

Příjmení a jméno:

V následujících dvanácti problémech je z nabízených odpovědí vždy právě jedna správná. Zakroužkujte ji! Za každou správnou odpověď získáte 5 bodů. Za nesprávnou odpověď se odečítá 1 bod.

1. Pro matici B , která vznikne z matice A vynásobením prvního řádku číslem -2 , platí:

- a) $\det A = -2 \det B$ b) $\det A = 2 \det B$ c) $B = -2A$ d) $\det B = 2 \det A$ e) $\det B = -2 \det A$ (5 bodů)

2. Pro vektory $\vec{u} = (1, 0, -2)$ a $\vec{v} = (2, 1, 1)$ platí:

- a) jejich skalární součin je roven -1 b) jsou lineárně závislé c) mají stejnou velikost
d) jsou kolmé e) jsou stejné (5 bodů)

3. Vektorovým součinem vektorů $\vec{u} = (1, 1, 0)$ a $\vec{v} = (3, 0, -2)$ (v tomto pořadí) je:

- a) $(2, -2, 3)$ b) $(2, 2, 3)$ c) $(-2, -2, -3)$ d) $(3, 0, 0)$ e) $(-2, 2, -3)$ (5 bodů)

4. Přímky

$$p \equiv \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = t, \\ z = -1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}; \quad q \equiv \begin{cases} x = 3 + 2s, \\ y = 1 + 2s, \\ z = s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

jsou:

- a) totožné b) různoběžné c) rovnoběžné různé d) kolmé e) mimoběžné (5 bodů)

5. Množina bodů daná parametrickým vyjádřením

$$\begin{cases} x = 1 + 16 \cos t, \\ y = -1 + 16 \sin t, \end{cases} \quad t \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$$

je:

- a) kružnice se středem v bodě $[1, -1]$ a poloměrem 16 b) čtvrtkruh se středem v bodě $[1, -1]$ a poloměrem 4
c) půlkružnice se středem v bodě $[1, -1]$ a poloměrem 4 d) půlkruh se středem v bodě $[1, -1]$ a poloměrem 4
e) půlkružnice se středem v bodě $[1, -1]$ a poloměrem 16 (5 bodů)

6. Normálovým vektorem přímky $y = 3 - x$ v rovině je:

- a) $(1, 1)$ b) $(1, -1)$ c) $(1, 1, 3)$ d) $(1, -1, 0)$ e) $(1, 0)$ (5 bodů)

7. Křivka s parametrickým vyjádřením

$$\begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 2t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

je:

- a) přímka $2x - y - 2 = 0$ b) přímka $x + 2y - 1 = 0$ c) kružnice d) přímka $2x + y - 2 = 0$
e) přímka $x - 2y - 1 = 0$ (5 bodů)

8. Vzdálenost bodů $A = [-1, 1, 1]$, $B = [2, 1, 5]$ je rovna:

- a) $\sqrt{17}$ b) 2 c) 5 d) $\sqrt{5}$ e) $\sqrt{2}$ (5 bodů)

9. Je-li $f(x, y) = e^{x+y} \ln y$, pak:

- a) $f''_{xx}(x, y) = e^{1+y} \ln y$ b) $f''_{xx}(x, y) = \frac{1}{y} e^{x+y}$ c) $f''_{xx}(x, y) = e^{x+y}$ d) $f''_{xx}(x, y) = e^x \ln y$
e) $f''_{xx}(x, y) = e^{x+y} \ln y$ (5 bodů)

10. Je-li $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 0\}$, pak hodnota integrálu $\iiint_A 1 dx dy dz$ je rovna:

- a) 2 b) 6 c) 3 d) 0 e) 5 (5 bodů)

11. Je-li $\Gamma = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x - y = 0, x \in \langle 0, 1 \rangle\}$, pak hodnota integrálu $\int_{\Gamma} 1 ds$ je rovna:

- a) 1 b) 0 c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $(1, 1)$ e) $\sqrt{2}$ (5 bodů)

12. Je-li $M = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 9, x \leq 0, y \geq 0\}$, po transformaci integrálu $\iint_M (x^2 + y^2) dx dy$ do polárních souřadnic dostaneme:

a) $\int_{\pi/2}^{\pi} \left(\int_0^3 \varrho^2 d\varrho \right) d\varphi$ **b)** $\int_0^{\pi/2} \left(\int_0^3 \varrho^3 d\varrho \right) d\varphi$ **c)** $\int_{\pi/2}^{\pi} \left(\int_0^3 \varrho d\varphi \right) d\varrho$ **d)** $\int_0^{\pi/2} \left(\int_0^3 \varrho^2 d\varphi \right) d\varrho$ **e)** $\int_{\pi/2}^{\pi} \left(\int_0^3 \varrho^3 d\varrho \right) d\varphi$

(5 bodů)

Řešte následující úlohy. Za zcela správně vyřešenou úlohu získáte 20 bodů. Boduje se každý správný krok. Za chyby v řešení se body neodečítají.

13. Načrtněte oblast v rovině ohraničenou křivkami $x = \sqrt{y}$, $y = 1$, $x = y + 1$, $y = 0$ a určete její obsah. (20 bodů)

14. Najděte řešení počáteční úlohy

$$y'' + 4y = -8; \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 2.$$

(20 bodů)