

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta stavební  
Ústav fyziky

**Doc. RNDr. Tomáš Ficker, DrSc.**

**APLIKACE FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE  
V PŘÍRODNÍCH A TECHNICKÝCH VĚDÁCH**

**APPLICATIONS OF FRACTAL GEOMETRY  
IN NATURAL AND TECHNOLOGY SCIENCES**

TEZE PŘEDNÁŠKY K PROFESORSKÉMU JMENOVACÍMU ŘÍZENÍ  
V OBORU  
FYZIKÁLNÍ A STAVEBNĚ MATERIÁLOVÉ INŽENÝRSTVÍ



BRNO 2005

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Fraktální geometrie, monofraktál, multifraktál, deterministické fraktály, přírodní fraktály, fraktalita cementových gelů, fraktalita elektrických mikrovýbojů

## **KEY WORDS**

Fractal geometry, monofractal, multifractal, deterministic fractals, natural fractals, fractality of cement gels, fractality of electric microdischarges

## **OBSAH**

|  |           |
|--|-----------|
| Představení autora   | 4         |
| <b>1 ÚVOD</b>  | <b>6</b>  |
| <b>1.1 Vznik a vývoj fraktální geometrie</b>                               | <b>6</b>  |
| <b>1.2 Hausdorffova míra a dimenze</b>                                     | <b>7</b>  |
| <b>1.3 Fraktál</b>   | <b>8</b>  |
| <b>1.4 Stanovení fraktální dimenze</b>                                     | <b>8</b>  |
| <b>1.5 Rozdělení fraktálů</b>  | <b>9</b>  |
| 1.5.1 Modelové fraktální objekty   | 9         |
| 1.5.2 Přírodní fraktální objekty   | 10        |
| <b>1.6 Monofraktály a multifraktály</b>                                    | <b>10</b> |
| 1.6.1 Multifraktální spektrum dimenzí                                      | 10        |
| <b>1.7 Vliv fraktality na fyzikální vlastnosti systému</b>                 | <b>11</b> |
| <b>1.8 Povrchový a objemový fraktál</b>                                    | <b>12</b> |
| <b>1.9 Koloidní agregáty</b>   | <b>13</b> |
| <b>2 APLIKACE FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE NA CEMENTOVÉ KOLOIDNÍ AGREGÁTY</b>       | <b>14</b> |
| <b>2.1 Fraktální struktura cementových koloidních agregátů</b>             | <b>14</b> |
| 2.1.1 Princip metody a experimentální zařízení                             | 15        |
| 2.1.2 Hydratační produkty cementových systémů                              | 17        |
| 2.1.3 Fraktalita cementových gelů  | 18        |
| <b>3 APLIKACE FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE V OBLASTI MIKROVÝBOJOVÉHO TRANSPORTU</b> | <b>21</b> |
| <b>3.1 Historie a současnost mikrovýbojového transportu</b>                | <b>21</b> |
| <b>3.2 Fraktalita mikrovýbojových statistik</b>                            | <b>23</b> |
| <b>4 ZÁVĚR</b>   | <b>26</b> |
| <b>5 LITERATURA</b>  | <b>28</b> |
| <b>6 VÝBĚR NEJVÝZNAMNĚJŠÍCH PUBLIKACÍ AUTORA</b>                           | <b>32</b> |
| <b>7 KONCEPCE DALŠÍ AUTOROVY VĚDECKÉ A PEDAGOGICKÉ ČINNOSTI</b>            | <b>35</b> |
| <b>8 ABSTRACT</b>  | <b>37</b> |

## Představení autora

Tomáš Ficker (nar. 12. 9. 1953 ve Svitavách) po ukončení gymnázia započal v roce 1972 studium na Přírodovědecké fakultě UJEP v Brně, obor fyzikální elektronika. Studia na přírodovědecké fakultě ukončil v roce 1977 s vyznamenáním. Po vysoké škole nastoupil na základě konkursu do tříletého studijního pobytu v Ústavu fyzikální chemie a elektrochemie J. H. ČSAV v Praze. V roce 1980 obhájil rigorózní práci na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy a v roce 1981 započal interní aspiranturu v Ústavu fyzikální chemie a elektrochemie J. H. ČSAV v Praze. Aspirantskou práci obhájil v roce 1983. Téhož roku nastoupil jako odborný asistent Katedry fyziky Fakulty stavební VUT v Brně, kde v roce 1992 obhájil habilitační práci v oboru „Aplikovaná fyzika“. Na Ústavu fyziky FAST VUT v Brně pracuje doposud. V roce 2001 obhájil vědecký titul DrSc. na Matematicko-fyzikální fakultě UK v Praze.

### *Přehled vzdělání:*

- 1977 – absolvent fyzikální elektroniky na Přírodovědecké fakultě Univerzity J. E. Purkyně v Brně.
- 1981 – RNDr., chemická fyzika, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze.
- 1983 – CSc., Ústav fyzikální chemie a elektrochemie J. Heyrovského ČSAV v Praze.
- 1992 – Doc., aplikovaná fyzika, Fakulta stavební Vysokého učení technického v Brně.
- 2001 – DrSc., fyzika plazmatu, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze.

### *Přehled zaměstnání:*

- 1977–1980, Ústav fyzikální chemie a elektrochemie J. Heyrovského ČSAV v Praze (stipendista).
- 1980–1983, Ústav fyzikální chemie a elektrochemie J. Heyrovského ČSAV v Praze (vědecký aspirant).
- 1983–doposud, Ústav fyziky, Fakulta stavební Vysokého učení technického v Brně.

### *Přehled zahraniční praxe:*

- Pedagogická praxe – Katedra fyziky, Birkbeck College, Univerzita Londýn, 1993 (1 měsíc).
- Vědecká praxe – Katedra fyziky, King's College, Univerzita Londýn, 1993 (2 měsíce).
- Vědecká praxe – Katedra matematické fyziky, Univerzita Ulm, SRN, 1994 (2 měsíce).
- Vědecká praxe – Katedra výkonové elektrotechniky, Chalmers University of Technology, Göteborg, Švédsko; individuální grant získán v roce 2004 s nástupem v září roce 2005 (2 měsíce).

### *Granty Grantové agentury ČR:*

- Grant č. 202/97/1407 „Fraktální geometrie v transportních procesech“ – hlavní řešitel.
- Grant č. 202/03/0011 „Bariérové mikrovýboje a jejich degradační účinky“ – hlavní řešitel.

### *Individuální granty:*

- TEMPUS 1993 – Birkbeck College v Londýně.
- Grant EU 1993 – King's College v Londýně.
- DAAD (SRN) 1994 – Univerzita Ulm v SRN.
- Švédský grant (Swedish Institute) 2004 – Chalmers University of Technology, Göteborg.

### *Pedagogická činnost:*

Na pedagogické činnosti se podílí od roku 1983 nejprve jako odborný asistent s úvazkem ve cvičeních, později jako docent s přednáškovým úvazkem v základním kurzu fyziky, v anglické výuce předmětů „Tepelná technika“, „Akustika“ a „Denní osvětlení“ a v doktorandské výuce předmětu „Fyzika látek“ a nepravidelně i předmětu „Termomechanika“. Je zapojen do komise pro přípravu akreditace kombinovaného studia na Fakultě stavební VUT.

Je autorem čtyř vysokoškolských skript určených pro výukové potřeby na Fakultě stavební VUT. V letech 1989–1993 zaváděl výuku tenzometrie (přednášky a cvičení) na oboru KD ve čtvrtém ročníku. V rozmezí let 1995–1998 věnoval velkou část pedagogické práce na modernizaci studentských laboratoří na Ústavu fyziky Fakulty stavební VUT a vytvořil nový soubor laboratorních úloh zaměřených na stavební fyziku. Většina z těchto laboratorních úloh i úloh z tenzometrického praktika byla publikována v celostátních i zahraničních odborných časopisech.

Od svého nástupu na VUT školí talentované studenty v rámci SVOČ a STČ – jeho svěřenci získali ve fakultních kolech tři první a jednu třetí cenu, v celostátních kolech SVOČ obsadili druhé místo. Je školitelem tří doktorandů, z nichž dva již svoje disertační práce přihlásili k obhajobě a třetímu doktorandovi zbývají do ukončení studia dva roky.

V letech 1996–2001 byl členem rozšířené redakční rady anglického časopisu „Physics Education“ zaměřeného na fyzikální vzdělávání. Tato aktivita obnášela jednak připomínkování redakčních materiálů, dopisovatelskou činnost a recenzní činnost. V roce 1993 absolvoval pedagogickou stáž na Birckbeck College v Londýně.

### *Odborná činnost:*

Délka odborné činnosti představuje 27 let, z toho prvních šest let v Ústavu fyzikální chemie a elektrochemie J. Heyrovského ČSAV v Praze a zbývajících dvacet jedna let na Ústavu fyziky Fakulty stavební VUT v Brně. Hlavní oblastí výzkumu byly kvantově-mechanické výpočty elektronické struktury molekul (do roku 1983), dále fraktální geometrie, mikrovýbojový transport a vybrané problémy stavební fyziky. Je autorem 35 pojednání publikovaných v mezinárodních časopisech, 19 prací zveřejnil v národních časopisech a 23 příspěvků presentoval na domácích a zahraničních konferencích. Na jeho práce existuje 25 ohlasů, z toho 23 zahraničních. Získal tři individuální zahraniční granty za účelem vědecké stáže (universita Ulm v NSR, King's College v Londýně a Chalmers University ve Švédsku). Před rokem 1989 se podílel na dvou výzkumných zprávách státního plánu a třech zprávách VHČ. Po roce 1989 získal jako hlavní řešitel dva výzkumné granty z Grantové agentury České republiky (202/97/1407 a 202/03/0011), jako spoluřešitel se podílel na řešení dvou celoškolských výzkumných záměrů. Jako odborný recenzent vypracoval 5 posudků pro zahraniční odborné časopisy a 9 posudků pro domácí časopisy, ministerstva a Grantovou agenturu ČR (tři posudky). Je autorem anglicko-české „Příručky stavební tepelné techniky, akustiky a denního osvětlení“. Jeho odborná činnost byla ohodnocena v minulosti přijetím za člena učených společností „New York Academy of Science“ a anglické společnosti „Institute of Physics“ (fellow, CPhys, FInstP).

# APLIKACE FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE V PŘÍRODNÍCH A TECHNICKÝCH VĚDÁCH

## 1 ÚVOD

### 1.1 VZNIK A VÝVOJ FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE

Studium fraktálních objektů je poměrně mladou disciplínou. Její kořeny sice sahají do počátku minulého století, ale její skutečný rozvoj s množstvím aplikací nastal teprve před dvaceti lety.

U kolébky studia fraktálních objektů stála úzká skupina matematiků, k nimž patřili zejména Hausdorff<sup>1</sup> s Besicovitchem<sup>2</sup>. V roce 1919 Hausdorff zavedl pojem obecné dimenze, která položila základ dimenzionálnímu popisu fraktálních objektů. Besicovitch pak soustavně rozvíjel koncepci Hausdorffovy dimenze, takže odtud i často používaný název: „Hausdorff-Besicovitchova dimenze“.

Dlouholetým popularizátorským úsilím Mandelbrota<sup>3</sup>, autora tří klasických monografií [1–3] a mnoha časopiseckých pojednání, se fraktálům podařilo během posledních dvaceti let, tj. v rozmezí let 1980–2000, proniknout do hlubšího povědomí nejen matematiků, ale také fyziků, astronomů, geologů, biologů, ekonomů a dalších. Zejména během osmdesátých let se na tomto poli provedlo velké množství aplikací do různých vědních oblastí.

Aplikace v přírodních vědách, konkrétně ve fyzice, byly velmi plodné. Vyvolaly rozvoj multifraktální teorie [4–6], která úzce souvisí s termodynamickým formalismem [6–8]. Dále se fraktály uplatnily např. při řešení turbulentního proudění [9–10], v morfologii lomových povrchů

---

<sup>1</sup> Felix Hausdorff (1868–1942), německý matematik, pracoval hlavně v teorii množin, topologii a funkcionální analýze. Bývá považován za jednoho ze zakladatelů moderní topologie. Matematickou veřejnost velmi ovlivnila jeho kniha „Základy teorie množin“ („Grundzüge der Mengenlehre“, 1914). Do roku 1910 vyučoval na lipské univerzitě matematiku, poté se stal profesorem na universitě v Bonnu. Po nástupu nacismu v Německu byl v roce 1935 pro svůj židovský původ zbaven profesury a jeho matematické práce byly prohlášeny za „židovské“, neužitečné a „německé“. V obavách o budoucnost své rodiny posílá svou dceru do Anglie, ale sám se svou manželkou zůstává v Německu. V roce 1942 jeho rodině hrozí nástup do koncentračního tábora. Pod tíhou tragické situace se společně se svou manželkou a švagrovou rozhodli ukončit život.

<sup>2</sup> Abram Samoilovitch Besicovitch (1891–1970), ruský matematik narozený na Ukrajině, pracoval hlavně v kombinatorice a v reálné analýze. Rozvíjel mimo jiné koncepci Hausdorffovy dimenze později nazývané též Hausdorff-Besicovitchovy dimenze. V roce 1917 byl jmenován profesorem na univerzitě v Permu, pak povolán do občanské války, strávil dva roky na bojištích. V roce 1920 přijal post na petrohradské univerzitě. O čtyři roky později na základě Rockefellerova stipendia odešel k Haraldu Bohrovi do Copenhagenu. V roce 1926 byl jmenován profesorem na univerzitě v Cambridge v Anglii. Do penze odešel v roce 1958. Zemřel v Cambridge v roce 1970. Většinu svého života strávil v Anglii.

<sup>3</sup> Benoit B. Mandelbrot (1924), francouzský matematik narozený ve Varšavě, pokračoval v matematické tradici Gastona Julia (1893–1978), tj. v matematice fraktálů. Zavedl název „fraktál“ a zasloužil se o oživení a rozvoj fraktální geometrie. V roce 1930 z obav před nacistickým režimem jako šestiletý odešel se svými rodiči, kteří byli židovského původu, z Polska do Paříže, kde se ujali jeho matematického vzdělání jeho dva strýcové, známí pařížští matematikové. Později pracoval jako matematik u firmy IBM v USA a za své práce v oblasti fraktální geometrie získal emeritní členství ve světoznámých výzkumných laboratořích T. J. Watsona. Jeho neúnavné popularizátorské úsilí významně napomohlo rozšíření fraktální geometrie do mnoha odvětví přírodních a technických věd. V roce 1987 se stal profesorem na yalské univerzitě v USA.

[11–13] a povrchů pórovitých látek [14–16], v teorii perkolace [17–19] a Brownova pohybu [1–4], ve statistice polymerních řetězců [20], při popisu koloidních seskupení částic [21–23], v teorii dielektrického průrazu [24–26] a v mnoha dalších oblastech fyziky. Fraktály nejsou jen teoretickou abstrakcí. Vedle abstraktních fraktálů existují i přírodní a „společenské“ prototypy [1–4], které vycházejí z reálného světa: délka mořského pobřeží, hustota galaktických klastrů, délka horských reliéfů, rozdělení nakupených oblak, větvení řek, členitost dýchacích cest, rozdělení příjmů obyvatel a mnohé další.

Bohatá kolekce aplikací v nejrůznějších vědních oblastech je svědectvím stále trvající potřeby popisovat vlastnosti okolního světa věrněji a přirozeněji, než to umožňuje euklidovská geometrie.

Teorie fraktálů bývá nazývána „Faktální geometrií“. Není však ucelenou ani uzavřenou vědní disciplínou. Je stále ve stádiu rozvoje a doplňování poznatků. Snad nejlépe její stav charakterizoval sám B. B. Mandelbrot v jedné ze svých popularizačních prací [27]:

.... „*Fraktální geometrie není – přinejmenším dnes – takovým odvětvím matematiky, jako je např. teorie míry a integrálu. Nemá jasnou definici a jednotné nástroje a není víceméně samonosná. Název „Fraktální geometrie přírody a chaosu“ okamžitě vysvětluje, proč je spíše jako teorie pravděpodobnosti. Oběma jen prospívá, když nejsou předefinovány, když se neostýchají použít netradičních nástrojů a když se silně překrývají s mnoha vedlejšími snahami. Srovnání s pravděpodobností neznamená srovnatelnou úroveň rozpracování. Zatímco badatelé v oblasti fraktálů mají jasný důvod k mírné hrdosti, jejich matematický jazyk se stále rozvíjí a rozšiřuje s každým novým použitím. Poznatek, že nové použití vyžaduje zdokonalení některého základního bodu, není výjimkou, ale spíše každodenní zkušeností.*“ ....

Hovoříme-li o rozvoji fraktální geometrie zejména v posledních dvaceti letech, pak máme na mysli především její velmi plodné ovlivnění studiem chaotických fyzikálních systémů [28–30], jejichž *atraktory* jsou často velmi komplikovanými fraktálními objekty. K popisu jejich složité multifraktální struktury již nedostačuje jediná fraktální dimenze, ale je třeba zavést celou spojitou sérii dimenzí (*spektrum dimenzí*) [4–6]. Odtud také vzešla potřeba mít k dispozici obecnou dimenzionální spektrální analýzu schopnou nalézt příslušné spektrum fraktálních dimenzí pro daný atraktor. Existují tři typy fraktálních spekter: *hmotnostní spektrum*, *vlastní dimenzionální spektrum* a *spektrum singularit*. První jmenované spektrum vlastně není pravé dimenzionální spektrum, neboť může obsahovat i záporné hodnoty, a slouží jako pomocný nástroj pro nalezení dvou zbývajících spekter, které jsou pravými dimenzionálními spektry. Vlastní dimenzionální spektrum a spektrum singularit představují ekvivalentní spektra a přechod mezi nimi může být uskutečněn Legendreovou transformací. Vybudovaný spektrální formalismus se stal pevnou součástí fraktální geometrie. Představuje účinný obecný nástroj pro popis komplikované multifraktální struktury nejen atraktorů, ale i nejrůznějších dalších objektů, často velmi vzdálených třídě vlastních atraktorů, ze které tento formalismus vzešel.

Mezi spektrálním formalismem fraktální geometrie a termodynamickým formalismem statistické fyziky existují jisté analogie, které umožnily zavést *termodynamický fraktální formalismus* založený na partiční sumě. Z partiční sumy lze získat všechny tři typy fraktálních spekter [4–6] podobně jako ve statistické fyzice lze vyvodit z příslušné partiční sumy všechny ostatní stavové veličiny systému.

## 1.2 HAUSDORFFOVA MÍRA A DIMENZE

Hausdorffova míra může být definována následovně:

*Nechť  $M$  je metrický prostor. Pro  $d \geq 0$ ,  $\varepsilon > 0$  a  $X \subset M$  položme*

$$H_\varepsilon^d(X) = \inf \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} |U_i|^d : X \subseteq \bigcup_{i=0}^{\infty} U_i, |U_i| \leq \varepsilon \right\}, \quad (1)$$

$$H^d(X) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H_\varepsilon^d(X), \quad (2)$$

kde  $H^d$  je Hausdorffova  $d$ -dimenzionální míra.

Vidíme, že Hausdorffova míra  $H^d$  je definována přes všechna spočetná pokrytí  $U$ , jejichž průměr  $|U|$  je roven nejvýše  $\varepsilon$ .

Ukazuje se, že pro většinu hodnot  $d$  je Hausdorffova míra buď 0 nebo  $\infty$ . Je-li např.  $d < D$ , kde  $D$  je jistá kritická hodnota, pak  $H^d = \infty$ . Je-li  $d > D$ , pak  $H^d = 0$ .

Hausdorffova dimenze  $\dim(X)$  je rovna kritické hodnotě  $D$ , přesněji řečeno je infimem všech  $d \geq 0$ , pro která  $H^d(X) = 0$ , resp. supremem všech  $d \geq 0$ , pro která  $H^d(X) = \infty$ . Hausdorffova dimenze je dobře definovatelným reálným číslem  $0 \leq \dim(X) \leq \infty$  jakéhokoliv metrického prostoru  $M$ .

Hausdorffova dimenze množiny  $X \subseteq M$  může být tedy definována takto:

$$\dim(X) = \inf \{d \geq 0 : H^d(X) = 0\} = \sup \{d \geq 0 : H^d(X) = \infty\}. \quad (3)$$

### 1.3 FRAKTÁL

Fraktál je množina  $X$ , jejíž Hausdorffova dimenze  $\dim(X)$  je ostře větší než její topologická dimenze  $\text{top}(X)$

$$\dim(X) > \text{top}(X). \quad (4)$$

Tato definice ovšem není zcela obecná, neboť nezahrnuje všechny typy fraktálních objektů (např. selfafinní objekty). Obecná definice zahrnující všechny typy fraktálů není dosud k dispozici. Fraktální (Hausdorffova) dimenze se často nesprávně interpretuje jako míra nepravidelnosti objektu. Jako paradoxní se pak mohou jevit případy fraktálů s různou nepravidelností, avšak se stejnou dimenzí. Vysvětlení je prosté. Fraktální dimenze kvantifikuje *stupeň zaplnění* euklidovského prostoru fraktálním objektem a nikoliv stupeň nepravidelnosti objektu. Definice (4) vyhovuje zejména tzv. „*soběpodobným*“ fraktálním útvarům, tj. takovým objektům, které obsahují opakované detaily viditelné na libovolné škále. Soběpodobnost je termín zahrnující dvě vlastnosti: invarianci geometrického tvaru vůči translaci a invarianci vůči změnám délkové škály, na které daný objekt posuzujeme. Fraktály jsou obecně velmi nepravidelné útvary, a tudíž jsou stěží uchopitelné tradiční euklidovskou geometrií. Navíc fraktál – na rozdíl od euklidovského objektu – může mít necelou dimenzi, což je z hlediska euklidovské geometrie paradoxní.

### 1.4 STANOVENÍ FRAKTÁLNÍ DIMENZE

Definice Hausdorffovy dimenze je natolik obecná, že se podle ní dají počítat dimenze jen u těch nejjednodušších fraktálů. Byly proto vypracovány metody přibližného výpočtu fraktální dimenze. Existuje jich několik, ale pravděpodobně nejrozšířenější je metoda „*box-counting*“. V rámci této metody se fraktální objekt pokryje pomyslnou pravidelnou mříží, jejíž elementární buňky mají



velikost hrany  $\varepsilon$  a zjišťuje se počet  $N(\varepsilon)$  buněk nutných k pokrytí objektu. Tomuto způsobu pokrytí odpovídá míra  $M_\varepsilon^d$  a dimenze  $D$

$$M_\varepsilon^d \approx \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \varepsilon^d = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon^d \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \begin{cases} \infty, & d < D \\ 0, & d > D \end{cases} . \quad (5)$$

Z této symbolické definice je vidět, že pro  $\varepsilon \rightarrow 0$  platí

$$N(\varepsilon) \approx \varepsilon^{-D} , \quad (6)$$

a dimenzi  $D$  lze proto nalézt jako směrnici grafu  $N(\varepsilon)$  v bilogarietrických souřadnicích  $(\ln \varepsilon, \ln N(\varepsilon))$ , tj.

$$D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} . \quad (7)$$

Porovnáme-li definici Hausdorffovy míry a dimenze (2), (3) s definicí míry a dimenze (5), (7) v tomto odstavci, vidíme, že nejsou totožné. Pro fraktální dimenzi (7) určenou pomocí „box-counting“ míry (5) se vžil název „*box-counting*“ dimenze.

## 1.5 ROZDĚLENÍ FRAKTÁLŮ

Fraktální objekty lze třídit podle různých kritérií, ale ať již použijeme jakéhokoliv kritéria, vždy budou existovat dvě základní skupiny: (i) *modelové fraktální objekty*, které jsou výsledkem lidské abstrakce a (ii) *přírodní fraktály*, které vznikly některým přírodním procesem.

### 1.5.1 Modelové fraktální objekty

Existují tyto hlavní třídy modelových fraktálů:

- *Iterované funkční systémy*, které se vyznačují některým geometrickým konstrukčním pravidlem, pomocí kterého se mění modelová konstrukce objektu postupně v nekonečném počtu iteračních kroků. Takto vznikla celá řada známých modelových fraktálů: Cantorův prach, křivka Kochové, Sierpinského koberec, Sierpinského trojúhelník, Hilbertova křivka, Mengerova houba a řada dalších.
- *Rekurentní fraktály*, které jsou definovány v každém bodě prostoru (např. komplexní rovině) určitým rekurentním vztahem. Jako příklad může posloužit Mandelbrotova množina nebo Lyapunovův fraktál.
- *Fraktální atraktory* vzniklé jako množiny stavů ve fázovém prostoru, do kterých se dostávají chaotické systémy během svého časového vývoje. Sem patří i první z objevených fraktálních atraktorů – Lorentzův atraktor.
- *Náhodné (stochastické) fraktály* generované nedeterministickými, tj. stochastickými procesy (většinou na počítači), např. fraktální krajiny (Fractal landscapes) nebo Lévyho let (Lévy flight).

Fraktály zařazené do prvních tří skupin bývají považovány za *deterministické* fraktální objekty, zatímco poslední skupina představuje skupinu *stochastických* fraktálů.

Stochastické modelové fraktály mají největší praktický význam ze všech uvedených čtyř tříd, poněvadž mohou posloužit jako prototypy přírodních fraktálů, na kterých je pak možno modelovat různé přírodní procesy.

### 1.5.2 Přírodní fraktální objekty

Vznikly některým z přirozených procesů jako je růst, dělení, výběr apod., které v sobě obsahují prvky náhodnosti, a to ať již v živé, nebo neživé přírodě. Jsou tedy ve své podstatě náhodnými (stochastickými) fraktály. Přírodním fraktálem je např. nakupení oblak, horský reliéf, mořské pobřeží, větvení stromů, členitost dýchacích cest, ale i rozdělení příjmů obyvatel a celá řada dalších.

Deterministické modely fraktálních objektů jsou většinou sobě podobné v celé délkové škále, zatímco přírodní fraktály jen v konečném intervalu ohraničeném tzv. *vnitřním* a *vnějším* přerušením. Mimo tento škálovací interval si objekt zachovává klasické euklidovské vlastnosti.

## 1.6 MONOFRAKTÁLY A MULTIFRAKTÁLY

Fraktální atraktory chaotických systémů se ukázaly být natolik komplikovanými objekty, že se při jejich popisu již nevystačilo s jedinou dimenzí, ale pro jejich úplnou charakteristiku bylo třeba zavést celé *spektrum dimenzí*. Takové objekty se začaly nazývat „*multifraktály*“ (mnohonásobnými fraktály).

„*Monofraktálem*“ se naproti tomu rozumí objekt s *jedinou fraktální dimenzí* – patří sem celá skupina iterovaných fraktálů.

### 1.6.1 Multifraktální spektrum dimenzí

Pro výpočet multifraktálního spektra dimenzí se také obvykle používá „box-counting“ metoda, tentokrát ovšem zobecněná tak, aby se započítalo nerovnoměrné rozložení  $n$  bodů fraktální množiny. Děje se tak pomocí statistické váhy  $p_i$  stanovené pomocí výskytu  $n_i$  bodů v  $i$ -té buňce pravidelné mříže

$$p_i = \frac{n_i}{n}, \quad \sum_{i=1}^l p_i = 1. \quad (8)$$

Zobecněná „box-counting“ míra má následující tvar

$$m_\varepsilon^d \approx \sum_{i=1}^l p_i^q \varepsilon^d = n(q, \varepsilon) \cdot \varepsilon^d \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \begin{cases} \infty, & d < \tau(q) \\ 0, & d > \tau(q) \end{cases}, \quad q \in (-\infty, +\infty), \quad (9)$$

kde  $\tau(q)$  je „hmotnostní“ spektrum (nepravé spektrum)

$$\tau(q) = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln n(q, \varepsilon)}{\ln \varepsilon}, \quad (10)$$

pomocí kterého je zavedeno pravé spektrum zobecněných dimenzí  $D_q$

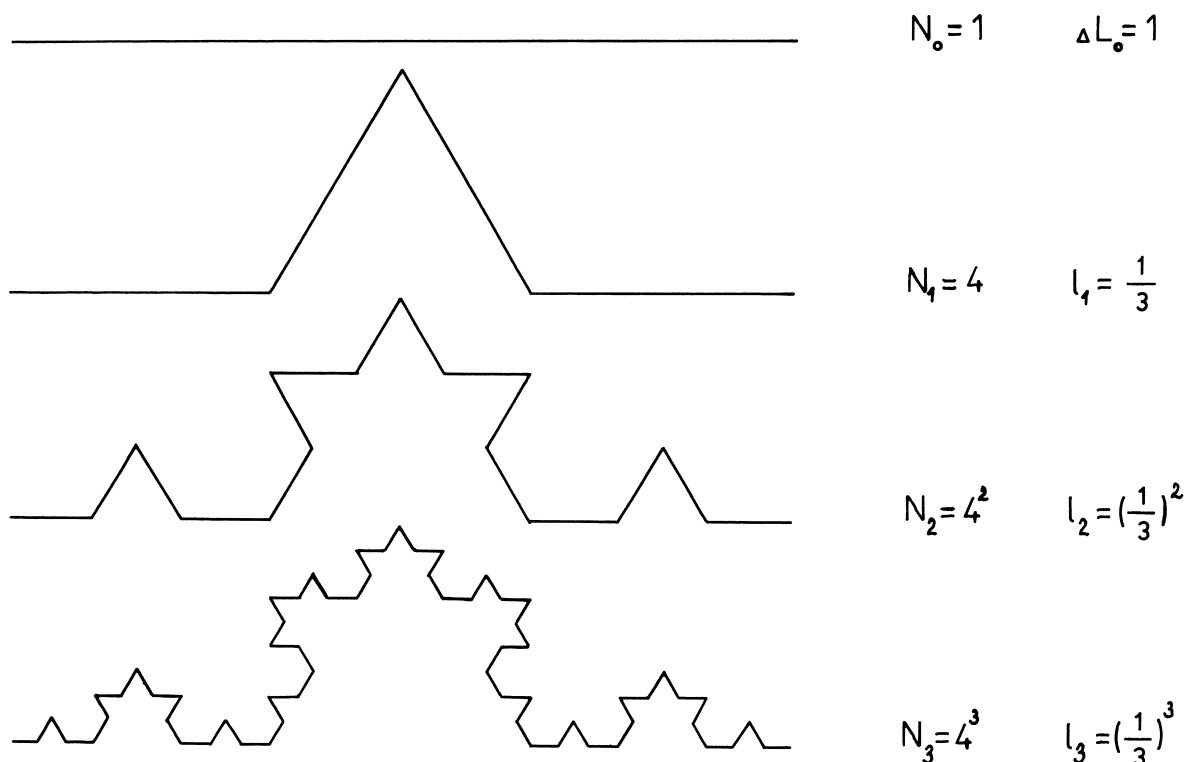
$$D_q = \frac{\tau(q)}{1-q} \quad (11)$$

a spektrum singularit  $f(\alpha)$

$$f(\alpha) = q\alpha(q) + \tau(q) \quad , \quad \alpha = -\frac{d\tau(q)}{dq} \quad . \quad (12)$$

Poslední dvě rovnice jsou Legendreovou transformací, pomocí níž lze přecházet mezi ekvivalentními spektry  $D_q$  a  $f(\alpha)$ .

Pro  $q = 0$  se zobecněná dimenze  $D_{q=0}$  rovná fraktální dimenzi (Hausdorfově dimenzi) objektu. Dimenze  $D_1$  je informační dimenzi s přímým vztahem k entropii fraktálního systému a  $D_2$  je korelační dimenzi, která souvisí s korelačním exponentem používaným v teorii chaotických systémů. Ostatní dimenze spojitého spektra  $D_q$  nemají speciální označení.



Obr. 1 První tři generace křivky Kochové,  $D = \ln 4 / \ln 3 = 1,26$ .

## 1.7 VLIV FRAKTALITY NA FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI SYSTÉMU

Fraktalita systému se manifestuje v mocninné závislosti aditivních fyzikálních veličin na délkových proměnných. Zkoumáme-li např. chování hmotnosti  $M$  homogenně rozložené na křivce Kochové (obr. 1), zjišťujeme, že závisí mocnině na charakteristické velikosti  $\Delta L_0$  systému. Pro hmotnost  $n$ -té generace křivky Kochové můžeme psát

$$M = m_n \left( \frac{\Delta L_o}{l_n} \right)^D \approx \Delta L_o^D, \quad (13)$$

kde  $l_n$  a  $m_n$  jsou délka a hmotnost elementu křivky v  $n$ -té generaci. Vidíme, že celková hmotnost  $M$  roste s charakteristickým rozměrem  $\Delta L_o$  mocnině, a to s mocninou rovnou dimenzi  $D$ . Podobně můžeme nalézt škálovací vztah také pro hustotu  $\rho$  fraktálního objektu

$$\rho = \rho_n \left( \frac{\Delta L_o}{l_n} \right)^{D-3} \approx \Delta L_o^{D-3} \quad (14)$$

a kombinací předešlých dvou vztahů (13), (14) stanovit závislost mezi celkovou hmotností a celkovou hustotou fraktálního objektu

$$M = m_n \left( \frac{\rho}{\rho_n} \right)^{\frac{D}{D-3}} \approx \rho^{\frac{D}{D-3}}. \quad (15)$$

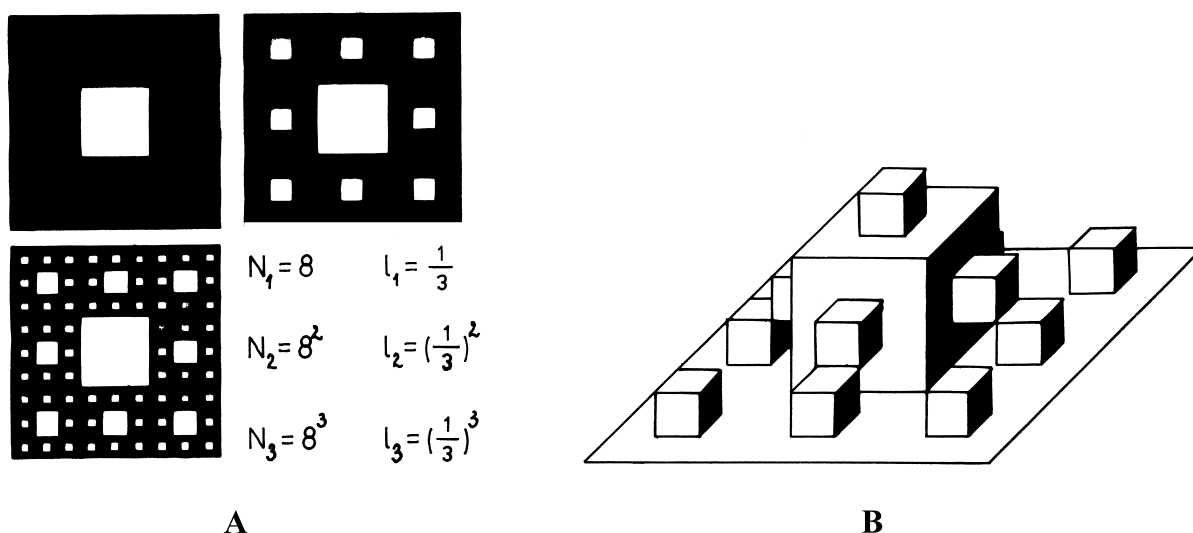
Obecně lze říci, že dvě různé aditivní fyzikální veličiny  $F_1$ ,  $F_2$  definované na fraktálním vzorku a závislé na rozměrech tohoto vzorku jsou také vzájemně mocnině závislé s mocninou, která je funkcí fraktální dimenze  $\varphi(D)$

$$F_1 \approx F_2^{\varphi(D)}. \quad (16)$$

## 1.8 POVRCHOVÝ A OBJEMOVÝ FRAKTÁL

Rozdíl mezi povrchovým a objemovým fraktálem lze pěkně ilustrovat pomocí deterministických fraktálů, z nichž jeden bude vytvářen jako reliéf z rovinného útvaru do podoby fraktální plastiky a druhý, původně objemový útvar, bude perforován řadou nevyplněných průduchů (houbovitý – pórovitý útvar).

Fraktální plastiku můžeme obdržet např. *zobecněním Sierpinského konstrukce* naznačené na obr. 2 A. Spočívá ve vyjímání středového čtverce ze čtverců následujících generací. Fraktální dimenze Sierpinského koberce je  $D = \ln(8) / \ln(3) = 1,893$ . *Fraktální kubická plastika* je modelována tak, že na místo vyjmutých čtverců je umístěna krychle s délkou hrany odpovídající otvoru v koberci. Krychle je dutá a bez jedné stěny přiléhající k otvoru v koberci. Původní rovina koberce je tak stále více a více členěna do prostoru, jak je vidět na obr. 2 B. Fraktální kubická plastika má dimenzi  $D = \ln(13) / \ln(3) = 2,33$ . Je to tedy hybrid mezi euklidovskou rovinou a euklidovským objemovým tělesem. Nyní je již snadné představit si plnou (kompaktní) euklidovskou krychli, na jejíchž stěnách vyrůstají fraktální kubické plastiky dovedené do nekonečné jemnosti. Vzniká tak těleso uvnitř kompaktní, ale na povrchu fraktálně členěné. Takový útvar nazýváme *povrchovým fraktálem*. Jeho dimenze je rovna dimenzi fraktální plastiky.



Obr. 2 Konstrukce povrchového fraktálu: A) První tři generace Sierpinského koberce,  $D = \ln(8)/\ln(3) = 1,89$  ; B) Třetí generace fraktální plastiky  $D = \ln(13)/\ln 3 = 2,33$ .

Geometrickým protějškem povrchového fraktálu je *objemový fraktál*, jehož prototypem je např. Mengerova houba (obr. 3 A). Tato houba vzniká opakovaným vyjímáním sedmi středových krychlí (podél osového kříže) z krychlí následných generací. Je příkladem tělesa s pórovitou strukturou. Její fraktální dimenze je  $D = \ln(20) / \ln(3) = 2,73$ . Charakteristickým rysem objemového fraktálu, na rozdíl od povrchového, je nerozlišitelný vnitřní a vnější povrch. Jde vlastně o plochu fraktálně „deformovanou“ v prostoru.

Popsané typy fraktálů, tj. povrchový a objemový fraktál, se ukázaly být velmi užitečnou geometrickou koncepcí při strukturálním popisu pórovitých látek. Je jasné, že se oba typy fraktálů nevyskytují v přírodě v těchto deterministických, pravidelných podobách, ale v podobách neuspořádaných, chaotických, u nichž na první pohled není zřejmé, že splňují některý škálovací vztah, např. vztahy (13)–(16).

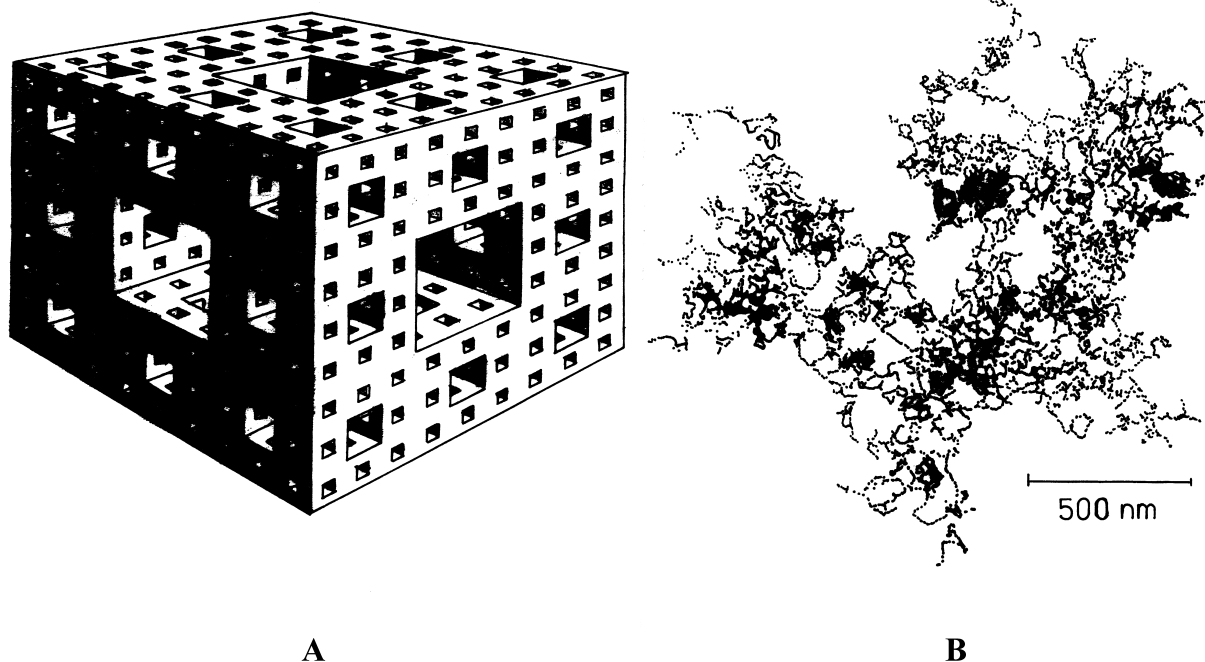
Přírodním *povrchovým* fraktálem může být např. fraktálně členěné pohoří nebo povrchy pórů některých přírodních látek. Přírodním *objemovým* fraktálem jsou objemy mnohých pórovitých látek, jejichž póry vznikly např. jako mezery mezi kompozitními částicemi. Do této skupiny patří i agregáty formované z koloidních disperzí, o kterých bude pojednávat jedna z vybraných aplikací.

## 1.9 KOLOIDNÍ AGREGÁTY

Koloidní chemie pracuje jak s homogenními, tak heterogenními systémy, ve kterých je jedna látka dispergovaná v objemu druhé látky. V koloidních disperzích však často dochází ke zpětné koagulaci, resp. k agregaci (shlukování) dispergovaných částic (obr. 3 B) a k tvorbě např. až spojitě, gelové struktury. Koloidní agregáty [21–23], [31–33] jsou technologicky důležité materiály s celou řadou zajímavých vlastností. Cementové gely [34] jsou toho názorným příkladem.

Experimentálně bylo zjištěno, že mnoho koloidních agregátů (obr. 3 B) má fraktální strukturu [16], [21–23], [31–33], resp. že jejich hmotnost je svázána s poloměrem agregátu mocninným vztahem typu (13)

$$M \approx R^D, \quad (17)$$



Obr. 3 *Objemový fraktál: A) Třetí generace Mengerovy houby,  $D = \ln(20)/\ln(3) = 2,73$ ; B) Schéma koloidního agregátu částic zlata vzniklého z vodní suspenze (podle práce [36]).*

kde  $R$  je poloměr koule opsané kolem středu agregátu a  $M$  je celková hmotnost agregátových částic uvnitř této koule. Zájem o fraktální strukturu koloidních agregátů vyústil až do tvorby různých modelů agregace, zejména do podoby počítačových modelů [35]. Význam těchto modelů spočívá v tom, že určují hodnoty fraktálních dimenzí pro různé typy agregací v dvojrozměrných a trojrozměrných prostorech. Navíc počítačové agregáty jsou reálnějšími teoretickými modely přírodních agregátů než modely deterministické.

## 2 APLIKACE FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE NA CEMENTOVÉ KOLOIDNÍ AGREGÁTY

Jak bylo již zmíněno v úvodu, aplikací fraktální geometrie existuje dnes již velmi mnoho v nejrůznějších oborech, takže bude třeba výběr omezit a soustředit se zejména na takové aplikace, které jsou tematicky vhodné pro tuto příležitost.

V následující kapitole bude popsána aplikace fraktální geometrie na cementové koloidní agregáty, což je problematika, která se týká struktury stavebních hmot a má spíše technický význam.

Závěrečná kapitola bude věnována aplikaci fraktální geometrie na mikrovýbojový transport, což je téma spadající spíše do oblasti přírodních věd.

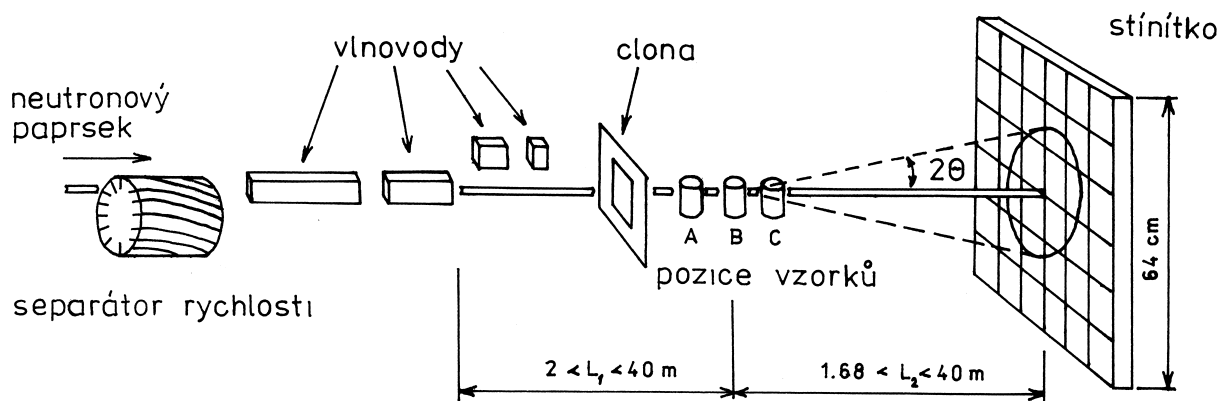
### 2.1 FRAKTÁLNÍ STRUKTURA CEMENTOVÝCH KOLOIDNÍCH AGREGÁTŮ

K experimentálnímu studiu fraktálních vlastností koloidních agregátů, gelů (včetně cementových gelů) a ostatních pórovitých struktur na délkové škále  $1 \mu\text{m} - 1 \text{Å}$  je používána

metoda založená na měření intenzity vlnění, které je rozptylováno studovanou strukturou pod malými úhly [37–43]. Malými úhly rozumíme úhly přibližně do  $5^\circ$ . Podle vlnové délky a povahy použitého vlnění rozeznáváme tři modifikace této metody: SAXS (Small-Angle X-Ray Scattering) [44–46], SANS (Small-Angle Neutron Scattering) [47–51] a SALS (Small-Angle Light Scattering) [52]. První dvě modifikace pracují na škále malých délek studovaných objektů ( $100 \text{ nm} - 1 \text{ \AA}$ ), třetí modifikace na škále větších délek (nad  $100 \text{ nm}$ ). Z uvedeného vyplývá, že má-li být prostudována celá délková škála např. koloidních agregátů, je třeba použít jednak modifikaci SALS a pak některou ze zbývajících, tj. SAXS nebo SANS. Většinou se však studují agregáty a gely na submikronové škále, a proto se nejvíce používají modifikace SAXS a SANS.

### 2.1.1 Princip metody a experimentální zařízení

Experimentální uspořádání metody je zachyceno na obrázku 4. Jde o schéma SANS spektrometru [53]. Neutrony přicházející z reaktoru jsou vedeny rychlostním separátorem vytvářejícím monorychlostní svazek neutronů (monochromatickou de Brogliovu vlnu), který je dále veden vlnovody ke kadmiové cloně vymezující konečný průměr svazku (řádově milimetry).



Obr. 4 Schéma SANS spektrometru D 11 z Ústavu Laue-Langevina v Grenoblu (podle práce [53]).

V prostoru za clonou neutrony dopadají na vzorek – obvykle na tenký plátek o tloušťce kolem  $1 \text{ mm}$  uzavřený do speciální optické dózy. Na vzorku dochází k rozptylu dopadajícího svazku. Intenzita rozptýleného svazku je měřena na stínítku, jehož vzdálenost od vzorku je plynule měnitelná ve značném rozsahu  $1,68 - 40 \text{ m}$ , což umožňuje měřit intenzitu i ve velmi malých rozptylových úhlech. Nejdůležitější součástí aparatury je stínítko, na kterém se měří rozložení intenzity rozptýleného proudu částic. SANS spektrometr D 11 má stínítko o velikosti  $64 \times 64 \text{ cm}$ , které obsahuje drátěnou čtvercovou mřížku o délce buňky  $1 \text{ cm}$ . Drát je z vysoce rezistivního materiálu a celá mřížka je vnořena do atmosféry stlačeného plynu  $\text{BF}_3$ . Neutrony jsou v plynu pohlcovány atomy bóru, které se rozpadají, vzniká emise nabitých částic a v důsledku toho se objevují v mřížce elektrické pulsy.

Přiřaďme dopadajícímu svazku neutronů vlnový vektor  $\mathbf{k}_1$  a rozptýlenému svazku do úhlu  $2\Theta$  vlnový vektor  $\mathbf{k}_2$ , pak platí

$$\mathbf{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{k}_1^0, \quad \mathbf{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{k}_2^0, \quad (18)$$

kde  $\mathbf{k}_1^0$  a  $\mathbf{k}_2^0$  jsou jednotkové vektory ve směru dopadajícího a rozptýleného svazku,  $\lambda$  je de Broglieova vlnová délka neutronů. Rozdílem těchto vektorů je definován vektor rozptylu  $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1, \quad |\mathbf{Q}| = Q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \Theta. \quad (19)$$

Pro  $\Theta < 5^\circ$  (rozptyl pod malými úhly) můžeme psát

$$Q = \frac{4\pi}{\lambda} \Theta. \quad (20)$$

Protože k rozptylu dopadajícího svazku dochází hlavně vlivem mezifázových rozhraní, nelze touto metodou rozlišit dutiny a póry od částic látky, resp. od případných kompozitních globulí. Dutiny a globule ve vzorku materiálu jsou právě pro svůj společný povrch pro rozptylovou metodu nerozlišitelné. Veškeré informace o struktuře materiálu, které je tato metoda schopna poskytnout, jsou uloženy v registrované intenzitě na stínítku. Měníme-li hodnotu rozptylového vektoru  $Q$  (většinou pomocí změny rozptylového úhlu  $\Theta$  při konstantní vlnové délce  $\lambda$ ), mění se i hodnota registrované intenzity. Hodnoty intenzity by měly být polárně symetrické, tj. měly by být stejné pro všechny body kružnice opsané kolem pomyslného středu určeného primárním svazkem. Jedna tato kružnice je naznačena na obr. 4. Ve skutečnosti se ale naměřené hodnoty poněkud liší vlivem fluktuací intenzity, a proto se provádí průměrování těchto hodnot přes celou kružnici. Výsledkem je jedna střední hodnota (opravená i na další vlivy) pro danou kružnici, tj. pro daný rozptylový úhel  $2\Theta$ , resp. pro příslušný vektor  $Q$ . Proměříme-li celou sérii soustředných kružnic na stínítku, dostáváme tabelovanou funkci  $I(\Theta)$  resp.  $I(Q)$ . Pro mono-disperzní materiál, jehož globule mají gyrační poloměr  $R_g$ , by průběh intenzity  $I$  vykazoval dvě různé oblasti:

- a) Guinierova oblast pro  $QR_g \leq 2,5$

$$I \approx \exp\left[-\frac{(QR_g)^2}{3}\right]. \quad (21)$$

- b) Porodova oblast pro  $QR_g \geq 3,5$

$$I \approx Q^\alpha. \quad (22)$$

Bylo ukázáno, že pro klasická, euklidovská „hladká“ rozhraní nabývá exponent  $\alpha$  hodnoty -4, zatímco pro fraktální rozhraní jinak homogenních částic – tj. pro povrchový fraktál – je  $\alpha \in (-3; -4)$ . Pro rozhraní na větších délkových škálách tvořených např. velkým souborem částic rozprostřených po fraktálně „deformované“ ploše v objemu vzorku, tj. pro objemový, často nazývaný hmotnostní fraktál, nabývá rozptylový exponent hodnot z intervalu  $\alpha \in (-1; -3)$ . Oblast objemového fraktálu leží mimo Porodovu oblast a může částečně zasahovat i do Guinierovy oblasti, do níž plynule přechází.



Podle hodnoty rozptylového exponentu (koeficientu)  $\alpha$  je tedy možné rozlišit klasický objekt od povrchového a objemového fraktálu a navíc určit dimenze  $D$  pro tyto případy:

$$D_v = -\alpha \quad \text{objemový (hmotnostní) fraktál} \quad \begin{cases} \alpha \in (0; -3) \\ D_v = (0; 3) \end{cases}, \quad (23)$$

$$D_s = 6 + \alpha \quad \begin{cases} \text{povrchový fraktál} & \begin{cases} \alpha \in (-3; -4) \\ D_s \in (2; 3) \end{cases} \\ \text{klasický povrch} & \begin{cases} \alpha = -4 \\ D_s = 2 \end{cases} \end{cases}. \quad (24)$$

Technika rozptylu pod malými úhly může poskytnout nejen kvalitativní informace o geometrické struktuře materiálu, ale může nabídnout také kvantitativní údaje o procentuálním zastoupení objektů dané škály v jednotce objemu vzorku nebo velikost specifického povrchu studovaných objektů na jednotku hmotnosti vzorku apod. [53–58].

### 2.1.2 Hydratační produkty cementových systémů

Hydratační reakce cementových systémů probíhají v koloidních roztocích. Hydratace je velmi široký komplex chemických a fyzikálních pochodů, které mohou za různých reakčních podmínek vykazovat i alternativní modifikace.

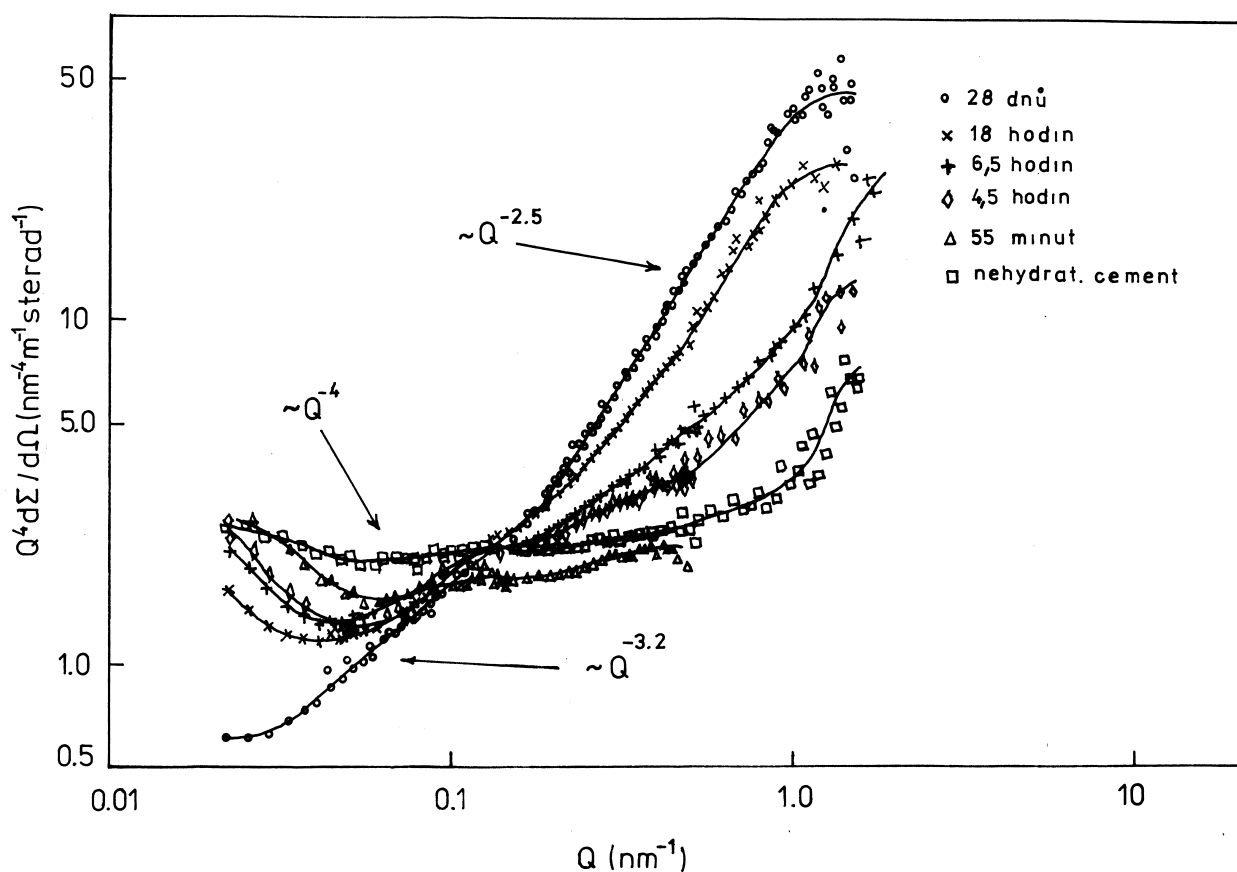
Častým jevem při koloidních reakcích je tvorba agregátů, které jsou formovány z výsledných produktů. Koloidní agregáty mají variabilní strukturu podle typu agregáčního mechanismu i typu interakcí působících mezi agregátními částicemi produktů. Koloidní agregáty tak vykazují rozmanité fyzikálně-chemické vlastnosti. Agregáty se spojitým rozložením koloidních částic jsou nazývány gely. Tuhé gely jsou hlavním hydratačním produktem cementových systémů. Jejich mikrostruktura silně ovlivňuje výsledné mechanické vlastnosti hydratovaných cementových směsí.

Mezi koloidní agregáty patří technologicky velmi důležitá skupina tuhých tobermoritických gelů. Tobermorit je hlavní složkou hydratovaných cementových systémů a určuje ve značné míře i jeho mechanické vlastnosti. Tobermorit je vápenatý hydrosilikát a vyskytuje se v několika modifikacích: od dokonalé krystalické formy, přes neúplnou polykrystalickou až po téměř amorfní formu.

Amorfní tobermorit, tzv. C-S-H gel je charakteristický pro cementové systémy. Omezíme-li se na běžné portlandské cementy, dalšími hydratačními produkty budou především vápenaté hydroalumináty  $C_4AH_6$ , vápenaté hydroaluminoferyty  $C_6AFH_{12}$  hydroxid vápenatý  $Ca(OH)_2$ , nízký (mono) síran  $C_3A \cdot CaSO_4 \cdot H_{12}$  vzniklý transformací etringitu  $C_3A \cdot 3CaSO_4 \cdot H_{32}$  a další minoritní látky. Hydratované cementové systémy jsou tedy složité vícefázové (heterogenní) soustavy, u kterých lze očekávat i komplikovanou pórovitou mikrostrukturu tvořenou kompozitními částicemi přítomných fází. Pórovitost, tj. uspořádání kompozitních částic a samotný charakter těchto částic hydratované cementové pasty, je jedním z hlavních faktorů

určujících její pevnost. Výzkum mikrostruktury hydratovaných cementových systémů a zejména cementových gelů, jakožto jejich hlavní složky, je proto v popředí zájmu různých výzkumných pracovišť.

Průměry pórů cementových gelů jsou rozprostřeny přibližně přes délkovou škálu 1 nm–1 μm. Oblast větších pórů (30 nm–1 μm) je přístupná klasickým porozimetrickým metodám, např. typu rtuťové intruzimetrie, takže byla prostudována nejdříve [59]. Výsledky ukázaly poměrně rovnoměrné, polydisperzní rozdělení pórů. Oblast menších, submikronových pórů (1 nm–30 nm) je však pro rtuťovou intruzimetrii stěží dostupná, a proto je třeba pro studium této oblasti volit jiné, alternativní metody, např. dusíkovou sorpční metodu, elektronovou mikroskopii nebo v poslední době stále častěji používané rozptylové metody. Zejména rozptylové metody odhalily nové geometrické vlastnosti mikrostruktury cementových gelů na submikronové škále. Zasloužila se o to především výzkumná skupina harwellských laboratoří v Anglii svými experimentálními pracemi publikovanými v průběhu 80. let [53–58]. Jejich hlavní přínos je v dynamickém zachycení hydratačního procesu metodou SANS a v následné *fraktální interpretaci naměřených oblastí*.

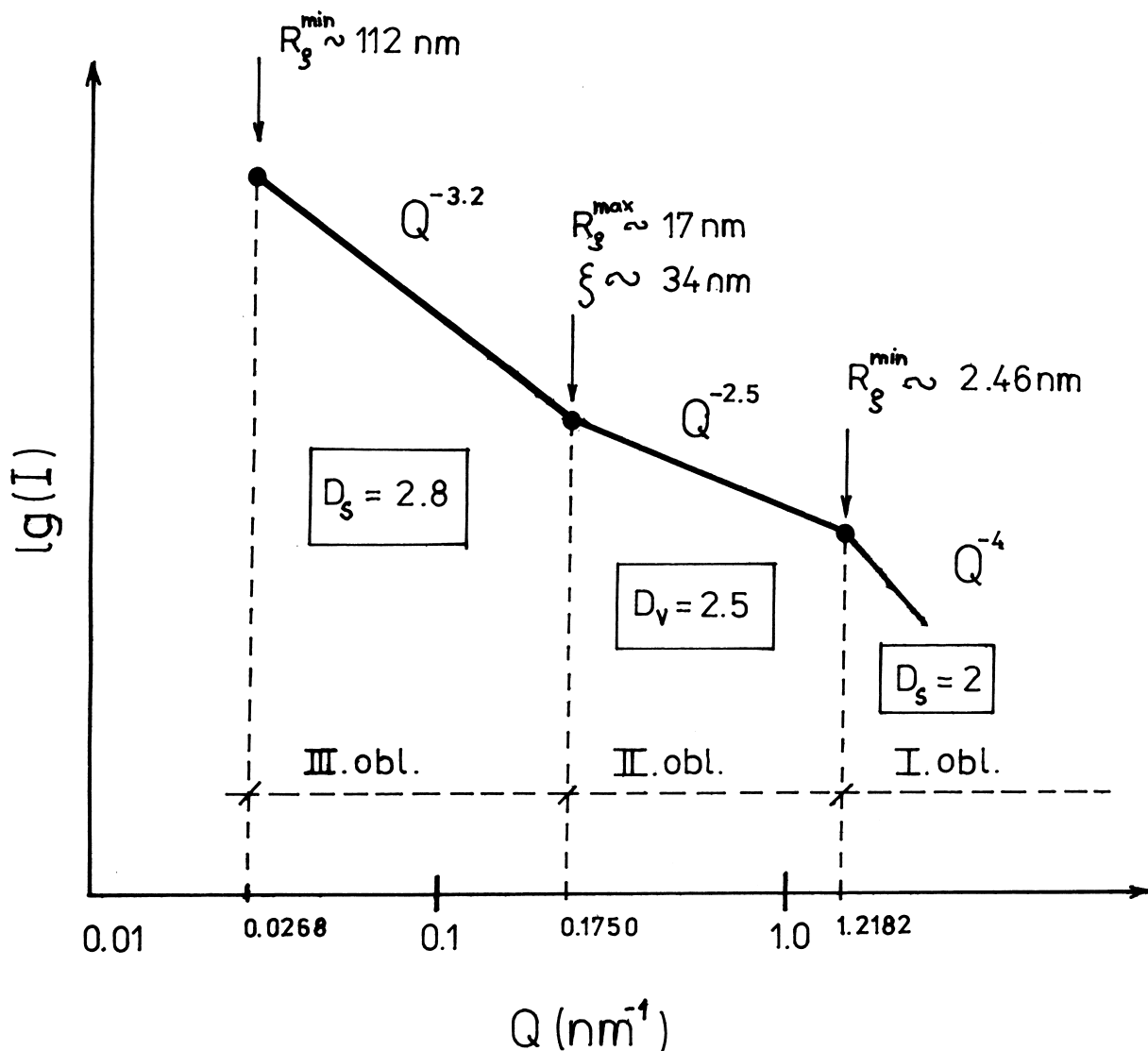


Obr. 5 Průběh modifikované intenzity neutronového záření rozptýleného vzorky cementu v různých stádiích hydratace (podle práce [53]).

### 2.1.3 Fraktalita cementových gelů

Výzkumná skupina harwellských laboratoří prováděla měření na standardních portlandských cementech včetně různých příměsí. Jejich základním zkoumaným vzorkem byl však portlandský cement bez příměsí smíchaný s destilovanou vodou. Vzniklá cementová pasta

byla vpravena do optické dózy rozptylového spektrometru a po následných časových intervalech prováděno měření. V první etapě hydratace (0–1 hod.) bylo prováděno měření s časovým krokem 4 min., ve druhé etapě hydratace (1–24 hod.) s krokem 1 hod. a ve třetí etapě (24 hod.–28 dnů) provedli dvě expozice, a to po 2 dnech a po 28 dnech od počátku hydratace. Tím vznikl dosti podrobný, dynamický obrázek hydratačního procesu zachycený rozptylovou metodou. Vzhledem ke krátkým časovým intervalům mezi jednotlivými měřeními v první etapě bylo třeba použít spektrometru s dosti intenzivním primárním svazkem



Obr. 6 Schéma průběhu intenzity neutronového záření z obr. 6 ve zjednodušených souřadnicích - výpočet gyračních poloměrů  $R_g$  a korelační délky  $\xi$  proveden podle vztahů:  $R_g^{\min} \approx \frac{3}{Q_{\max}}$ ,

$$\xi = 2R_g^{\max} \approx \frac{6}{Q_{\min}}$$

neutronů, aby byla zajištěna co nejkratší expoziční doba jednotlivých měření a tím i regulérnost měření v této úvodní etapě. Uvedenému požadavku vyhovoval spektrometr D 11 (obr. 4), pomocí kterého byla provedena většina měření.

Na obr. 5 je šest vybraných grafů z celé naměřené kolekce. Graf vyznačený čtverečky přísluší nehydratovanému cementovému prášku. Jeho průběh je po celé délce téměř vodorovný,

což odpovídá ve zvolených souřadnicích porodovské směrnicí  $\alpha = -4$  ( $D_s = 2$ ); na straně velkých hodnot  $Q$  ovšem prudce narůstá a jeho směrnice je téměř stejná, jako u 28 denního hydratovaného cementu (graf tvořený kroužky).

Vysvětlení je přirozené: následkem atmosférické vlhkosti dochází k částečné hydrataci menšího podílu cementového prášku (při skladování apod.) a tento podíl pak vykazuje stejné vlastnosti jako celkově hydratovaný vzorek.

Další graf (vyznačený trojúhelníky) náleží první hydratační etapě. Je na něm patrné mělké minimum u malých hodnot  $Q$  a mírný nárůst sklonu u větších  $Q$ . Tento trend dramaticky pokračuje u dalších tří grafů, které reprezentují druhou etapu hydratace (je pro ni charakteristická tvorba tobermoritického gelu a značné uvolňování hydratačního tepla). Po skončení druhé etapy dochází jen k malým změnám na naměřených grafech a po 28 dnech dostáváme graf již vyzrálé, tuhé cementové směsi. Na tomto grafu je patrná dlouhá lineární část ( $\alpha = -2,5$ ), která se u větších hodnot  $Q$  ohýbá do vodorovného směru (Porodova vodorovná oblast), a navíc je patrná také druhá lineární kratší část ( $\alpha = -3,2$ ) u menších hodnot  $Q$ . Obě lineární části se liší hodnotou směrnice. První lineární část grafu odpovídá *oblasti objemového fraktálu*  $D_v = 2,5$ , zatímco druhá lineární část *povrchovému fraktálu*  $D_s = 2,8$ .

Překreslíme-li si schematicky průběh 28 denního grafu, obdržíme schéma (obr. 6) rozdělené na tři intervaly: I. interval představuje Porodovu klasickou (nefraktální) oblast, II. interval představuje objemový fraktál a III. interval povrchový fraktál. O objemovém fraktálu harwellská skupina předpokládá, že jej tvoří globule tobermoritického C-S-H gelu o průměru přibližně 5 nm. Velikost globulí stanovili rozptylovou metodou, a navíc svoje tvrzení opírají o snímky z elektronového mikroskopu [53] zhotovené nezávisle jinými autory [60]. Poloměr kompozitních globulí by měl odpovídat hodnotě vnějšího přerušení objemového fraktálu, což je na obr. 6 naznačeno bodem přechodu  $R_g^{min} \sim 2,4$  nm. Vnější přerušením je druhý bod přechodu  $R_g^{max} \sim 17$  nm, který odpovídá korelační délce  $\xi = 2 R_g^{max} = 34$  nm příslušného gelového agregátu. Harwellská skupina stanovila korelační délku pomocí numerického proložení naměřeného grafu víceparametrickou funkcí a obdržela srovnatelnou hodnotu  $\xi = 40$  nm.

Zatímco II. oblast popisuje uspořádání kompozitních globulí v prostoru, I. oblast odpovídá velikostí své škály popisu jednotlivých globulí, resp. jejich povrchu. Tento povrch není vzhledem k hodnotě rozptylového exponentu  $\alpha = -4$  ( $D_s = 2$ ) fraktální, ale může být nanejvýše euklidovský členitý. Oříškem zůstává III. oblast, o níž lze zatím předpokládat, že popisuje opět povrch tentokrát fraktální některých kompozitních částic, jejichž gyrační poloměr je  $R_g^{min} \sim 100$  nm. Může jít např. o zbytková nehydratovaná slinková zrna na povrchu dekorovaná C-S-H gelem (harwellská interpretace [53], [56], [58] nebo i o plately nízkého síranu vzniklého transformací etringitu ap. Vysvětlení tohoto problému bude vyžadovat další experimentální práci.

Otevřených otázek zůstává ještě celá řada, avšak u tak složitého heterogenního systému, jako je hydratovaný cement, tomu ani jinak být nemůže. Současně lze říci, že studium mikrostruktury hydratovaných cementů prověřilo funkčnost metody rozptylu pod malými úhly i ve velmi komplikovaných případech.

Technika rozptylu pod malými úhly ve spojení s koncepcí objemových a povrchových fraktálů je schopna poskytnout cenné informace i o velmi složitých heterogenních systémech, což bylo ukázáno na příkladě hydratovaného cementu. Tato technika – zatím jako jediná – dokáže rozlišit objemovou a povrchovou fraktalitu látky.

*Z dosavadního vývoje v oblasti výzkumu mikrostruktury pórovitých látek je vidět, že fraktální koncepce společně s vhodnými experimentálními metodami může přinést řadu cenných informací o strukturálním uspořádání látek.*

## 3 APLIKACE FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE V OBLASTI MIKROVÝBOJOVÉHO TRANSPORTU

### 3.1 HISTORIE A SOUČASNOST MIKROVÝBOJOVÉHO TRANSPORTU

Mikrovýbojovým transportem rozumíme přenos elektrických nábojů realizovaný sérií diskretních pulsních mikrovýbojů iniciovaných v mikroskopických vzdušných mezerách na rozhraních kov-izolant, resp. kov-dielektrikum zatížených vysokým elektrickým napětím. Podle typu použitého zatěžovacího napětí můžeme rozdělit mikrovýbojový transport na stejnosměrný nebo střídavý. Předmětem našeho zájmu se stal *stejnoseměrný mikrovýbojový transport*. Pulsní mikrovýboje, které se objevují na rozhraních a v dutinách izolantů, jsou vlastně nežádoucím jevem, který přináší energetické ztráty, omezení životnosti izolantu a nebezpečí jeho průrazu. Přestože je tento jev studován již dlouhou řadu let, neexistuje spolehlivá metoda eliminace mikrovýbojů. Důvodem je značná komplexnost celého procesu, který zahrnuje nejen fyziku výbojů, ale také fyziku povrchových dějů, objemových dějů pevné fáze, náhodných procesů a dalších oblastí.

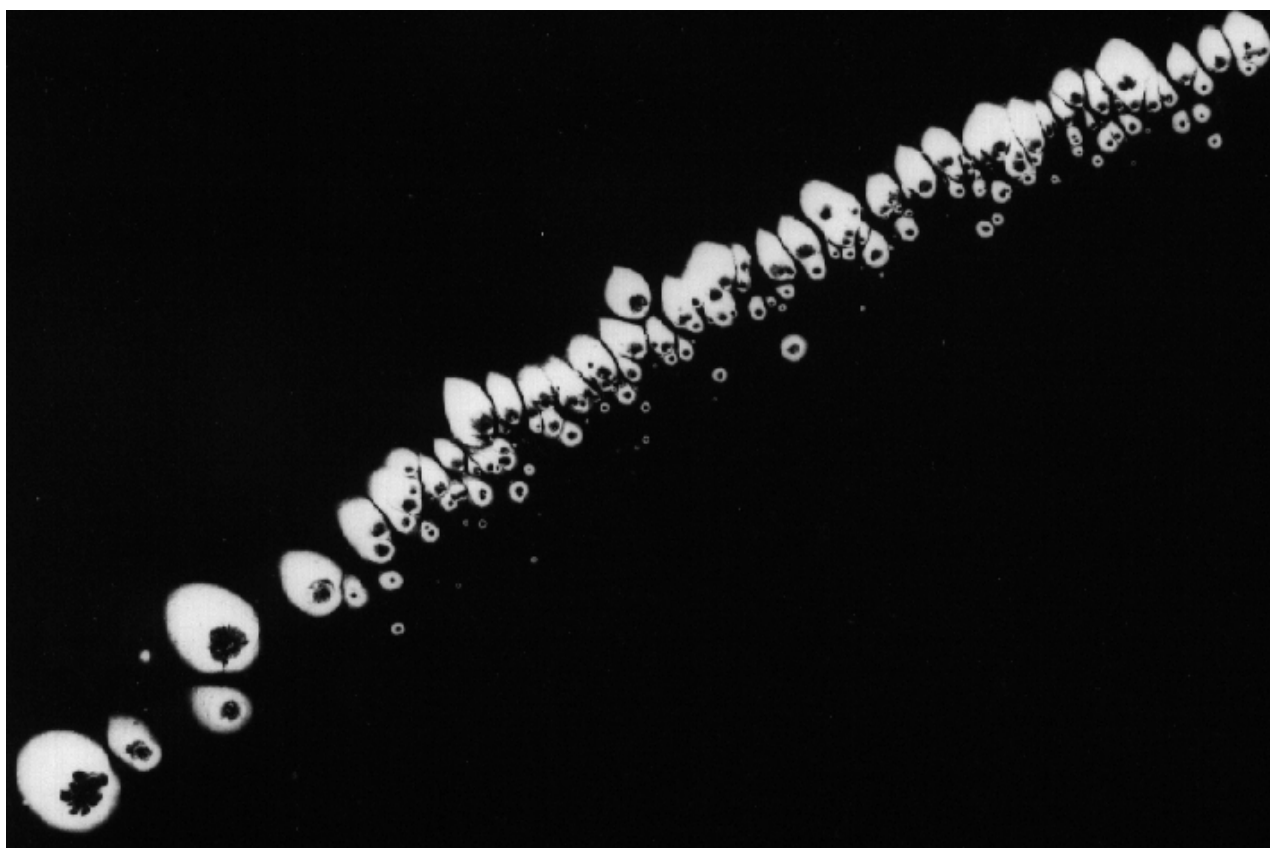
V elektrotechnice se zpočátku používala tuhá izolace jen k mechanickému uchycení vodičů. Základní izolací byl vzduch, který byl považován za ideální dielektrikum. Záhy však byly objeveny parazitní účinky elektrických výbojů ve vzduchu, např. korony a jiskry, které negativně ovlivňovaly elektrickou pevnost podpůrných izolantů.

Účinky vnitřních mikrovýbojů nebyly známé do té doby, dokud se nezačalo používat tuhých izolantů k přímé izolaci vodičů, např. v kabelech nebo transformátorech. První studia účinků částečných výbojů probíhajících v plynových dutinách tuhých izolantů, resp. dielektrik spadají do počátku dvacátých let [61]. V r. 1932 upozornili Gemant a Philipoff [62] na diskretní charakter těchto výbojů a na význam časové konstanty používaného obvodu. V r. 1933 byla existence diskretních mikrovýbojů již dobře známa a v práci autorů Tykocinera, Browna a Paineho [63] byl navržen speciální měřicí most pro studium těchto výbojů. Byl také popsán [64] mechanismus elektrického průrazu kabelu na základě účinků pulsních mikrovýbojů. Pro experimentální studium těchto výbojů byl poprvé použit zesilovač a osciloskop Quinmem [65], a to koncem třicátých let. Ve většině prací z této i pozdější doby [61]–[73] je ke studiu mikrovýbojů použito střídavého napětí. Stejnoseměrného napětí se pro tento účel začalo používat později [74]–[81].

Zpočátku se v teorii pulsních mikrovýbojů předpokládalo [66], že během ionizace dojde ke spojení protilehlých stěn výbojové dutiny prakticky nakrátko, takže napětí mezi těmito stěnami klesne po každém výboji na nulu. Později se však ukázalo, že tento předpoklad neplatí obecně a že zhasací napětí může dosahovat [68], [69] až hodnoty blízké zapalovacímu napětí, jako je tomu např. u PVC-dielektrika, kde rozdíl mezi oběma napětími činí pouze 10 % [68]. Navíc autoři Hall a Russek ukázali [68], že se elektrické výboje v plynu mezi dielektrickými elektrodami řídí analogickými zákonitostmi jako našel Paschen [82] pro výboje mezi kovovými elektrodami.

Další zajímavou stránkou mechanismu pulsních mikrovýbojů v tuhých dielektrikách je jejich samozhášení [68], [69]. Tomuto jevu byla věnována pozornost zvláště v padesátých letech.

Renesance studia problematiky pulsních mikrovýbojů nastala počátkem šedesátých let [74], kdy se objevila nutnost konstruovat podmořské kabely pracující pod vysokým stejnosměrným napětím. Příkladem takového spojení je podmořské elektrické vedení mezi Švédskem a ostrovem Gotland. Kabely zatížené stejnosměrným napětím mají proti kabelům pracujícím ve střídavém režimu výhodu v tom, že pro dané napětí nejsou omezeny efektivní délkou. Při konstrukci kabelů, které pracují ve stejnosměrném režimu, musel být přirozeně uvažován také vliv parazitních účinků pulsních mikrovýbojů. Účinky těchto výbojů u kabelů se střídavým napětím byly v šedesátých letech již dostatečně známé, avšak informace o částečných výbojích v dielektriku, které je pod vlivem stejnosměrného elektrického pole, v podstatě chyběly. Z tohoto důvodu se započalo s intenzivním studiem [74]–[80] stejnosměrných částečných výbojů. Hlavní výsledky tohoto studia bychom mohli shrnout následovně: opakovací frekvence mikrovýbojů – jakožto měřítko škodlivosti jejich



Obr. 7 *Série mikrovýbojových skvrn na okrajích kruhové elektrody.*

účinků – je pro případ střídavého proudu podstatně větší než pro případ stejnosměrného proudu. Příčina je v tom, že stejnosměrné mikrovýboje jsou řízeny volnými nosiči náboje, tedy objemovou vodivostí dielektrika. Volných nosičů náboje je v dielektrických látkách podstatně méně než např. vázaných nosičů, takže tok volných nábojů má jen malou proudovou hustotu. Jestliže je nyní stejnosměrné napětí aplikováno na dielektrikum, nastává nejdříve rychlý sled výbojů a potom frekvence výbojů výrazně klesá; jejich počet se ustálí na jisté malé hodnotě, která je určena velikostí proudu volných nábojů. Kdyby použité dielektrikum bylo ideálním izolantem, výboje by zcela ustaly. V praxi ovšem všechna dielektrika mají nenulovou hodnotu elektrické vodivosti, takže výboje zcela nevyhasnou.

Teoretický vztah pro opakovací frekvenci stejnosměrných pulsních mikrovýbojů odvodili jako první autoři Rogers a Skipper [74], a to pro dosti obecný případ vnitřní výbojové mezery (dutiny) ve tvaru elipsoidu; nejčastěji používanou aproximací pro tvar dutiny je laminární útvar kondenzátorového typu [75]–[81]. Dále bylo ukázáno [75], [79], že stejnosměrné pulsní mikrovýboje sledují Poissonovo rozdělení a že fluktuace opakovací frekvence stejnosměrných mikrovýbojů jsou řízeny [75] fluktuacemi proudové hustoty, tj. fluktuacemi nábojových nosičů. Byla rovněž navržena [77] experimentální metoda, která umožňuje diagnostikovat částečné výboje současně u několika vzorků.

Problematika pulsních mikrovýbojů je součástí širší problematiky, která zahrnuje např. otázky související s různými aspekty [83]–[85] tepelného a elektrického průrazu dielektrika, otázky kolem kumulování nábojů na površích elektrod [86] nebo otázky kolem životnosti dielektrických součástí [87]–[89]. Zvláště posledně jmenovaný okruh otázek souvisí s problematikou pulsních mikrovýbojů velmi úzce, neboť mikrovýboje se významnou měrou podílejí na erozi dielektrik, resp. izolantů. Je proto žádoucí zkoumat možnosti potlačování mikrovýbojového jevu a hledat k tomu optimální způsoby realizace.

Na počátku devadesátých let byl detailně studován [90]–[100] stochastický mechanismus záporné (Trichelovy) pulsní korony v plynových směsích jakožto prototyp stochastičnosti stejnosměrného mikrovýbojového transportu. Bylo ukázáno, že jde o náhodný bodový proces, ve kterém hrají důležitou roli *paměťové efekty* (tj. *zkorelovanost pulsů*) vyvolané působením reziduí, jako jsou ionty nebo metastabilní produkty vytvořené předešlými výboji. V pracích [90]–[96] bylo použito experimentální zařízení ovládané počítačem k určení nepodmíněného rozdělení  $w(\lambda)$  výšek (amplitud) pulsů mikrovýbojů a dob mezi těmito pulsy  $w(t)$ . Dále bylo měřeno podmíněné, výškové rozdělení  $w_1(\lambda_n | t_{n-1})$ , kde  $\lambda_n$  je výška  $n$ -tého pulsu a  $t_n$  je časový interval mezi  $n$ -tým a  $(n+1)$ -ním pulsem. Podobně byla studována podmíněná rozdělení typu  $w(t_n | \lambda_n)$ ,  $w(t_n | t_{n-1})$ ,  $w(\lambda_n | t_{n-1}, \lambda_{n-1})$ ,  $w(\lambda_n | t_{n-1}, t_{n-1})$ ,  $w_1(\lambda_n | \lambda_{n-1})$  a  $w_1(\lambda_n | t_{n-1})$ , kde  $j \geq 2$ . Bylo ukázáno, že obecně existuje silná závislost okamžitých parametrů pulsní Trichelovy korony na parametrech předešlých pulsů, např. silná závislost  $\lambda_n$  na hodnotách  $t_{n-1}$ . Rozšířením těchto statistických studií [91] byla navazující práce [92], která vyšetřovala vliv dielektrické vrstvy na stochastičnost výbojů. Dielektrická vrstva byla umístěna na rovinnou elektrodu; protilehlá elektroda byla ve tvaru jehly s přesně definovaným zaoblením. Koronou nabitě dielektrické vrstvy vnáší další paměťový efekt, který se stává důležitým pro malé mezielektrodové vzdálenosti. Pro mezielektrodové vzdálenosti větší než je jistá kritická vzdálenost přítomnost dielektrické vrstvy má malý nebo žádný vliv na stochastické chování Trichelových pulsů. Pro větší mezielektrodové vzdálenosti je závislost  $\lambda_n$  na  $t_n$  dána především výbojovým mechanismem, avšak pro malé mezielektrodové vzdálenosti, které jsou blízké kritické vzdálenosti nebo menší, závislost  $\lambda_n(t_n)$  je významně ovlivněna přítomností nabitě dielektrického povrchu.

Výše zmíněná studia zkorelovanosti Trichelových pulsů (silné paměťové efekty) v principu nemohla prozradit nic o zkorelovanosti skutečného mikrovýbojového transportu na těsných přechodech, neboť Trichelovy pulsy se týkají jediného výbojového místa (špička jehlové elektrody) na rozdíl od pulsního mikrovýbojového transportu probíhajícího na neomezeném počtu výbojových míst. K určení zkorelovanosti pulsů je třeba mít k dispozici velký statistický soubor *všech* vzniklých pulsů (nikoliv jen náhodně vybraných). Pokud se pulsy vyskytují v rychlém sledu (u vyšších zatěžovacích napětí nebo vodivějších izolantů), je třeba mít k dispozici velmi rychlý digitizér špičkových hodnot, tj. přístroj, který vybírá ze vstupního signálu jen špičky (výšky) pulsů a spolu s nimi registruje i dobu výskytu, a to vše s dostatečnou rychlostí (minimální mrtvou dobou), aby nedošlo k vynechání žádného ze vzniklých pulsů. Takové přístroje nejsou doposud komerčně k dispozici. Komerčně vyráběné digitizéry vybírají a ukládají kontinuálně bez selekce v jistých časových krocích vzorky z celého vstupního signálu, čímž dojde velmi brzy k zaplnění paměťového média. Selektce pulsních úseků (vlastních pulsů) je tedy nezbytná, mají-li se zachytit větší pulsní soubory. Na selekčním principu bylo navrženo a zkonstruováno v několika zahraničních laboratořích [101]–[104] unikátní selektující digitalizační zařízení, avšak bylo používáno především pro získávání spolehlivých rozsáhlých statistik v souvislosti s budováním expertních systémů, takže klíčová otázka zkorelovanosti pulsů v mikrovýbojovém transportu na těsných přechodech modelujících přechody kov-izolant, resp. kov-dielektrikum reálných systémů zůstávala stále otevřená.

### 3.2 FRAKTALITA MIKROVÝBOJOVÝCH STATISTIK

Mikrovýboje iniciované v blízkosti dielektrického povrchu ve vzdušném prostředí za normálních atmosférických podmínek mají obvykle podobu Townsendových elektronových lavin, z nichž některé mohou být rozvinuty až do podoby strimérů (obr. 7). Strimérní podíl z celkového počtu lavin je závislý na aktuálních termodynamických podmínkách a intenzitě elektrického pole. Nezbytným předpokladem pro strimérní průraz je „dostatečně“ velká hodnota prvního Townsendova ionizačního koeficientu  $\alpha$  plynu uvnitř výbojového prostoru a současně „dostatečně“ malá hod-

nota koeficientu sekundární emise  $\gamma$  z katody společně s „dostatečně“ velkou intenzitou  $E$  elektrického pole (nad Paschenovou hodnotou). Čím vyšší je hodnota elektrického pole, tím větší je podíl strimérů rozvinutých z Townsendových lavin. Všechny tyto podmínky jsou obvykle splněny v reálných izolačních systémech vysokonapěťové techniky, a proto zde běžně existuje mikrovýbojový transport v podobě směsi Townsendových lavin a strimérů. Nedosahuje-li však intenzita elektrického pole ani Paschenovy hodnoty, pak je mikrovýbojový transport realizován výhradně Townsendovými lavinami.

Z hlediska životnosti dielektrických, resp. izolačních bariér vysokonapěťové techniky jsou nebezpečnější striméry nežli elektronové laviny, a proto i transport s vysokým podílem strimérů ohrožuje funkčnost izolačních bariér podstatně více než transport čistě townsendovských lavin. Mechanismus přechodu od lavin ke strimérům včetně statistických vlastností tohoto přechodu je proto v ohnisku zájmu všech, kdo studují erozivní účinky mikrovýbojového transportu na izolačních bariérách vysokonapěťových přechodů. Zejména statistické vlastnosti pulsního mikrovýbojového transportu jsou důležitým vodítkem při oceňování reálného nebezpečí průrazu těchto izolujících bariér.

Jedním z prvních autorů, který se zabýval stochastickými vlastnostmi elektronových lavin, byl Wijsman [105]. Podle jeho analytické koncepce pravděpodobnost  $p(n|x)$ , že lavina iniciovaná jedním primárním elektronem sestává z  $n$  elektronů po proběhnutí vzdálenosti  $x$  ve výbojovém prostoru, je dána následovně

$$p(n|x) = \frac{1}{n^*} \left[ 1 - \frac{1}{n^*} \right]^{n-1}, \quad n^* = \exp \left[ \int_0^x \alpha(\xi) d\xi \right]. \quad (25)$$

Pro laviny s bohatší střední elektronovou populací ( $n^* \gg 1$ ) rozdělení (25) přechází na asymptotický tvar

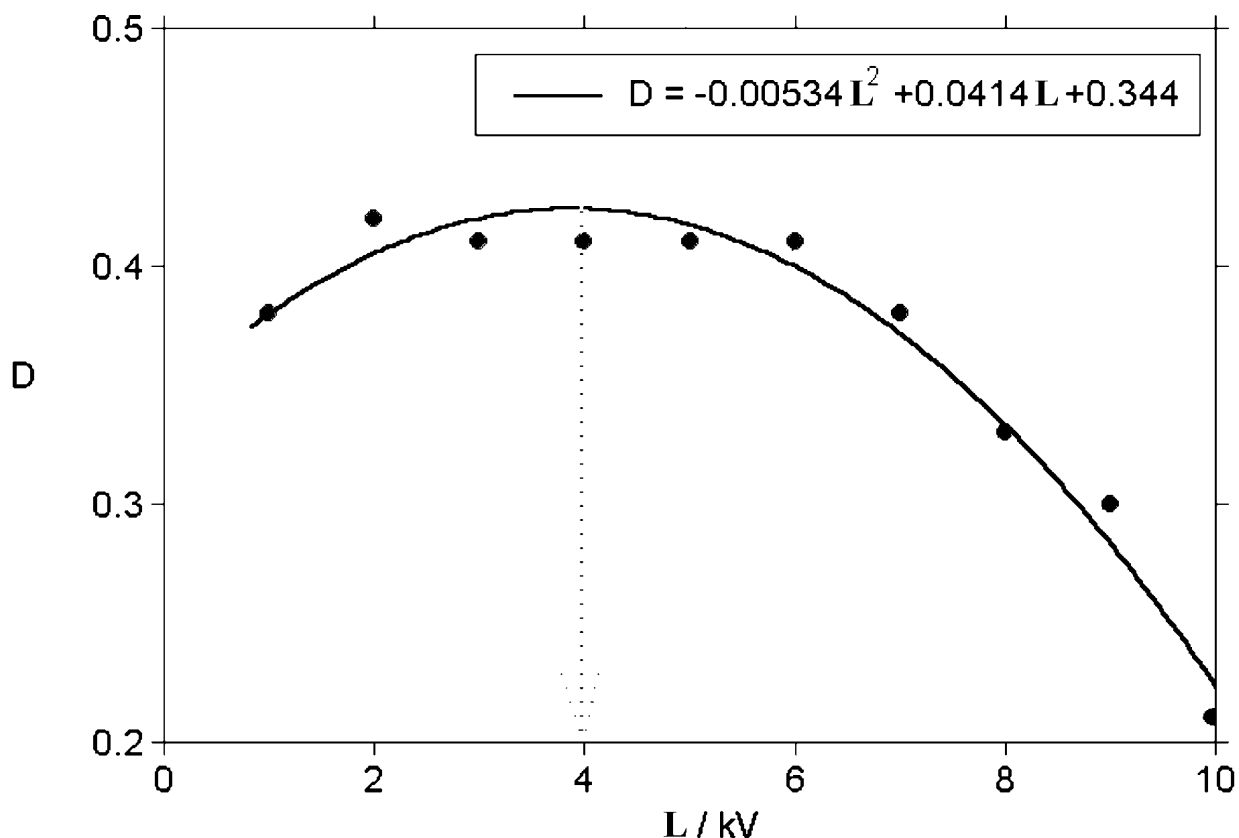
$$p(n|x) \approx \frac{1}{n^*} e^{-n/n^*}, \quad n^* = e^{\alpha x}, \quad (26)$$

což je exponenciální rozdělení. Diskrétní rozdělení (1) je také někdy nazýváno Furryho rozdělení [106], který je poprvé odvodil ovšem pro jiné účely než pro statistiku elektronových lavin. Toto rozdělení se stalo základem pro budování navazujících statistických modelů dalších autorů (přehled této problematiky viz [107]).

Experimentální měření mnoha autorů velmi dobře potvrdila platnost Furryho (25), resp. exponenciálního (26) rozdělení zejména méně populovaných lavin ( $n^* < 10^5$ ), což vedlo k všeobecně rozšířenému názoru, že toto rozdělení má v teorii elektronových lavin obecnou platnost. Pokud byly shledány odchylky, a to zejména u více populovaných lavin ( $n^* > 10^5$ ), pak bylo snahou tyto odchylky připisovat nedokonalému měřicímu zařízení. Tento stav trval až do nedávné doby.

Provedeme-li pečlivou analýzu výsledků měření u řady autorů, kteří proměřovali statistická rozdělení u více populovaných lavin ( $n^* > 10^5$ ), zjistíme, že odchylky od exponenciálního rozdělení mají systematický charakter a ukazují na jiné než exponenciální rozdělení. Jedním z problémů, na který jsme se ve výzkumu v posledních letech zaměřili, byl právě tento problém. Cílem bylo zjistit, zda jde skutečně o nový typ rozdělení, které platí pro populačně bohaté laviny. Pro tento účel jsme sestrojili unikátní velmi rychlý digitizér špičkových hodnot [108]–[111], který byl na rozdíl od komerčně vyráběných schopen zachytávat všechny vzniklé pulsy úsporným způsobem (využívá asymetrie mikrovýbojových pulsů), a tím otevřít možnost analýzy *kompletních*





Obr. 8 Závislost fraktální dimenze  $D$  mikrovýbojového transportu na zatěžovacím napětí  $L$ .

statistických souborů. Výsledky jednoznačně potvrdily [108]–[112], že jde o jiný typ rozdělení, které nemá exponenciální charakter a které je známo pod názvem Pareto rozdělení prvního druhu

$$p(n | x) = c(x) \cdot n^{-(D+1)}, \quad (27)$$

kde  $c$  je „konstanta“ závislá na proběhnuté vzdálenosti  $x$  (konstatní mezielektroková vzdálenost) a parametr  $D$  je fraktální dimenzí množiny populačních čísel  $\{n\}$ . Praktická měření ovšem probíhají tak, že populační čísla  $\{n\}$  vystupují v jiné reprezentaci, a to v podobě výšek (amplitud) napětíových mikrovýbojových pulsů  $\{U\}$

$$w(U) \approx U^{-(D+1)}. \quad (28)$$

Zjistili jsme, že hodnota fraktální dimenze  $D$  je závislá na zatěžovacím napětí  $L$  izolačního přechodu  $D(L)$  a má charakteristický konkávní tvar (obr. 8). Levá větev křivky  $D(L)$  je rostoucí funkcí až do určitého maxima, které je bodem obratu, od něhož funkce  $D(L)$  klesá (pravá větev grafu) až k hodnotě  $D = 0$ . Toto analytické chování charakteristické křivky  $D(L)$  má své fyzikální důvody, které můžeme stručně shrnout takto:

- (i) *Levá větev grafu  $D(L)$  až po maximum představuje laviny v bohatším populačním rozmezí, a to přibližně v intervalu  $n \in (10^6; 10^8)$ , kde postupně narůstá prostorový náboj lavin bránící efektivní srážkové ionizaci a tím pádem ionizační koeficient  $\alpha$  postupně zmenšuje svou hodnotu.*

- (ii) *Maximum grafu  $D(L)$  odpovídá bodu, kdy koeficient srážkové ionizace  $\alpha$  dostoupil svého minima a současně dochází k nastartování fotoionizace a v dalším průběhu k postupnému převládnutí fotoionizačního mechanismu nad srážkovým mechanismem ionizace.*
- (iii) *Pravá větev grafu  $D(L)$  od maxima až po hodnotu  $D = 0$  je intervalem, ve kterém řídicí úlohu postupně přebírá fotoionizace, což znamená postupný přechod klasických Townsendových lavin ke strimérům. Dostoupí-li hodnota  $D$  k nule ( $D = 0$ ), Pareto rozdělení (28) se transformuje na hyperbolycké ( $w \sim U^{-1}$ ), což indikuje naprostou převahu strimérů nad klasickými lavinami. Tím celý mikrovýbojový jev přechází do nové, strimérní pdoby, která má silně erozivní účinky na izolační přechody.*

Křivka  $D(L)$  je charakteristickou křivkou pro daný typ těsného přechodu kov-izolant a její tvar je obrazem postupného přechodu od klasických Townsendových lavin ( $n^* < 10^5$  až  $10^6$ ) s charakteristickým exponenciálním rozdělením přes laviny s rozvinutým prostorovým nábojem ( $n^* \in (10^6; 10^8)$ ), kde vládne Pareto rozdělení, až ke strimérům s hyperbolyckým rozdělením. Průběhy a hodnoty funkcí  $D(L)$  naměřené na izolačních přechodech mohou tedy poskytnout informace o stavu ohroženosti přechodu, tj. do jaké míry je testovaný mikrovýbojový transport strimérní nebo townsendovský. Tyto zjištěné vlastnosti křivky  $D(L)$  nejsou jen zajímavou fyzikální hříčkou, ale nabízejí svoje využití i na poli nedestruktivního testování vysokonapěťových izolačních bariér.

*Uvedené dvě aplikace fraktální geometrie (ve struktuře cementových gelů – kapitola 2 – a v mikrovýbojovém transportu – kapitola 3) jen dokládají široké možnosti využití fraktální geometrie i v těch nejodlehlejších oblastech vědy a techniky.*

## 4 ZÁVĚR

Autorovy hlavní výsledky z oblasti fraktální geometrie a mikrovýbojového transportu mohou být shrnuty do následujících bodů:

- 1) Poprvé na exaktní, fenomenologické úrovni ukázán tlumicí účinek povrchové vodivosti dielektrik na rozvoj mikrovýbojového transportu (podstata fungování tlumících aditiv zaváděných do polymerních dielektrik, resp. izolantů jako ochrana proti mikrovýbojům) [113]–[117].
- 2) Pomocí teoretického modelu poukázáno na nestacionární stav, který vzniká po zapnutí měřicího obvodu užívaného k diagnostice mikrovýbojů. Podstata tohoto přechodného stavu vysvětlena na základě konkurence dvou jevů: rychlé relaxace nábojů v obvodu a pomalé nábojové relaxace v dielektriku, resp. izolantu [117], [118].
- 3) S využitím Cantorovy dvouškálové množiny s nerovnoměrně rozloženou mírou dokázána možnost rozkladu Hausdorff-Besicovitchovy dimenze multifraktálu na lineární kombinaci dimenzí jednotlivých monofraktálů [119], [120].
- 4) Rigorózní odvození škálovacího vztahu pro hmotnost rostoucího multifraktálního klastru, který byl v literatuře používán na empirické bázi [121], [122].
- 5) U systémů, které vykazují silnou zkorelovanost mikrovýbojových pulsů (silné paměťové efekty), poukázáno na nutnou existenci transformačních vztahů mezi výškovými a časovými

statistikami mikrovýbojového transportu. Transformace určena na základě relaxační funkce a její první derivace [123].

- 6) Poprvé analyticky interpretováno výškové rozdělení pulsů vznikajících na těsných přechodech pod vlivem stejnosměrného napětí jako fraktální Pareto rozdělení prvního druhu [108], [109], [123].
- 7) Pomocí fraktální obrazové analýzy studována expozice bodových výbojových stop mikrovýbojového transportu na površích dielektrik, resp. izolantů a prokázána jejich fraktální struktura [124].
- 8) Prokázáno fraktální větvení u Lichtenbergových obrazců vzniklých elektrostatickými výboji na površích elektretových fólií. Dimenze závislá na intenzitě formování elektretového stavu [124], [125].
- 9) Poukázáno na přímou analogii mezi fraktálním větvením elektrostatických Lichtenbergových obrazců a fraktálním větvením u kapalin (viscous fingering). Analogie obou jevů vyplývá z příbuzných rovnic Laplaceova typu [124], [126].
- 10) Sestrojení unikátního digitizéru pro rychlou registraci špičkových hodnot výšek a časových intervalů mezi pulsy mikrovýbojového transportu. Zařízení je založeno na originální konstrukci a svými parametry velmi úspěšně konkuruje podobným zařízením sestrojeným v zahraničí [108], [109].
- 11) Prokázána nízká zkorelovanost pulsů stejnosměrného mikrovýbojového transportu na těsných přechodech kov-dielektrikum, resp. kov-izolant v zatěžovací oblasti 1 kV–10 kV (0.2 kV/mm až 2 kV/mm) [108].
- 12) Zjištěna nelineární (kvadratická) závislost fraktální „Pareto dimenze“ na zatěžovacím napětí. Hodnota Pareto dimenze se blíží k nule v blízkosti zatížení 10 kV (resp. 2 kV/mm), což představuje hranici platnosti tohoto typu výškového rozdělení [108], [109].
- 13) V oblasti teorie multifraktálních spekter zformulována obecná partiční suma s možností měnit normování [125], [127]–[130].
- 14) Prokázán nehomogenní posuv v  $q$ -prostoru u multifraktálních dimenzionálních spekter získaných z různě normovaných partičních sum [125], [127]–[130].
- 15) Odvozeny obecné transformační vztahy pro multifraktální spektra různého normování. Transformační vztahy umožňují vzájemné srovnání různě normovaných spekter [125], [127]–[130].

Výzkumné výsledky, které byly stručně uvedeny v předešlých odstavcích, ukázaly, že pulsní *mikrovýbojový transport je nositelem fraktálních vlastností*. Jedná se zejména o fraktalitu výškových statistik pulsů v oboru nižších napětí, kde bylo prokázáno fraktální Pareto rozdělení, a dále o fraktalitu výbojových stop jak elektrodynamického, tak elektrostatického transportu. U výbojových stop elektrostatického transportu (Lichtenbergovy obrazce) se ukázaly přímé souvislosti s fraktálními objekty Laplaceova typu. Všem zjištěným fraktálním objektům lze přiřadit příslušnou hodnotu fraktální dimenze. Přímá souvislost mezi multifraktálními dimenzemi získaných z Pareto statistik a fraktálními dimenzemi výbojových stop se neprokázala. Jde zřejmě o nezávislé fraktální objekty, čemuž nasvědčuje i rozdílnost jejich původu: zatímco dimenze výšek odráží fraktalitu

*intenzit* (např. ve stupnici šedi) výbojových stop, dimenze výbojových obrazců odráží fraktalitu rozdělení stop v prostoru, resp. stupeň zaplnění euklidovského prostoru. S tím souvisí možnosti využití hodnot fraktálních dimenzí k praktickým výpovědím o vlastnostech a účincích mikrovýbojů.

Pro hodnoty Pareto dimenze blízké 1 je transportován značný podíl malých pulsů (nábojů), zatímco pro Pareto dimenzi blízkou nule jsou transportovány především velké pulsy (náboje).

Fraktální dimenze *výbojových stop* umožňují vypovídat o pokrytí izolujících přechodů výboji: pro dimenze blízké nule je pokrytí velmi nesouvislé až ojedinělé; při hodnotě blízké jedničce výboje spojitě kopírují kontury kovové elektrody na těsných přechodech kov-izolant; při hodnotě blízké dvěma nastává úplné pokrytí přechodu mikrovýboji, což je případ velmi ohroženého přechodu namáhaného po celé ploše.

Cenné z hlediska experimentální praxe je rovněž zavedení nového principu pro digitální záchyt výšek pulsů, které je založeno na pulsní asymetrii a umožňuje výrazně zrychlit celý proces záchytu.

Přínosem pro teorii multifraktálních spekter z hlediska metodologického je zavedení obecné, normovatelné partiční sumy, z ní plynoucích normovaných spekter a příslušných transformačních vztahů.

*Závěrem lze konstatovat, že aplikace fraktální geometrie na pulsní mikrovýbojový transport provedené autorem ukázaly cestu možné odborné symbiózy obou technicko-vědních disciplín: mikrovýbojového transportu a fraktální geometrie. Poukázaly na oblasti dalších perspektivních aplikací a vnesly nové podněty i do samotné fraktální geometrie.*

## 5 LITERATURA

- [1] Mandelbrot, B. B.: *Les objets fractals: Forme, Hasard et Dimension* (Flammarion, Paris & Montreal 1975).
- [2] Mandelbrot, B. B.: *Fractals: Form, Chance and Dimension* (W. H. Freeman and Co., 1977) – značně přepracovaná původní francouzská verze [1].
- [3] Mandelbrot, B. B.: *The Fractal Geometry of Nature* (W. H. Freeman and Co., San Francisco 1982) – přepracovaná verze [2].
- [4] Feder, J.: *Fractals* (Plenum Press, New York 1988).
- [5] Halsey, T. C. – Jensen, M. H. – Kadanoff, L. P. – Procaccia, L. – Shraiman, B. I.: *Phys. Rev. A*, **33** (1986), 1141.
- [6] Tél, T.: *Z. Naturforsch*, **43a** (1988), 1154.
- [7] Badii, R.: *Il Nuovo Cimento* **10** (1988), 819.
- [8] Alstrom, P. – Stassinopoulos, D. – Stanley, H. E.: *Physica A* **153** (1988), 20.
- [9] Meneveau, Ch. – Sreenivasan, K. R.: *Phys. Rev. A* **41** (1990), 2246.
- [10] Barabási, A. L.: *J. Phys. A: Math. Gen.* **24** (1991), L845.
- [11] Louis, E. – Guinea, F.: *Europhys. Lett.* **3** (1987), 871.
- [12] Williford, R. E.: *Scripta Metall.* **22** (1988), 1749.
- [13] Bouchaud, E. – Lapasset, G. – Planés, J.: *Europhys. Lett.* **13** (1990), 73.
- [14] Wong, P. – Howard, J.: *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986), 637.
- [15] Rubio, M. A. – Edwards, C. A. – Dougherty, A. – Gollub, J. P.: *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989), 1685.
- [16] Keefer, K. D. – Schaefer, D. W.: *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986), 2376.
- [17] Stauffer, D.: *Phys. Rep.* **54** (1979), 1.
- [18] Šmilauer, P.: *Čs. čas. fyz.* **36** (1986), 220.
- [19] Fourcade, B. – Breton, P. – Tremblay, A. M. S.: *Phys. Rev. B* **36** (1987), 8925.
- [20] Martin, J. E. – Hurd, J. A.: *J. Appl. Cryst.* **20** (1987), 454.

- [21] Kolb, M. – Herrmann, H. J.: *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987), 454.
- [22] Martin, J. E.: *J. Appl. Cryst.* **19** (1986), 25.
- [23] Eversz, C.: *J. Phys. A: Math. Gen.* **22** (1989), L1061.
- [24] Niemeyer, L. – Pietronero, L. – Wiesmann, H. J.: *Phys. Lett.* **52**(1984), 1033.
- [25] Pietronero, L. – Wiesmann, H. J.: *Z. Phys. B – Condensed Matter* **70** (1988), 87.
- [26] Niemeyer, L. – Pietronero, L. – Wiesmann H. J.: *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984), 1033.
- [27] Mandelbrot, B. B.: *Proc. R. Soc. Lond. A* **423** (1989), 3.
- [28] Sparow, C.: *The Lorenz Equations, Bifurcations, Chaos and Strange Attractors*, Appl. Math. Sci., 38 (Springer-Verlag, Berlin, 1982).
- [29] Devaney, R. L.: *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems* (Benjamin Cummings, Menlo Park, 1986).
- [30] Froyland, J: *Introduction to Chaos and Coherence* (Institute of Physics Publishing, Bristol, 1992).
- [31] Schaefer, D. W.: *Science* **243** (1989), 1023.
- [32] Alexander, S.: *Phys. Rev. B* **40** (1989), 7953.
- [33] Kjems, J. K. – Freltoft, T.: Neutron and X-Ray Scattering from Aggregates v knize: Pynn, R. – Skjeltorp, A. (ed.): *Scaling Phenomena in Disordered Systems* (Plenum Press, New York 1985).
- [34] Allen, A. J. – Oberthur, R.C. – Pearson, D. – Schofield, P. – Wilding, C. R.: *Phil. Mag. B* **56** (1987), 263.
- [35] Meakin, P.: *Phase Transitions* **12** (1988), 336.
- [36] Weitz, D. A. – Oliviera, M.: *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984), 1433.
- [37] Guinier, A. a kol.: *Small Angle Scattering of X-rays*. J. Wiley and Sons, New York 1955.
- [38] Glatter, O. – Kratky, O. (ed.): *Small Angle X-ray Scattering*. Academic Press, New York 1982.
- [39] Martin, J. E.: *J. Appl. Cryst.* **19** (1986), 25.
- [40] Teixeira, J.: *J. Appl. Cryst.* **21** (1988). 781.
- [41] Kjems, J. K. – Freltoft, T.: Neutron and X-ray Scattering from aggregates v knize: Pynn, R. – Skjeltorp, A. (ed.): *Scaling Phenomena in Disordered Systems*. Plenum Press, New York 1985.
- [42] Kjems, J. K. – Schofield, P.: Neutron and X-ray studies of interfaces, v knize: Pynn R. – Skjeltorp, A. (ed.): *Scaling Phenomena in Disordered Systems*. Plenum Press, New York 1985.
- [43] Martin, J. E. – Hurd, A. J.: *J. Appl. Cryst.* **20** (1987), 61.
- [44] Keefer, K. D. – Schaefer, D. W.: *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986), 2377.
- [45] Schmidt, P. W. – Hoehr, A. – Neumann, H. B. – Kaiser, H. – Avnir, A. – Lin, J. S.: *J. Chem. Phys.* **90** (1989), 5016.
- [46] Reich, M. H. – Russo, S. P. – Snook, I. K. – Wagenfeld, H. K.: *J. Colloid Interface Sci.* **135** (1990), 353.
- [47] Wong Po-zen – Lin, J.S.: *Math Geol.* **20** (1988), 655.
- [48] Wong Po-zen: Fractal surfaces in porous media ve sborníku: Bauavas, J. – Koplik, J. – Winkler, K. W. (ed.): *Physics and Chemistry of Porous Media*. AIP Conference Proc. **154**, AIP, New York 1987.
- [49] Wong Po-zen – Howard, J.: *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986), 637.
- [50] Vacher, R. a kol.: *J. Non-Crystall. Sol.* **106** (1988), 161.
- [51] Hall, F. L. – Mildner, D. F. R. – Borst, K. L.: *J. Geophys. Res.* **91** (1986), 2183.
- [52] Schaefer, D. W. – Martin, J. E. – Wiltzius, P. – Cannell, D. S.: *Phys. Rev. Letters* **52** (1984), 2371.

- [53] Allen, A. J. – Oberthur, R. C. – Pearson, D. – Schofield, P. – Wilding, C. R.: *Phil. Mag. B* **56** (1987), 263.
- [54] Pearson, D. a kol.: *J. Mater. Sci.* **18** (1983), 430.
- [55] Pearson, D. – Allen, A. J.: *J. Mater. Sci.* **20** (1985), 303.
- [56] Alien, A. J. – Schofield, P.: Possible fractal structure of cement gels v knize: Pynn, R. – Skjel-torp, A. (ed.): *Scaling Phenomena in Disordered Systems*. Plenum Press, New York, 1985.
- [57] Allen, A. J.–Baston, A. H.–Wilding, C. R.: *Math. Res. Soc. Symp. Proc.* **137** (1989), 119.
- [58] Allen, A. J.: *J. Appl. Cryst.* **24** (1991), 624.
- [59] Diamond, S.: *Proceedings of the Fifth International Symposium on the Chemistry of Cement*. Part III, Tokyo 1968, str. 33.
- [60] Alford, M. McN. – Double, D. D.: *J. Mat. Sci.* **18** (1983). 430.
- [61] Emanueli, J: *High Voltage Cables* (Chapman and Hall, London, 1929).
- [62] Gemant, R. – Philipoff, F: *Zs. für Technische Physik* **13** (1932) 425.
- [63] Tykociner, C. – Brown, R. – Paine, J.: *Univ. of Illinois Bulletin* **30** (1933) 41.
- [64] Robinson, T.: *Int. J. El. Eng.* **77** (1935) 90.
- [65] Quinn, H.: *A. I. E. E.* **59** (1940) 680.
- [66] Austen, A. E. W. – Hackett, W.: *J. I. E. E.* **91** (1944) 298.
- [67] Oudin, J. – Thevenon, H.: *Rev. Gen. El.* (1953) 581.
- [68] Hall, H. C. – Russek, R. M.: *Proc. I. E. E.* **101** (1954) 47.
- [69] Rogers, E. C.: *Proc. I. E. E.* **105** (1958) 62.
- [70] Laurent, C. – Mayoux, C. – Noel, S. – Sinisuka, N. I.: *IEEE Trans. El. Insul.* **EI-18** (1983) 125.
- [71] Heller, B. – Veverka, A.: *Práce ústavu pro elektrotechniku ČSAV I.* (ČSAV, Praha 1954), 33.
- [72] Heller, B. – Veverka, A.: *Práce ústavu pro elektrotechniku ČSAV I.*(ČSAV, Praha, 1954), 47.
- [73] Heller, B. – Veverka, A.: *Práce ústavu pro elektrotechniku ČSAV II.* (ČSAV, Praha, 1955), 28.
- [74] Rogers, E. C. – Skipper, D. J.: *Proc. I. E. E.* **107** (1960) 241.
- [75] Nakamura, K. – Kamijo, Y.: *Jap. J. Appl. Phys.* **15** (1976) 865.
- [76] Nakamura, K.: *Jap. J. Appl. Phys.* **15** (1976) 2241.
- [77] Nakamura, K.: *Jap. J. Appl. Phys.* **16** (1977) 575.
- [78] Nakamura, K.: *Jap. J. Appl. Phys.* **16** (1977) 2051.
- [79] Watanabe, K.: *Jap. J. Appl. Phys.* **17** (1978) 483.
- [80] Ficker, T. – Šikula, J.: *J. Appl. Phys.* **23** (1984) 1263.
- [81] Nakamura, K. – Watanabe, K.: *Jap. J. Appl. Phys.* **17** (1978) 1429.
- [82] Paschen, F.: *Annalen der Phys.* **37** (1889) 69.
- [83] Hill, R. M. – Dissado, L. A.: *J. Phys. C* **16** (1983) 2145.
- [84] Hill, R. M. – Dissado, L. A.: *J. Phys. C* **16** (1983) 4447.
- [85] Shibata, T. – Nakano, H. – Tanabe, K.: *IEEE Trans. El. Insul.* **EI-7** (1972) 1931.
- [86] Sessler, G. M. (editor), *Electrets* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).
- [87] Hossam-Eldin, A. A.: *J. Phys. D* **17** (1984) 421.
- [88] Schimke, F. – Berendt, Ch. – Kleiner, W.: *Vynález 191 427* (Úřad pro vynálezy, Praha, 1978).
- [89] Sudol, M. – Nowakowska, M. – Rozecki, P.: *Sborník z konference „Elektrische und nicht elektrische Charakterisierung von LDPE“* (Biesenthal u Berlína, 1983).
- [90] Van Brunt, R. J. – Kulkarni, S. V.: *Phys. Rev. A* **42** (1990) 4908.
- [91] Van Brunt, R. J. – Misakian, M. – Kulkarni, S. V. – Lakdawala, V. K.: *IEEE Trans. Electr. Insul.* **26** (1991) 405.

- [92] Van Brunt, R. J. – Kulkarni, S. V.: *Rev. Sci. Instrum.* **60** (1989) 3012.
- [93] Van Brunt, R. J.: *IEEE Trans. Electr. Insul.* **26** (1991) 902.
- [94] Van Brunt, R. J. – Cernyar, E. W.: *Appl. Phys. Lett.* **58** (1991) 2628.
- [95] Van Brunt, R. J. – Stricklett, K. L. – Steoner, J. P. – Kulkarni, S. V.: *IEEE Trans. Electr. Insul.*, **27** (1992) 114.
- [96] Van Brunt, R. J. – Cernyar, E. W. – Von Glahn, P.: *IEEE Trans. Electr. Insul.* **28** (1993) 905.
- [97] Aleksandrov, G. N.: *Sov. Phys. Tech. Phys.* **8** (1963) 161.
- [98] Mason, J. W. – Young, B.: *Proc. 7th Int. Conf. on Gas Discharges and Their Applications* (Peter Peregrinus, London, 1982), 196–199.
- [99] Malik, N. H. – Alrainy, A. A.: *IEEE Trans. Electr. Insul.* **22** (1987) 825.
- [100] Lama, W. L. – Gallo, C. F.: *J. Appl. Phys.* **45** (1974) 103.
- [101] Kreuger, F. H. – Fromm, U.: *Jpn. J. Phys.* **33** (1994) 1079.
- [102] Borneburg, D. – Engel, K.: *Technisches Messen* **65** (1998) 407.
- [103] Hantouche, Ch. – Fortune, D.: *IEEE Trans. on El.* **28** (1993) 1025.
- [104] Von Glahn, P. – Van Brunt, R. J.: *IEEE Trans. Diel. El. Insul.*, **2** (1995) 590.
- [105] Wijmsman, R. A.: *Phys. Rev.* **75** (1949) 833.
- [106] Furry, W. H.: *Phys. Rev.* **52** (1937) 569.
- [107] Ficker, T.: *IEEE Trans. Diel. El. Insul.* **10** (2003) 689.
- [108] Ficker, T. – Macur, J. – Kliment, M. – Filip, S. – Pazdera, L.: *J. El. Eng.* **51** (2000) 240.
- [109] Ficker, T. – Macur, J. – Pazdera, L. – Kliment, M. – Filip, S.: *IEEE Trans. Diel. El. Insul.* **8** (2001) 220.
- [110] Ficker, T.: Výzkumný grant GA ČR 202/97/1407.
- [111] Ficker, T.: Výzkumný grant GA ČR 202/03/0011.
- [112] Ficker, T.: *IEEE Trans. Diel. El. Insul.* **10** (2003) 700.
- [113] Ficker, T. – Šikula, J.: *Japan. J. Appl. Phys.* **23** (1984) 1263.
- [114] Ficker, T. – Šikula, J.: *Elektrotechnický obzor* **74** (1985) 369.
- [115] Ficker, T.: *Elektrotechnický obzor* **75** (1986) 274.
- [116] Ficker, T.: *IX. Vědecká konference FAST VUT – Knižnice odborných a vědeckých spisů VUT* (FAST VUT, Brno, 1984) 107.
- [117] Ficker, T.: *Konference Elektrotechnického zkušebního ústavu v Praze – Konferenční sborník* (EZÚ, Praha, 1986) 37.
- [118] Ficker, T.: *J. Phys. D* **19** (1986) 1491.
- [119] Ficker, T.: *X. vědecká konference FAST VUT – Sborník příspěvků (aplikovaná fyzika)* (FAST VUT, Brno, 1989) 90.
- [120] Ficker, T.: *Phys. Rev. A* **40** (1989) 3445.
- [121] Ficker, T.: *Czech. J. Phys.* **40** (1990) 113.
- [122] Ficker, T.: *Čs. čas. fyz.* **43** (1993) 172.
- [123] Ficker, T.: *J. Appl. Phys.* **78** (1995) 5289.
- [124] Ficker, T.: *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32** (1999).
- [125] Ficker, T.: *Czech J. Phys.* **49** (1999) 1445.
- [126] Ficker, T.: *13<sup>th</sup> International conference on Dielectric Liquids (IEEE – Dielectrics and Electrical Insulation Society, Nara, Japan), 20.–25. července 1999, str. 586.*
- [127] Ficker, T.: *Czech. J. Phys.* **50** (2000) 389.
- [128] Ficker, T.: *Nostradamus '99 – 2<sup>nd</sup> International Prediction Conference* (Faculty of Technology TU, Zlín, 7.–8. října 1999).
- [129] Ficker, T.: *11<sup>th</sup> International scientific conference. Section: Applied Physics* (Technical University, Faculty of Civil Engineering, Brno, 18.–20. října 1999).
- [130] Ficker, T.: *Nostradamus 2000 – 3<sup>rd</sup> International Prediction Conference* (Faculty of Technology TU, Zlín, 2.–3. října 2000).

## 6 VÝBĚR NEJVÝZNAMNĚJŠÍCH PUBLIKACÍ AUTORA

(z celkového počtu osumdesáti dvou doposud publikovaných prací)

1. Ficker, T.: „Electron Binding and Relaxation Energies of Ethylene, Ethane and of their Hindered Rotamers“, *Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena* **22** (1981) 87.
2. Ficker, T.: „*Ab initio*“ SCF Investigation of the Core and Inner Valence Binding and Relaxation Energies of the CH<sub>4</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> and C<sub>2</sub>H<sub>6</sub> Molecules, *Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena* **24** (1981) 161.
3. Ficker, T.: „Localized and Delocalized Molecular Orbitals within the Model of Single-Orbital Relaxation Energies“, *Chemical Physics Letters* **83** (1981) 578.
4. Ficker, T.: „A Theoretical Investigation of Electron Relaxation Accompanying Core Ionization in the Symmetry Forms of Ethylene“, *Collection of Czechoslovak Chemical Communications* **47** (1982) 3371.
5. Ficker, T.: „Broken Symmetry Far from Equilibrium within HF Formalism“, *Journal of Chemical Physics* **78** (1983) 3339.
6. Ficker, T.: „Outer Valence Broken-Symmetry Effects within HF Calculations“, *Journal of Chemical Physics* **80** (1984) 3509.
7. Ficker, T.: „Broken Symmetry Valence Molecular Region within Hartree-Fock Calculations“, *Theoretica Chimica Acta (Berl.)* **65** (1984) 127.
8. Ficker, T. – Šikula, J.: „Spark and Glow DC-Partial-Discharges in Dielectrics“, *Japanese Journal of Applied Physics* **23** (1984) 1263.
9. Ficker, T.: „On the Influence of Measuring Circuit on a DC Partial-Discharge Repetition Rate“, *Journal of Physics D* **19** (1986) 1491.
10. Ficker, T.: „Expansion of the Hausdorff Dimension of the Two-Scale Cantor Set“, *Physical Review A* **40** (1989) 3445.
11. Ficker, T.: „The Mass of Growing Multifractal Clusters“, *Czechoslovak Journal of Physics* **40** (1990) 113.
12. Ficker, T.: „Strain Gauge Measurements within the School Laboratory Practice“, *Strain*, May 1992, *Journal of the British Society for Strain Measurement*.
13. Ficker, T.: „Amplitude Distribution Statistics of Acoustic Emission Signals“, *Canadian Journal of Physics* **70** (1992) 640.
14. Ficker, T.: „Fractal Statistics of Partial Discharges with Polymeric Samples“, *Journal of Applied Physics* **78** (1995) 5289.



15. Ficker, T.: „A non-stationary method for the measurement of the thermal conductivity of solids in student laboratories“, *European Journal of Physics* **17** (1996) 307.
16. Ficker, T.: „On alternative ways of finding the ratio of specific heats of gases“, *Physics Education* **33** (1998) 86.
17. Ficker, T.: „Electrostatic discharges and multifractal analysis of their Lichtenberg figures“, *Journal of Physics D: Applied Physics* **32** (1999) 219.
18. Ficker, T. – Druckmüller, M. – Martišek, D.: „Unconventional multifractal formalism and image analysis of natural fractals“, *Czechoslovak Journal of Physics* **49** (1999) 1445.
19. Ficker, T.: „Young's modulus of elasticity in student laboratories“, *Physics Education* **34** (1999) 376.
20. Ficker, T.: „Normalized multifractal spectra within the box-counting method“, *Czechoslovak Journal of Physics* **50** (2000) 389.
21. Ficker, T. – Macur, J. – Kliment, M. – Filip, S. – Pazdera, L.: „New system for digital acquisition of microdischarge pulses and its employment in statistical analyses“, *Journal of Electrical Engineering* **51** (2000) 240.
22. Ficker, T. – Macur, J. – Pazdera, L. – Kliment, M. – Filip, S.: „Simplified Digital Acquisition of Microdischarge Pulses“, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* **8** (2001) 220.
23. Ficker, T. – Myslín, J. – Podešvová, Z.: „Non-linear temperature profiles“, *Acta Polytechnica* **41** (2001) 66.
24. Ficker, T. – Podešvová, Z.: „Non-isothermal diffusion of water vapour in porous building Materials“, *Acta Polytechnica* **42** (2002) 25.
25. Ficker, T. – Benešovský, P.: „Deterministic fractals“, *European Journal of Physics* **23** (2002) 403.
26. Ficker, T. – Podešvová, Z.: „Models for non-isothermal steady-state diffusion in porous building materials“, *Acta Polytechnica* **43** (2003) 3.
27. Ficker, T. – Podešvová, Z.: „Modified Glaser's condensation model“, *Acta Polytechnica* **43** (2003) 34.
28. Ficker, T.: „A short note on non-isothermal diffusion models“, *Acta Polytechnica* **43** (2003) 62.
29. Ficker, T. – Macur, J.: „A note on normalised distributions of DC partial microdischarges“, *Acta Polytechnica* **43** (2003) 59.
30. Ficker, T.: „Non-isothermal steady-state diffusion within Glaser's condensation model“, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **46** (2003) 5175.

31. Ficker, T.: „Electron Avalanches I – Statistics of partial microdischarges in their pre-streamer stage“, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* **10** (2003) 689.
32. Ficker, T.: „Electron Avalanches II – Fractal morphology of partial microdischarge spots on dielectric barriers“, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* **10** (2003) 700.
33. Ficker, T. – Macur, J. – Kapička, V.: „Microdischarges near metal-insulator interfaces, *Czechoslovak Journal of Physics* **53** (2003) 509.
34. Ficker, T.: „A note on Pareto statistics of partial microdischarge spots“, *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* **11** (2004) 136.

## 7 KONCEPCE DALŠÍ AUTOROVY VĚDECKÉ A PEDAGOGICKÉ ČINNOSTI

### • Výzkumné cíle:

Vzhledem k předchozímu zaměření na tři odborné oblasti, tj. na fraktální geometrii, mikrovýbojový transport a stavební fyziku, lze předpokládat, že výzkumná kontinuita v těchto oblastech bude zachována i v budoucím období.

#### *Fraktální geometrie:*

- a) Studium vlastností normovaných multifraktálních spekter dimenzí.
- b) Studium interdisciplinárních souvislostí mezi multifraktálním a termodynamickým formalismem.
- c) Rozvíjení aplikací fraktální geometrie ve strukturálním uspořádání koloidních agregátů, zejména cementových gelů.

#### *Mikrovýbojový transport:*

- a) Další výzkum statistických vlastností mikrovýbojového transportu, zejména výškových statistik.
- b) Detailnější výzkum vlivu prostorového náboje elektrických lavin na typ jejich populačního rozdělení.
- c) Výzkum interdisciplinárních souvislostí mezi fraktální geometrií a mikrovýbojovým transportem.

#### *Stavební fyzika:*

- a) Prostudovat možnost zavedení zobecněných hnacích potenciálů pro neizotermickou difúzi. Na základě formalismu nerovnovážné termodynamiky pak formulovat obecné transportní rovnice pro neizotermickou difúzi vodní páry stavebními konstrukcemi.
- b) Obecné transportní difúzní rovnice implementovat do Glaserova graficko-početního schématu pro kondenzaci vodní páry ve stavebních konstrukcích.
- c) Vytvořit odbornou monografii „Fyzika obvodových plášťů budov“, která by zpracovala problematiku difúze vodní páry, kondenzace a vedení tepla v obvodových konstrukcích budov z hlediska současných fyzikálních poznatků.

#### *Zahraniční spolupráce:*

- a) V oblasti fraktální geometrie pokračovat ve spolupráci s katedrou matematické fyziky na univerzitě v Ulmu (NSR) – prof. Nonnenmacher a prof. Baumann. Spolupráce započala studijním pobytem autora v r. 1994.
- b) V oblasti dielektrické relaxace a elektrické degradace polymerních látek pokračovat ve spolupráci s katedrou fyziky na King's College v Londýně – prof. Hill a prof. Dissado. Spolupráce započala studijním pobytem autora v r. 1993.
- c) V oblasti mikrovýbojového transportu pokračovat ve spolupráci s laboratořemi NIST (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland, USA – prof. Van Brunt. Spolupráce započala na korespondenčním základě a pozváním autora na mezinárodní konferenci do USA v r. 1995.
- d) V oblasti mikrovýbojového transportu navázat spolupráci s katedrou výkonové elektroniky na Chalmers University ve Švédsku – prof. Gubanski. Autor má na této univerzitě absolvovat dvouměsíční studijní pobyt na podzim r. 2005.

- e) V oblasti stavební fyziky navázat spolupráci s Fraunhoferovým institutem pro stavební fyziku v NSR, a to konkrétně se střediskem stavebního výzkumu v Holzkirchenu (s oddělením tepelné techniky).

• **Pedagogické cíle:**

V pedagogické oblasti autor naváže na dosavadní aktivity realizované jak na denním a kombinovaném studiu, tak na anglickém a doktorském studiu. Zejména si klade za cíl obohacovat magisterskou (českou i anglickou) a doktorskou výuku o nové výzkumné poznatky na poli stavební fyziky.

Pro magisterské studium v nově zaváděných učebních plánech Fakulty stavební VUT pro předmět „Aplikovaná fyzika“ (9. semestr na oboru S) vytvořit učební text, který by zahrnoval poslední poznatky stavební fyziky z difúze, kondenzace a vedení tepla v obvodových pláštích budov a zahrnoval i aplikace fraktální geometrie na cementové gely.

Ve výchově nových doktorandů (Ph.D.) bude dbát na jejich zapojení do výzkumných grantů. V současné době autor vede výchovu tří doktorandů – dva z nich přihlásili dizertační práce k obhajobě, třetímu zbývají do ukončení studia dva roky. Jeden z těchto tří doktorandů byl zapojen do výzkumného grantu GA ČR 202/03/0011.

U nově přijímaných doktorandů bude autor usilovat o jejich vysílání na studijní pobyty do zahraničí, zejména do středisek výzkumu stavební fyziky, např. do Fraunhoferova institutu pro stavební fyziku v NSR nebo na Chalmers University ve Švédsku. Finanční krytí těchto krátkodobějších studijních pobytů nepřesahujících jeden semestr by mohlo být realizováno částečně z výzkumných grantů a ze zahraničních nadací, např. DAAD v NSR nebo Swedish Institute ve Švédsku. Autor v roli školitele těchto vybraných doktorandů bude dbát na to, aby již koncem prvního roku doktorského studia měli uchazeči dostatečnou kolekci publikací, která by jim dávala dobrou naději na získání zahraničního stipendia v jejich doktorské kategorii. Se sestavením žádosti do zahraničního konkurzního řízení jim bude autor v roli školitele nápomocen a využije přitom svých praktických zkušeností se zahraničními konkurzy. Během autorova chystaného studijního pobytu (podzim r. 2005) na Chalmers University ve Švédsku zajistí budoucím doktorandům švédský souhlas s přijetím na tamním pracovišti (prof. Hagentoft, katedra stavební fyziky, Chalmers).

*Stručný přehled vytčených pedagogických cílů:*

- a) Výuku průběžně obohacovat o nové výzkumné poznatky na poli stavební fyziky.
- b) Vytvořit učební text pro magisterský předmět „Aplikovaná fyzika“ (9. semestr) FAST VUT, který by zahrnul nové výzkumné poznatky z difúze, kondenzace, vedení tepla a aplikací fraktální geometrie na cementové gely.
- c) Zapojování doktorandů do výzkumných grantů GA ČR.
- d) Vysílání doktorandů na zahraniční stáže (Fraunhoferův institut v NSR v rámci DAAD nebo Chalmers University ve Švédsku v rámci nadace Swedish Institute).
- e) Během svého chystaného studijního pobytu (podzim r. 2005) na Chalmers University ve Švédsku zajistí budoucím doktorandům švédský souhlas s přijetím (prof. Hagentoft, katedra stavební fyziky, Chalmers).
- f) Budoucím doktorandům v roli jejich školitele bude nápomocen při sestavování přihlášky do konkurzního řízení o zahraniční stipendia a využije přitom svých zkušeností se zahraničními konkurzy.

## 8 ABSTRACT

The presented thesis follows the author's main research interests: *fractal geometry, microdischarge transport and building physics*.

Fractal geometry represents a general tool for analysing and describing diverse problems in a variety of scientific and technological disciplines. A brief survey of basic notions of fractal geometry is given with a particular emphasis on volume and surface fractals. These two types of fractals form the basis for geometric classification of microstructures of some porous matters, especially colloid aggregates. The technique of small angle scattering is mentioned as a unique technique capable of distinguishing volume and surface fractals, which is illustrated on the microstructure of hydrated cement gels. Hydrated cements are complicated multi-phase heterous systems consisting of various products. The main component of these systems is amorphous tobermorite, the so called C-S-H gel. Experiments have shown that the globules (diameter  $\sim 5\text{nm}$ ) of C-S-H gel form a *volume fractal structure* with a dimension  $D\sim 2.5$ . However, the C-S-H globules themselves have rather smooth non-fractal surfaces. Hydrated cement systems contain also a *surface fractal structure* (surface fractal) of a dimension  $D\sim 2.8$  whose ethyology is not yet quite clear. The non-hydrated larger clinker grains with surfaces decorated by C-S-H gel are considered as a possible candidate for that structure. The fractal description of cement solid gels represents an interesting application of the general fractal formalism to the structural analysis of such important building materials as the cement systems are.

The second half of the thesis is devoted to fractal applications in the field of microdischarge transport. By 'microdischarge transport' we understand pulsating microdischarges operating in the electric insulation systems under the influence of higher electric voltages. It is a degradation process which should be suppressed as much as possible. The thorough knowledge of its basic physics is a necessary prerequisite for such a suppression. The microdischarges near insulation barriers in an air environment at normal atmospheric conditions usually represent Townsend electron avalanches some of which can be developed into streamers. The streamer fraction is dependent on the actual thermodynamic conditions and the intensity of electric field. The transition of Townsend electron avalanches into streamers is accompanied by changes in their statistical distributions. While the less populated Townsend avalanches follow exponential distributions, the streamers obey parabolic distributions. The author's research has shown that between these two limiting density functions there is another one, called the Pareto distribution, which governs the electron avalanches with developed space electric charges. They are referred to as avalanches in *pre-streamer states*. Inherent in the Pareto distribution is a parameter  $D$ , which is the 'fractal' dimension of the set of population numbers of the pre-streamer avalanches. This dimension proved to be dependent on the voltage  $U$  stressing the insulation interface, i.e.  $D(U)$ . The curve  $D(U)$  has a characteristic concave shape and allows to classify the streamer danger to the insulation barriers.

The author's main contributions to fractal geometry and its applications are summarised within the list of fifteen items in the conclusion of the thesis. Prospects of further research and pedagogical activities are also included.