FIT VUT v Brně **MATEMATIKA 2011** **II B**

(součet celkem 1000 bodů)

Jméno a příjmení: Podpis:

1. Množina všech řešení rovnice $x = \sqrt{x+2}$ v oboru reálných čísel je

   a) $\{-1, 2\}$ b) $\{-2, 1\}$ c) $\{-1\}$ d) $\{1\}$ e) $\{2\}$

   30 $\boxed{-6}$

2. Rovnice kružnice se středem $S = [-1, 1]$ a poloměrem $r = 2$ je

   a) $x^2 + 2x + y^2 - 2y - 2 = 0$ b) $x^2 - 2x + y^2 + 2y - 2 = 0$ c) $x^2 + 2x + y^2 - 2y = 0$ d) $x^2 - 2x + y^2 + 2y = 0$ e) $x^2 + 2x + y^2 - 2y + 2 = 0$

   30 $\boxed{-6}$

3. $2x(1 + x^2)^{-1/2} + (1 + x^2)^{1/2} =$

   a) $(1 + x^2)^{3/2}$ b) $(1 - 2x) \cdot (1 + x^2)^{1/2}$ c) $(x + 1)^2 \cdot (1 + x^2)^{-1/2}$ d) $(x^2 + 2) \cdot (1 + x^2)^{-1/2}$ e) $2x \cdot (1 + x^2)^{1/2}$

   30 $\boxed{-6}$

4. Ze 60 zaměstnanců firmy jich 28 chodí do kurzu angličtiny a 17 do kurzu němčiny. 20 lidí nechodí do žádného z těchto kurzů. Kolik zaměstnanců je zapsáno pouze do jednoho kurzu (tj. ne do obou)?

   a) 31 b) 32 c) 33 d) 34 e) 35

   30 $\boxed{-6}$

5. Množina všech řešení nerovnice $\left|\frac{2x-3}{4}\right| \geq 1$ je

   a) $\left\langle \frac{7}{2}, \infty \right)$ b) $(-\infty, -1\rangle \cup \langle 7, \infty)$ c) $\langle -1, 7\rangle$ d) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right\rangle \cup \left\langle \frac{7}{2}, \infty\right)$ e) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right\rangle \cup \left\langle \frac{7}{2}, \infty\right)$

   30 $\boxed{-6}$

6. Mezi čísly a, b, c, d, e platí nerovnosti: $a < b$, $b > c$, $a < d$, $b < e$. Který z následujících vztahů může platit?

   a) $a = e$ b) $c = d$ c) $c = e$ d) Může platit kterýkoli z předchozích vztahů. e) Nemůže platit ani jeden z předchozích vztahů.

   40 $\boxed{-8}$

7. Jestliže $y = \log_2 x$, pak $y \in \langle -1, 4\rangle$ právě pro

   a) $x \in \langle -2, 16\rangle$ b) $x \in \langle 1/2, 16\rangle$ c) $x \in \langle 1, 16\rangle$ d) $x \in \langle 2, 16\rangle$ e) žádná z předchozích možností není správná

   40 $\boxed{-8}$

8. Pro libovolná dvě čísla x, y splňující podmínku $y = \pi - x$ platí

   a) $\sin x = \sin y$ b) $\sin x = \cos y$ c) $\cos x = \cos y$ d) $\cos x = \sin y$ e) $\sin x = -\cos y$

   40 $\boxed{-8}$

9. Určete všechny hodnoty parametru p, pro které má rovnice $x^2 - px - 2p = 0$ dva různé reálné kořeny.

   a) $p \in (-\infty, -8) \cup (0, \infty)$ b) $p \in (-\infty, 0) \cup (8, \infty)$ c) $p \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$ d) $p \in (-8, 0)$ e) $p \in (0, 2)$

   40 $\boxed{-8}$

10. Jestliže druhý člen geometrické posloupnosti je $a_2 = 6$ a součet prvních dvou členů této posloupnosti je 8, pak čtvrtý člen posloupnosti je

    a) $\frac{2}{9}$ b) 9 c) 14 d) 24 e) 54

    40 $\boxed{-8}$

11. Je dána funkce $f(x) = x^2 - x$. Pak $f(x+1) + f(x-1) =$

a) $x^2 - 2x$ b) $x^2 - 2x + 2$ 50 $\boxed{-10}$
c) $2x^2 - 2x + 2$ d) $2x^2 - 2x$
e) $2x^2 + 2$

12. Rovnice přímky procházející body $A = [1,3]$ a $B = [-1,4]$ je

a) $x + 2y - 7 = 0$ b) $x + 2y + 7 = 0$ 50 $\boxed{-10}$
c) $-x + 2y - 5 = 0$ d) $-2x + y - 1 = 0$
e) $2x - y + 6 = 0$

13. Máme kartičky, jejichž líc i rub jsou nezávisle na sobě obarveny některou ze tří barev. Na líci každé kartičky je jeden ze šesti různých obrázků. Všechny možné kombinace barev líce a rubu a obrázku jsou zastoupeny a žádné dvě karty nejsou stejné. Kolik je karet celkem?

a) 15 b) 18 50 $\boxed{-10}$
c) 48 d) 54
e) 108

14. Řešení rovnice $2z - 4 = i(3 + z)$ v komplexním oboru je

a) $-1 + 2i$ b) $1 + 2i$ 50 $\boxed{-10}$
c) $1 - 2i$ d) $2 + i$
e) $2 - i$

15. Máme dvě koule o poloměrech $r_1 = 1$ a $r_2 = 2$. Jaký poloměr bude mít koule, jejíž objem je roven součtu objemů prvních dvou koulí?

a) 3 b) 3π 50 $\boxed{-10}$
c) $\sqrt[3]{3}$ d) $1 + \sqrt[3]{2}$
e) $\sqrt[3]{9}$

16. Když bylo Anně, kolik je dnes Báře, byla Bára dvakrát mladší, než je Anna teď. Za 10 let bude Anna dvakrát starší, než je Bára teď. Kolik let je teď Anně?

a) 15 b) 16 80 $\boxed{-16}$
c) 20 d) 24
e) 25

17. Množina všech řešení (žádné nesmí chybět!) rovnice $\mathrm{tg}^3 x + \mathrm{tg}^2 x = 1 + \mathrm{tg} x$ v oboru reálných čísel (k je celé číslo) je právě

a) $\left\{\frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}\right\}$ b) $\left\{\frac{\pi}{4} + k \cdot \pi\right\}$ 80 $\boxed{-16}$
c) $\left\{\frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi\right\}$ d) $\left\{\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi\right\}$
e) $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k \cdot \pi\right\}$

18. V krabici jsou předměty různých vlastností. Víme, že žádná krychle není bílá a že některé bílé předměty jsou duté. Jaký závěr ohledně předmětů v krabici z těchto informací můžeme vyvodit?

a) Žádný dutý předmět nemá tvar krychle. b) Aspoň jeden dutý předmět nemá tvar krychle. 80 $\boxed{-16}$
c) Žádná krychle není dutá. d) Všechny krychle jsou duté.
e) Žádné z předchozích tvrzení z uvedených předpokladů neplyne.

19. Operace $\ominus$ je definována jako $a \ominus b = ab + 2a$. Určete x, víme-li, že $5 \ominus (x \ominus (-3)) = 0$.

a) 0 b) 1 80 $\boxed{-16}$
c) 2 d) 3
e) 4

20. Dvě pumpy vyčerpají cisternu za 4,8 hodiny. První pumpou by se cisterna vyprázdnila o 4 hodiny dříve než druhou pumpou. Za kolik hodin by se cisterna vyprázdnila pouze druhou (méně výkonnou) pumpou? (Pomůcka: $5{,}6^2 = 31{,}36; 10{,}4^2 = 108{,}16; 13{,}6^2 = 184{,}96; 28^2 = 784; 52^2 = 2704; 68^2 = 4624$)

a) 14 b) 12 80 $\boxed{-16}$
c) 11,6 d) 10
e) 9,6