

**Příjmení a jméno:**

**I. Testová část**

V následujících problémech je z nabízených odpovědí vždy právě jedna správná. Zakroužkujte ji! Za každou správnou odpověď získáte 6 bodů, za nesprávnou odpověď se odečítá 1 bod.

1. Zaměníme-li ve čtvercové matici dva sloupce, determinant vzniklé matice:

- a) se nezmění   b) se zdvojnásobí   c) nebude existovat   d) bude poloviční   e) změní znaménko (6 bodů)

2. Vektorovým součinem vektorů  $\vec{u} = (0, -2, 3)$  a  $\vec{v} = (1, 0, 1)$  (v tomto pořadí) je:

- a)  $(-2, -3, 2)$    b)  $(2, 3, 2)$    c)  $(-2, 3, 2)$    d)  $(0, 0, 3)$    e)  $(-2, 3, -2)$  (6 bodů)

3. Je-li  $A = [-1, 1, 1]$  a  $B = [2, 1, 5]$ , pak velikost vektoru  $\overrightarrow{AB}$  je rovna:

- a)  $\sqrt{17}$    b) 5   c) 2   d)  $\sqrt{2}$    e)  $\sqrt{5}$  (6 bodů)

4. Křivka s parametrickým vyjádřením

$$\begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 2t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

je:

- a) přímka  $2x - y - 2 = 0$    b) přímka  $x + 2y - 1 = 0$    c) kružnice   d) přímka  $2x + y - 2 = 0$   
e) přímka  $x - 2y - 1 = 0$  (6 bodů)

5. Normálovým vektorem přímky  $y = 3 - x$  v rovině je:

- a)  $(1, 1)$    b)  $(1, -1)$    c)  $(1, 1, 3)$    d)  $(1, -1, 0)$    e)  $(1, 0)$  (6 bodů)

6. Je-li  $f(x, y) = e^{x^2+y}$ , pak:

- a)  $f''_{xy}(x, y) = e^{2x}$    b)  $f''_{xy}(x, y) = e^{2x+1}$    c)  $f''_{xy}(x, y) = 2x e^{x^2+y}$    d)  $f''_{xy}(x, y) = (2x + 1) e^{x^2+y}$   
e)  $f''_{xy}(x, y) = e^{x^2+y}$  (6 bodů)

7. Jestliže má funkce  $f$  spojitě parciální derivace 2. řádu v okolí svého stacionárního bodu  $A = [x_0, y_0]$  a platí  $f''_{xx}(x_0, y_0) < 0$ ,  $\det \begin{pmatrix} f''_{xx}(x_0, y_0) & f''_{xy}(x_0, y_0) \\ f''_{xy}(x_0, y_0) & f''_{yy}(x_0, y_0) \end{pmatrix} < 0$ , pak v bodě  $A$ :

- a) nastává lokální minimum funkce  $f$    b) má funkce  $f$  globální maximum   c) je inflexní bod  
d) lokální extrém funkce  $f$  nenastává   e) nastává lokální maximum funkce  $f$  (6 bodů)

8. Řešením diferenciální rovnice  $y' - 2y = 0$  je funkce:

- a)  $y(x) = 2e^{-2x}$    b)  $y(x) = xe^{2x}$    c)  $y(x) = xe^{-2x}$    d)  $y(x) = -e^{2x}$    e)  $y(x) = \frac{1}{2}x$  (6 bodů)

9. Je-li  $A = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2y, 0 \leq y \leq 1\}$ , pak hodnota integrálu  $\iint_A 1 dx dy$  je rovna:

- a) 1   b) 2   c)  $\pi$    d) 0   e)  $\frac{1}{2}$  (6 bodů)

10. Je-li  $M = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \leq 0\}$ , po transformaci integrálu  $\iint_M x dx dy$  do polárních souřadnic dostaneme:

- a)  $\int_{3\pi/2}^{2\pi} \left( \int_0^3 \varrho^2 \cos \varphi d\varphi \right) d\varrho$    b)  $\int_0^3 \left( \int_{-\pi/2}^0 \varrho^2 \cos \varphi d\varphi \right) d\varrho$    c)  $\int_0^\pi \left( \int_0^3 \varrho^2 \sin \varphi d\varphi \right) d\varphi$    d)  $\int_{3\pi/2}^{2\pi} \left( \int_0^3 \varrho d\varrho \right) d\varphi$   
e)  $\int_0^3 \left( \int_{-\pi/2}^0 \varrho^2 \sin \varphi d\varphi \right) d\varrho$  (6 bodů)

---

## II. Početní část

*Řešte následující úlohy. Za zcela správně vyřešenou úlohu získáte 20 bodů. Boduje se každý správný krok. Za chyby v řešení se body neodečítají.*

---

11. Načrtněte oblast v 1. kvadrantu ohraničenou křivkami  $x = y^2$ ,  $x + y = 2$ ,  $y = 0$  a určete její obsah. (20 bodů)

- 
12. Motorové saně se pohybují přímočarým zrychleným pohybem, přičemž změna rychlosti  $v$  v čase je popsána diferenciální rovnicí

$$v' = \frac{1}{10} v.$$

Najděte obecné řešení této diferenciální rovnice a dále určete jakou rychlostí se saně pohybovaly na konci sledovaného úseku trvajícího 20 s, jestliže na počátku tohoto úseku byla jejich rychlost  $0,5 \text{ m s}^{-1}$ . (20 bodů)