pouze na té části konstrukce, která je do zeminy zatlačována. Tuhost podloží lze tedy zahrnout do tuhosti konečného prvku pouze tehdy, je-li tento konečný prvek vlivem deformace konstrukce od vnějších zatížení „posunován“ směrem do zeminy. V opačném případě se neuplatní. Působí jako jednostranná pružná vazba. V případě modelování příčného řezu tunelu a zavedení těchto vazeb na ty konečné prvky ostění, které jsou ve styku se zeminou, lze uplatnění a neuplatnění této vazby regulovat nastavením konstanty úměrnosti  $k$  na jednotlivých konečných prvcích podle jejich posunů (je-li prvek posunut směrem od zeminy, pak  $k = 0$ ). Výpočet je potřeba provést iteračně a pro každou kombinaci zatěžovacích stavů samostatně.

### 3.3.2.4 Tažený a ohýbaný prut na Winklerově podloží vztahený k referenční ose

Mají-li být v matici tuhosti zohledněny v celém procesu zatěžování konstrukce vlastnosti materiálu betonu a výztuže, potom těžišťová osa ideálně pružného prvku, ke které byly odvozeny předchozí vztahy, nebude během celého výpočtu totožná s těžišťovou osou prvku, ve kterém bude částečně vyloučen tažený beton z působení a/nebo výztuž nebude umístěna symetricky k těžišti betonového prvku. Vztahy musí být upraveny tak, aby byly vztaheny k referenční ose, která je rovnoběžná s těžišťovou osou prvku.

Poměrné přetvoření ve vzdálenosti  $z$  od těžiště betonového průřezu je

$$\begin{aligned}\varepsilon(x, z) &= \frac{du(x)}{dx} - \frac{d^2w(x)}{dx^2} z = \frac{d\mathbf{N}_t^{(e)}(x)}{dx} \mathbf{r}_t^{(e)} - \frac{d^2\mathbf{N}_b^{(e)}(x)}{dx^2} \mathbf{r}_b^{(e)} z \\ &= \mathbf{N}_t^{(e)I} \mathbf{r}_t^{(e)} - \mathbf{N}_b^{(e)II} \mathbf{r}_b^{(e)} z\end{aligned}\quad (3.61)$$

a potenciální energie vnitřních sil prvku

$$\begin{aligned}\Pi_i^{(e)} &= \frac{1}{2} \left( \mathbf{r}_t^{(e)T} \mathbf{K}_t^{(e)} \mathbf{r}_t^{(e)} + \mathbf{r}_t^{(e)T} \mathbf{K}_{tb}^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)} + \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{K}_{bt}^{(e)} \mathbf{r}_t^{(e)} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{r}_b^{(e)T} \mathbf{K}_b^{(e)} \mathbf{r}_b^{(e)} \right),\end{aligned}\quad (3.62)$$

kde  $\mathbf{K}_t^{(e)}$  je matice tuhosti pro tažený (tlačený) prvek, viz (3.28),  $\mathbf{K}_b^{(e)}$  je matice tuhosti ohýbaného prutu (3.34) a  $\mathbf{K}_{tb}^{(e)}$  a  $\mathbf{K}_{bt}^{(e)}$  jsou smíšené matice tuhosti

$$\mathbf{K}_{tb}^{(e)} = -\mathbf{N}_t^{(e)I^T} ES \mathbf{N}_b^{(e)II} = \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

$$\mathbf{K}_{bt}^{(e)} = -\mathbf{N}_b^{(e)II^T} ES \mathbf{N}_t^{(e)I} = \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.64)$$

Symbol  $S$  je statický moment plochy průřezu. Statický moment  $S$  a moment setrvačnosti  $I$  ve vztahu (3.34) musí být vztahený k referenční ose.

Výsledná matice tuhosti prvku pro tažený (tlačený) a ohýbaný prut na Winklerově podloží je

$$\mathbf{K}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_t^{(e)} & \mathbf{K}_{bt}^{(e)} \\ \mathbf{K}_{tb}^{(e)} & \mathbf{K}_b^{(e)} + \mathbf{K}_s^{(e)} \end{bmatrix}. \quad (3.65)$$

### 3.3.2.5 Tuhost železobetonového prvku

#### 3.3.2.5.1 Rovnováha sil v průřezu

Předpokládejme, že v řezu na prutu o souřadnici  $x$  jsou známy vnitřní síly (účinky zatížení), tj. normálová síla  $N_E(x)$  a ohybový moment  $M_E(x)$ . Přetvoření průřezu a tím vyvozené síly  $N_R(x)$  a  $M_R(x)$  (resistence neboli odpor konstrukce) musí být s účinkem zatížení v rovnováze, tj. musí platit

$$N_E(x) = N_R(x), \quad (3.66)$$

$$M_E(x) = M_R(x). \quad (3.67)$$

Účinky zatížení i síly vyvozené přetvořením průřezu musí být vztaženy ke stejné ose (těžištní nebo referenční). Obvykle se používá těžištní osa, ale vzhledem k vzniku trhlin v železobetonových prvcích a tím i k posunu těžiště průřezu porušeného trhlinou, budou síly vztaženy k referenční ose  $x$  rovnoběžné s těžišťovou osou původního nepotrhaného průřezu.

Síly způsobené přetvořením průřezu lze vyjádřit

$$N_R(x) = \int_{\Omega} \sigma_c(\varepsilon(x, z)) d\Omega + \sum_1^{ke} \sigma_s(\varepsilon(x, z_{s,i})) A_{s,i}, \quad (3.68)$$

$$M_R(x) = \int_{\Omega} \sigma_c(\varepsilon(x, z)) z d\Omega + \sum_1^{ke} \sigma_s(\varepsilon(x, z_{s,i})) z_{s,i} A_{s,i}, \quad (3.69)$$

kde  $\Omega$  je betonová část průřezu,  $\sigma_c$  je na napětí v betonové části průřezu o souřadnici  $z$ ,  $\sigma_s$  je napětí ve výztuži o ploše  $A_{s,i}$ ,  $z_{s,i}$  je poloha  $i$ -té vrstvy výztuže vztažená k referenční ose.

Za předpokladu, že oba materiály (beton i výztuž) se chovají pružně, tzn., že platí

$$\sigma_c(x, z) = E_c \varepsilon(x, z) \quad (3.70)$$

a

$$\sigma_s(x, z_{s,i}) = E_s \varepsilon(x, z_{s,i}), \quad (3.71)$$

kde  $E_c$  je modul pružnosti betonu a  $E_s$  je modul pružnosti oceli, lze (3.68) a (3.69) zapsat ve tvaru

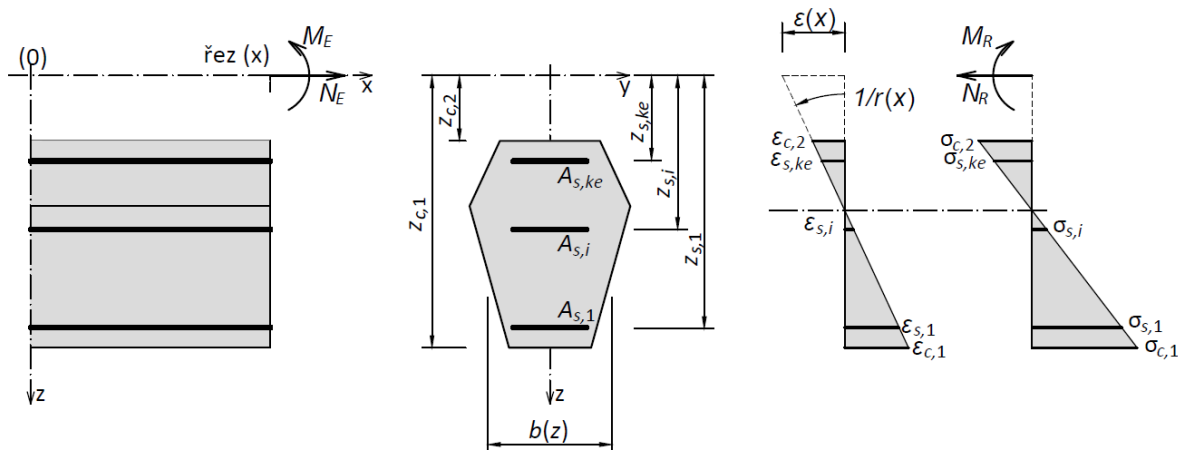
$$N(x) = E_c \int_{\Omega} \varepsilon(x, z) d\Omega + E_s \sum_1^{ke} \varepsilon(x, z_{s,i}) A_{s,i}, \quad (3.72)$$

$$M(x) = E_c \int_{\Omega} \varepsilon(x, z) z d\Omega + E_s \sum_1^{ke} \varepsilon(x, z_{s,i}) z_{s,i} A_{s,i}. \quad (3.73)$$

Poměrné přetvoření  $\varepsilon(x, z)$  lze dle rovnice (3.59) popsat vzhledem k referenční ose  $x$

$$\varepsilon(x, z) = \frac{du(x)}{dx} - \frac{d^2w(x)}{dx^2}z = \varepsilon(x) + \frac{1}{r(x)}z, \quad (3.74)$$

kde  $\varepsilon(x)$  je poměrné přetvoření průřezu v úrovni referenční osy  $x$ ,  $\frac{1}{r(x)}$  je křivost, viz Obr. 3.37.



Obr. 3.37 Rovnováha sil na železobetonovém průřezu za předpokladu pružného chování

Po dosazení (3.74) do vztahů (3.72) a (3.73) a úpravě dostaneme

$$N(x) = E_c A_i \varepsilon(x) + E_c S_i \frac{1}{r(x)}, \quad (3.75)$$

$$M(x) = E_c S_i \varepsilon(x) + E_c I_i \frac{1}{r(x)}, \quad (3.76)$$

kde  $A_i$  je plocha ideálního průřezu,  $S_i$  je statický moment ideálního průřezu vztažený k referenční ose a  $I_i$  je moment setrvačnosti průřezu vztažený k referenční ose, viz následující vztahy

$$A_i = \int_{\Omega} d\Omega + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} A_{s,i} = A_c + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} A_{s,i}, \quad (3.77)$$

$$S_i = \int_{\Omega} z d\Omega + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} z_{s,i} A_{s,i} = S_c + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} S_{s,i}, \quad (3.78)$$

$$I_i = \int_{\Omega} z^2 d\Omega + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} z_{s,i}^2 A_{s,i} = I_c + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} I_{s,i}. \quad (3.79)$$

Ve vztazích je  $A_c$  plocha betonového průřezu,  $S_c$  je statický moment a  $I_c$  je moment setrvačnosti betonového průřezu vztažený k referenční ose  $x$ , obdobně  $S_{s,i}$  je statický moment a  $I_{s,i}$  je moment setrvačnosti  $i$ -té vrstvy výztuže k referenční ose  $x$ .

### 3.3.2.5.2 Stanovení tuhosti pro MSP

Stanovení tuhostních charakteristik je provedeno podle (CEB-FIP Model Code 1990, 1993), z tohoto modelu vychází i platná norma pro navrhování železobetonových konstrukcí (ČSN EN 1992-1-1, 2011).

Průřezové charakteristiky (plocha průřezu  $A$ , statický moment  $S$  a moment setrvačnosti  $I$ ) vypočítané podle této kapitoly jsou použity při výpočtu matic tuhosti konečných prvků pro výpočet odezvy konstrukce na kombinace zatěžovacích stavů pro posouzení dle MSP.

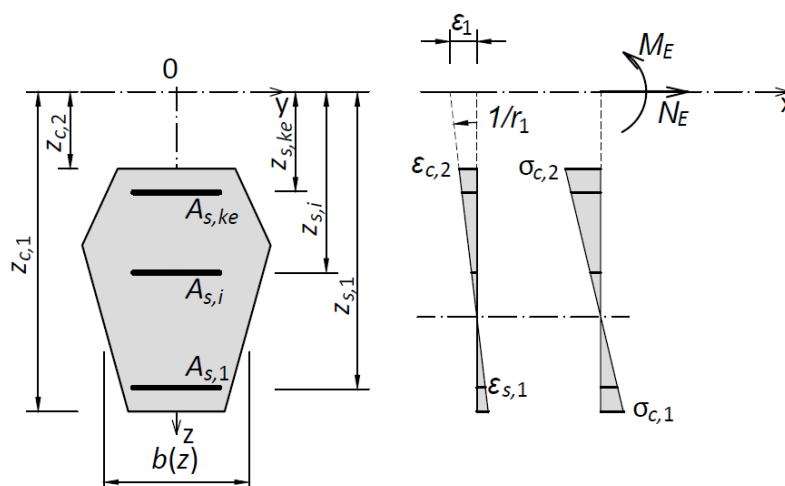
Při úrovních zatížení, která odpovídají kombinacím zatížení pro mezní stavy použitelnosti, namáhání výztuže nepřekračuje charakteristickou hodnotu meze kluzu (ev. smí dosahovat maximálně 80 % této hodnoty), a proto lze uvažovat ve výpočtu pružné chování dle vztahu (3.71). V betonu je obvykle napětí v tlaku také nízké (i když omezeně může překročit hodnotu 0,45 charakteristické pevnosti betonu v tlaku  $f_{ck}$ , pro kterou je stanoven v normě uvedený sečnový modul pružnosti  $E_{cm}$ ), a proto pro zjednodušení bude i u tohoto materiálu uvažováno pružné chování dle vztahu (3.70). Oba tyto předpoklady odpovídají ustanovením normy EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011).

Beton má poměrně nízkou pevnost v tahu a proto v železobetonových prvcích a konstrukcích vznikají za provozu (MSP) trhliny v tažených oblastech. Tyto tzv. ohybové (tahové) trhliny vzniknou, pokud v krajních vláknech betonu je dosažena, ev. překročena pevnost betonu v tahu, tzn., když platí vztah (3.14).

Napětí v krajních vláknech průřezu lze spočítat za předpokladu plně působícího betonového průřezu s vlivem výztuže např. dosazením vztahu (3.74) do vztahu (3.70)

$$\sigma_{c,i} = E_c \left( \varepsilon_1 + \frac{1}{r_1} z_{c,i} \right), \quad (3.80)$$

kde  $\varepsilon_1$  je poměrné přetvoření v úrovni referenční osy  $x$  a  $\frac{1}{r_1}$  je křivost, viz Obr. 3.38.



Obr. 3.38 Ideální plně působící průřez, přetvoření a napětí, stav I

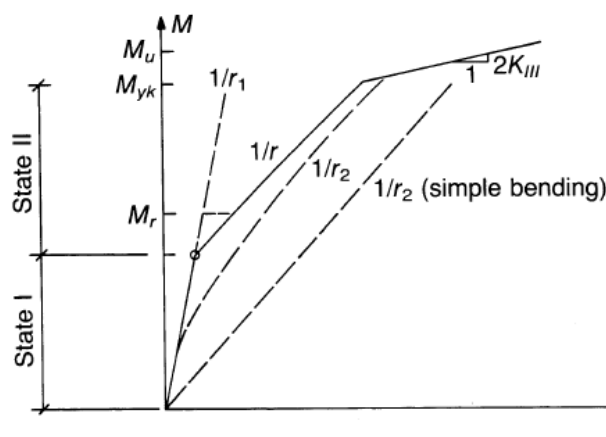
Pokud v betonovém průřezu nevznikne trhлина, zatížení vzdoruje celý betonový průřez a výztuž, tzv. ideální plně působící průřez. Jedná se o tzv. stav působení I. Tuhostní charakteristiky lze spočítat podle vztahů (3.77) až (3.79), pro obdélníkový průřez podle níže uvedených vztahů (3.84) až (3.86).

Pokud v jedněch krajních vláknech je podmínka (3.9) splněna, pak v průřezu vznikne trhлина a tuhost průřezu je snížena. Na prvku v místě trhliny působí pouze tlačенá část betonového průřezu a výztuž; jedná se o stav působení II. V místech mezi trhlinami, ve kterých není porušena soudržnost betonu a výztuže, působí kolem tažené výztuže i část taženého betonového průřezu. Tento vliv taženého betonu mezi trhlinami (tension stiffening effect) je při stanovení výsledné tuhosti prvku zohledněn.

Podle (CEB-FIP Model Code 1990, 1993) se při výpočtu vychází ze střední hodnoty přetvoření výztuže  $\varepsilon_{s,m}$  a střední hodnoty přetvoření tlačенého okraje betonu  $\varepsilon_{c,m}$  prvku porušeného trhlinami. Střední hodnota křivosti je dána

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_m} = \frac{\varepsilon_{s,m} - \varepsilon_{c,m}}{d}, \quad (3.81)$$

kde  $d$  je účinná výška průřezu. Pro výpočet křivosti lze použít i závislost mezi momentem od zatížení a křivostí dle Obr. 3.39 při současném působení ohybového momentu a normálové síly pro  $N = konst.$



Obr. 3.39 Průměrná křivost – kombinace ohybového momentu a normálové síly ( $N = konst.$ ),  
obrázek převzat z (CEB-FIP Model Code 1990, 1993, s. 107)

Pokud není dosaženo meze kluzu v tažené výztuži, průměrná křivost kteréhokoli průřezu prvku je dána

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{ts}}, \quad (3.82)$$

kde  $\frac{1}{r_2}$  je křivost trhlinami porušeného ideálního průřezu v místě trhliny pro zatížení  $M_E$  a  $N_E$  a člen  $\frac{1}{r_{ts}}$  vyjadřuje vliv taženého betonu mezi trhlinami.



Tento vliv je dán hyperbolickou funkcí

$$\frac{1}{r_{ts}} = \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \beta_b \frac{M_r}{M_E} \quad (3.83)$$

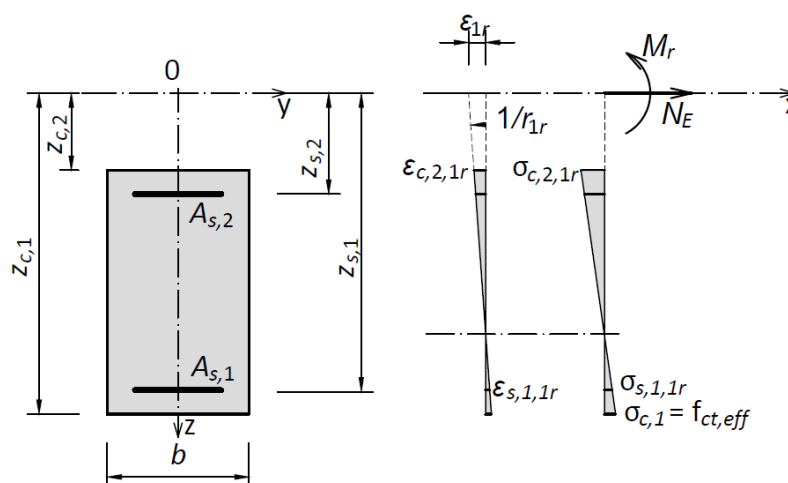
Ve vztahu (3.83) jednotlivé symboly značí:  $M_r$  je moment na mezi vzniku trhlin při působení  $N_E$ ;  $\frac{1}{r_{1r}}$  je křivost plně působícího ideálního průřezu při zatížení  $M_r$  a  $N_E$ ;  $\frac{1}{r_{2r}}$  je křivost trhlinami porušeného ideálního průřezu při zatížení  $M_r$  a  $N_E$ ;  $\beta_b$  je součinitel charakterizující vliv soudržnosti výztuže a betonu a vliv délky trvání zatížení nebo opakování zatížení (dle EC2 nelze použít hladkou ocel, proto vliv soudržnosti odpadá, pro krátkodobá zatížení je  $\beta_b = 0,8$  a pro dlouhodobě působící nebo opakovaná zatížení je  $\beta_b = 0,5$ ).

Prakticky lze  $\frac{1}{r_{1r}}$  vypočítat z rovnice (3.75) a (3.76) pro zatížení na mezi vzniku trhlin  $M_r$  a  $N_E$  a plně působící ideální průřez. Průřezové charakteristiky obdélníkového průřezu, viz Obr. 3.40, a referenční osu  $x$  jsou

$$A_i = b(z_{c,1} - z_{c,2}) + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} A_{s,i} \quad (3.84)$$

$$S_i = \frac{b}{2} (z_{c,1}^2 - z_{c,2}^2) + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} z_{s,i} A_{s,i} \quad (3.85)$$

$$I_i = \frac{b}{3} (z_{c,1}^3 - z_{c,2}^3) + \frac{E_s}{E_c} \sum_1^{ke} z_{s,i}^2 A_{s,i} \quad (3.86)$$

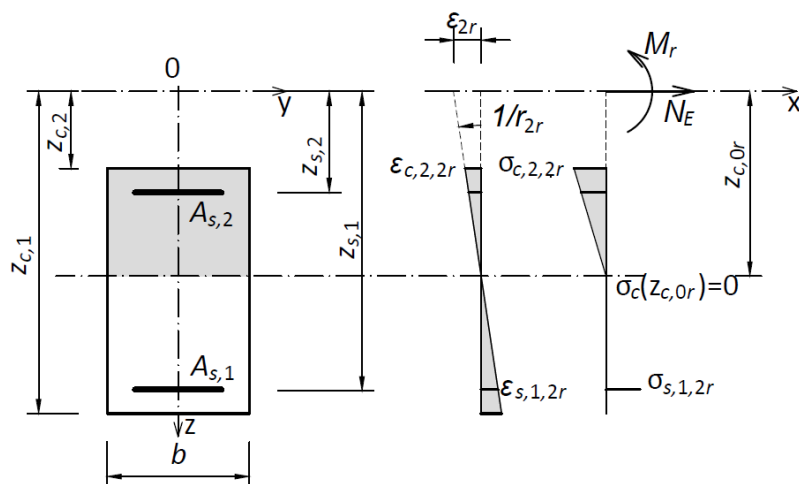


Obr. 3.40 Ideální plně působící průřez při zatížení na mezi vzniku trhlin  $M_r$  a  $N_E$ , stav I

Křivost  $\frac{1}{r_{2r}}$  lze vypočítat z rovnic rovnice (3.75) a (3.76) pro zatížení na mezi vzniku trhlin  $M_r$  a  $N_E$  a charakteristiky trhlinami porušeného ideálního průřezu, a to za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí, viz Obr. 3.41. Tento předpoklad lze vyjádřit dodatečnou podmínkou pro výšku tláčené části betonu danou pořadnicí  $z_{c,0r}$

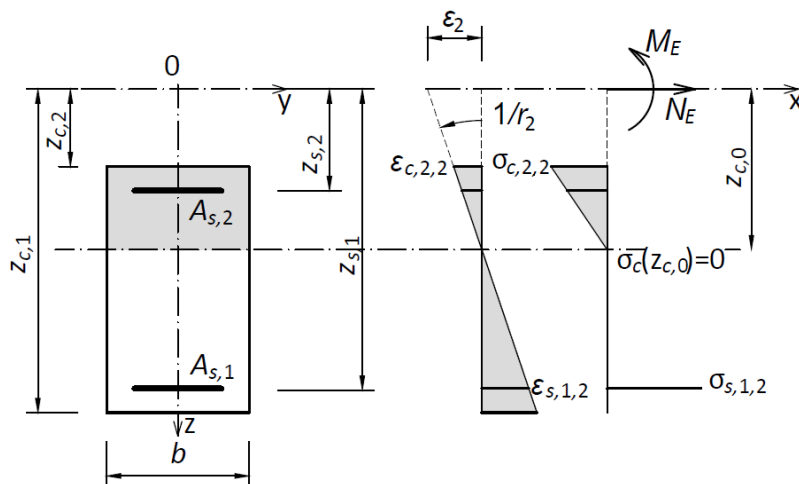
$$\sigma_c(z = z_{c,0r}) = 0. \quad (3.87)$$

Průřezové charakteristiky lze vyjádřit pro obdélníkový průřez podle rovnic (3.84) až (3.86), kde za krajní souřadnici tažené části betonu  $z_{c,1}$  je dosazena souřadnice  $z_{c,0r}$ .



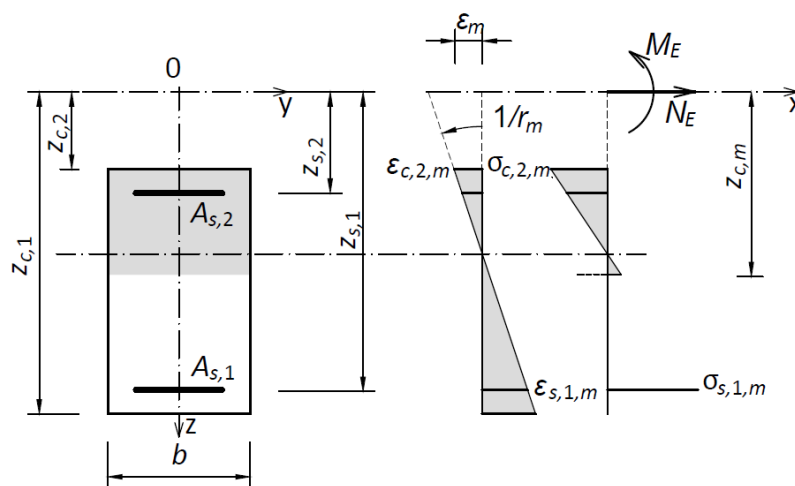
Obr. 3.41 Ideální průřez porušený trhlinou při zatížení na mezi vzniku trhlin  $M_r$  a  $N_E$ , stav II

Křivost  $\frac{1}{r_2}$  lze vypočítat z rovnic (3.75) a (3.76) pro zatížení  $M_E$  a  $N_E$  a charakteristiky trhlinami porušeného ideálního průřezu, opět za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí, a proto do výpočtu je třeba zahrnout i podmínku (3.87) pro pořadnici  $z = z_{c,0}$ . Průřezové charakteristiky lze vyjádřit obdobně podle rovnic (3.84) až (3.86), kde za krajní souřadnici tažené části betonu  $z_{c,1}$  je dosazena souřadnice  $z_{c,0}$ .



Obr. 3.42 Ideální průřez porušený trhlinou při zatížení  $M_E$  a  $N_E$ , stav II

Hledané průřezové charakteristiky, které odpovídají střední hodnotě křivosti  $\frac{1}{r_m}$  podle (3.81), lze pro obdélník dopočítat podle vztahů (3.84) až (3.86), ve kterých je neznámá souřadnice  $z = z_{c,m}$ , která určuje, jak velká část betonového průřezu (tlačená část včetně části tažené zohledňující tahové zpevnění mezi trhlinami) bude uvažována. Výšku této části danou pořadnicí  $z_{c,m}$  lze stanovit ze vztahů (3.75) a (3.76) dosazením vztahů pro průřezové charakteristiky (3.84) až (3.86) a střední hodnoty křivosti  $\frac{1}{r_m}$  pro zatížení  $M_E$  a  $N_E$ , viz Obr. 3.43.



Obr. 3.43 Ideální průřez porušený trhlinou s vlivem působení taženého betonu stanovený pro střední hodnotu křivosti  $\frac{1}{r_m}$  a zatížení  $M_E$  a  $N_E$

Tyto průřezové charakteristiky se použijí při stanovení matic tuhosti prvků pro analýzu vnitřních sil, která je určena pro výpočet rovnováhy konstrukce pro MSP. Jedná se o nelineární MKP a řešení není možné vyjádřit analyticky.

### 3.3.3 Řešení úlohy pomocí GAMS

Obecný algebraický modelovací systém GAMS (General Algebraic Modeling System) představuje vysoce vyvinutý modelovací systém matematického programování a optimalizace. Skládá se z překladače modelovacího jazyka (compiler) a z integrovaných řešičů (solvers). GAMS je vytvořen pro rozsáhlé modelové aplikace a umožňuje snadno měnit jak účelovou funkci, tak výčet omezujících podmínek, které optimalizační úlohu popisují. Systém GAMS je určen pro řešení nejen lineárních optimalizačních úloh ale i nelineárních úloh a smíšených celočíselných úloh v závislosti na možnostech použitého řešiče.

Při použití modelovacího systému GAMS s nelineárním řešičem CONOPT3 není potřeba úlohu linearizovat. Uživatel tedy zadává do systému přímo nelineární rovnice či nerovnosti a nezabývá se tím, jakými metodami bude úloha řešena. Musí však zajistit požadavky na spojitost funkcí a jejich derivací podle použitého řešiče. Samotný řešič je založen na gradientních metodách a obsahuje více metod (sub-methods) řešení v závislosti na tom, jak moc je úloha lineární či nelineární. Konkrétní metody jsou během výpočtu vybírány dynamicky na základě zhodnocení modelu a průběhu optimalizace.

Model v systému GAMS se skládá z vstupní části (vstupní soubor), ve které je definováno:

- indexace,
- vstupní data (deklarace, přiřazení hodnot) včetně rovnic, pomocí kterých mohou být definována; jsou to data, jejichž hodnota se v procesu optimalizace nemění,
- deklarace a přiřazení typu návrhových proměnných (Variables), tj. těch, jejichž hodnotu hledáme na základě definované účelové funkce, a také těch, které se vyskytují v rovnicích a jejichž hodnoty jsou během výpočtu optimalizace proměnné; nastavení jejich horních a dolních limitů a inicializační hodnoty, ze které optimalizační algoritmus startuje,

- deklaráce a definice rovnic případně nerovností (Equations), které popisují jednak účelovou funkci a omezující podmínky, jednak další závislosti vyjádřené pomocí řady rovnic či nerovností,
- deklaráce a definice modelu (Model), tj. výčet rovnic a nerovností, které do optimalizace vstupují, (je možné snadno vytvářet další modely pouze změnou výčtu rovnic),
- volání příslušného řešiče (Solve) podle typu úlohy pro určený model a účelovou funkci, se kterými má být optimalizační úloha řešena,

a z výstupní části (výstupního souboru), která popisuje

- výpis vstupního souboru (Echo Print),
- v případě, že zdrojový kód vstupního souboru obsahuje chyby, nahlášení chyb (Error Messages),
- seznam entit s odkazy řádků jejich deklaráce, přiřazení hodnot, volání apod. a seznam všech entit s dokumentačním popisem (komentářem autora) (Reference Maps),
- výpis rovnic včetně výpisů všech indexů, pro které se rovnice sestavují (Equation Listing), v případě nelineárních rovnic je uvedena Taylorova aproximace prvního řádu,
- stav řešení po jeho realizaci (Statut Reports), a to pomocí ukazatele stavu řešení (Solver Statut) a stavu modelu (Model Statut), které závisí na typu optimalizace a na výskytu chyb během optimalizace, a hodnotu účelové funkce, (poznámka: u nelineární úlohy je nalezeno lokální optimum, v tomto případě je na zodpovědnosti uživatele ověřit, zda toto nalezené lokální optimum je i globálním optimumem),
- výsledky (Solution Report) pokud jsou oba předchozí stavy akceptovatelné.

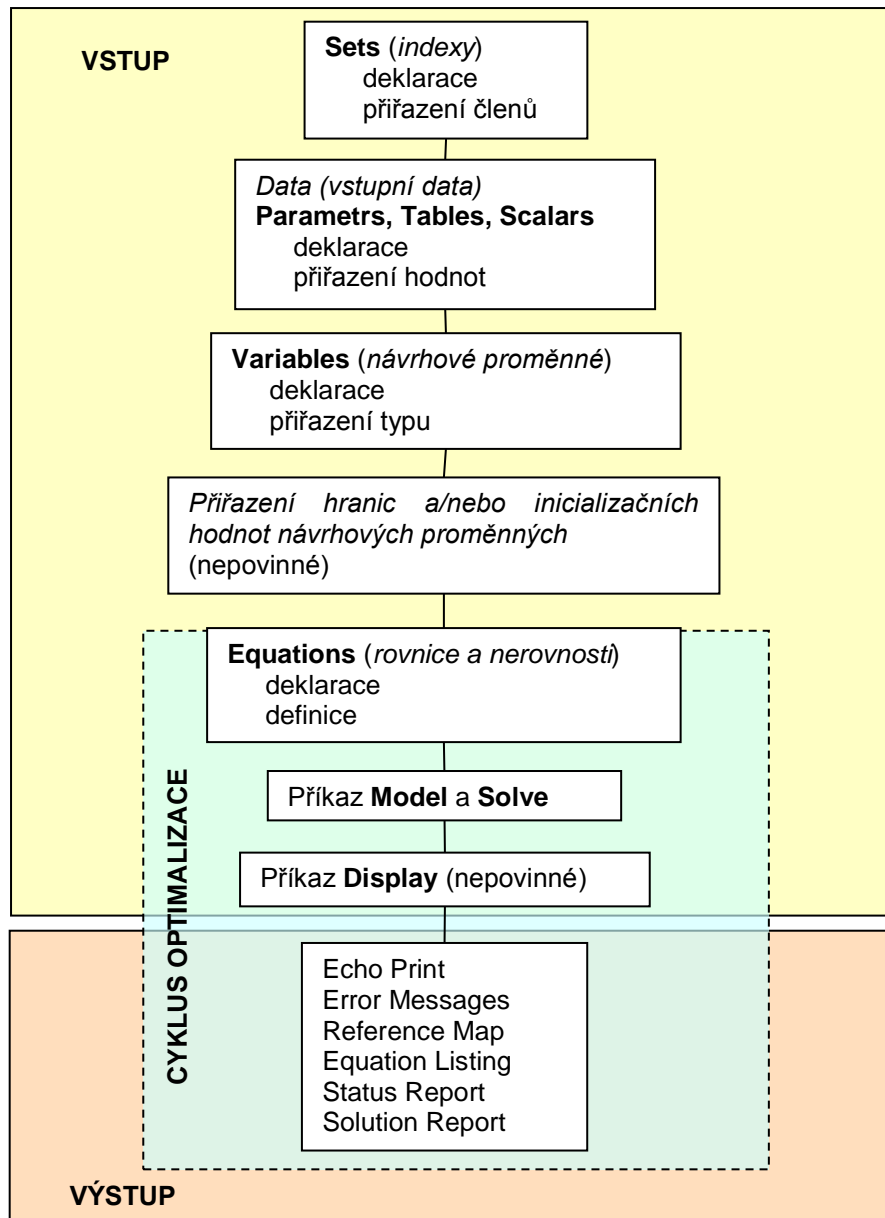
Stručný přehled struktury jednotlivých částí je zobrazen v diagramu na Obr. 3.44. Při vytváření modelu v systému GAMS nemusí být dodrženo pořadí deklaráce entit, tak jak je uvedeno v diagramu a může být rozděleno do více bloků na různých místech. Při modelování ale musí být dodržovány zásady, které jsou obecným zvykem při programování i v ostatních jazycích:

- musí být deklarován typ každé entity,
- řazení entit musí být takové, aby žádný symbol nebyl použit dříve, než je deklarován,
- musí být specifikované jednotky všech entit,
- měřítko jednotek má být voleno tak, aby řád numerické hodnoty vyčíslované solverem byl relativně malý.

Použití nelineárních optimalizačních algoritmů je podmíněno:

- možností přesného vyčíslování funkcí a derivací funkcí v reálném čase,
- zaručením spojitosti derivací alespoň prvního řádu vzhledem ke všem návrhovým proměnným.

Pojem návrhové proměnné nezahrnuje jen optimalizované proměnné, ale všechny veličiny, které nejsou během cyklu optimalizace konstantní a vyskytují se v některé z rovnic definujících úlohu.



Obr. 3.44 Struktura modelu v algebraickém modelovacím systému GAMS

I když možnosti modelovacího jazyka GAMSu jsou rozsáhlé (indexace, matematické funkce, ap.), největším omezením byl shledán požadavek na hladkost funkcí (nebo alespoň spojitost 1. derivací) a nemožnost v těle optimalizačního cyklu zařadit příkaz rozhodování.

Toto omezení je částečně kompenzováno tím, že tento systém umožňuje implementovat části modelu mimo vlastní GAMS a ve formálních definicích rovnic se odkazovat na vnější externí funkce definované v externího modulu Dynamic Link Library (.dll).

Při algoritmizaci úloh v oblasti betonových konstrukcí se často vyskytují funkce nesplňující požadavek na hladkost funkce. V řešené úloze se konkrétně jedná o tři funkce týkající se

- výpočtu napětí v betonu (a následné integrace funkce napětí po oblasti betonového průřezu) a výpočtu napětí ve vrstvách výztuže  $\sigma_{s,i,j}$  ve vztazích (2.36) a (2.37)

- při posouzení podmínek spolehlivosti podle MSÚ namáhání kombinací M a N, a to z důvodu použití pracovních diagramů oceli a betonu podle normy EC2, viz Obr. 2.9,
- vyčíslení průřezových charakteristik jednotlivých konečných prvků s ohledem na vznik trhlin, tj. charakteristik ideálního neporušeného nebo trhlinami porušeného průřezu pomocí křivosti, a výsledné tuhosti, viz Obr. 3.39.

Hodnoty těchto proměnných jsou vyčíslovány v externím modulu. Části těchto funkcí okolo míst nespojitosti derivací byly nahrazeny Hermitovými polynomy třetího stupně, čímž byla zajištěna spojitost 1. derivací i na hranicích původní funkce a náhradního polynomu. Tento postup obsahuje rozhodování (rozdělení funkce na intervaly), proto musí být řešen externě. Souběžně jsou vyčíslovány i první derivace těchto funkcí podle požadavku řešiče.

Samotné vyčíslení integrálu funkce napětí přes plochu betonového průřezu (tj. síly a momentu na mezi únosnosti od tlačené části betonu) ve vztazích (2.36) a (2.37) nemůže být prováděno během cyklu optimalizace v prostředí GAMS a je řešeno numericky v externím modulu včetně požadovaných derivací. Numerické řešení je zdrojem nepřesností, které mohou být důvodem zastavení procesu optimalizace, protože řešič obsahuje řadu vnitřních kontrol. V nastavení řešiče je možné některé kontroly vypnout nebo změnit limit, což se osvědčilo v případě použití této numerické integrace.

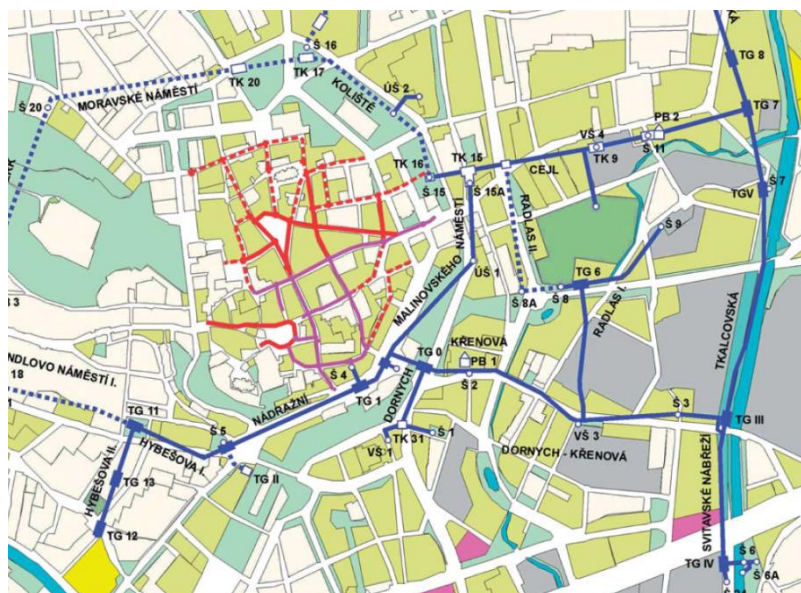
Externí modul vyčísľující hodnoty a derivace těchto tří funkcí (knihovna .dll) je napsán v jazyce Pascal a při jeho tvorbě jsem vycházela z dizertační práce (Plšek, 2011). Pro použití v mém modelu byl upraven (např. rozšířen pro více kombinací zatěžovacích stavů, rozdělení vstupu pro hodnoty odpovídající předpokladům řešení dle MSÚ a MSP,...).

Použití Winklerova podloží zavádí do algoritmu optimalizace rozhodovací podmínku, která podle deformace konstrukce určuje, kdy má být s tuhostí podloží počítáno a kdy ne (jako jednostranná vazba). Toto není možné provést v samotném cyklu optimalizace, který má být řešen pomocí řešiče CONOPT3. Proto před samotnou optimalizací musí být nalezen rovnovážný stav konstrukce pro nastavené (inicializační) hodnoty proměnných a podle deformace konstrukce je nastavena hodnota Winklerovy konstanty pro jednotlivé konečné prvky (pro prvek, který není zatlačován do zeminy, je  $k = 0$ , pro prvek, který je zatlačován do zeminy, je nastavená hodnota  $k$ ) pro každou kombinaci zatěžovacích stavů. Po provedení optimalizace následuje kontrola deformace konstrukce a nastavení hodnot  $k$  pro jednotlivé prvky. Pokud nastavení hodnot  $k$  neodpovídá výsledné deformaci, provede se jejich aktualizace a nový cyklus optimalizace.

Před vlastní optimalizací bylo nutné pro předem stanovené inicializační hodnoty některých optimalizovaných veličin (rozměrů průřezu prvků) provést výpočet rovnováhy konstrukce pomocí MKP podle předpokladů MSÚ a MSP, aby se naplnily hodnoty některých dalších návrhových proměnných. Toto počáteční nastavení nemusí splňovat omezující podmínky.

### 3.3.4 Optimalizace tloušťky a vyztužení dodatečného (zesilujícího) ostění kolektoru

Pro optimalizaci návrhu nového zesilujícího ostění byl v rámci řešení projektu TA03030851 „Sanace tunelů - technologie, materiály a metodické postupy“ vybrán úsek primárního kolektoru Svitavské nábřeží mezi šachtami Š6 a Š24, který je součástí sítě kolektorů v městě Brně, viz Obr. 3.45. Návrh sanace pomocí zbudování přídatné nosné konstrukce je proveden jako alternativní návrh sanací a zesílení klasickými metodami. Výsledky zde uvedené jsou součástí (Projekt TA03030851 Odborná zpráva o postupu řešení projektu za rok 2015, 2016) a technické příručky (Horák, 2016).



Obr. 3.45 Síť kolektorů města Brna

Stavba sledovaného úseku spadala do etapy Svitavské nábřeží I, která proběhla v letech cca 1979–1982. Do provozu byla uvedena v roce 1986 (kolaudace). Při ražení TG4 došlo v roce 1979 k závalu a vytvoření kráteru průměru cca 10 m na povrchu. Zavalena byla jižní část galerie směrem k šachtě Š24 (úsek EI) a 25 m chodby k šachtě Š6 (úsek EIV). Oblast byla zajištěna a zpevněna chemickou injektáží karbonidovými pryskyřicemi. Po havárii byl tento úsek přesunut do etapy Svitavské nábřeží II, která proběhla v letech cca 1982–1989. Do provozu byla uvedena v roce 1989.

Z probíhajících průzkumů a zprávy (Lacina, 2014) vyplývá, že opotřebení nebo koroze jsou viditelné na většině pohledové plochy. Nejčastější závady týkající se nosné funkce jsou v místech pracovních spár mezi dnem a ostěním chodby, které jsou ve většině případů zavlhlé, nebo přímo jimi protéká voda a tvoří se výluhy. Vlivem koroze nosné výztuže ostění dochází k výtokům hnědého až rezavého bahna.

V průchodu pod řekou Svitavou byly zaznamenány trhliny v klenbě. Trhliny jsou zdrojem postupného oslabování ostění, neboť tvoří cestu pro pronikání podzemní vody přes ostění, dochází ke korozi nosné výztuže a degradaci betonu, Obr. 3.47.





Obr. 3.46 Výtok rezavého bahna a degradace betonu v blízkosti pracovních spár (vlevo) a v čelbě (vpravo), (snímky poskytnuty spoluřešitelem Amberg Engineering)



Obr. 3.47 Síť trhlin s výluhy, lokální sanace kolem ocelových konzol, (Lacina, 2014)

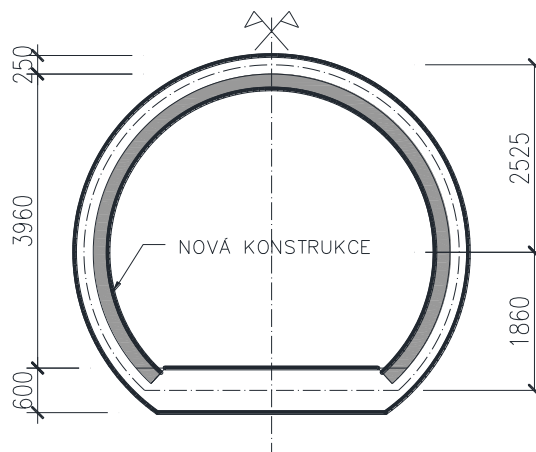
Vlivem technologických chyb při aplikaci stříkaného betonu došlo v části ploch ostění k degradaci struktury ostění. Projevilo se to nespojitostí jednotlivých vrstev betonu ostění.

Pro klasifikaci byla v souladu s normou Zásady navrhování konstrukcí - Hodnocení existujících konstrukcí (ČSN ISO13822, 2005) a se Stavebním zákonem konstrukce zaříděna do stavebního stavu 5 (havarijní stav).

Přídavné zesilující ostění má plně přenést veškeré zatížení od tlaků zeminy a podzemní vody působící na stávající ostění, které v současné době vykazuje značnou degradaci a ztrátu únosnosti způsobenou oslabením výztuže na velké části plochy ostění. Od stávajícího ostění má být odděleno hydroizolační vrstvou a zakotveno do stávajícího dna ostění. Betonová vrstva bude zhotovena ze stříkaného betonu a vyztužení bude provedeno z klasické oceli nebo alternativně z kompozitní výztuže se skleněnými vlákny GFRP.

Profil chodeb kolektoru je kruhový. Světlá výška je 3,96 m, ostění je tloušťky 250 mm, vnitřní poloměr zakřivení kruhové části je 2,40 m. Geometrie stávajícího příčného řezu ostění i přídavného ostění je na Obr. 3.48. Řešen je segment kolektoru délky jeden metr.





Obr. 3.48 Geometrie stávajícího stavu

### 3.3.4.1 Účelová funkce

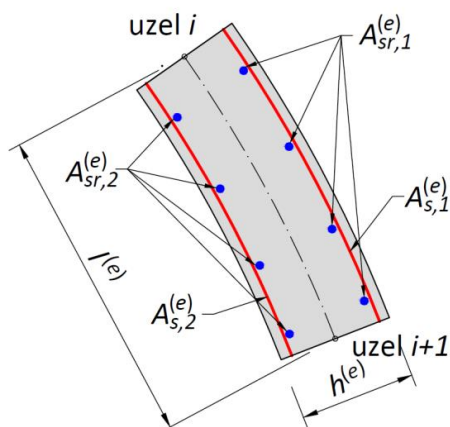
Účelová funkce v této studii vyjadřovala požadavek minimálních nákladů (ceny) na pořízení a osazení armokoše a betonové části ostění ze stříkaného betonu vztažený na 1 m délky ostění

$$C(\mathbf{x}) = V_c(\mathbf{x})C_c + m_r(\mathbf{x})C_r \quad (3.88)$$

kde  $V_c(\mathbf{x})$  je objem betonu v  $m^3$ ,  $C_c$  je cena stříkaného betonu včetně zhotovení v Kč/ $m^3$ ,  $m_r(\mathbf{x})$  je hmotnost výztuže v kg a  $C_r$  je cena výztuže včetně zhotovení a osazení v Kč/kg.

Jedná se o výsek liniové konstrukce o šířce 1 m, který bude modelován jako rám o průřezové ploše ve tvaru obdélníka o šířce 1 metr a výšce  $h$  (tloušťka ostění). Optimalizované proměnné jsou definované na každém konečném prvku, obdobně jako je uvedeno v odstavci 3.3. Jsou to tloušťka ostění  $h^{(e)}$ , plocha nosné výztuže na rubové straně ostění  $A_{s,1}^{(e)}$  a na lícové straně ostění  $A_{s,2}^{(e)}$ , plocha rozdělovací výztuže na rubové straně ostění  $A_{sr,1}^{(e)}$  a lícové straně ostění  $A_{sr,2}^{(e)}$ . Rozmístění a směry uložení výztuží jsou na Obr. 3.49. Počet vrstev výztuží je  $k_e = 2$ .

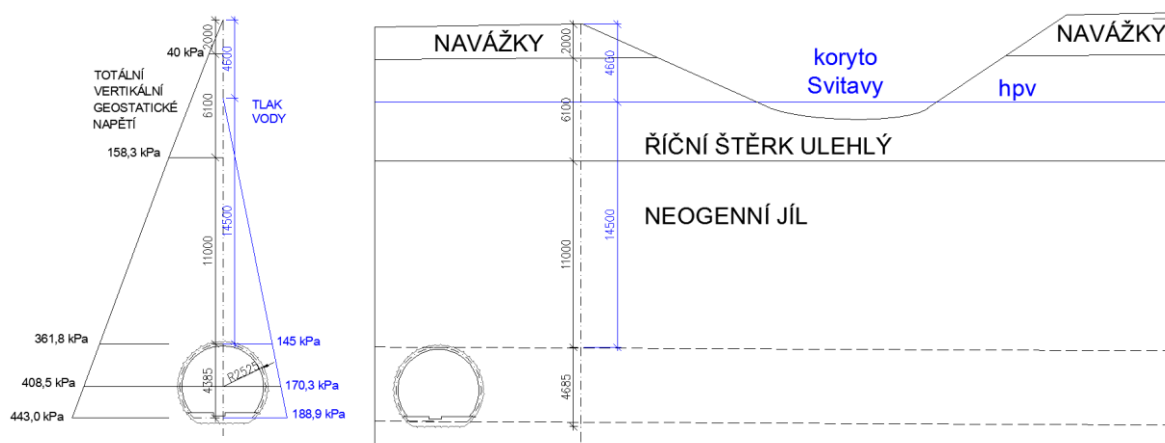
Řešeny jsou dvě varianty vyztužení, a to vyztužení klasickou betonářskou výztuží anebo kompozitní FRP výztuží na bázi skleněných vláken (GRFP).



Obr. 3.49 Optimalizované proměnné a jejich orientace na elementu  $e$

### 3.3.4.2 Zatížení

Ostění je zatíženo zemním tlakem, tlakem vody a vlastní tíhou, viz Obr. 3.50. Stávající geometrie a skladba nadloží byly převzaty ze statického výpočtu (Grepl, 2014), parametry zemin jsou v Tab. 3.21. Byly uvažovány dvě hodnoty horizontálního efektivního tlaku zeminy. Jedna hodnota byla určena podle Jákyho rovnice  $K_0 = 0,593$ , druhá podle stupně konsolidace, kdy v případě Brněnských jílu může dosahovat hodnoty až  $K_0 = 1,25$  (Svoboda, 2009).



Obr. 3.50 Geometrie polohy tunelu a geostatický tlak na původní ostění, (Grepl, 2014)

Tab. 3.21 Parametry zemin (Grepl, 2014)

Název	$\gamma_{sat}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$\gamma_{unsat}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	E [kN/m <sup>2</sup> ]	v [-]	c [kN/m <sup>2</sup> ]	$\phi$ [°]	$\psi$ [°]
Navážky	20,0	20,0	10 000	0,35	10	10	4
Říční štěrk	19,4	19,4	60 000	0,35	5	30	8
Neogenní jíl	18,5	18,5	9 350	0,35	6	24	0

Dílčí součinitel hladiny podzemní vody pro posouzení mezních stavů únosnosti byl odhadnut z předpokladu, že hladina vody nepřekročí výšku horizontu ( $\gamma_f = 1,27$ ) a nepoklesne víc jak o 20 % dlouhodobé hladiny vody ( $\gamma_f = 0,8$ ) vztažené k hloubce tunelu.

Uvažované kombinace zatěžovacích stavů pro mezní stavy:

- působí zemní tlak, tlak vody a vlastní tíha ostění,
- působí pouze tlak vody a vlastní tíha ostění (za předpokladu, že by došlo k pronikání vody hydroizolací a stávající ostění by přenášelo tlak zeminy).

Přehled kombinací zatěžovacích stavů s příslušnými součiniteli zatížení je uveden v Tab. 3.22. Pro MSÚ platí kombinace CL1 až CL14, tj. celkový počet kombinací pro mezní stav únosnosti  $nkzs_u = 14$ . V mezních stavech použitelnosti byly uvažovány hodnoty součinitelů spolehlivosti rovny 1, tj. kombinace CL2, CL8 a CL15, celkový počet kombinací pro MSP je  $nkzs_p = 3$ . Celkový počet kombinací je  $nkzs = 14 + 3 = 17$ .

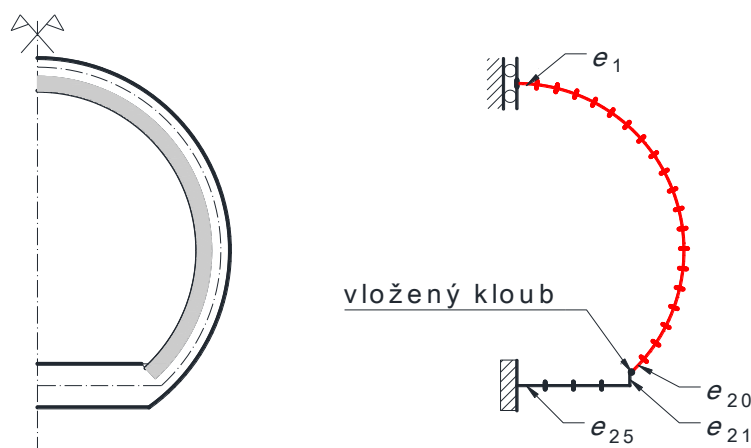
Tab. 3.22 Přehled kombinací zatěžovacích stavů a použitých součinitelů zatížení  $\gamma_f$

Kombinace zatěžovacích stavů	CL1 <sup>1)</sup>	CL2 <sup>1)</sup>	CL3 <sup>1)</sup>	CL4 <sup>1)</sup>	CL5 <sup>1)</sup>	CL6 <sup>1)</sup>	CL13	CL14	CL15
Vlastní tíha ostění	1	1	1	1,35	1,35	1,35	1	1,35	1
Zemní tlak	1	1	1	1,35	1,35	1,35	0	0	0
Tlak vody	0,8	1	1,27	0,8	1	1,27	1,27	1,27	1

<sup>1)</sup> pro koeficient zemního tlaku  $K_0 = 0,593$ , kombinace CL7 až CL12 pro  $K_0 = 1,25$

### 3.3.4.3 Geometrie a statické schéma

Předpokládá se, že nová konstrukce ostění bude v patě uchycena do stávajícího dna stykem, který nebude přenášet ohybové momenty a bude modelován jako kloubové připojení. Součástí modelu je i samotné dno tunelu. Vzhledem k symetrii je řešena jen polovina konstrukce. Ostění je rozděleno na  $ne_n = 20$  konečných prvků délky cca 275 mm ( $e_1$  až  $e_{20}$ ), ostění je ke stávající konstrukci dna (prvky  $e_{22}$  až  $e_{25}$ ) připojeno prostřednictvím tuhého prvku  $e_{21}$ . Prvky  $e_{20}$  a  $e_{21}$  jsou spojeny kloubem, viz Obr. 3.51. Posuny a pootočení uzlů jsou popsány  $nr = 72$  nezávislými parametry deformace.



Obr. 3.51 Statické schéma a dělení na konečné prvky

### 3.3.4.4 Omezující podmínky

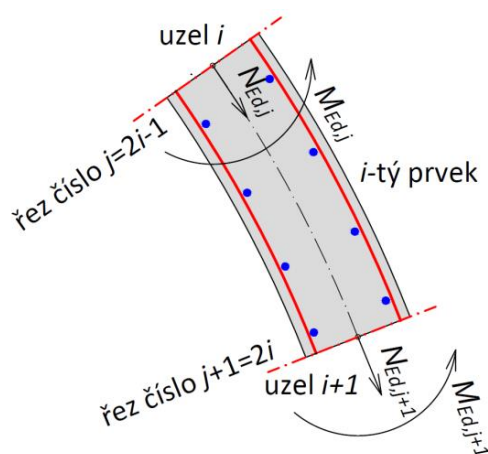
#### 3.3.4.4.1 Podmínky rovnováhy

Omezující podmínky vyplývající z požadavku zachování rovnováhy konstrukce jsou ve tvaru (2.9). Vzhledem k tomu, že okolní zemina přispívá k zvýšení tuhosti zavedením modelu Winklerova podloží v matici tuhosti konečných prvků (3.65) v závislosti na deformaci konstrukce, je rovnováha řešena již pro kombinace zatěžovacích stavů a ne pro jednotlivé zatěžovací stavy. Pro získání odezvy konstrukce pro posouzení dle MSÚ jsou tuhostní charakteristiky jednotlivých prvků uvažovány za předpokladu plně působícího betonového průřezu. Při výpočtu rovnovážného stavu za účelem získání hodnot deformací (MSP) je zohledněn vznik trhlin na železobetonových prvcích a tuhostní charakteristiky jsou počítány podle vztahů uvedených v odstavci 0 pro každou kombinaci zatěžovacích stavů.

Podmínky rovnováhy (2.9) představují pro zadanou konstrukci a kombinace zatěžovacích stavů  $npr = nkzs \cdot nr = 1224$  rovnic.

### 3.3.4.4.2 Silové omezující podmínky

Silové omezující podmínky popsané v odstavci 2.4.1, které vyplývají z požadavku splnění spolehlivosti MSÚ při namáhání ohybovým momentem a normálovou silou, dané vztahy (2.34) a (2.35) jsou kontrolovány v řezech umístěných na začátku a na konci každého konečného prvku nové části ostění, viz Obr. 3.52, tj. na 20 konečných prvcích ( $ne_u = 20$ ). Do výpočtu jsou zahrnuty geometrické imperfekce pomocí zvýšení excentricity tlakové síly o hodnotu 20 mm. Tato úprava zvedla počet omezujících podmínek na dvojnásobek, protože do těla cyklu optimalizace nelze vložit rozhodovací podmínku, zda excentricitu uvažovat kladně nebo záporně, a proto musely být vyhodnoceny obě varianty.



Obr. 3.52 Umístění řezů na konečném prvku  $i$ , číslování řezů  $j$

Celkový počet silových omezujících podmínek je  $np_u = ne_u \cdot 2 \cdot 2 \cdot nkzs_u = 1120$ .

### 3.3.4.4.3 Deformační omezující podmínky

Deformace ostění je limitována v nejvyšším bodě horní klenby hodnotou svislého posunu  $\pm 20 \text{ mm}$ , viz rovnice (2.42) a (2.43). Průhyb byl uvažován bez vlivu dotvarování (nebylo požadováno).

Celkový počet podmínek pro  $nu_p = 1$  sledovaných uzlů je  $np_p = nu_p \cdot 1 \cdot 2 \cdot nkzs_p = 6$ .

### 3.3.4.4.4 Další omezující podmínky

Celková plocha hlavní výztuže na průřezu konečného prvku je omezena shora podmínkou (2.28), kde

$$A_{s,max}^{(e)}(x) = 0,04 b^{(e)} h^{(e)}. \quad (3.89)$$

Plochy jednotlivých vrstev hlavní výztuže omezené zdola vztahy pro taženou výztuž (2.29) a tlačnou výztuž (2.30) byly nahrazeny vztahy pro jednotlivé vrstvy výztuže

$$A_{s,i}^{(e)} \geq A_{s,min}^{(e)}(x) = 0,001 b^{(e)} h^{(e)} \text{ pro } i = 1, 2. \quad (3.90)$$

Plochy rozdělovací jsou navrženy stejné jako plocha odpovídající hlavní výztuže podle požadavku spoluřešitele projektu, tj.

$$A_{sr,i}^{(e)} = A_{s,i}^{(e)} \text{ pro } i = 1, 2. \quad (3.91)$$

Počet podmínek  $np_k = ne_n(1 + 2ke) = 20(1 + 2 \cdot 2) = 100$ .

Minimální tloušťka ostění byla daná  $h_{min}^{(e)} = 0,150$  m. Maximální tloušťka ostění s ocelovou výztuží byla uvažována  $h_{max}^{(e)} = 0,500$  m a pro ostění s GFRP výztuží  $h_{max}^{(e)} = 0,600$  m. Tyto podmínky jsou zadané prostřednictvím mezí proměnných a nezvyšují počet omezujících podmínek v modelu.

Další omezující podmínky jsou dány požadavky na řešení (např. konstantní tloušťka ostění, stejné vyztužení některých konečných prvků apod.) a jsou uvedeny u konkrétní řešené varianty.

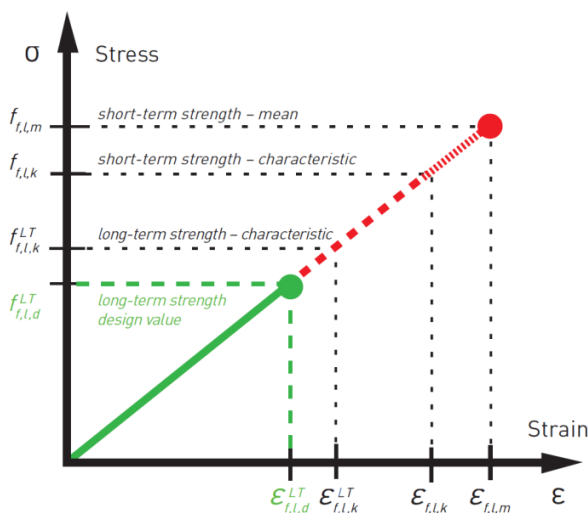
### 3.3.4.5 Použité materiály

Jsou uvažovány konstrukční materiály:

- stříkaný beton odpovídající pevnostní třídě betonu C25/30, třída betonu C25/30 odpovídá indikativní třídě betonu pro stupeň vlivu prostředí XC3 dle NA ČR EC2 (ČSN EN 1992-1-1, 2011),
- betonářská výztuž B500B s krytím výztuže 35mm nebo
- kompozitní výztuž GFRP typ B (Prefa Rebar) s krytím výztuže 20 mm.

Materiálové vlastnosti kompozitní výztuže GFRP typ B byly převzaty z technických listů (Kompozitní výztuže, 2014):

- charakteristická hodnota pevnosti v tahu 609 MPa (krátkodobá pevnost),
- střední hodnota modulu pružnosti 36 GPa,
- charakteristická hodnota mezního poměrného přetvoření 1,73 %,
- objemová hmotnost 2100 kg/m<sup>3</sup>.



Obr. 3.53 Pracovní diagram GFRP výztuže, převzato z (Composite Reinforcements, 2017)

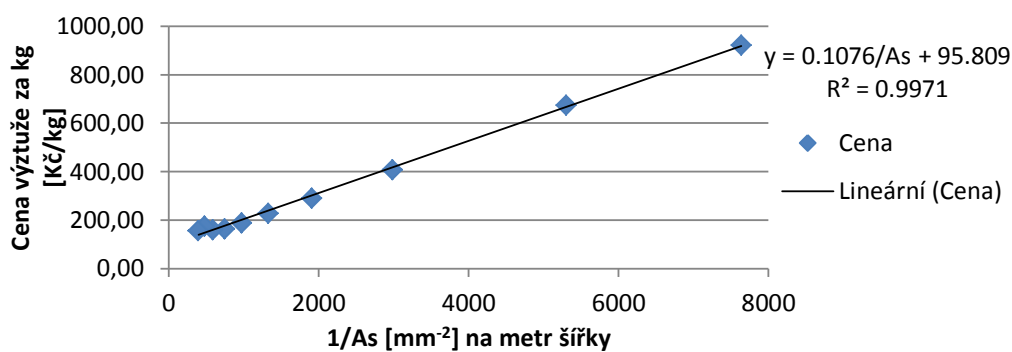
Dílčí součinitel spolehlivosti materiálu je 1,25, dlouhodobá pevnost je 40 % krátkodobé pevnosti. Materiálové vlastnosti v tlaku tohoto typu výztuže nejsou běžně zkoumány; vliv výztuže působící v tlaku na únosnost byl zanedbán. Pracovní diagram kompozitní výztuže je na Obr. 3.53.

Ceny:

- stříkaný beton je v řešení uvažován ve dvou cenových variantách, a to cena standardní cca 10 000,- Kč/m<sup>3</sup> betonu a cena minimální cca 7 000,- Kč/m<sup>3</sup>,
- ocelová výztuž je naceněna na 30,- Kč/kg výztuže (tj. 20,- Kč/kg za materiál, 5,- Kč/kg zhotovení armokoše, 5,- Kč/kg za osazení),
- u GFRP výztuže je cena závislá na profilu výztuže a není závislá lineárně na hmotnosti výztuže, viz Tab. 3.23. Pro výpočet byla tato závislost aproximována za předpokladu, že pruty budou od sebe vzdáleny 150 mm. K ceně je připočítána částka 5,- Kč/kg za svázání a osazení armokoše (hmotnost GFRP výztuže je cca 3,7 krát nižší než betonářské výztuže).

Tab. 3.23 Cena prutů GFRP typ B výztuže (Kompozitní výztuže, 2014)

Průměr [mm]	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Cena [Kč/m]	38	40	43	48	54	61	69	85	115	125



Obr. 3.54 Aproximace ceny výztuže

Výsledná cena výztuže  $C_{RFRP}$  v Kč/kg zahrnující i cenu za vázání a osazení armokoše je daná rovnicí:

$$C_{RFRP} = \frac{0,1076}{A_s} + 100,81, \quad (3.92)$$

kde  $A_s$  je plocha výztuže v mm<sup>2</sup> vztažená na metr šířky průřezu.

### 3.3.4.6 Výsledky řešení

#### 3.3.4.6.1 Varianty s konstantní tloušťkou ostění a konstantní plochou výztuží

V první fázi byly řešeny varianty pro uvedené materiály a ceny s požadavkem, aby tloušťka ostění, výztuž u líce ostění  $A_{s,2}$  a při rubu ostění  $A_{s,1}$  byly konstantní po celém obvodu příčného řezu tunelu, tj.

$$h^{(e)} = h^{(e+1)} \text{ pro } e = 1,2, \dots, 19, \quad (3.93)$$

$$A_{s,i}^{(e)} = A_{s,i}^{(e+1)} \text{ pro } e = 1,2, \dots, 19. \quad (3.94)$$

Označení variant řešení je v Tab. 3.24.

Tab. 3.24 Značení variant řešení

Cena betonu	Druh výztuže	
	Ocel	GFRP
10 000 Kč/m <sup>3</sup>	‘Ocel_10‘	‘GFRP_10‘
7 000 Kč/m <sup>3</sup>	‘Ocel_7‘	‘GFRP_7‘

Porovnání cen zesilující části celého ostění (ne jen řešené poloviny) je v Tab. 3.25. Optimální návrhy ostění vyztuženého GFRP výztuží jsou cca o 50 % dražší oproti variantám s ocelovou výztuží (v případě uvažované ceny betonu 10000 Kč/m<sup>3</sup> o 49,3 % a v případě ceny betonu 7000 Kč/m<sup>3</sup> o 50,6 % dražší). Tloušťka ostění a plochy hlavních výztuží jsou uvedeny v Tab. 3.26. Plocha rozdělovací výztuže je shodná s hlavní výztuží.

Tab. 3.25 Porovnání cen

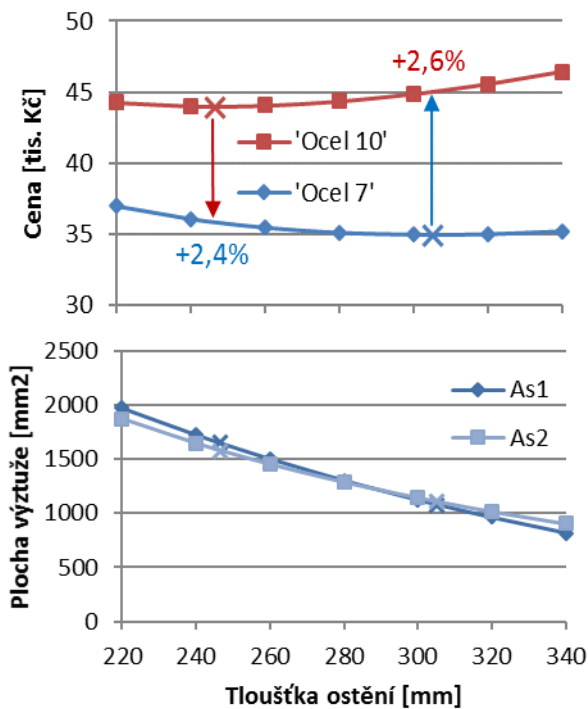
Varianta řešení	‘Ocel_10‘	‘Ocel_7‘	‘GFRP_10‘	‘GFRP_7‘
Cena za beton	27 153 Kč	23 538 Kč	40 507 Kč	32 890 Kč
Cena za výztuž	16 831 Kč	11 399 Kč	25 154 Kč	19 732 Kč
Cena celkem	43 984 Kč	34 938 Kč	65 661 Kč	52 623 Kč

Tab. 3.26 Tloušťka ostění a plochy výztuží výsledných optimalizovaných návrhů

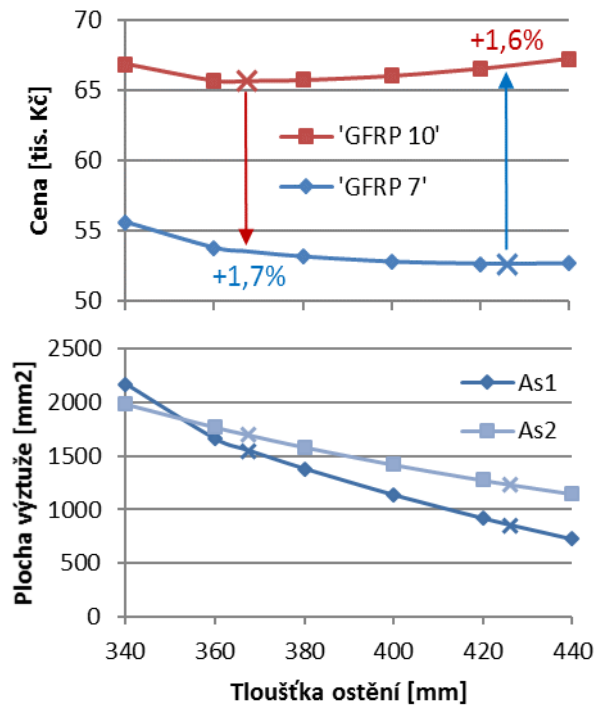
Varianta řešení	‘Ocel_10‘	‘Ocel_7‘	‘GFRP_10‘	‘GFRP_7‘
Tloušťka ostění [mm]	246	305	367	426
$A_{s,1}$ [mm <sup>2</sup> ]	1656	1084	1553	857
$A_{s,2}$ [mm <sup>2</sup> ]	1584	1111	1700	1234

Ačkoliv jsou dle nastavené ceny betonu navržené optimální tloušťky ostění a vyztužení různé, nemá toto významný podíl na změně ceny. To znamená, např. v případě ocelové výztuže, že pokud by se použilo optimalizované řešení (tloušťka ostění a vyztužení) pro beton s cenou 10 000 Kč/m<sup>3</sup>, ale beton by ve skutečnosti stál 7 000 Kč/m<sup>3</sup>, byla by cena jen o 2,58 % větší, než kdyby se použilo optimalizované řešení pro beton s cenou 7 000 Kč/m<sup>3</sup>. Dokladem tohoto jsou grafy na Obr. 3.55 a Obr. 3.56. V grafech jsou vynesena řešení optimalizace ploch vyztužení pro zadanou konstantní tloušťku ostění (v krocích po 20 mm).

Křížkem jsou označena optimální řešení, tj. řešení, ve kterých se optimalizovala i tloušťka ostění (minima účelové funkce).



Obr. 3.55 Účelová funkce ceny ostění a jeho vyztužení v závislosti na tloušťce (varianta s ocelovou výztuží)



Obr. 3.56 Účelová funkce ceny ostění a jeho vyztužení v závislosti na tloušťce (varianta s GFRP výztuží)

### 3.3.4.6.2 Varianty s konstantní tloušťkou ostění a výztuží konstantní po úsecích

V těchto variantách je výztuž po obvodě ostění navržena tak, že základní vyztužení tvoří síť a tato je zesílená přídatnými pruty v místech s většími ohybovými momenty od zatížení než je únosnost průřezu se základním vyztužením (zavedení tzv. výztužných typů). Opět jsou řešeny varianty uvedené výše.

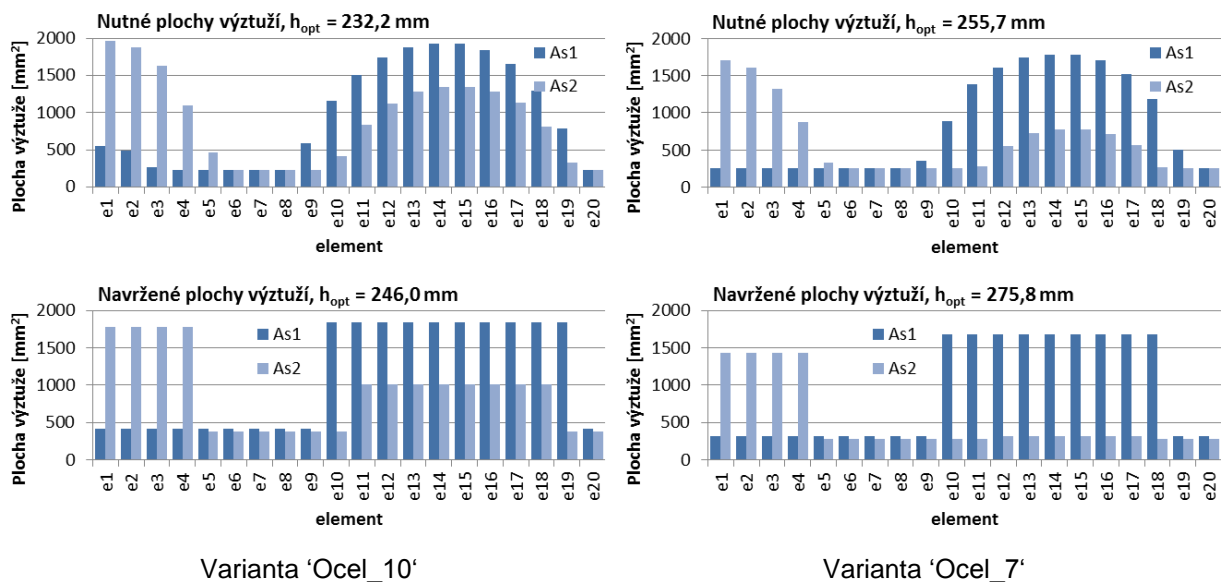
Pro odhad délky přídatných výztuží je použitý výsledek optimalizace, ve které byla zadána pouze podmínka konstantní tloušťky ostění (3.93) a výztuž byla ponechána variabilní (tj. různá na každém z konečných prvků), jak je zřejmé z grafů na Obr. 3.57 a Obr. 3.58 s názvem Nutné plochy výztuží.

Výsledné návrhy, ve kterých kromě požadavku konstantní tloušťky jsou zavedeny i podmínka stejných ploch přídatných výztuží na vybraných konečných prvcích podle Tab. 3.27, jsou v těchto obrázcích uvedeny pod názvem Navržené plochy výztuží.

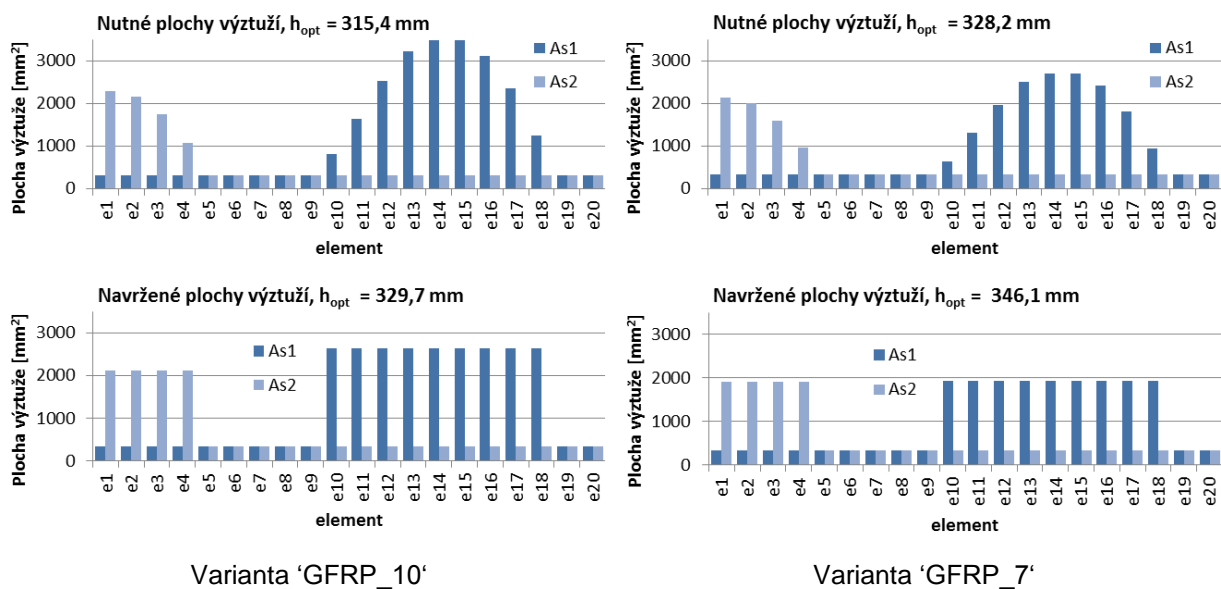
Ve všech řešených variantách došlo jednak ke změně ploch výztuží, jednak ke zvýšení tloušťky ostění, tzn., že pouhé prodloužení výztuží podle grafů Nutných ploch výztuží není optimálním řešením.

V Tab. 3.28 jsou uvedeny dílčí a celkové ceny variant s výztužnými typy.





Obr. 3.57 Návrh ploch výztuže pro varianty s ocelovou výztuží



Obr. 3.58 Návrh ploch výztuže pro varianty s GFRP výztuží

Tab. 3.27 Zařazení výztuží do jednotlivých výztužných typů

Varianta řešení		'Ocel_10'	'Ocel_7'	'GFRP_10'	'GFRP_7'
Plocha výztuže	Typ	Zařazená výztuž konečného prvku $e$			
$A_{s,1}^{(e)}$	Typ 1.1	1–9, 20 <sup>1)</sup>	1–9, 19–20 <sup>1)</sup>	1–9, 19–20 <sup>1)</sup>	
	Typ 1.2	10–19	10–18	10–18	
$A_{s,2}^{(e)}$	Typ 2.1	1–4	1–4	1–4	
	Typ 2.2	5–10, 19–20 <sup>1)</sup>	5–11, 18–20 <sup>1)</sup>	5–20 <sup>1)</sup>	
	Typ 2.3	11–18	12–17		

<sup>1)</sup> Základní výztuž

Tab. 3.28 Dílčí a výsledné ceny variant s výztužnými typy

Varianta řešení	‘Ocel_10‘	‘Ocel_7‘	‘GFRP_10‘	‘GFRP_7‘
Cena za beton	27 135 Kč	21 290 Kč	36 354 Kč	26 714 Kč
Cena za výztuž	10 569 Kč	7 501 Kč	19 536 Kč	18 019 Kč
Cena celkem	37 704 Kč	28 792 Kč	55 890 Kč	44 733 Kč

### 3.3.4.6.3 Porovnání výsledků z hlediska mezních stavů

V Tab. 3.29 jsou uvedena přetvoření výztuže  $\varepsilon_{s,i}$  a betonu  $\varepsilon_{c,j}$  v řezech, ve kterých rozhodovaly silové omezující podmínky, tj. podmínky spolehlivosti dle MSÚ namáhání normálovou silou a ohybovým momentem. Ve všech případech byla rozhodující kombinace zatěžovacích stavů CL4. Mezní přetvoření betonu v tlaku bylo uvažováno  $\varepsilon_{cu} = 3,5 ‰$ , mezní přetvoření betonářské výztuže bylo nastaveno na hodnotu  $\varepsilon_{ud} = 10 ‰$  a GFRP výztuže  $\varepsilon_{ud} = 5,5 ‰$ .

Tab. 3.29 Poměrná přetvoření výztuže  $\varepsilon_{s,i,j}$  a betonu  $\varepsilon_{c,j}$  v řezech, ve kterých bylo dosaženo MSÚ, poměrná přetvoření jsou uvedena v násobku  $10^{-4}$ 

Varianta	Číslo řezu $j$	Číslo prvku	Typ výztuže <sup>1)</sup>	Konstantní výztuž po délce		Výztužné typy	
				$\varepsilon_{s,i,j}$	$\varepsilon_{c,j}$ <sup>2)</sup>	$\varepsilon_{s,i,j}$	$\varepsilon_{c,j}$ <sup>2)</sup>
Ocel_10	1	1	2.1	52,26	-35,00	26,53	-35,00
	9	5	2.2	-	-	56,21	-35,00
	18	9	1.1	-	-	41,40	-35,00
	29/28	15/14	1.2	33,37	-35,00	21,44	-35,00
Ocel_7	1	1	2.1	81,22	-35,00	41,37	-35,00
	29/28	15/14	1.2	56,19	-35,00	21,48	-35,00
	37	19	1.1	-	-	43,59	-35,00
GFRP_10	1	1	2.1	55,00	-25,07	55,00	-29,63
	29/28	15/14	1.2	55,00	-32,36	45,01	-35,00
GFRP_7	1	1	2.1	55,00	-20,78	55,00	-27,39
	29/28	15/14	1.2	55,00	-25,77	52,45	-35,00

<sup>1)</sup> První číslo typu výztuže označuje vrstvu výztuže  $i$ , pro kterou je uvedena hodnota  $\varepsilon_{s,i,j}$  (tah)

<sup>2)</sup> Přetvoření v tlacené části betonu (v protilehlých vláknech tažené výztuže)

U variant s betonářskou výztuží vždy o únosnosti rozhodovalo mezní přetvoření betonu v tlaku a výztuž ve všech uvedených řezech je využita nad mez kluzu ( $\varepsilon_{ys} = 2,17 ‰$ ). Z porovnání s Obr. 3.57 vyplývá, že u varianty Ocel\_10 s konstantní výztuží po úsecích výztuž Typ 1.1 byla limitována řezem 18 na prvku 9, výztuž Typ 1.2 řezy 29/28 na prvcích 15/14, výztuž Typ 2.1 řezem 1 na prvku 1 a výztuž Typ 2.2 řezem 9 na prvku 5. U varianty Ocel\_7 pak výztuž Typ 1.1 byla omezena podmínkou v řezu 37 na prvku 19, a dále obdobně jako u předešlé varianty výztuž Typ 1.2 v řezech 29/28 na prvcích 15/14 a výztuž typ 2.1 v řezu 1 na prvku 1.

Ve variantách s GFRP výztuží vzhledem k malému modulu pružnosti výztuže rozhodovalo o únosnosti poměrné přetvoření výztuže. Dá se konstatovat, že řez 1 na prvku 1 měl marginální vliv na velikost plochy výztuže Typu 2.1, zatímco řez 29/28 na prvcích 15/14 ve stěně na plochu výztuže Typ 1.2.

Průhyb ve středu horní klenby (svíslé posunutí uzlu) od žádné kombinace zatěžovacích stavů sestavené pro posouzení dle MSP v žádné z řešených variant nepřekročil limitní hodnotu 20 mm. Průhyby (od kombinace zatěžovacích stavů CL2) jsou uvedeny v Tab. 3.30.

Tab. 3.30 Průhyby středu horní klenby

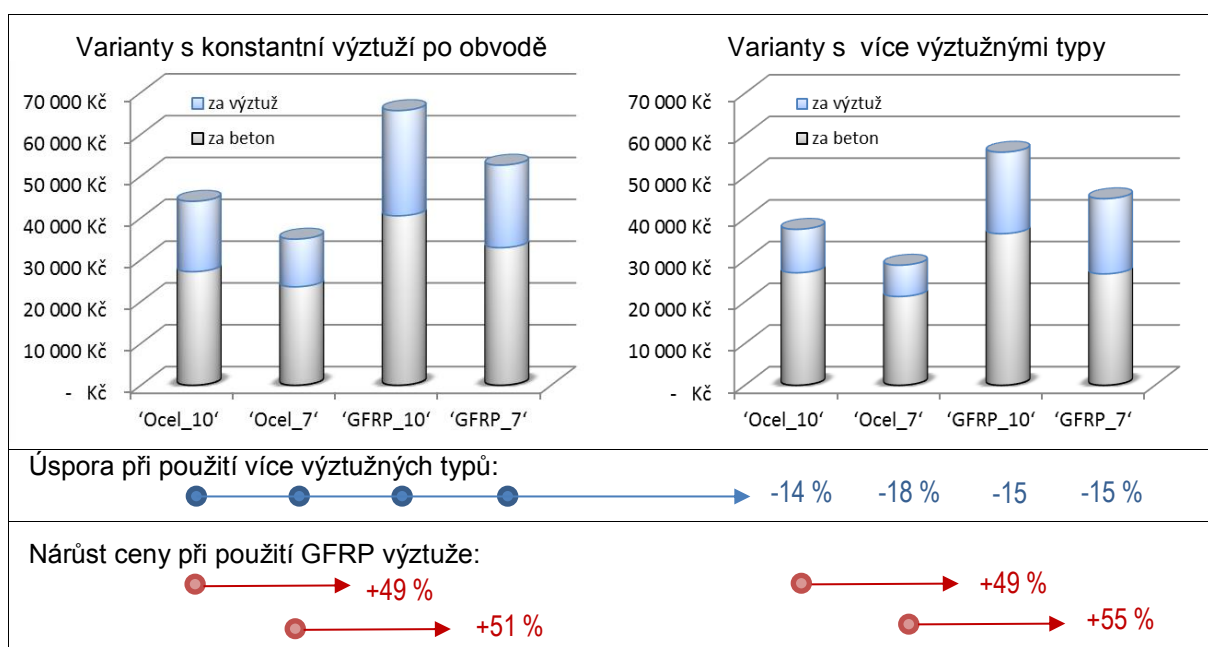
Varianta řešení	'Ocel_10'	'Ocel_7'	'GFRP_10'	'GFRP_7'
Konstantní plochy výztuží	10,88 mm	7,57 mm	10,99 mm	10,19 mm
Výztužné typy	10,97 mm	9,13 mm	12,20 mm	11,64 mm

#### 3.3.4.6.4 Porovnání výsledků z hlediska dosažených cen

Ze závěrečného porovnání cen (minimalizovaných hodnot účelových funkcí), které je znázorněno na obrázku Obr. 3.59, vyplývá že:

- použití výztužných typů znamená úsporu mezi 14 % až 18 % z ceny ostění s konstantní výztuží,
- použití GFRP výztuže znamená nárůst ceny o 49 % až 55 % oproti odpovídající variantě ostění s ocelovou výztuží.

Pokud by se do účelové funkce, tj. ceny zahrnuly i náklady na následné další sanace a opravy, výsledné návrhy by se jednak lišily od uvedených návrhů a výsledky by byly příznivější pro GFRP výztuž. Použití této výztuže je právě vhodné do prostředí řešeného tunelu, protože tato výztuž nekoroduje vlivem vlhkosti. Pro provedení takovéto optimalizace je potřeba znát odhad degračních procesů pro oba typy výztuží včetně ceny jejich sanace.



Obr. 3.59 Výsledné ceny řešených variant a jejich porovnání

### 3.3.5 Přehled některých dalších publikovaných řešení

Uvedenou metodu lze použít i pro návrh konstrukce ostění a nejen pro zesílení stávajícího ostění, jak je uvedeno v předchozím odstavci.

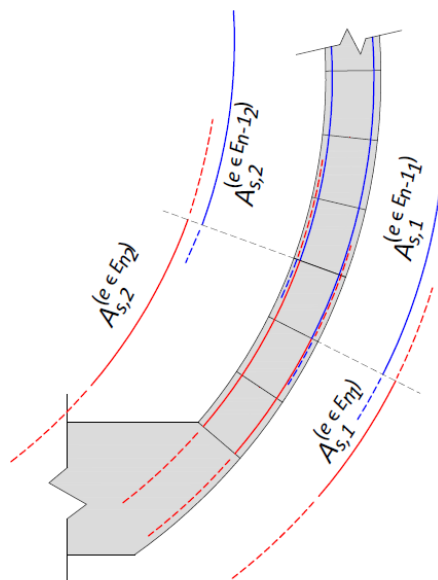
První publikovaná práce tohoto typu byla (Štěpánek, 2015). Byl optimalizován návrh ostění tunelu s geometrií uvedenou výše s účelovou funkcí minimalizující cenu spotřebovaného betonu a betonářské výztuže. V této publikaci byl uveden algoritmus na zavedení výztužných typů. Množina  $E$  konečných prvků  $e$  je rozdělena na  $n_1$  podmnožin  $E_{i_1}$ , ve které plocha vrstvy výztuže  $A_{s,1}$  musí být stejná (podmnožina musí obsahovat po sobě jdoucí prvky)

$$A_{s,1}^{(e_j)} = A_{s,1}^{(e_k)} \text{ pro } \forall e_j, e_k \in E_{i_1} \text{ pro } i_1 = 1, 2, \dots, n_1, \quad (3.95)$$

$$\cup_{i=1}^n E_{i_1} = E. \quad (3.96)$$

Totéž platí analogicky pro vrstvu  $A_{s,2}$  a podmnožinu  $E_{i_2}$  pro  $i_2 = 1, 2, \dots, n_2$ . Toto zařídění prvků do podmnožin je provedeno jednoduchou metodou „take-the-best“. Algoritmus startuje z bodu, kdy pro každou vrstvu výztuže je nadefinováno tolik podmnožin, kolik je konečných prvků, a každá podmnožina obsahuje právě jeden konečný prvek. Potom pro každý možný způsob spojení pouze dvou sousedících podmnožin je vypočítána hodnota účelové funkce. Do dalšího kroku je vybráno spojení s nejnižší hodnotou. Takto algoritmus pokračuje, dokud není dosaženo požadovaného počtu podmnožin pro každou vrstvu výztuže. Algoritmus je napsán v prostředí Matlab (autor Ing. Jakub Venclovský). Každá podmnožina představuje jeden výztužný typ.

Každý tento výztužný typ musí být za místo svého využití zakotven. Tím se nabízí možnost do objemu výztuže v účelové funkci započítat i kotevní délku. Tato je odhadnuta násobkem profilu výztuže, kdy profil výztuže je vypočítán za předpokladu, že výztuž je rozmístěna v průřezu po 150 mm.



Obr. 3.60 Výztužné typy na prvcích, kotevní délky vyznačeny čárkovaně

Pokud budou kotevní délky zohledněny v optimalizační úloze, pak algoritmus uvedený vztahy (3.95) (3.96) je možno ukončit v kroku předcházejícím kroku, ve kterém hodnota účelové funkce začne stoupat. Algoritmus byl ověřen a rozdělení na výztužné typy odpovídá odhadu podle nutných ploch výztuže, jak je uvedeno v odstavci 3.3.4.6.2 na Obr. 3.57 a Obr. 3.58.

Optimalizovaný návrh ostění tunelu vyztuženého GFRP výztuží minimalizující cenu je uveden článku (Laníková, 2016a).

V publikaci (Laníková, 2016b) jsou do účelové funkce kromě ceny zařazeny i environmentální dopady díla, obojí po dobu životního cyklu. Byly zahrnuty následující aspekty: spotřeba primární energie, potenciál globálního oteplování, potenciál okyselování životního prostředí a potenciál fotochemické tvorby ozónu. Odhad údržby a sanačních prací po dobu užívání byl proveden na základě výsledků průzkumů (Lacina, 2014). Tato vícekritériální úloha byla opět skalarizována pomocí váhových součinitelů do tvaru uvedeného ve vztahu (3.23). Jsou uvedeny výsledky pro různě nastavené váhové součinitelé. Řešeny byly varianty s konstantní tloušťkou ostění, ale i s variabilní tloušťkou ostění, což umožňuje použití stříkaného betonu, výztuž byla dělena na výztužné typy. Úloha byla rozšířena o citlivostní analýzu provedenou v (Štěpánek, 2016).

### 3.3.6 Závěrečné vyhodnocení

Na provedených výpočtech je dokumentována funkčnost navrženého algoritmu. Pokud byly zanechány tloušťky ostění i vrstvy výztuží variabilní na každém prvku (tj. bez omezení, kromě minimálních a maximálních hranic) a nerozhodovaly podmínky přetvoření konstrukce dané MSP, téměř na každém prvku bylo v některém z řezů dosaženo mezního poměrného přetvoření ve výztuži nebo betonu (dosažení MSÚ). Samozřejmě takové řešení není použitelné z hlediska provádění. Zavedením výztužných typů a omezujících podmínek pro výšku, např. konstantní výšku pro všechny prvky, mezního stavu bylo dosaženo v některých prvcích podle dělení výztuže do skupin, jak je uvedeno v Tab. 3.29.

Navržený algoritmus je použitelný i pro jiné konstrukce než typické rámové konstrukce, u kterých dopředu neznáme průběh momentů, tzn., není vyžadováno dopředu stanovit rozhodující místa pro dimenzování. Sice posuzovaná místa jsou dána dělením konstrukce na jednotlivé prvky, ale je možné v místech s očekávanými extrémami zjemnit dělení. Vyhledávat extrém na jednotlivých konečných prvcích (po jejich délce) není v rámci optimalizace v prostředí GAMS možné, neboť obsahuje rozhodování.

Přiřazení vrstev výztuže ke konkrétním výztužným typům je možné provést na základě výsledků získaných z optimalizace, ve které každá vrstva výztuže na každém konečném prvku představuje samostatný výztužný typ (jak je naznačeno na Obr. 3.55 a Obr. 3.56), nebo je možné použít algoritmus podle vztahů (3.95) a (3.96). Zavedení výztužných typů umožní přidat hmotnost kotevních délek výztuží do účelové funkce.

Výpočet zohledňuje změnu tuhosti vlivem vzniku trhlin včetně působení taženého betonu mezi trhlinami při výpočtu deformací pro posouzení MSP.

Úlohu optimalizace je možné snadno měnit přidáním nebo ubráním rovnic, kterými je úloha optimalizace popsána, tzn. lze měnit výčet omezujících podmínek nebo samotnou účelovou funkci.

Ačkoliv je výpočet optimalizační úlohy zdoluhavý (výpočet uvedené úlohy trval až 4 hodiny, z toho převážná část spočívala v hledání přípustného řešení, tj. řešení, které vyhovuje všem zadaným rovnicím v modelu, vlastní optimalizace probíhala krátce), je možné v rámci jednoho běhu programu opakovaně volat řešič pro řešení dalších modifikovaných úloh optimalizace, a využít tak již nalezeného řešení předcházející úlohy. Výsledné hodnoty všech proměnných lze také uložit a v jiném běhu programu načíst a použít jako inicializační hodnoty. Tím se zkrátí výpočtový čas řádově na minuty.

Použití software předpokládá znalost jazyka GAMS a struktury programu, protože se úloha zadává přímo v jednom z modulů úlohy. Toto lze odstranit vytvořením preprocesoru, který by vygeneroval ze zadaných vstupních dat kód přímo použitelný v GAMS.

V každé vrstvě výztuže je navržena pouze celková plocha výztuže a nikoliv počet prutů a profil výztuže. V případě řešené konstrukce, je-li použita vázaná výztuž, je možné plochu nahradit konkrétním vyztužením téměř přesně, jsou-li použity sítě, musí být plochy upraveny směrem nahoru.

V popsané verzi algoritmu a v provedeném výpočtu zatím nejsou zavedeny omezující podmínky:

- kontrolující MSÚ namáhání posouvající silou (s návrhem výztuže),
- kontrolující šířku trhlin; důvodem je, že výpočet podle normy (ČSN EN 1992-1-1, 2011) obsahuje v dílčích krocích rozhodování, které je v prostředí GAMS aplikovatelné pouze přes externí modul,
- kontrolující mezní stav omezení napětí, (lze zavést jednoduše, pouze nebylo při formulaci úlohy požadováno).

## 4 ZÁVĚR

Cílem bylo sestavit algoritmus a softwarový nástroj umožňující optimalizovat průřezové rozměry a vyztužení železobetonové rámové konstrukce.

V dizertační práci byl popsán algoritmus, který optimalizuje pouze průřezové plochy výztuže v nadefinovaných vrstvách výztuže jednotlivých průřezů. Výztuž na jednotlivých konečných prvcích je možné seskupovat do skupin pomocí vektoru ploch výztužných typů, tak aby byla zajištěna stejná plocha výztuže procházející přes více prvků. Analýza konstrukce je prováděna pomocí geometricky a fyzikálně nelineární MKP (viz vztahy (3.1) a (3.2), vznik trhlin v tažených oblastech, nelineární pracovní diagramy). Tato nelineární úloha optimalizace byla linearizována (upravena do přírůstkového tvaru) a řešena metodami LP. Program byl sestaven v jazyce Pascal. Se změnou norem pro navrhování betonových konstrukcí musel být program aktualizován a byl použit na návrh stejné konstrukce, jako je uvedena v disertační práci, ale s podrobnějším dělením na konečné prvky a s více posuzovanými řezy (cca 2,5 násobek). Výsledky jsou uvedeny v této práci v odstavci 3.1.

Hledání vhodného vyztužení předpínací výztuží a betonářskou výztuží a určení délek skupin prutů betonářské je předmětem kapitoly 3.2. Byly porovnány návrhy provedené podle mezních stavů dle platné normy pro navrhování betonových konstrukcí, a to jak metodou dílčích součinitelů spolehlivosti běžně používanou, tak metodou založenou na pravděpodobnostním přístupu. Výsledný návrh splňoval všechny podmínky spolehlivosti a konstrukční zásady dle příslušných norem i podle podnikové normy výrobce.

V odstavci 3.3 je úloha optimalizace železobetonových rámců rozšířena i o optimalizaci rozměrů prvků. Požadavky stejných ploch výztuží v nadefinovaných sousedních konečných prvcích nebo stejné výšky některých prvků byly řešeny vložением dodatečných podmínek do modelu optimalizace. Pro řešení této nelineární úlohy byl tentokrát zvolen integrovaný řešič a celá úloha byla sestavena v modelovacím systému GAMS. Pro analýzu konstrukce byla pouze klasická prutová MKP s šestiuzlovým konečným prvkem, a to odděleně pro výpočet účinků zatížení (MSÚ) s tuhostí danou celým betonovým průřezem a pro výpočet deformací a posunů (MSP) s tuhostí ovlivněnou vznikem trhlin pro každou kombinaci zatěžovacích stavů zvlášť. Interakce konstrukce se zeminou (v případě řešeného tunelu) byla zohledněna zavedením Winklerova podloží (jako jednosměrné pružné vazby).

V mé práci je důraz kladen na vhodné vyztužování, tj. stanovení výztužných typů a seskupování výztuží do skupin, ale vždy až po předchozí analýze (optimalizaci) s různou výztuží po jednotlivých konečných prvcích. Oproti tomu z rozboru řešené problematiky vyplývá, že ve většině optimalizačních úloh podobného typu byla délka výztuží uvažována konstantní po celém prvku (příčlí nebo poli příčle), nebo byla část výztuže zkrácena, ale s dopředu danou délkou závislou na rozpětí. Autoři navíc seskupovali jednotlivé prvky (tj. sloupy nebo nosníky) do skupin (stejný průřez a různé vyztužení, nebo stejný průřez a stejné vyztužení) před optimalizací pouze na základě vlastního úsudku a tím snižovali počet optimalizovaných proměnných.

Ve všech uvedených úlohách bylo při výpočtu průhybu zohledněno snížení tuhosti konstrukce vlivem trhlin včetně vlivu taženého betonu mezi trhlínami (kromě úlohy uvedené v odstavci 3.1, kde vliv taženého betonu nebyl zohledněn), zatímco jiní autoři (věnující se detailům vyztužování) nahradili podmínku průhybu limitní ohybovou štíhlostí. Pokud bylo předmětem optimalizace chování konstrukce (performance based optimization) při seismickém zatížení nebo zatížení větrem při vysokých rychlostech, tzn., že cílem bylo stanovit tuhost konstrukce tak, aby vodorovný posun jednotlivých pater nepřekročil limitní hodnotu, potom byla provedena i nelineární analýza a zohledněn vznik plastických kloubů. V tom případě nebylo řešeno detailní vyztužování.

Účelová funkce byla uvažována od té nejjednodušší zahrnující jen cenu spotřebovaných materiálů ve výrobní fázi až po účelovou funkci zahrnující jak cenu, tak environmentální dopady po celou dobu životnosti konstrukce. Cena bednění nebyla zahrnuta (oproti mnoha dřívějším publikacím), protože bednění je v dnešní době opakovatelně použitelné a vyčíslení ceny by bylo potřeba provést pro každou individuální konstrukci zvlášť.

Do omezujících podmínek byly zahrnuty podmínky spolehlivosti uvedené v kapitole 2; smyk nebyl řešen. V algoritmech, kde výsledkem řešení byla pouze plocha výztuže v jednotlivých výztužných vrstvách průřezu, nebyla zahrnuta omezující podmínka vyplývající z požadavků MSP omezení trhlin. Aby mohla být podmínka zahrnuta, musel by být výsledkem optimalizace navržený počet prutů výztuže konkrétního profilu (tj. profil výztuží a jejich vzdálenost od sebe) a prostor řešení by představoval množinu diskrétních hodnot. V poslední představené úloze optimalizace, kdy byl pro řešení optimalizační úlohy použit optimalizační nástroj (solver) integrovaný do prostředí GAMS, by bylo potřeba úlohu upravit a použít takový solver, který umožňuje řešit diskrétní úlohy nelineárního programování. Tento problém může být výzvou do budoucna.

Výsledky byly publikovány na mezinárodních konferencích i v časopisech. Nejvýznamnější publikace, ve kterých byly publikovány výsledky uvedené i v této práci, byly citovány průběžně v textu.

Shrnutí přínosů:

- byly nadefinovány a algoritmizovány tři typy úloh optimalizace železobetonových konstrukcí,
- do modelu byla zahrnuta stádia působení železobetonové konstrukce (zohledněn vznik trhlin, dotvarování, ...),
- pro řešení optimalizačních úloh byly použity jak analytické metody, tak matematické optimalizační nástroje,
- byla dokumentována možnost aplikace plně pravděpodobnostního přístupu pro optimalizační úlohy,
- na základě optimalizačního algoritmu byly provedeny reálné návrhy konstrukce.



## 5 REFERENCE

- ACI 318-99, 1999. *Building code requirements for structural concrete*. Michigan: American Concrete Institute.
- ADAMU, A. a B.L. KARIHALOO, 1994a. Minimum cost design of RC beams using DCOC Part I: Beams with freely-varying cross-sections. *Structural Optimization* [online]. **7**(4), 237-251 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1007/BF01743718. ISSN 1615-1488.  
Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01743718>
- ADAMU, A. a B.L. KARIHALOO, 1994b. Minimum cost design of RC beams using DCOC Part II: Beams with uniform cross-sections. *Structural Optimization* [online]. **7**(4), 252-259 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1007/BF01743720. ISSN 1615-1488.  
Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01743720>
- ADAMU, A. a B.L. KARIHALOO, 1995a. Minimum cost design of RC frames using the DCOC method Part I: Columns under uniaxial bending actions. *Structural Optimization* [online]. **10**(1), 16-32 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1007/BF01743691. ISSN 1615-1488.  
Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01743691>
- ADAMU, A. a B.L. KARIHALOO, 1995b. Minimum cost design of RC frames using the DCOC method Part II: Columns under biaxial bending actions. *Structural Optimization* [online]. **10**(1), 33-39 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1007/BF01743692. ISSN 1615-1488.  
Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01743692>
- ADAMU, A., B.L. KARIHALOO a G.I.N. ROZVANY, 1994c. Minimum cost design of reinforced concrete beams using continuum-type optimality criteria. *Structural Optimization* [online]. **7**(1), 91-102 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1007/BF01742512. ISSN 1615-1488.  
Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01742512>
- ADELI, H. a Hyo PARK, 1995a. A neural dynamics model for structural optimization - Theory. *Computers*. **57**(3), 383-390. DOI: 10.1016/0045-7949(95)00048-L. ISSN 00457949.  
Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/004579499500048L>
- ADELI, Hojjat, ed., 1994. *Advances in design optimization*. 1st ed. London [etc.]: Chapman and Hall. ISBN 978-041-2537-301.
- ADELI, Hojjat a Hyo PARK, 1995b. Optimization of space structures by neural dynamics. *Neural Networks*. **8**(5), 769-781. DOI: 10.1016/0893-6080(95)00026-V. ISSN 08936080.  
Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/089360809500026V>
- AKIN, A. a M.P. SAKA, 2014. Harmony search algorithm based optimum detailed design of reinforced concrete plane frames subject to ACI 318-05 provisions. *Computers and Structures* [online]. Thomasand Betts - Meyer Steel Structures, Memphis, TN, United States, **147**, 79-95 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1016/j.compstruc.2014.10.003. ISSN 0045-7949.  
Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794914002314>
- ALEXANDROV, Oleg, 2007. A comparison of gradient descent (green) and Newton's method (red) for minimizing a function (with small step sizes). In: *Wikipedia* [online]. [cit. 2017-05-06]. Dostupné z: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ANewton\\_optimization\\_vs\\_grad\\_descent.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ANewton_optimization_vs_grad_descent.svg)
- AL-SALLOUM, Yousef a Ghulam SIDDIQI, 1994. Cost-optimum design of reinforced concrete beams. *ACI Structural Journal*. **91**(6), 647-655. ISSN 0889-3241.
- ARORA, Jasbir, 1989. *Introduction to optimum design*. New York: McGraw-Hill. ISBN 978-007-0024-601.

- BALDUR, Roman, 1972. Structural Optimization by Inscribed Hyperspheres. *ASCE J Eng Mech Div.* **98**(3), 503-518. ISSN 0044-7951.
- BALLING, R.J. a X. YAO, 1997. Optimization of reinforced concrete frames. *Journal of Structural Engineering.* **123**(2), 193-202. ISSN 0733-9445.
- BATHE, Klaus-Jürgen., 1996. *Finite element procedures.* 1st ed. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall. ISBN 01-330-1458-4.
- BEKDAŞ, G. a S.M. NIGDELI, 2017. Modified harmony search for optimization of reinforced concrete frames. *Advances in Intelligent Systems and Computing.* **514**, 213-221. DOI: 10.1007/978-981-10-3728-3\_21. ISSN 2194-5357.  
Dostupné také z: [https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-981-10-3728-3\\_21](https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-981-10-3728-3_21)
- BEKDAS, G., S.M. NIGDELI a X.S. YANG, 2016. Optimum Reinforced Concrete Design by Harmony Search Algorithm. *Modeling and Optimization in Science and Technologies.* **7**, 165-180. DOI: 10.1007/978-3-319-26245-1\_8. ISSN 2196-7326.  
Dostupné také z: [https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-26245-1\\_8](https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-26245-1_8)
- BJERAGER, Peter, 1988. Probability Integration by Directional Simulation. *Journal of Engineering Mechanics.* **114**(8), 1285-1302. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:8(1285). ISSN 0733-9399.  
Dostupné také z: [http://ascelibrary.org/doi/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:8\(1285\)](http://ascelibrary.org/doi/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:8(1285))
- BUCHER, C.G. a U. BOURGUND, 1990. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural Safety.* **7**(1), 57-66. DOI: 10.1016/0167-4730(90)90012-E. ISSN 01674730.  
Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/016747309090012E>
- BUCHER, Christian, 1988. Adaptive sampling — an iterative fast Monte Carlo procedure. *Structural Safety.* **5**(2), 119-126. DOI: 10.1016/0167-4730(88)90020-3. ISSN 01674730.  
Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0167473088900203>
- CAMP, C.V. a A. AKIN, 2012. Design of retaining walls using big bang-big crunch optimization. *Journal of Structural Engineering (United States)* [online]. **138**(3), 438-448 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000461. ISSN 1943-541X.  
Dostupné z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29ST.1943-541X.0000461>
- CAMP, Charles a Farah HUQ, 2013. CO2 and cost optimization of reinforced concrete frames using a big bang-big crunch algorithm. *Engineering Structures* [online]. **48**, 363-372 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1016/j.engstruct.2012.09.004. ISSN 0141-0296.  
Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029612004828>
- CAMP, Charles, Shahram PEZESHK a Hakan HANSSON, 2003. Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm. *Journal of Structural Engineering.* **129**(1), 105-115. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:1(105). ISSN 0733-9445.  
Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282003%29129%3A1%28105%29>
- CEB-FIP Model Code 1990: Design Code*, 1993. 1st. London: T. Telford. ISBN 07-277-1696-4.
- COELLO, C.A.C., A.D. CHRISTIANSEN a F.S. HERNÁNDEZ, 1997. A simple genetic algorithm for the design of reinforced concrete beams. *Engineering with Computers.* **13**(4), 185-196. ISSN 0177-0667.

- COHN, M.Z. a Z. LOUNIS, 1993. Optimum limit design of continuous prestressed concrete beams. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **119**(12), 3551-3570. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1993)119:12(3551). ISSN 0733-9445. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281993%29119%3A12%283551%29>
- COHN, M. a A. MACRAE, 1984a. Optimization of structural concrete beams. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **110**(7), 1573-1588. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:7(1573). ISSN 0733-9445. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281984%29110%3A7%281573%29>
- COHN, M. a A. MACRAE, 1984b. Prestressing optimization and its implication for design. *Journal - Prestressed Concrete Institute*. **29**(4), 68-83. ISSN 0032-793X.
- Composite Reinforcements* [online], 2017. Brno: PREFA KOMPOZITY, a.s. [cit. 2017-03-17]. Dostupné z: [http://www.prefa-kompozity.cz/wp-content/uploads/2015/09/Prefa\\_katalog\\_vyztuze.pdf](http://www.prefa-kompozity.cz/wp-content/uploads/2015/09/Prefa_katalog_vyztuze.pdf)
- ČSN 73 1201, 1986. *Navrhování betonových konstrukcí*. 1. Praha: Vydavatelství ÚNM.
- ČSN EN 12843, 2005. *Betonové prefabrikáty - Stožáry a sloupy*. Praha: Český normalizační institut.
- ČSN EN 1990, 2004. *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut.
- ČSN EN 1992-1-1, 2011. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. 2. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 202 s. 2.
- ČSN ISO 13822, 2014. *Zásady navrhování konstrukcí - Hodnocení existujících konstrukcí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví.
- ČSN ISO 2394, 2003. *Obecné zásady spolehlivosti konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut.
- ČSN ISO 13822, 2005. *Zásady navrhování konstrukcí - Hodnocení existujících konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut.
- DANTZIG, George, 1990. Origins of the simplex method. NASH, Stephen G., ed., Stephen NASH. *A History of scientific computing*. 1 st ed. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co., s. 141-151. ISBN 978-0201508147.
- DANTZIG, George a Mukund THAPA, 2013. *Linear Programming 1: Introduction*. 1st ed. Springer Publishing Company, Incorporated, 435 s. ISBN 9781475781120.
- DEY, Animesh a Sankaran MAHADEVAN, 2000. Reliability Estimation with Time-Variant Loads and Resistances. *Journal of Structural Engineering*. **126**(5), 612-620. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:5(612). ISSN 0733-9445. Dostupné také z: [http://ascelibrary.org/doi/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:5\(612\)](http://ascelibrary.org/doi/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:5(612))
- DRÉO, Johann, 2006. Pareto front. In: *Wikipedia* [online]. [cit. 2017-04-28]. Dostupné z: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AFront\\_pareto.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AFront_pareto.svg)
- DRUD, Arne, b.r. *CONOPT* [online]. [cit. 2017-03-20]. Dostupné z: <https://www.gams.com/latest/docs/solvers/conopt/index.html>
- DU, Xiaoping, 2011. First Order and Second Reliability Methods. DU, Xiaoping. *Probabilistic engineering design* [online]. University of Missouri – Rolla, s. 1-33 [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://web.mst.edu/~dux/repository/me360/me360\\_lecture7.html](http://web.mst.edu/~dux/repository/me360/me360_lecture7.html)

- ENGRAND, P., 1997. A multi-objective approach based on simulated annealing and its application to nuclear fuel management. *5th International Conference on Nuclear Engineering*. Nice, 416-423.
- EROL, O.K. a I. EKSIN, 2006. A new optimization method: Big Bang-Big Crunch. *Advances in Engineering Software*. **37**(2), 106-111. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2005.04.005. ISSN 0965 - 9978. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997805000827>
- FADAEI, M.J. a D.E. GRIERSON, 1996. Design optimization of 3D reinforced concrete structures. *Structural Optimization*. **12**(2), 127-134. DOI: 10.1007/BF01196945. ISSN 0934-4373. Dostupné také z: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01196945>
- FIACCO, Anthony a Garth MCCORMICK, 1968. Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques. New York: Wiley.
- FLETCHER, R. a M.J.D. POWELL, 1963. A rapidly convergent descent method for optimization. *Computer Journal*. **6**(2), 163-168.
- FLETCHER, R. a C.M. REEVES, 1964. Function minimization by conjugate gradients. *The Computer Journal* [online]. **7**(2), 149-154 [cit. 2017-05-06]. DOI: 10.1093/comjnl/7.2.149. ISSN 0010-4620. Dostupné z: <https://academic.oup.com/comjnl/article-lookup/doi/10.1093/comjnl/7.2.149>
- FRIEL, Leroy, 1974. Optimum singly reinforced concrete sections. *J Am Concr Inst*. **71**(11), 556-558. ISSN 0002-8061.
- GANDOMI, Amir, Xin-She YANG a Amir ALAVI, 2011. Mixed variable structural optimization using Firefly Algorithm. *Computers*. **89**(23-24), 2325-2336. DOI: 10.1016/j.compstruc.2011.08.002. ISSN 0045-7949. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045794911002185>
- GEEM, Z.W., J.H. KIM a G.V. LOGANATHAN, 2001. A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. *Simulation* [online]. **76**(2), 60-68 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1177/003754970107600201. ISSN 0037-5497. Dostupné z: <http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/003754970107600201>
- GEMIS, 2017. *International Institute for Sustainability Analysis and Strategy* [online]. Darmstadt [cit. 2017-04-07]. Dostupné z: <http://iinas.org/gemis.html>
- General Algebraic Modeling System* [online], b.r. [cit. 2017-03-15]. Dostupné z: <https://www.gams.com/>
- GEN, Mitsuo a Runwei CHENG, 1997. *Genetic algorithms and engineering optimization*. New York: Wiley. ISBN 04-713-1531-1.
- GHOLIZADEH, Saeed a Fayegh FATTAHI, 2014. Design optimization of tall steel buildings by a modified particle swarm algorithm. *The Structural Design of Tall and Special Buildings* [online]. **23**(4), 285-301 [cit. 2017-05-21]. DOI: 10.1002/tal.1042. ISSN 1541-7794. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/tal.1042>
- GOLDBERG, David, 1989. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co. ISBN 978-0201157673.
- GOVINDARAJ, V. a J.V. RAMASAMY, 2005. Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using Genetic Algorithms. *Computers and Structures* [online]. **84**(1-2), 34-48 [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1016/j.compstruc.2005.09.001. ISSN 0045-7949. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004579490500310X>

GOVINDARAJ, V. a J.V. RAMASAMY, 2007. Optimum detailed design of reinforced concrete frames using genetic algorithms. *Engineering Optimization*. **39**(4), 471-494. DOI: 10.1080/03052150601180767. ISSN 1029-0273.

Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052150601180767>

GREPL, Jan, 2014. *Analýza vnitřních sil v ostění kolektoru*. AMBERG Engineering Brno, a.s. Brno.

GROOTEMAN, Frank, 2011. An adaptive directional importance sampling method for structural reliability. *Probabilistic Engineering Mechanics*. **26**(2), 134-141. DOI: 10.1016/j.probengmech.2010.11.002. ISSN 02668920.

Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266892010000950>

HÁJEK, Petr, Ctislav FIALA, Brigit JENSEN a Ivana LANÍKOVÁ, 2013. *Integrated life cycle assessment of concrete structures: bulletin 71*. 1st. Lausanne: International Federation for Structural Concrete (fib). ISBN 978-2-88394-111-3.

HOLICKÝ, Milan, 2000. Navrhování stavebních konstrukcí na základě přijatelných rizik. In: *I. ročník celostátní konference Spolehlivost konstrukcí*. Ostrava, s. 97-100. ISBN 80-02-01344-1.

HOLLAND, John, 1975. *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor, Michigan: University of Michigan Press.

HORÁK, Vlastimil, Jaroslav LACINA, Petr ŠTĚPÁNEK, Ivailo TERZIJSKI, Ivana LANÍKOVÁ, Martin ZLÁMAL a Jaroslav KADLEC, 2016. *Vliv dodatečného zesílení sanačními směsmi a dodatečně spřažené vrstvy na vlastnosti a chování prvků: Technická příručka* [online]. Brno: AMBERG Engineering Brno, VUT Brno [cit. 2017-03-20]. Dostupné z: [http://www.ita-aites.cz/files/edice\\_CTuK/vliv-dodatecneho-zesileni-osteni-podzemnich-del.pdf](http://www.ita-aites.cz/files/edice_CTuK/vliv-dodatecneho-zesileni-osteni-podzemnich-del.pdf)

HUANCHUN, S. a C. ZHENG, 1985. Two-level optimum design of reinforced concrete frames with integer variables. *Engineering Optimization*. **9**(3), 219-232. DOI: 10.1080/03052158508902515. ISSN 1029-0273.

Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052158508902515>

HWANG, Ching-Lai a Abu MASUD, 1979. *Multiple Objective Decision Making - Methods and Applications: A State-of-the-Art survey*. 1st ed. New York: Springer-Verlag. ISBN 978-0-387-09111-2.

CHOI, C.-K. a H.-G. KWAK, 1990. Optimum RC member design with predetermined discrete sections. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **116**(10), 2634-2655. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:10(2634). ISSN 1943-541X.

Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281990%29116%3A10%282634%29>

IS: 456, 2000. *Code of Practice for Plain and Reinforced Concrete*. New Delhi, India: Bureau of Indian Standards.

JONES, H.L., 1985. Minimum cost prestressed concrete beam design. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **111**(11), 2464-2478. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1985)111:11(2464). ISSN 1943-541X. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281985%29111%3A11%282464%29>

KANAGASUNDARAM, S. a B.L. KARIHALOO, 1990. Minimum cost design of reinforced concrete structures. *Structural Optimization*. **2**(3), 173-184. DOI: 10.1007/BF01836566. ISSN 1615-1488. Dostupné také z: <https://link.springer.com/journal/158>

KANAGASUNDARAM, S. a B.L. KARIHALOO, 1991a. Minimum-cost design of reinforced concrete structures. *Computers and Structures*. **41**(6), 1357-1364. DOI: 10.1016/0045-7949(91)90273-O. ISSN 0045-7949. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/004579499190273O?via%3Dihub>

KANAGASUNDARAM, S. a B.L. KARIHALOO, 1991b. Minimum-cost reinforced concrete beams and columns. *Computers and Structures*. **41**(3), 509-518. DOI: 10.1016/0045-7949(91)90145-C. ISSN 0045-7949. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/004579499190145C?via%3Dihub>

KAVEH, A. a S. ARDALANI, 2016. Cost and CO2 emission optimization of reinforced concrete frames using enhanced colliding bodies algorithm. *Asian Journal of Civil Engineering*. **17**(6), 831-858. ISSN 1563-0854.

KAVEH, A. a V.R. MAHDAVI, 2014. Colliding bodies optimization: A novel meta-heuristic method. *Computers & Structures* [online]. **139**, 18-27 [cit. 2017-04-30]. DOI: 10.1016/j.compstruc.2014.04.005. ISSN 0045-7949.

Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794914000935>

KAVEH, A. a O. SABZI, 2012. Optimal design of reinforced concrete frames using Big Bang-Big Crunch algorithm. *International Journal of Civil Engineering*. **10**(3), 189-200. ISSN 1735 - 0522. Dostupné také z: URL: <http://ijce.iust.ac.ir/article-1-572-en.html>

KAVEH, A. a S. TALATAHARI, 2010. An improved ant colony optimization for the design of planar steel frames. *Engineering Structures*. **32**(3), 864-873. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.12.012. ISSN 0141-0296.

Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0141029609003964>

KIRKPATRICK, S., C.D. GELATT JR. a M.P. VECCHI, 1983. Optimization by simulated annealing. *Science*. **220**(4598), 671-680. DOI: 10.1126/science.220.4598.671. ISSN 1095-9103. Dostupné také z: <http://science.sciencemag.org/content/220/4598/671>

KIRSCH, U., 1972. Optimum design of prestressed beams. *Computers and Structures*. **2**(4), 573-583. DOI: 10.1016/0045-7949(72)90009-0. ISSN 0045-7949. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045794972900090?via%3Dihub>

KIRSCH, U., 1983. Multilevel optimal design of reinforced concrete structures. *Engineering Optimization*. **6**(4), 207-212. DOI: 10.1080/03052158308902471. ISSN 1029-0273. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052158308902471>

KOCER, F.Y. a J.S. ARORA, 1996. Design of prestressed concrete transmission poles: Optimization approach. *Journal of Structural Engineering*. **122**(7), 804-813. ISSN 1943-541X. Dostupné také z: [http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1996\)122%3A7\(804\)](http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9445(1996)122%3A7(804))

*Kompozitní výztuže*, 2014. Prefa Kompozity, Brno.

KOUMOUSIS, V.K. a S.J. ARSENIS, 1998. Genetic algorithms in optimal detailed design of reinforced concrete members. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. **13**(1), 43-52. DOI: 10.1111/0885-9507.00084. ISSN 1093-9687.

Dostupné také z: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/0885-9507.00084/abstract>

KWAK, H.-G. a J. KIM, 2008. Optimum design of reinforced concrete plane frames based on predetermined section database. *CAD Computer Aided Design*. **40**(3), 396-408. DOI: 10.1016/j.cad.2007.11.009.

Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010448507002667>

KWAK, H.-G. a J. KIM, 2009. An integrated genetic algorithm complemented with direct search for optimum design of RC frames. *Computer Aided Design*. **41**(7), 490-500. DOI: 10.1016/j.cad.2009.03.005. ISSN 0010-4485.

Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010448509000682>

LACINA, Jaroslav, 2014. Primární kolektor – rekonstrukce části úseku Svitavské nábřeží mezi šachtami š6a – š24 včetně: Závěrečná zpráva, průzkum. AMBERG Engineering Brno, a.s. Brno.

LANÍKOVÁ, Ivana, 1999. *Optimalizace návrhu železobetonových rámu*. Brno. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně.

LANÍKOVÁ, Ivana a Petr ŠTĚPÁNEK, 2007a. Optimalizovaný návrh stožárů z odstředovaného betonu dle ČSN 73 1201 - 86: (software). Brno: VUT v Brně.

LANÍKOVÁ, Ivana a Petr ŠTĚPÁNEK, 2007b. Optimalizovaný návrh stožárů z odstředovaného betonu podle ČSN EN 1992-1-1: (software). Brno: VUT v Brně.

LANÍKOVÁ, Ivana a Petr ŠTĚPÁNEK, 2008. *Optimalizace návrhu železobetonových rámu: (software)*. Brno: VUT v Brně.

LANÍKOVÁ, Ivana a Petr ŠTĚPÁNEK, 2009. Pravděpodobnostní posouzení stožáru z odstředovaného betonu. In: *IDEAS 09*. Ostrava: VŠB, s. 105-106. ISBN 978-80-248-2091-0.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK, František GIRGLE a Martin ZLÁMAL, 2010a. Možnosti optimalizace návrhu železobetonových konstrukcí. *Stavební obzor*. **19**(8), 229-233. ISSN 1210-4027.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK a Petr ŠIMŮNEK, 2010b. Fully probabilistic design of concrete structures. In: *16th International Conference on Soft Computing Mendel 2010*. Brno: VUT v Brně, s. 426-433. ISBN 978-80-214-4120-0. ISSN 18033814.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK a Petr ŠIMŮNEK, 2011a. Návrh stavebních konstrukcí s použitím simulačních metod. *Informační Bulletin České Statistické společnosti*. Praha: Česká statistická společnost, **22**(2), 146-155. ISSN 1210-8022.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK, Petr ŠIMŮNEK a František GIRGLE, 2010c. Úsporný návrh betonových konstrukcí pomocí plně pravděpodobnostního přístupu. *Soudní inženýrství*. **21**(1), 48-55. ISSN 1211-443X.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK, Petr ŠIMŮNEK a David HORÁK, 2010d. Teoretické základy pro optimalizovaný návrh výztuže železobetonových rámových konstrukcí. *Stavební obzor*. **19**(7), 193-196. ISSN 1210-4027.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK, Petr ŠIMŮNEK, David HORÁK a Martin ZLÁMAL, 2011b. Fully probabilistic design – the way for optimizing of concrete structures. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*. **4**(2), 173-178. DOI: 10.1590/S1983-41952011000200002. ISSN 1983-4195.

LANÍKOVÁ, Ivana, Petr ŠTĚPÁNEK a Jakub VENCLOVSKÝ, 2016a. Optimization of a Tunnel Lining Reinforced with FRP. *Key Engineering Materials*. **691**(-), 148-159. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.691.148. ISSN 1662-9795.

Dostupné také z: <http://www.scientific.net/KEM.691.148>

LANÍKOVÁ, Ivana, Jakub VENCLOVSKÝ a Petr ŠTĚPÁNEK, 2016b. Deterministic based optimization of a shotcrete tunnel lining. In: BEUSHAUSEN, Hans. *Fib Symposium 2016. Performance-Based Approaches for Concrete Structures. Proceedings*. Cape Town: fib, s. 10. ISBN 978-2-88394-121-2.

- LEE, C. a J. AHN, 2003. Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm. *Journal of Structural Engineering*. **129**(6), 762-774. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:6(762). ISSN 1943-541X. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282003%29129%3A6%28762%29>
- LEE, K.S. a Z.W. GEEM, 2005. A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: Harmony search theory and practice. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. **194**(36-38), 3902-3933. DOI: 10.1016/j.cma.2004.09.007. ISSN 0045-7825. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782504004682>
- LEPŠ, M. a M. ŠEJNOHA, 2003. New approach to optimization of reinforced concrete beams. *Computers and Structures*. **81**(18-19), 1957-1966. DOI: 10.1016/S0045-7949(03)00215-3. ISSN 0045-7949. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794903002153>
- LIKEŠ, Jiří a Josef MAREK, 1987. *Počet pravděpodobnosti*. 2. Praha: SNTL.
- MCCULLOCH, Warren a Walter PITTS, 1943. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*. **5**(4), 115-133. DOI: 10.1007/BF02478259. ISSN 0007-4985. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/BF02478259>
- MCKAY, M., R. BECKMAN a W. CONOVER, 1979. A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. *Technometrics*. **21**(2), 239-245. DOI: 10.2307/1268522. ISSN 0040-1706. Dostupné také z: [http://www.jstor.org/stable/1268522?origin=crossref&seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](http://www.jstor.org/stable/1268522?origin=crossref&seq=1#page_scan_tab_contents)
- MELCHERS, R.E., 1990. Search-based importance sampling. *Structural Safety*. **9**(2), 117-128. DOI: 10.1016/0167-4730(90)90003-8. ISSN 01674730. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0167473090900038>
- MIETTINEN, Kaisa, 1998. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston, MA: Springer US. ISBN 978-146-1555-636.
- MOHARRAMI, H. a D.E. GRIERSON, 1993. Computer-automated design of reinforced concrete frameworks. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **119**(7), 2036-2058. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1993)119:7(2036). ISSN 1943-541X. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281993%29119%3A7%282036%29>
- NIE, Jinsuo a Bruce ELLINGWOOD, 2000. Directional methods for structural reliability analysis. *Structural Safety*. **22**(3), 233-249. DOI: 10.1016/S0167-4730(00)00014-X. ISSN 01674730. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S016747300000014X>
- NOVÁK, Drahomír, Miroslav VOŘECHOVSKÝ a Břetislav TEPLÝ, 2014. FReET: Software for the statistical and reliability analysis of engineering problems and FReET-D. *Advances in Engineering Software*. **72**, 179-192. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2013.06.011. ISSN 0965-9978. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0965997813001099>
- PARK, Hyo a Hojjat ADELI, 1997. Distributed neural dynamics algorithms for optimization of large steel structures. *Journal of Structural Engineering* [online]. **123**(7), 880-888 [cit. 2017-05-21]. ISSN 07339445.



- PAYA, I., V. YEPES, F. GONZÁLEZ-VIDOSA a A. HOSPITALER, 2008. Multiobjective optimization of concrete frames by simulated annealing. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. **23**(8), 596-610. DOI: 10.1111/j.1467-8667.2008.00561.x. ISSN 1467-8667. Dostupné také z: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-8667.2008.00561.x/abstract>
- PAYA-ZAFORTEZA, I., V. YEPES, A. HOSPITALER a F. GONZÁLEZ-VIDOSA, 2009. CO<sub>2</sub>-optimization of reinforced concrete frames by simulated annealing. *Engineering Structures*. **31**(7), 1501-1508. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.02.034. Dostupné také z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029609000996>
- PLŠEK, Jan, 2011. *Optimalizace návrhu betonových konstrukcí*. Brno. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Prof. RNDr. Ing. Petr Štěpánek, CSc.
- PNE 34 8220, 2006. Odstřed'ované betonové sloupy pro elektrická venkovní vedení do 45 kV.
- PRAGER, W., 1968. Optimality criteria in structural design. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. **61**(3), 794-796. Dostupné také z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC305396/>
- Probabilistic Model Code* [online], 2001. Joint Committee on Structural Safety [cit. 2017-03-27]. ISBN 978-3-909386-79-6. Dostupné z: [http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic\\_Model\\_Code.aspx](http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code.aspx)
- Projekt TA03030851 Odborná zpráva o postupu řešení projektu za rok 2015, 2016. Brno.
- RAJEEV, S. a C.S. KRISHNAMOORTHY, 1998. Genetic algorithm-based methodology for design optimization of reinforced concrete frames. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. **13**(1), 63-74. DOI: 10.1111/0885-9507.00086. ISSN 1467-8667. Dostupné také z: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/0885-9507.00086/abstract>
- ROSEN, J., 1960. The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming. Part I. Linear Constraints. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. **8**, 181-217. DOI: 10.1137/0108011. ISSN 0368-4245. Dostupné také z: <http://epubs.siam.org/doi/10.1137/0108011>
- ROSEN, J., 1961. The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming. Part II. Nonlinear Constraints. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. **9**(4), 514-532. DOI: 10.1137/0109044. ISSN 0368-4245. Dostupné také z: <http://epubs.siam.org/doi/10.1137/0109044>
- SAOUMA, V.E. a R.S. MURAD, 1984. Partially prestressed concrete beam optimization. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **110**(3), 589-604. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:3(589). ISSN 1943-541X. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281984%29110%3A3%28589%29>
- SHARAFI, P., Muhammad HADI a Lip TEH, 2012. Heuristic Approach for Optimum Cost and Layout Design of 3D Reinforced Concrete Frames. *Journal of Structural Engineering*. **138**(7), 853-863. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000508. ISSN 0733-9445. Dostupné také z: [http://ascelibrary.org/doi/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000508](http://ascelibrary.org/doi/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000508)
- SPIRES, D. a J.S. ARORA, 1990. Optimal design of tall RC-framed tube buildings. *Journal of Structural Engineering (United States)*. **116**(4), 877-897. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:4(877). ISSN 1943-541X. Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281990%29116%3A4%28877%29>

SUPPAPITNARM, A., K.A. SEFFEN, G.T. PARKS a P.J. CLARKSON, 2000. Simulated annealing algorithm for multiobjective optimization. *Engineering Optimization*. **33**(1), 59-85. ISSN 1029-0273.

Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052150008940911>

SVOBODA, Tomáš, David MAŠÍN a Jan BOHÁČ, 2009. Hypoplastický a Mohr-Coulombův model při simulaci tunelu v jílech. *Tunel*. **18**(4), 59-58. ISSN 1211 - 0728.

ŠEJNOHA, Jiří a Václav BLAŽEK, 2005. Základy inženýrského pojetí spolehlivosti a jejího hodnocení. In: *VI. ročník celostátní konference Spolehlivost konstrukcí*. Ostrava. ISBN 80-02-01708-0.

ŠTĚPÁNEK, Petr a Ivana LANÍKOVÁ, 2001. Aplikace teorie optimalizovaného návrhu výztuže na železobetonové konstrukce. *Beton TKS*. **1**(5), 38-43. ISSN 1213-3116.

ŠTĚPÁNEK, Petr a Ivana LANÍKOVÁ, 2010. Optimization of Reinforcement of RC Framed Structures. *Engineering Mechanics*. Brno, **17**(56), 285-297. ISSN 1802-1484.

ŠTĚPÁNEK, Petr, Ivana LANÍKOVÁ a Petr ŠIMŮNEK, 2011. A probabilistic approach to the environmental evaluation of concrete structures. In: *Design of Concrete Structures and Bridges Using Eurocodes, Proceedings of Workshop*. Bratislava: STU Bratislava, s. 28-36. ISBN 978-80-8076-094-6.

ŠTĚPÁNEK, Petr, Ivana LANÍKOVÁ a Petr ŠIMŮNEK, 2012b. Optimized design of concrete structures considering environmental aspects and life time assessment. In: *18th International Conference of Soft Computing, MENDEL 2012*. Brno: VUT, **2012**(1), s. 138-143. ISBN 978-80-214-4540-6. ISSN 1803-3814.

ŠTĚPÁNEK, Petr, Ivana LANÍKOVÁ a Jakub VENCLOVSKÝ, 2015. Optimization of a Tunnel Lining. In: *21st International Conference on Soft Computing, Mendel 2015*. Brno: BUT, **2015**, s. 175-182. ISBN 978-3-319-19823-1. ISSN 1803-3814.

ŠTĚPÁNEK, Petr, Ivana LANÍKOVÁ a Jakub VENCLOVSKÝ, 2016. Optimization of a tunnel lining with respect to integrated life cycle assessment. In: *CESB16 - Central Europe toward Sustainable Building 2016*. Praha: Grada, s. 911-918. ISBN 978-80-271-0248-8.

ŠTĚPÁNEK, Petr, Ivana LANÍKOVÁ a Martin ZLÁMAL, 2012a. Optimization of reinforced concrete and reinforced fibre concrete pole design. In: *8th RILEM International Symposium on Fibre Reinforced Concrete: (BEFIB 2012): Challenges and Opportunities*. Bagneux: RILEM, s. 1-9. ISBN 978-2-35158-132-2.

VANDERPLAATS, Garret, 1984. Numerical optimization techniques for engineering design: with applications. New York: McGraw-Hill. ISBN 978-0070669642.

VENKAYYA, V.B., 1978. Structural optimization: a review and some recommendations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. **13**(2), 203-228. DOI: 10.1002/nme.1620130202. ISSN 1097-0207.

Dostupné také z: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.1620130202/abstract>

WILSON, R., 1963. *A Simplicial Method for Convex Programming*. Harvard University. PhD thesis.

YANG, Xin-She, 2008. *Nature-inspired metaheuristic algorithms*. 1st. Frome, U.K: Luniver Press. ISBN 9781905986101.

YANG, Xin-She., 2013. *Swarm intelligence and bio-inspired computation: theory and applications*. 1st ed. Boston: Elsevier. Elsevier insights. ISBN 01-240-5163-4.

ZHAO, Weitao a Zhiping QIU, 2013. An efficient response surface method and its application to structural reliability and reliability-based optimization. *Finite Elements in Analysis and Design*. **67**, 34-42. DOI: 10.1016/j.finel.2012.12.004. ISSN 0168874x.

Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0168874X12002326>

ZOUTENDIJK, G., 1960. Methods of feasible directions : a study in linear and non-linear programming. Amsterdam: Elsevier.

ZOU, X.K., C.M. CHAN, G. LI a Q. WANG, 2007. Multiobjective optimization for performance-based design of reinforced concrete frames. *Journal of Structural Engineering*.

**133**(10), 1462-1474. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:10(1462). ISSN 1943-541X.

Dostupné také z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282007%29133%3A10%281462%29>



## 6 ZKRATKY

ACO	optimalizace mravenčími algoritmy (Ant Colony Optimisation)
ALM	(Augmented Lagrange Multiplier method)
ANN	metoda neuronových sítí (Artificial Neural Network)
AP	potenciál okyselování životního prostředí (Acidification Potential)
BB-BC	Big Bang - Big Crunch metoda optimalizace
CBO	optimalizace pomocí kolizí těles (Colliding Bodies Optimization)
DCOC	OC pro diskretizované systémy (Discretized Continuum-type Optimality Criteria)
DFP	Davidonova, Fletcherova, Powellova metoda
DNLP	diskretizované úloha nelineárního programování (Discretized non-linear programming)
FA	metoda světlušek (Firefly Algorithm)
GA	genetické algoritmy (Genetic Algorithm)
GRG	metody redukováného gradientu (Generalized Reduced Gradient)
GWP	potenciál globálního oteplování (Global Warming Potential)
HS	metoda prohledávání pomocí harmonií (Harmony Search)
LCC	Life Cycle Cost
LCA	Life Cycle Assessment
LHS	Latin Hypercube Sampling
LP	lineární programování (Linear Programming)
MOSA	multikriteriální optimalizace pomocí simulovaného žihání (Multiobjective Simulated Annealing)
MSÚ	mezní stavy únosnosti
MSP	mezní stavy použitelnosti
NLP	nelineární programování (Non-linear Programming)
OC	kritérium optimality (Optimality Criteria methods)
PE	primární energie (Primary Energy)
POCP	potenciál fotochemické tvorby ozónu (Photochemical Ozone Creation Potential)
PSO	optimalizace hejnem částic (Particle Swarm Optimisation)
SLP	sekvenční lineární programování (Sequential Linear Programming)
SQP	sekvenční kvadratické programování (Sequential Quadratic Programming)
SUMT	(Sequential Unconstrained Minimization Technique)
SA	metoda simulovaného žihání (Simulated Annealing)