

**Příjmení a jméno:**

*V následujících dvanácti problémech je z nabízených odpovědí vždy právě jedna správná. Zakroužkujte ji! Za každou správnou odpověď získáte 5 bodů. Za nesprávnou odpověď se odečítá 1 bod.*

1. Zaměníme-li ve čtvercové matici dva řádky, determinant vzniklé matice:

- a) se nezmění   b) nebude existovat   c) se zdvojnásobí   d) změní znaménko   e) bude poloviční (5 bodů)

2. Pro vektory  $\vec{u} = (3, 4, 1)$  a  $\vec{v} = (-4, 3, 1)$  platí:

- a) jsou lineárně nezávislé   b) jsou stejné   c) jejich skalární součin je roven  $-1$   
d) nemají stejnou velikost   e) jsou kolmé (5 bodů)

3. Vektorovým součinem vektorů  $\vec{u} = (0, 1, 1)$  a  $\vec{v} = (3, 0, -2)$  (v tomto pořadí) je:

- a)  $(-2, 3, -3)$    b)  $(-2, -3, -3)$    c)  $(2, -3, 3)$    d)  $(0, 0, -2)$    e)  $(2, 3, 3)$  (5 bodů)

4. Pro přímky

$$p \equiv \begin{cases} x = -1 + 2t, \\ y = 1 + t, \\ z = 3 - t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}; \quad q \equiv \begin{cases} x = 1 - 2s, \\ y = 2 - s, \\ z = 4 + s, \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

platí:

- a) jsou kolmé   b) jsou rovnoběžné různé   c) jsou mimoběžné  
d) jsou totožné   e) žádná z předchozích odpovědí není správná (5 bodů)

5. Množina bodů daná parametrickým vyjádřením

$$\begin{cases} x = -1 + 4 \cos t, \\ y = 1 + 4 \sin t, \end{cases} \quad t \in \langle \pi, 2\pi \rangle$$

je:

- a) kružnice se středem v bodě  $[-1, 1]$  a poloměrem 4   b) půlkružnice se středem v bodě  $[-1, 1]$  a poloměrem 4  
c) půlkružnice se středem v bodě  $[-1, 1]$  a poloměrem 2   d) kruh se středem v bodě  $[-1, 1]$  a poloměrem 4  
e) půlkruh se středem v bodě  $[-1, 1]$  a poloměrem 2 (5 bodů)

6. Normálovým vektorem přímky  $y = x - 2$  v rovině je:

- a)  $(1, 1)$    b)  $(1, -1)$    c)  $(1, 1, 0)$    d)  $(1, -1, -2)$    e)  $(1, 0)$  (5 bodů)

7. Křivka s parametrickým vyjádřením

$$\begin{cases} x = 3t, \\ y = 1 - 2t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

je:

- a) přímka  $2x + 3y - 3 = 0$    b) přímka  $2x - 3y + 3 = 0$    c) přímka  $3x - 2y + 2 = 0$    d) kružnice  
e) přímka  $3x + 2y - 2 = 0$  (5 bodů)

8. Vzdálenost bodů  $A = [-3, 1, 1]$ ,  $B = [1, 4, 1]$  je rovna:

- a)  $\sqrt{13}$    b) 5   c) 2   d)  $\sqrt{2}$    e)  $\sqrt{5}$  (5 bodů)

9. Je-li  $f(x, y) = e^{x+\ln y}$ , pak:

- a)  $f''_{xx}(x, y) = e^x$    b)  $f''_{xx}(x, y) = e^0$    c)  $f''_{xx}(x, y) = y e^x$    d)  $f''_{xx}(x, y) = e^{x+\ln y}$   
e)  $f''_{xx}(x, y) = (1 + 2y) e^{x+\ln y}$  (5 bodů)

10. Je-li  $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 0\}$ , pak hodnota integrálu  $\iiint_A 1 dx dy dz$  je rovna:

- a) 2   b) 3   c) 0   d) 6   e) 5 (5 bodů)

11. Je-li  $\Gamma = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ , pak hodnota integrálu  $\int_{\Gamma} 1 ds$  je rovna:

- a)  $4\pi$    b) 0   c)  $2\pi$    d)  $\pi$    e)  $-\pi$  (5 bodů)

12. Je-li  $M = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\}$ , po transformaci integrálu  $\iint_M (x^2 + y^2) dx dy$  do polárních souřadnic dostaneme:

a)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \int_0^1 \varrho^3 d\varrho \right) d\varphi$     b)  $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} \left( \int_0^1 \varrho^2 d\varrho \right) d\varphi$     c)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \int_0^1 \varrho^2 d\varphi \right) d\varrho$     d)  $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} \left( \int_0^1 \varrho^3 d\varrho \right) d\varphi$     e)  $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} \left( \int_0^1 \varrho d\varphi \right) d\varrho$

(5 bodů)

---

Řešte následující úlohy. Za zcela správně vyřešenou úlohu získáte 20 bodů. Boduje se každý správný krok. Za chyby v řešení se body neodečítají.

---

13. Načrtněte oblast v rovině ohraničenou křivkami  $y = 1$ ,  $x = -\sqrt{y}$ ,  $x - 2y = 0$ , a určete její obsah. (20 bodů)

---

14. Najděte řešení počáteční úlohy

$$y'' + 9y = 3; \quad y(0) = \frac{1}{3}, \quad y'(0) = 3. \quad (20 \text{ bodů})$$