

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
Fakulta strojního inženýrství  
Energetický ústav

Ing. Jiří Zapletal

**Parametrické kmitání tlaku v hydraulické soustavě  
s pístovým čerpadlem**

**Parametric Oscillation of Pressure in Hydraulic System with  
Piston Pump**

Zkrácená verze Ph.D. Thesis

Obor: Konstruktivní a procesní inženýrství  
Školitel: Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc.  
Oponenti: Prof. Ing. František Pochylý, CSc.  
Prof. Ing. Pavel Šťáva, CSc.  
Prof. Ing. Jaroslav Bláha, DrSc.  
Datum obhajoby: 20.4.2005

**Klíčová slova:**

Parametrické kmitání, parametrické rezonance, pístová čerpadla, membránová čerpadla, komorový tlumič, tlumení pulzací, hydraulická kapacita, Lax-Wendroffova numerická metoda, metoda přenosových matic.

**Key words:**

Parametric oscillation, parametric resonance, piston pumps, diaphragm pumps, chamber damper, absorb of pulsation, hydraulic capacity, Lax-Wendroff numerical method, method of transmissive matrix.

**Místo uložení originálu dizertace:**

VUT-FSI, Oddělení vědy a výzkumu (RNDr. Marie Pejchlová, CSc.).

# Obsah

1. Současný stav problematiky .....	6
2. Cíl práce .....	8
3. Zvolené metody zpracování .....	9
3.1. Analytické řešení.....	9
3.2. Numerické řešení .....	11
3.2.1. Metoda přenosových matic.....	12
3.2.2. Metoda Lax–Wendroffova .....	15
3.3. Experimentální řešení .....	17
4. Hlavní výsledky práce.....	18
5. Závěr .....	19
6. Summary .....	22
7. Literatura.....	25
8. Životopis autora .....	26

## Seznam použitých symbolů

<b>a</b>	rychlost zvuku	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
<b>f</b>	funkce buzení	[1]
<b>g</b>	tíhové zrychlení	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$
<b>k</b>	tuhost	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$
<b>n</b>	frekvence otáček kliky klikového mechanismu	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
<b>p</b>	tlak	[Pa]
<b>q</b>	Laplaceův obraz průtoku	$[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$
<b>r</b>	stavový vektor	[-]
<b>s</b>	parametr Laplaceovy transformace podle času	$[\text{s}^{-1}]$
<b>t</b>	čas	[s]
$\Delta t$	časový krok	[s]
<b>x</b>	dráha	[m]
$\ddot{x}$	zrychlení	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$
$\Delta x$	délkový krok	[m]
<b>x</b>	vektor neznámých hodnot	[-]
<b>y(s)</b>	vektor pravých stran	[-]
<b>y</b>	vektor vnitřních parametrů	[-]
$A_i$	amplituda přechodových pulzací	[Pa]
<b>A</b>	matice soustavy	[-]
$B_i$	amplituda přechodových pulzací	[Pa]
$C_1$	kapacita připojeného úseku potrubí	$[\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{s}^2]$
$C_0$	kapacita činného prostoru čerpadla	$[\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{s}^2]$
$C_1$	kapacita výtlačného prostoru	$[\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{s}^2]$
<b>D</b>	průměr potrubí	[m]
<b>I</b>	počet větví vstupujících do uzlu	[-]
<b>K</b>	počet uzlů hydraulické soustavy	[-]
<b>L</b>	délka potrubí	[m]
<b>O</b>	počet větví vystupujících z uzlu	[-]
<b>P</b>	Laplaceův obraz tlaku	[Pa]
<b>P</b>	přenosová matice potrubí	[-]
<b>Q</b>	objemový průtok	$[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$
<b>R</b>	hydraulický odpor proti pohybu	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-8} \cdot \text{s}]$
<b>R</b>	přenosová matice prvku	[-]
<b>S</b>	průtočný průřez potrubí	$[\text{m}^2]$
<b>V</b>	objem	$[\text{m}^3]$
$\alpha$	úhel sklonu potrubí	[rad]
$\gamma$	proměnná část tuhosti	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\lambda$	součinitel třecích ztrát	[1]
$\mu$	dynamický odpor potrubí	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\xi$	součinitel tlumení	[1]
$\xi$	statická část tuhosti	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$

$\rho$	hustota kapaliny	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
$\omega$	úhlová rychlost	$[\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]$

# 1. Současný stav problematiky

Mění-li se v obecné soustavě (např. mechanická, hydraulická) některý z jejích parametrů periodicky s časem, pak se příslušný kmitavý pohyb nazývá parametrickým kmitáním (někdy též rheonomní kmitání). Problematikou parametrického kmitání zejména mechanických soustav se zabývá řada publikací např. [2], [12]. V literatuře [2] je popsána příčina vzniku parametrického kmitání mechanické soustavy.

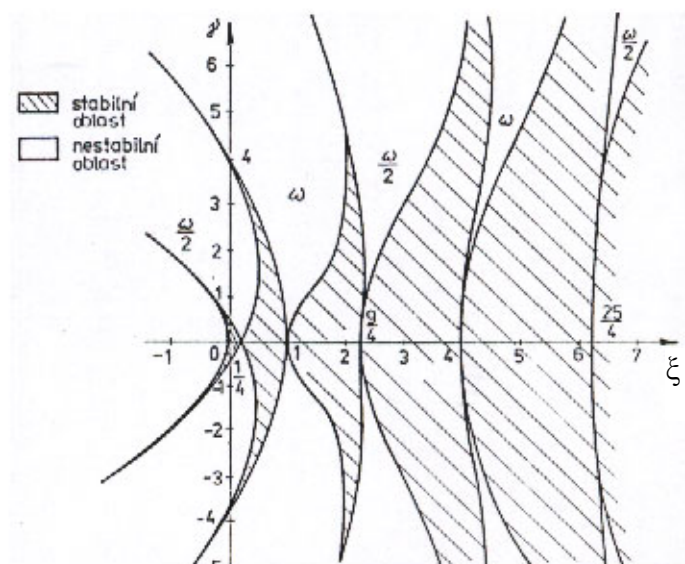
Popis parametrických kmitů si pro názornost ukážeme na lineární mechanické soustavě. V lineární mechanické soustavě jsou tělesa nahrazena hmotnými body a vazby mezi nimi jsou modelovány nehmotnými pružinami a tlumiči. Pak pohyb každé lineární mechanické soustavy s konstantními koeficienty  $m$ ,  $b$ ,  $k$  je dán pohybovou rovnicí ve tvaru:

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = F(t) \tag{1.1}$$

Je-li některý z koeficientů (parametrů) v čase proměnný, pak pohyb lineární mechanické soustavy popisuje diferenciální rovnice (Mathieuova rovnice) ve tvaru:

$$\ddot{x} + (\xi + \gamma \cdot \cos(\omega \cdot t)) \cdot x = 0 \tag{1.2}$$

Lineární člen v diferenciální rovnici představuje periodickou funkci. Konstanty  $\xi$  a  $\gamma$  určují, zda řešení pro frekvenci změny parametru soustavy  $\omega \cdot t \rightarrow \infty$  zůstává omezené (stabilní případ) nebo roste nade všechny meze (nestabilní případ). Dynamické chování soustavy v závislosti na změně konstant  $\xi$  a  $\gamma$  je patrné z diagramu (Indrův-Struttův diagram) na obr. 1.1.



Obr. 1.1 Indrův-Struttův diagram

Koeficient  $\xi$  je statická část tuhosti a udává poměr kvadrátů vlastní frekvence parametrického buzení k frekvenci změny parametru. Koeficient  $\gamma$  je proměnná část tuhosti a charakterizuje amplitudu kmitání. Chování lineární mechanické soustavy je dáno vzájemnou změnou parametrů  $\xi$  a  $\gamma$ .

Příkladem parametrického kmitání lineární mechanické soustavy je kyvadlo s časově proměnnou polohou závěsného bodu. Dalším příkladem je rotující hmotný kotouč pevně spojený s nehmotným hřídelem, u kterého je časově proměnným parametrem tuhost hřídele v místě kotouče.

Literatura [13] popisuje parametrické kmitání v hydraulické soustavě. V článku je popsán praktický případ parametrického kmitání v hydraulické soustavě s Francisovou turbínou. Periodicky měnícím se parametrem je objem, resp. kapacita kavitační kaverny. Jev nastává zejména při polovičním výkonu Francisovy turbíny.

Problematikou možnosti vzniku parametrických kmitů u odstředivých čerpadel se zabývá práce [14]. Pro řešení parametrických kmitů je použit obecnější přístup, založený na integraci Navier-Stockesových rovnic pro reálnou stlačitelnou kapalinu. Výsledkem řešení je nelineární matematický model čerpadla, který je možné převést na lineární model s konstantními parametry. Práce zahrnuje i experimentální ověření matematického modelu čerpadla na hydraulickém obvodu. Použitým odstředivým čerpadlem je čerpadlo BETA 25 s upraveným oběžným kolem z produkce firmy ISH, a.s. Olomouc.

V hydraulickém systému s pístovým čerpadlem dochází rovněž k parametrickému kmitání. Parametrické kmitání je způsobeno připojováním (odpojováním) kapacity činného prostoru čerpadla ke kapacitě charakterizované objemem kapaliny ve výtlačném potrubí.

Řešení v disertační práci navazuje v současnosti na známé analytické řešení parametrických kmitů v hydraulické soustavě s jednopístovým čerpadlem. Analytické řešení provedené v disertační práci je uvedené pro ucelenost problematiky parametrických kmitů a vychází z literatury [1]. V [1] jsou odvozeny rovnice pro tlak a průtok ve výtlačku jednopístového čerpadla v závislosti na fázi sání a vytlačování. Výsledné rovnice byly naprogramovány v programovacím jazyku FORTRAN. Výstupem programu je grafická závislost amplitudy tlaku na otáčkách kliky jednopístového čerpadla, tzv. rezonanční amplitudo frekvenční charakteristika.

Z výsledků analytického řešení parametrických kmitů vychází řešení uvedené v disertační práci. V hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem vznikají tři typy pulzací. Jedná se o vynucené pulzace od pohybu pístu, přechodové pulzace od zavírání a otevírání ventilů a parametrické pulzace připojováním a odpojováním kapacity činného prostoru ke kapacitě výtlačného úseku potrubí.

V současné době se k tlumení tlakových pulzací používají tzv. pasivní tlumiče pulzací. Jedná se o absorpční tlumiče, které pracují na principu nevratné přeměny energie v teplo. Nejčastěji používaným pasivním typem tlumiče je akumulátor. Instalace akumulátoru se provádí v paralelním zapojení k hlavní výtlačné větvi. Akumulátory se používají zejména v těch aplikacích, kde nejsme schopni stanovit parametry přesného naladění. V hydraulických soustavách s pístovými čerpadly se

používají k tlumení pulzací ve výtlaku čerpadla tlumiče s tlumícím účinkem v širokém pásmu frekvencí. Jedná se o tzv. komorové tlumiče nebo-li rezonátory. Hlavním důvodem použití rezonátoru je minimalizovat velikost amplitudy tlaku za tlumičem. Velikost amplitudy tlakových pulzací, které se šíří do připojené hydraulické soustavy má výrazný vliv na životnost a spolehlivost zařízení a rovněž i nízkou hodnotu hluku v prostorách technologického zařízení.

Pístové čerpadlo je zdrojem parametrických pulzací tlaku. Hodnoty amplitudy parametrických kmitů tlaku mohou dosahovat značných hodnot a mohou převyšovat hodnoty amplitudy tlaku vynucených a přechodových pulzací. K minimalizaci amplitudy parametrických kmitů tlaku je výhodné použít tlumící prvek – rezonátor. V současné době na základě literární rešerše není známá žádná práce zabývající se eliminací parametrických kmitů tlaku v hydraulických soustavách s pístovými čerpadly. Přínosem disertační práce je eliminace parametrických kmitů v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem použitím rezonátoru. Práce se zabývá vlivem polohy rezonátoru na velikost a frekvenci parametrických kmitů tlaku.

K problematice parametrického kmitání byla vypracována rozsáhlá literární rešerše v českém, slovenském, anglickém a ruském jazyce. Literární rešerše byla vypracovaná s použitím elektronických katalogů VKOL, CD ROM ČNB, EBSCO (INSPEC, Academic Search Premier, MEDLINE, MasterFILE Premier, GeoRef), SpringerLink, ProQuest, OCLC (ArticleFirst, ECO, MEDLINE). Výsledkem rešerše je 283 titulů. Žádný z titulů se nezabývá parametrickým kmitáním v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem.

## 2. Cíl práce

Cíle disertační práce lze shrnout to následujících bodů:

- ověřit parametrické kmitání v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem
- navrhnout zkušební hydraulický okruh s pístovým čerpadlem pro praktickou identifikaci parametrických kmitů
- provedení identifikačního měření na zkušebním okruhu
- porovnání a analyzování naměřených výsledků s výsledky stanovenými teoretickým přístupem
- vytvoření matematického modelu zkušebního okruhu s pístovým čerpadlem
- řešení matematického modelu numerickým experimentem
- porovnání výsledků simulace s výsledky experimentu
- navržení praktického přístupu pro eliminaci vlivu parametrických kmitů na chování hydraulických soustav s pístovými čerpadly; k analýze navržených řešení bude využit numerický experiment



### 3. Zvolené metody zpracování

#### 3.1 Analytické řešení

Pro kvalitativní analýzu parametrických kmitů v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem bylo v [1] odvozeno analytické řešení. Cílem analytického řešení je získat řešení vlnové rovnice v laplaceovských obrazech tlaku a průtoku s uvažováním vlivu tlaku a průtoku na počátku řešení (počáteční podmínky).

Nestacionární proudění kapaliny v potrubí je modelováno jako jednorozměrné bezeztrátové s rozloženými parametry a je popsáno soustavou vlnových rovnic pro tlak a průtok kapaliny:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} + \frac{\rho}{S} \cdot \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} + \frac{\rho a^2}{S} \cdot \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

Okrajové podmínky s respektováním sací a výtlačné fáze (pracovního cyklu) jednopístového čerpadla je výhodné formulovat pro dvě části periody (saní a výtlač). Okrajové podmínky pro průtok a tlak kapaliny pak jsou ve tvaru:

$$x = 0: \quad Q(0,t) = -C_1 \frac{d}{dt} p(0,t) \quad \text{pro} \quad \Delta\varphi_{1v} < \varphi \leq \pi + \Delta\varphi_{0v} \quad (3.3)$$

$$Q(0,t) = Q_0(t) - (C_1 + C_0) \frac{d}{dt} p(0,t) \quad \text{pro} \quad \pi + \Delta\varphi_{0v} < \varphi \leq 2\pi + \Delta\varphi_{1v} \quad (3.4)$$

$$x = L: \quad p(L,t) = \text{konst.} \quad (3.5)$$

Řešení vlnové rovnice s počátečními podmínkami bylo provedeno v [1] pomocí Laplaceovy transformace:

$$L\{p\} = P \quad L\{Q\} = q \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} + \frac{\rho}{S} \cdot s \cdot q - \frac{\rho}{S} \cdot Q(x,0) = 0 \quad (3.7)$$

$$s \cdot P - p(x,0) + \frac{\rho \cdot a^2}{S} \cdot \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.8)$$

Popisovaná soustava rovnic nezahrnuje členy vyjadřující disipaci energie. U reálných soustav dochází vždy k disipaci energie, která roste s rostoucí frekvencí. Další kroky řešení uvažovaly zjednodušující předpoklad, že vyšší vlastní frekvence se při přechodovém jevu (otevření, resp. zavření ventilu) utlumí nebo nevybudí. Z tohoto důvodu byla pro tlak a průtok při přechodovém jevu uvažována pouze první vlastní frekvence.

Výsledkem řešení je tlak a průtok na výtlaku jednopístového čerpadla:

V intervalu  $(\Delta\varphi_{1v}, \pi + \Delta\varphi_{0v})$ , tzn. fáze sání (index s) lze tlak a průtok vyjádřit dle [1] rovnicemi:

$$p_s(0, t) = A_s \cos\left(\frac{\beta_s}{\Omega} \omega t\right) - B_s \sin\left(\frac{\beta_s}{\Omega} \omega t\right) \quad (3.9)$$

$$Q_s(0, t) = \frac{\gamma_s \beta_s}{\rho a} \left[ A_s \sin\left(\frac{\beta_s}{\Omega} \omega t\right) + B_s \cos\left(\frac{\beta_s}{\Omega} \omega t\right) \right] \quad (3.10)$$

V intervalu  $(\pi + \Delta\varphi_{0v}, 2\pi + \Delta\varphi_{1v})$ , tzn. fáze vytlačování (index v) lze tlak a průtok vyjádřit rovnicemi:

$$p_v(0, t) = A_v \cos\left(\frac{\beta_v}{\Omega} \omega t\right) - B_v \sin\left(\frac{\beta_v}{\Omega} \omega t\right) - 2\rho a \bar{Q} \quad (3.11)$$

$$\sum_{m=1}^2 a_m \left[ \Omega_m Y_{mv} \cos\left(\frac{\beta_v}{\Omega} \omega t\right) + T_{mv} \cos(m\omega t) \right]$$

$$Q_v(0, t) = \frac{\gamma_v \beta_v}{\rho a} \left[ A_v \sin\left(\frac{\beta_v}{\Omega} \omega t\right) + B_v \cos\left(\frac{\beta_v}{\Omega} \omega t\right) \right] - \quad (3.12)$$

$$-2\bar{Q}\gamma_v \sum_{m=1}^2 a_m \Omega_m \sin\left(\frac{\beta_v}{\Omega} \omega t\right) + \left( \frac{1}{2\gamma_v \Omega_m} + T_{mv} \right) \sin(m\omega t)$$

kde

$$\beta_s = 2\pi f_s, \quad \beta_v = 2\pi f_v \quad (3.13)$$

$$\gamma_s = \frac{C_1 \rho a^2}{L}, \quad \gamma_v = \frac{(C_1 + C_0) \rho a^2}{L} \quad (3.14)$$

$$Y_{mv} = \frac{1}{[\gamma_v (1 + \gamma_v \beta_v^2) + 1] (\Omega_m - \beta_v^2)} \quad (3.15)$$

$$T_{mv} = \frac{\sin \Omega_m}{2(\cos \Omega_m - \gamma_v \Omega_m \sin \Omega_m)} \quad (3.16)$$

$$\Omega_m = m \frac{\omega L}{a} \quad (3.17)$$

Hodnoty  $Y_{mv}$  a  $T_{mv}$  souvisejí s vynucenými pulzacemi, které vznikají buzením pístu. Zatímco hodnoty  $A_s$ ,  $A_v$  a  $B_s$ ,  $B_v$  zahrnují vliv počátečních podmínek a souvisejí s přechodovými pulzacemi vyvolanými skokovým otevřením, resp. zavřením ventilu. Protože řešení tlaku a průtoku ve výtlaku jednopístového čerpadla dle [1] bylo nalezeno na intervalech  $(\Delta\varphi_{1v}, \pi + \Delta\varphi_{0v})$  a  $(\pi + \Delta\varphi_{0v}, 2\pi + \Delta\varphi_{1v})$  je pro určení hodnot  $A_s$ ,  $A_v$  a  $B_s$ ,  $B_v$  nezbytné zavedení podmínek spojitosti a periodičnosti:

$$p_s(\pi + \Delta\varphi_{0v}) = p_v(\pi + \Delta\varphi_{0v}) \quad (3.18)$$

$$Q_s (\pi + \Delta\varphi_{0v}) = Q_v (\pi + \Delta\varphi_{0v}) \quad (3.19)$$

$$p_s (\Delta\varphi_{1v}) = p_v (2\pi + \Delta\varphi_{1v}) \quad (3.20)$$

$$Q_s (\Delta\varphi_{1v}) = Q_v (2\pi + \Delta\varphi_{1v}) \quad (3.21)$$

Podmínky spojitosti a periodičnosti představují soustavu čtyř rovnic pro čtyři neznámé hodnoty  $A_s$ ,  $A_v$  a  $B_s$ ,  $B_v$ , kterou lze zapsat v maticovém tvaru:

$$A x = b \quad (3.22)$$

Vyřešením soustavy rovnic dostaneme hledané konstanty a tím průběhy tlaku  $p_s$ ,  $p_v$  a průtoku  $Q_s$ ,  $Q_v$  ve výtlačku jednopístového čerpadla. Amplitudy tlaku  $p_s$  a  $p_v$  závisí na amplitudách vynucených pulzací (hodnoty  $Y_{mv}$ ,  $T_{mv}$ ) a na amplitudách přechodových pulzací (hodnoty  $A_s$ ,  $A_v$  a  $B_s$ ,  $B_v$ ).

Amplitudy vynucených pulzací  $Y_{mv}$ ,  $T_{mv}$  dosahují v rezonanci nekonečných hodnot, tj. budicí frekvence je shodná s vlastní frekvencí. Amplitudy přechodových pulzací  $A_s$ ,  $A_v$  a  $B_s$ ,  $B_v$ , které představují parametrické kmity jsou v rezonanci platí-li podmínka:

$$\det \{A\} = 0 \quad (3.23)$$

Pro amplitudy tlaku přechodových pulzací (parametrických kmitů) platí:

$$\Delta p_{sA,B} = \sqrt{A_s^2 + B_s^2} \quad (3.24)$$

$$\Delta p_{vA,B} = \sqrt{A_v^2 + B_v^2} \quad (3.25)$$

Z analytického řešení parametrických kmitů vyplývá, že velikost parametrických kmitů silně závisí na úhlech, ve kterých dochází k otevření  $(k\pi + \Delta\varphi_{0v})$ , resp. zavření ventilu  $(2k\pi + \Delta\varphi_{0v})$ , na otáčkách čerpadla a na vlastní frekvenci připojeného výtlačného potrubí.

### 3.2 Numerické řešení

Numerické řešení vyšetřované hydraulické soustavy s pístovým čerpadlem slouží k simulaci provozních stavů reálné hydraulické soustavy (zkušební okruh, technologické provozní zařízení). Výsledky ze simulace lze následně porovnat s výsledky z experimentu.

Hydraulická soustava je ve většině případů technické praxe tvořena systémem potrubí s hydraulickými prvky. Na základě projekčního uspořádání potrubní sítě s prvky se pro sestavení matematického modelu vypracuje náhradní schéma hydraulické soustavy. Výpočtový matematický model je tvořen soustavou rovnic, ve kterých vystupují parametry prvků soustavy. U přímých úseků potrubí se jedná

o základní geometrické charakteristiky (vnitřní průměr, tloušťka stěny, délka) a materiálové charakteristiky (modul pružnosti, Poissonova konstanta). U hydraulických prvků (armatury, akumulátory, čerpadla, rezonátory atd.) se jedná o geometrické parametry (např. rozměry průtočných částí), hydraulické parametry (např. kapacita, odpor proti pohybu, objem, tlak), mechanické parametry (např. hmotnost, tuhost, síla), kinematické parametry (např. frekvence otáček) nebo parametry určené z funkčních závislostí (např. funkce zdvihu ventilu).

Numerický výpočet matematického modelu je realizován software vyvinutým firmou HYDROSYSTEM. K výpočtu vlastní frekvence hydraulické soustavy čerpadlo – potrubí se využívá software s názvem „Lineární model“, který je založen na metodě přenosových matic.

K výpočtu časového průběhu tlaku a průtoku slouží software s názvem „Nelineární model“. Tento software je založen na numerické metodě Lax-Wendroffově.

### 3. 2. 1 Metoda přenosových matic

Metoda přenosových matic je založena na Laplaceově transformaci podle času v linearizovaných rovnicích kontinuity a rovnováhy sil v kapalině.

V hydraulické soustavě kapalina proudí uvnitř úseků potrubí a prvků soustavy. Úseky potrubí, kde tlak a průtok je funkcí polohy se modelují metodou rozložených parametrů. Hydraulické prvky, kde délková souřadnice prvku je zanedbatelná vůči délkám potrubí se modelují metodou soustředných parametrů.

Proudění kapaliny v potrubí a prvcích je popsáno soustavou diferenciálních rovnic (rovnice kontinuity a pohybová rovnice). Tato soustava diferenciálních rovnic se řeší s využitím Laplaceovy transformace. Laplaceovy obrazy tlaku a průtoku pak mají tvar:

$$L\{p(x, t)\} = P(x, s) \quad (3.26)$$

$$L\{Q(x, t)\} = q(x, s) \quad (3.27)$$

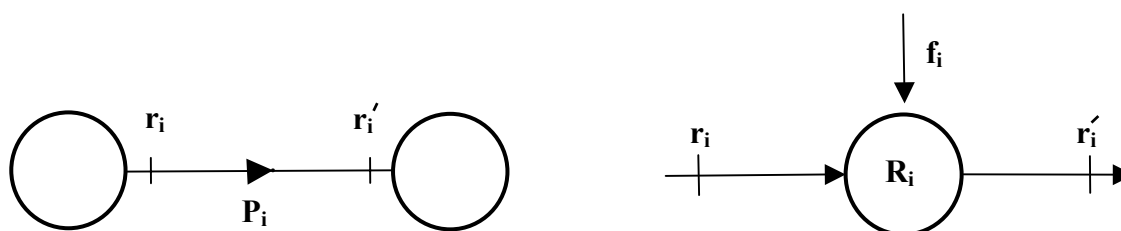
Stav soustavy lze v libovolném místě popsat stavovým vektorem  $\mathbf{r}$ , který obsahuje dva prvky. Tyto prvky charakterizují Laplaceovy obrazy kmitavé složky tlaku a průtoku:

$$\mathbf{r}(s) = \begin{bmatrix} P(s) \\ q(s) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Pro přenosovou matici potrubí  $\mathbf{P}$  a přenosovou matici obecného hydraulického prvku  $\mathbf{R}$  s buzením předepsaným funkcí  $\mathbf{f}$  platí:

$$\mathbf{r}'_i = \mathbf{P}_i(s) \cdot \mathbf{r}_i(s)$$

$$\mathbf{r}'_i(s) = \mathbf{R}_i(s) \cdot \mathbf{r}_i(s) + \mathbf{f}_i \quad (3.29)$$



Obr. 3.1 Schéma přenosové matice potrubí a obecného hydraulického prvku

Přenosové matice potrubí  $\mathbf{P}$  v maticovém zápisu charakterizuje jednorozměrné proudění viskózní stlačitelné kapaliny v pružném, rovném úseku potrubí a má tvar:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cosh \lambda x & -\mu \sin \lambda x \\ -\frac{1}{\mu} \sinh \lambda x & \cosh \lambda x \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

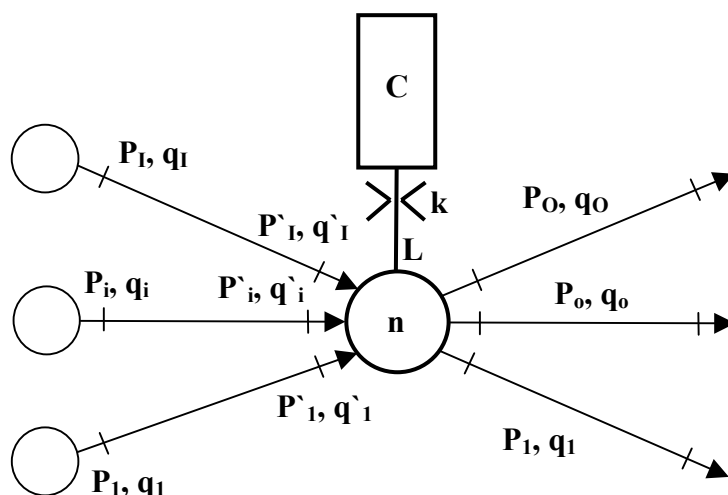
kde

$$\mu = \frac{\rho \cdot a}{S} \cdot \frac{(s+2\xi)}{\sqrt{(s+2\xi)s}} \quad (3.31)$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{(s+2\xi)s}}{a} \quad (3.32)$$

Přenosová matice obecného hydraulického prvku  $\mathbf{R}$  charakterizuje proudění viskózní stlačitelné hydraulickou částí prvku. Je sestavena z linearizované rovnice kontinuity a rovnováhy, které se řeší Laplaceovou transformací dle času.

Řešená hydraulická soustava je tvořena soustavou větví a uzlů. Do libovolného uzlu „n“ vstupuje „I“ větví a „O“ větví vystupuje jak je patrné z obr. 3.2. Obecně může uzel obsahovat paralelně zapojenou kapacitu připojenou krátkým potrubím. Vlastnosti potrubí jsou popsány linearizovaným odporem  $k$  a setrvačností  $L$ .



Obr. 3.2 Obecné schéma uzlu

Maticový zápis rovnic uzlu obr. 3.2 je pak popsána obecným vztahem ve tvaru:

$$\mathbf{U}\mathbf{s} - \mathbf{J}\mathbf{s} = \mathbf{g} \quad (3.33)$$

$\mathbf{U}$  vyjadřuje maticový zápis rovnice kontinuity. Matice  $\mathbf{J}$  vyjadřuje rovnost tlaků před a za uzlem a zároveň převádí tlaky a průtoky ve vstupních větvích na jejich počátek. Prvky sloupcové matice  $\mathbf{s}$  jsou tlak v uzlu „n“ a průtoky na počátku větví z uzlu vystupujících. Prvky sloupcové matice  $\mathbf{r}$  jsou tlaky a průtoky na konci větví do uzlu „n“ vstupujících. Vnější buzení hydraulické soustavy je vyjádřeno sloupcovou maticí  $\mathbf{g}$ .

Jestliže je hydraulická soustava tvořena „M“ větvemi a „K“ uzly je celá hydraulická soustava popsána soustavou lineárních rovnic a její maticový zápis je:

$$\mathbf{A}(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{x}(\mathbf{s}) = \mathbf{y}(\mathbf{s}) \quad (3.34)$$

kde matice soustavy  $\mathbf{A}$  závisí pouze na vlastnostech hydraulických prvků a úseků potrubí. Vnější buzení soustavy pak charakterizuje sloupcová matice pravých stran  $\mathbf{y}$ . Sloupcová matice  $\mathbf{x}$  představuje Laplaceovy obrazy kmitavých složek tlaku a průtoku:

$$\mathbf{x}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} P_1(s) \\ \vdots \\ P_K(s) \\ q_1(s) \\ \vdots \\ q_M(s) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Metoda přenosových matic se využívá k vyšetřování stability hydraulické soustavy, výpočtu vlastních hodnot a vlastních tvarů kmitu.

### 3. 2. 2 Metoda Lax – Wendroffova

Metoda slouží k řešení soustavy diferenciálních rovnic popisujících pohyb kapaliny v potrubí. Hodnoty tlaku a průtoku se řeší v uzlových bodech sítě čas  $t$  – délka  $x$ . Hlavní výhodou této metody, je větší volnost při volbě diskretizačních kroků  $\Delta t$  a  $\Delta x$ . Pro kroky sítě musí být splněna, tzv. Courant–Fridrichova podmínka:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} a < 1 \quad (3.36)$$

Lax–Wendroffova metoda vychází z rovnice kontinuity a pohybové rovnice v implicitním tvaru:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho \cdot a^2}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3.37)$$

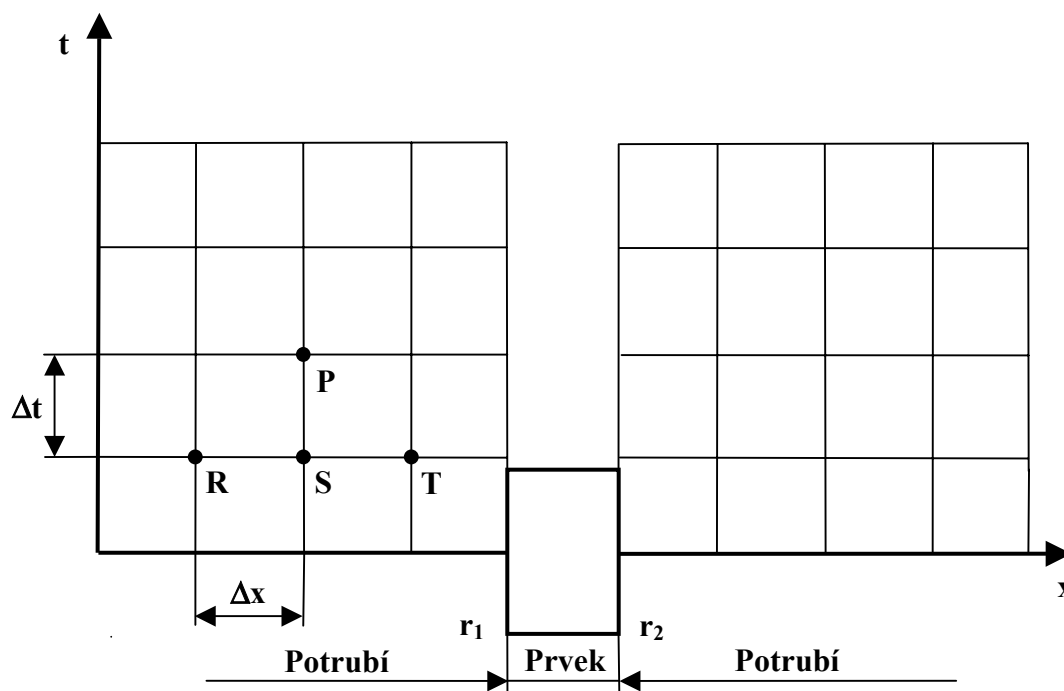
$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{S}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2DS} |Q|Q + Sg \sin \alpha = 0 \quad (3.38)$$

Postup výpočtu tlaku a průtoku v uzlech sítě viz obr. 3.3, se děje v jednotlivých časových rovinách s krokem  $\Delta t$ . Pomocí tří členů Taylorova rozvoje se určí tlak a průtok v bodě P pomocí tlaku a průtoku v bodě S. Hodnoty tlaků a průtoků v bodech R a T slouží k nahrazení parciálních derivací centrálními diferencemi.

Hodnota tlaku a průtoku v bodě P určená z hodnot R, S a T je dána tlakovou a průtokovou rovnicí ve tvaru:

$$p_P = p_S - \Delta t \frac{\rho a^2}{S} \frac{Q_T - Q_R}{2\Delta x} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\rho a^2}{S} \left( \frac{\lambda}{DS} |Q_S| \frac{Q_T - Q_R}{2\Delta x} + \frac{S}{\rho} \frac{p_T - 2p_S + p_R}{\Delta x^2} \right) \quad (3.39)$$

$$Q_P = Q_S - \Delta t \left( Sg \sin \alpha + \frac{\lambda}{2DS} |Q_S| Q_S + \frac{S}{\rho} \frac{p_T - p_R}{2\Delta x} \right) + \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\lambda}{DS} |Q_S| \left( Sg \sin \alpha + \frac{\lambda}{2DS} |Q_S| Q_S + \frac{S}{\rho} \frac{p_T - p_R}{2\Delta x} \right) + a^2 \frac{Q_T - 2Q_S + Q_R}{\Delta x^2} \right] \quad (3.40)$$



Obr. 3.3 Výpočtové schéma části hydraulického systému

Při výpočtu hydraulické soustavy metodou Lax–Wendroff je nutné zadat počáteční podmínky – čas  $t_0$  a okrajové podmínky. Okrajové podmínky jsou zadány buď přímo předpisem tlaku (otevřený konec) nebo průtoku (uzavřený konec) na počátku, resp. konci soustavy nebo výpočtem ze soustavy rovnic příslušného hydraulického prvku.

Obecný hydraulický prvek, jehož délková souřadnice je zanedbatelně malá vůči délkám úseků potrubí, je popsán soustřednými parametry. Matematický popis obecného hydraulického prvku je tvořen soustavou nelineárních algebraických a obyčejných diferenciálních rovnic. U vyšetřované hydraulické soustavy je předmětem našeho zájmu zejména chování tlaku a průtoku.

U obecného hydraulického prvku s jedním vstupem a jedním výstupem jsou parametry tlaku a průtoku dány stavovými vektory  $\mathbf{r}_1$  pro vstup a  $\mathbf{r}_2$  pro výstup:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} p \\ Q \end{bmatrix}_1 \quad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} p \\ Q \end{bmatrix}_2 \quad (3.41)$$

Vyskytuje-li se v soustavě veličina jejíž časový průběh chceme sledovat, zapíšeme ji do vektoru  $\mathbf{y}$  vnitřních parametrů. Vektor neznámých přejde do tvaru:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$



Soustavu rovnic lze rozdělit na členy obsahující časové derivace, lineární část a ostatní nelineární členy. Soustava rovnic je pak řešena Newtonovou metodou.

### 3.3 Experimentální řešení

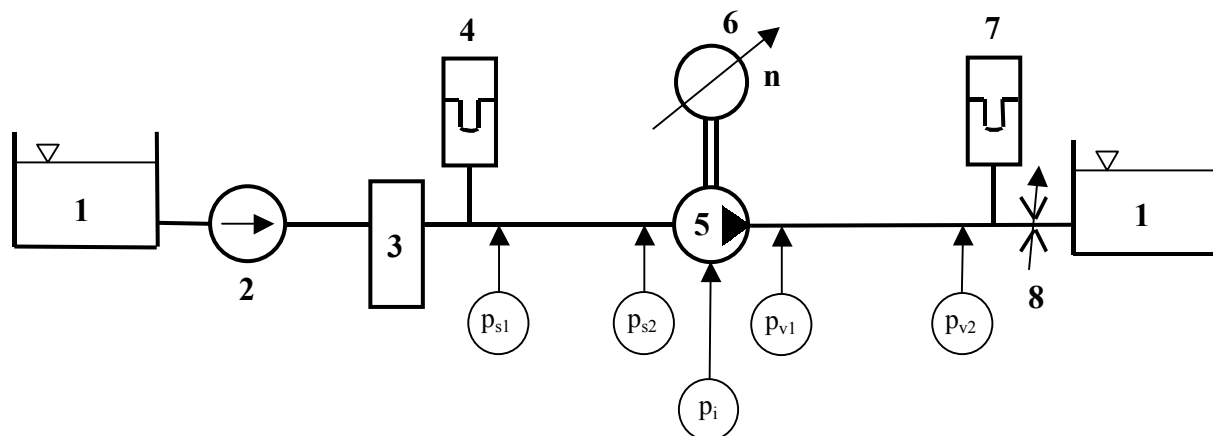
Experimentální výzkum je při řešení problematiky hydraulických systémů s pístovými čerpadly neoddelitelnou součástí výzkumu teoretického.

Experimentálního výzkumu se s výhodou využije ve výzkumu teoretickém při vytváření matematických modelů popsaných soustavou rovnic (algebraických, diferenciálních a jiných). V těchto rovnicích mohou vystupovat parametry, jejichž hodnoty lze obdržet pouze z výsledků experimentu (experimentální identifikace).

Experimentální výzkum má nezanedbatelnou úlohu při ověřování formulace matematického modelu. Správně formulovaný matematický model na základě změn vybraných parametrů nahrazuje drahý a časově náročný experiment.

Důležitá role experimentálního výzkumu je patrná i na poli identifikace problémů spojených s provozem hydraulické soustavy. Identifikace problémů spočívá v nalezení příčiny problému, který se projevuje tlakovými pulzacemi, rázy popř. akusticky nebo vibracemi při standardním provozu zařízení. Bez možnosti provedení experimentu na daném zařízení, je v mnoha případech příčina problému obtížně zjistitelná.

Experimentálního přístupu se využívá i při testování parametrických kmitů v soustavě s pístovým čerpadlem. Pro účely experimentu byl ve zkušební laboratoři firmy HYDROSYSTEM project a. s., Olomouc postaven zkušební okruh, viz obr. 3.4.



Obr. 3.4 Schéma zkušební okruhu

Zkušební okruh zahrnuje zásobní nádrž (1), ze které je voda přiváděna potrubím do sání podávacího čerpadla (2). Z výtlaku podávacího čerpadla voda proudí nízkotlakým potrubím do filtru (3), vakového akumulátoru na sání (4) do sacího vývrtu pístového čerpadla. Třípístové čerpadlo (5) je provozováno jako jednopístové. To je zajištěno odlehčením dvojice sacích ventilů přidavným pneumatickým ovládním sacích ventilů. Pístové čerpadlo je poháněno stejnosměrným dynamometrem (6) s možností

plynulé regulace otáček. Z výtlačku pístového čerpadla tlaková kapalina proudí rovným úsekem vysokotlakého potrubí zpět do zásobní nádrže (1). Na konci rovného úseku potrubí je vakový akumulátor (7) a regulační ventil (8).

Měřenými veličinami je dvojice tlaků  $p_{s1}$  na počátku a  $p_{s2}$  na konci přímého sacího úseku potrubí, tlak  $p_i$  v činném prostoru pístového čerpadla, dva tlaky  $p_{v1}$  na počátku a  $p_{v2}$  na konci přímého výtlačného úseku potrubí a otáčky  $n$  pístového čerpadla.

Měření proběhlo ve dvou etapách. Během první etapy měření se určily časové průběhy měřených veličin ( $p_{v1}$ ,  $p_i$  a  $dp$ ) při pevně zvolených otáčkách pístového čerpadla. Dle průběhu tlaku  $p_i$  je možné odlišit sací a výtlačnou fázi čerpání pístového čerpadla. Naměřené průběhy znázorňují vliv počátečních podmínek na velikost tlakových pulzací vyvolaných uzavřením výtlačného ventilu.

V rámci druhé etapy měření se stanovily rezonanční charakteristiky. Rezonanční charakteristika znázorňuje závislost amplitudy tlaku  $p_{v1}$ , tzn.  $dp$  na otáčkách  $n$  kliky pístového čerpadla v intervalech  $(\Delta\varphi_{1v}, \pi + \Delta\varphi_{0v})$  a  $(\pi + \Delta\varphi_{0v}, 2\pi + \Delta\varphi_{1v})$ . Rozsah frekvence otáček byl plynule nastavován stejnsměrným dynamometrem v intervalu cca (450 až 750) 1/min.

## 4. Hlavní výsledky práce

V první fázi na základě vzájemného porovnání rezonančních charakteristik stanovených experimentálně na zkušebním okruhu s vypočtenými charakteristikami určenými numerickým řešením lze konstatovat:

- vzájemný rozdíl ve velikosti amplitudy tlaku  $p_{v1}$ , mezi naměřeným a vypočteným (numerický výpočet) průběhem. Tento rozdíl je způsoben úhly opoždění ventilů, které se ve výpočtovém modelu uvažovaly konstantní. Velikost úhlů opoždění je proměnná a je závislá na frekvenci otáčení kliky klikového mechanismu pístového čerpadla.
- velikost amplitud tlaku  $p_{v1}$  u analytického řešení dosahuje nekonečných hodnot z důvodu zanedbání disipace energie.

První fáze řešení potvrdila správnost formulace matematického modelu zkušebního okruhu porovnáním s výsledky experimentu na zkušebním okruhu.

V návaznosti na porovnání výpočtů (analytické a numerické řešení) s experimentem na zkušebním okruhu proběhly variantní výpočty tlumení parametrických kmitů. Variantní výpočty byly provedeny podobně jako analytické a numerické řešení rezonančních křivek na matematickém modelu zkušebního okruhu.

Ze vzájemného porovnání všech variant výpočtů lze provést následující shrnutí:

Nejvyšší útlum amplitudy parametrických kmitů tlaku a tlaku ve výtlačku za rezonátorem v připojené hydraulické soustavě je u dispozičního uspořádání s průtočným rezonátorem umístěným ve výtlačku na přírubě výtlačného kolektoru čerpadla. Tlumící účinek parametrických kmitů tlaku a kmitů tlaku ve výtlačku za

rezonátorem je u této varianty řešení s rezonátorem platný pro celý rozsah sledovaného intervalu otáček.

Srovnatelného tlumícího účinku zejména pro nižší hodnoty frekvence otáček kliky klikového mechanismu pístového čerpadla (do  $600 \text{ min}^{-1}$ ) dosahuje varianta s neprůtočným rezonátorem. Hodnota amplitudy výtlačného tlaku je vyšší než u rezonátoru průtočného na přírubě výtlačného vývrtu a to asi dvakrát. U vyšších hodnot otáček kliky (nad  $600 \text{ min}^{-1}$ ), hodnoty amplitudy parametrických kmitů tlaku dosahují hodnot srovnatelných s variantou bez rezonátoru.

Z hlediska tlumícího účinku parametrických kmitů je varianta s průtočným rezonátorem ve výtlaku nejméně účinná. Hodnota amplitud parametrických kmitů je dvojnásobná oproti variantě s rezonátorem na přírubě výtlačného vývrtu pístového čerpadla. Z pohledu tlumení kmitání tlaku ve výtlaku za rezonátorem dosahuje hodnota amplitud tlaku dvojnásobku hodnot tlaku u rezonátoru na přírubě výtlačného vývrtu pístového čerpadla.

Použití rezonátoru ve výtlaku hydraulické soustavy s pístovým čerpadlem má výrazný tlumící účinek na parametrické kmity tlaku a kmitání tlaku za rezonátorem, které se šíří do připojené hydraulické soustavy.

Pokud není možné v praktických aplikacích použít rezonátor na přírubě výtlačného vývrtu pístového čerpadla, je výhodné použít průtočný rezonátor umístěný ve výtlaku. Přírubu výtlačného vývrtu pístového čerpadla pak propojit s rezonátorem vysokotlakou pryžovou hadicí.

V disertační práci je uveden příklad praktické průmyslové aplikace výskytu parametrických kmitů v technologii výroby oxidu hlinitého. K identifikaci parametrických kmitů se využilo experimentálního přístupu přímo na zařízení.

Navržené úpravy v technologii čerpání zohledňují hledisko ekonomické, časové a hledisko dynamické tzn. tlumící účinek rozkmitu tlaku. Navržené úpravy byly ověřeny výpočtem na matematickém modelu technologie.

## 5. Závěr

V disertační práci je popsána problematika parametrického kmitání tlaku v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem a je zahrnut vlastní přístup při eliminaci parametrických kmitů v hydraulických soustavách s pístovými čerpadly. Řešení problematiky parametrických kmitů je důležité z hlediska velikosti amplitudy tlakových pulsací, které se šíří do výtlačného potrubí. Pístové čerpadlo lze z důvodu periodické změny kapacity činného prostoru považovat za parametrický generátor a v soustavě s pístovým čerpadlem tak vznikají parametrické kmity tlaku. Tyto kmity mohou nabývat mnohem vyšších hodnot amplitud než amplitudy tlaku, odpovídající odezvě na pulzace průtoku kapaliny. Z hlediska provozu zařízení je žádoucí se vyvarovat parametrickým rezonancím a docílit jejich eliminace. Disertační práce obsahuje formulaci současného stavu problematiky, cíle disertační práce a popis vzniku parametrických kmitů tlaku v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem.

Součástí disertační práce je analytické řešení parametrických kmitů v hydraulické soustavě s jednopístovým čerpadlem. Analytické řešení parametrických kmitů bylo provedeno ve 2. polovině 70. let a je převzato z práce [1]. Analytické řešení bylo naprogramováno v programovacím jazyce Fortran. Výsledkem je rezonanční amplitudo frekvenční charakteristika parametrických kmitů tlaku ve fázi sání a vytlačování ve výtlačném potrubí hydraulické soustavy bez rezonátoru. Z analytického řešení provedeného v práci [1] vycházejí práce uvedené v disertační práci.

Analytické řešení je doplněné o numerické řešení parametrických kmitů v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem. Součástí numerického řešení je i návrh geometrie zkušební okruhu pro testování parametrických kmitů experimentálně na zkušební okruhu. Numerické řešení na matematickém modelu zkušební okruhu se využilo k numerické simulaci parametrických kmitů tlaku v hydraulické soustavě s jednopístovým čerpadlem. Výsledkem řešení je rezonanční amplitudo frekvenční charakteristika.

Na zkušebně dynamiky firmy HYDROSYSTEM project a. s., Olomouc byl postaven zkušební okruh pro praktické testování parametrických kmitů tlaku. Použité tři pístové čerpadlo bylo provozováno jako jednopístové. Měření na zkušební okruhu proběhlo ve dvou etapách. Cílem první etapy bylo měření časových průběhů tlaků ve výtlačku, v činném prostoru, velikosti amplitudy výtlačného tlaku pro různé otáčky kliky pístového čerpadla. Cílem druhé etapy měření bylo určení grafické závislosti amplitudy parametrických kmitů tlaku na otáčkách kliky pístového čerpadla, tzn. amplitudo frekvenční charakteristiky. Experiment na zkušební okruhu prokázal správnost formulace matematického modelu zkušební okruhu. Výsledky experimentu sloužily ke srovnávací analýze výsledků řešení numerickým experimentem a analytickým řešením. Výsledky analytického řešení prokázaly nekonečnou velikost amplitud parametrických kmitů tlaku v rezonancích způsobenou neuvážením disipace energie v kapalině. Fázové posunutí hodnot otáček v maximech rezonancí je způsobeno uvažováním konstantních úhlů opoždění ventilů. Nižší hodnoty amplitud tlaku a fázové posunutí amplitud tlaku v rezonančních maximech u numerického řešení jsou způsobeny úhly opoždění ventilů, které se uvažovaly konstantní. Analýzy parametrických kmitů tlaku analytickým, numerickým a experimentálním přístupem prokázaly konstantní hodnoty vlastních frekvencí ve fázi vytlačování  $\beta_1$  a ve fázi sání  $\beta_2$  v závislosti na proměnných otáčkách. Konstantní hodnota vlastní frekvence parametrických kmitů spolu s rostoucí hodnotou amplitudy tlaku, která se zvyšuje s rostoucí frekvencí otáček kliky pístového čerpadla je specifickým jevem právě pro parametrické kmity.

Výsledky vzájemného porovnání analytického a numerického řešení parametrických kmitů tlaku s řešením experimentálním na zkušební okruhu jsou formulovány na konci kapitol 7. 1. 6 a 7. 2. 2. 2 disertační práce.

K řešení problematiky eliminace parametrických kmitů tlaku v hydraulické soustavě s pístovým čerpadlem se využilo numerické simulace na matematickém modelu experimentálně ověřeného zkušební okruhu. V disertační práci je popsána

metoda praktické eliminace parametrických kmitů tlaku přeladěním hydraulického systému zvětšením kapacity výtlačného úseku potrubí přidaným objemem kapaliny tlakové nádoby rezonátoru. V práci je posouzen vliv polohy rezonátoru na velikost amplitudy, vlastní frekvence parametrických kmitů a amplitudy výtlačného tlaku za rezonátorem ve fázi sání a ve fázi vytlačování pístu pístového čerpadla. V současné praxi se lze setkat s rezonátorem umístěným ve výtlaku, který plní funkci dynamického tlumiče pulsací. Studium vlastností použití rezonátoru na eliminaci parametrických kmitů tlaku u pístových čerpadel je problematikou novou, doposud nepublikovanou. Výsledky numerického řešení hydraulických soustav s pístovým čerpadlem a rezonátorem jsou zpracovány ve formě rezonančních amplitudo-frekvenční charakteristik. Výsledky vzájemného porovnání řešení vedoucí k eliminaci parametrických kmitů hydraulické soustavy s pístovým čerpadlem s a bez rezonátoru s uvažováním jeho polohy je uvedeno na konci kapitoly 7. 2. 3. 1. Nejvyšší útlum amplitudy parametrických kmitů tlaku a tlaku ve výtlaku za rezonátorem v připojené hydraulické soustavě je u řešení s průtočným rezonátorem umístěným ve výtlaku na přírubě výtlačného kolektoru čerpadla. Tlumící účinek parametrických kmitů tlaku a kmitů tlaku ve výtlaku za rezonátorem je u této varianty řešení s rezonátorem platný pro celý rozsah sledovaného intervalu otáček. Srovnatelného tlumícího účinku zejména pro nižší hodnoty otáček kliky klikového mechanismu pístového čerpadla (do  $600 \text{ min}^{-1}$ ) dosahuje varianta s neprůtočným rezonátorem. Hodnota amplitudy výtlačného tlaku je vyšší než u rezonátoru průtočného na přírubě výtlačného vývrtu a to asi dvakrát. U vyšších hodnot otáček kliky (nad  $600 \text{ min}^{-1}$ ) hodnoty amplitudy parametrických kmitů tlaku dosahují hodnot srovnatelných s variantou bez rezonátoru. Z hlediska tlumícího účinku parametrických kmitů je varianta s průtočným rezonátorem ve výtlaku nejméně účinná. Hodnota amplitud parametrických kmitů je dvojnásobná oproti variantě s rezonátorem na přírubě výtlačného vývrtu pístového čerpadla. Z pohledu tlumení kmitání tlaku ve výtlaku za rezonátorem dosahuje hodnota amplitud tlaku dvojnásobku hodnot tlaku u rezonátoru na přírubě výtlačného vývrtu pístového čerpadla. Použití rezonátoru ve výtlaku hydraulické soustavy s pístovým čerpadlem má výrazný tlumící účinek na parametrické kmity tlaku a kmitání tlaku za rezonátorem, které se šíří do připojené hydraulické soustavy. Pokud není možné v praktických aplikacích použít rezonátor na přírubě výtlačného vývrtu pístového čerpadla, je výhodné použít průtočný rezonátor umístěný ve výtlaku. Přírubu výtlačného vývrtu pístového čerpadla pak propojit s rezonátorem vysokotlakou pryžovou hadicí.

Obsahem 10. kapitoly disertační práce je řešení problematiky parametrických kmitů na technologii u zákazníka. Jednalo se o technologické zařízení čerpání mletého bauxitu s hydroxidem sodným pomocí membránových pístových čerpadel. Provedené identifikační měření prokázalo výrazné parametrické pulzace tlaku. Navržené řešení s rezonátorem umístěným na výtlačném vývrtu čerpadla výrazně eliminovalo velikost amplitudy parametrických kmitů tlaku a dosáhlo se frekvenčního přeladění hydraulické soustavy.

V disertační práci je z hlediska ucelení problematiky řešení parametrických kmitů uvedena dvojice metod, které se používají při řešení dynamiky hydraulických soustav. Jedná se o metodu přenosových matic a numerickou metodu Lax-Wendroffovu.

Přínos práce přispěl k řešení problému eliminace parametrických kmitů tlaku v hydraulických soustavách s pístovými čerpadly a k utlumení amplitudy tlakových pulzací ve výtlačném potrubí pístového čerpadla. Závěry obsažené v disertační práci jsou ověřeny aplikací v praxi u zákazníka.

## 6. Summary

In this dissertation, the problems of the parametric oscillations of the pressure in the hydraulic system with a piston pump and the appropriate access with the elimination of parametric oscillations in hydraulic systems with piston pump included. The solution of the problems of parametric oscillations is from the point of view of the amplitude intensity of pressure pulsations spreaded in the delivery piping. The piston pump can be appreciated for the reason of the periodical variation of the active space capacity as parametric generator and in the system with a piston pump the parametric oscillations of the pressure arise. These oscillations can acquire much higher values of amplitudes than the amplitudes of the pressure, corresponding with the response to pulsations of the liquid flow. From the view of the equipment operation, it is desirable to beware of the parametric resonances and to achieve their elimination. The dissertation contains the formulation of the present state of this problem, the destination of the dissertation and the description of the origin of parametric pressure oscillations in the hydraulic system with the piston pump.

The part of this dissertation is the analytic solution of parametric oscillations in the hydraulic system with the one-piston pump. The analytic solution of parametric oscillation was made in the second half of the seventieth years and is taken over from the paper [1]. The analytic solution of parametric oscillations was programmed in the program language Fortran. The result is a resonant amplitude frequency characteristic of parametric pressure oscillations in the phase of the suction and of the expulsion in the delivery piping of the hydraulic system without a resonator. From the analytic solving made in the paper [1], the work proceeding presented in this dissertation issues.

The analytic solution is completed with a numerical solution of parametric oscillations in the hydraulic system with a piston pump. A part of the numerical solution, the concept of testing circuit geometry for the experimental testing of parametric oscillations in the testing circuit. The numerical solution on a mathematic model of the testing circuit is utilized for the numerical simulation of parametric pressure oscillations in the hydraulic system with an one-piston pump. The result of the solution is a resonant amplitude frequency characteristic.

In the testing laboratory of the dynamics of the firm HYDROSYSTEM project a. s. Olomouc, the testing circuit for the practical testing of parametric pressure oscillations was installed. The used three-piston pump was operated as an one-piston pump. The aim of the first stage were the measurements of the time course of pressures in the

expulsion, in the active space, of the amplitude size of the discharge pressure for different crank revolutions of the piston pump. The aim of the second stage of the measurements was the determination of the graphic dependence of the amplitude of parametric pressure oscillations on the crank revolutions of the piston pump that means the amplitude circuit demonstrated the rightness of the formulation of the mathematic model of the testing circuit. The results of the experiment served for the comparative analysis of results of solutions with the numerical experiment and with the analytical solution. The results of the analytical solution demonstrated the immense magnitude of amplitudes of parametric pressure oscillations in resonances exerted by the non-considering of the energy dissipation in the liquid.

The phase shift of the revolution values in resonance maxima is caused by the considering of constant angles of valve retarding. Lower values of pressure amplitudes and the phase shift of pressure amplitudes in resonance maxima by numerical solutions are caused with the angles of valve retarding that was considered to be constant. The analyses of parametric pressure oscillations by analytical, numerical and experimental approach proved the constant values of proper frequencies in the phase of the expelling  $\beta_1$  and in the phase of the sucking  $\beta_2$  in dependence on the varying rotations. The constant value of the proper frequency of parametric oscillations together with the increasing value of the pressure amplitude increased according to the pressure amplitude, that advances with the increasing frequency of rotations of the piston pump crank, is a specific phenomenon authentic for the parametric oscillations.

The results of reciprocal comparisons of analytical and numerical solutions of parametric pressure oscillations with the experimental solution on the testing circuit are formulated in the end of the chapters 7. 1. 6 and 7. 2. 2. 2 of this dissertation.

For the solution of problems of the elimination of parametric pressure oscillations in the hydraulic system with the piston pump was used a numerical simulation on the mathematical model of the experimentally attested testing circuit. In the dissertation the method of the practical elimination of parametric pressure oscillations by means of the changing the pitch of the hydraulic system by means of the capacity increasing of the discharging piping section by the help of the added liquid volume of the pressure vessel of the resonator is described. In this dissertation, it is appreciated the influence of the resonator location on the amplitude magnitude, the proper frequency of parametric oscillation and the amplitude of the discharge pressure behind the resonator in the sucking phase and in the phase of the expelling of the piston in the piston pump. In the present time, it is possible to meet the resonator situated in the delivery that performs the function of the dynamic damper of pulsations. The study of features by the using of the resonator for the elimination of parametric pressure oscillations at the piston pumps is a new and up to this time unpublished problem. The results of the numerical solution of hydraulic systems with the piston pump and resonator are elaborated in the form of resonant amplitude frequency characteristic. The results of reciprocal comparisons of solutions leading to the elimination of parametric oscillations of the hydraulic system with a piston pump with the resonator as well as without resonator considering its location are presented in the conclusion of

the chapter 7. 2. 3. 1. The highest champing of the amplitude of parametric pressure oscillations and of the pressures in the discharge behind the resonator through-flow resonator valid for the whole extent of the observed rotation interval. The comparable damping effect, especially for lower values of the cranks rotations of the cranks mechanism of the piston pump (to  $600 \text{ min}^{-1}$ ) is achieved at the variance with the non-trough flow resonator. The value of the amplitude of the discharging pressure is approximately twice higher at the through flow resonator on the flange of the discharging bore. At higher values of crank rotations (over  $600 \text{ min}^{-1}$ ) the values of the amplitude of parametric pressure oscillations reach the values comparable with the variance without the resonator. From point of view of the damping effect of parametric oscillations, the variance with the through-flow resonator in the discharge is the least effective. The value of amplitudes of the parametric oscillations is twice so high against the variance with the resonator on the flange of the discharging bore of the piston pump. From point of view of the damping of the pressure oscillations in the discharge behind the resonator, the value of pressure amplitudes reach double values of the pressure on the flange of the discharging bore of the piston pump. The application of the resonator in the discharge of the hydraulic system with the piston pump has a conspicuous damping effect on parametric pressure oscillations and on the pressure oscillations behind the resonator, there dilate into the joined hydraulic system. Unless the resonator can be used on the flange of the discharging bore of the piston pump in practical applications, it is advantageous to apply the through-flow – resonator situated in the discharge and to interconnect the discharging bore of the piston pump with the resonator with the aid of high pressure tubing.

The solution of problems of parametric oscillations on the costumer's technology is the subject of the tenth chapter of this dissertation. That is the matter of the technology gear for the pumping of the milled bauxite with the sodium hydroxide by means of membrane piston pumps. The performed identification measuring proved conspicuous parametric pulsations of the pressure. The proposed solution with the resonator located on the discharging bore of the pump eliminated considerably the magnitude of the amplitude of parametric pressure oscillations and the frequency changing pitch of the hydraulic system.

From the point of view of complementation of the problems solution of parametric oscillations, a couple of methods is presented in this dissertation, these methods are applied when solving the dynamics of hydraulic systems. It concerns the method of transferable matrices and the numerical method Lax-Wendroff.

The contribution of this dissertation is useful to solution of the elimination of parametric pressure oscillations in hydraulic systems with piston pumps and to the dampling of the amplitude of pressure pulsations in the discharging tubing of the piston pump. The conclusions presented in this dissertation are verified by the application in the praxis at the customer.



## 7. Literatura

- [1] Kolarčík, W. Dynamika soustavy pístového čerpadla s potrubím. *Kandidátská disertační práce*. VŠB, Ostrava, 1976.
- [2] Brepta, R., Půst, L., Turek, F. *Mechanické kmitání*. 1. vydání. Praha: Sobotáles, 1994.
- [3] Pochylý, F. *Dynamika tekutinových systémů*. Skriptum. 1. vydání. Brno: VUT, 1990.
- [4] Franc, Z., Fajt, P., Kolarčík, W., Pospíšil, Z. *Parametrické kmity v systému s plunžrovým čerpadlem*. Zpráva Z-21-99 grantu č. 101/99/0654. Olomouc: Hydrosystem Olomouc, 1999.
- [5] Franc, Z., Kolarčík, W., Pospíšil, Z. *Parametrické rezonance v systému s plunžrovým čerpadlem*. Zpráva Z-01-01 grantu č. 101/99/0654. Olomouc: Hydrosystem Olomouc, 2001.
- [6] Franc, Z., Pernecký, J., Pospíšil, J. a kol. *Tlumení vibrací membránového čerpadla NPD-250 v Bogoslovském hliníkárenském závodě Krasnoturinsk*. Zpráva Z-02-01, Olomouc: Hydrosystem Olomouc, 2001.
- [7] Franc, Z., Kolarčík, W., Straškraba, I., Vojtek, J. *Parametric Oscillations in Pumping Systems*. 10<sup>th</sup> International Meeting IAHR, Trondheim, 2001.
- [8] Zapletal, J. *Vliv polohy rezonátoru na velikost tlakových pulzací*. Výpočtová zpráva, Olomouc: Hydrosystem Olomouc, 2002.
- [9] Zapletal, J. *Hydrodynamické výpočty*. Moravské naftové doly. Zpráva Z-05-01, Olomouc: Hydrosystem Olomouc, 2001.
- [10] Franc, Z., Zapletal, J. *Využití metody přenosových matic pro řešení hydraulických systémů*. Zpráva projektu MPO Z-10-00, Olomouc: Hydrosystem Olomouc, 2000.
- [11] Mitchell, A., R. *Computational Methods In Partial Differential Equations*. John Willey & Sons Ltd. London, 1969.
- [12] Juliš, K., Brepta, R. a kol. *Mechanika II. díl*. Dynamika. Praha: SNTL Praha, 1987.
- [13] Koutník, J., Pochylý, F. *Parametric Excited Pressure Oscillations in Hydraulic Systems*. 10<sup>th</sup> International Meeting IAHR, Trondheim, 2001.
- [14] Pochylý, F., Koutník, J. *Pump as a Parametric Generator*. The Behavior of Hydraulic Machinery Under Steady Oscillatory Conditions. 9<sup>th</sup> International Meeting IAHR, Brno, 1999.
- [15] *Parametrické kmitání*. Literární rešerše z let 1963 až 2003. VKOL, Olomouc, 2003.
- [16] Kolarčík, W. Measuring of Suction Pipings of PFP Pumps in Aluminium Works Závody SNP in Žiar/Hronom. Pump Research Institute SIGMA, Olomouc, 1990.
- [17] Zymák, V. *Dynamika pulzujícího průtoku*. Teorie, měření, aplikace, zkušenosti. Brno: PC-DIR Brno, 1994.

## 8. Životopis autora

### *Osobní údaje*

Datum a místo narození: 18. 4. 1974, Šternberk  
Státní příslušnost: ČR  
Národnost: česká  
Rodinný stav: svobodný

### Školní vzdělání:

1980 - 1988 Základní škola Čajkovského v Olomouci  
1988 - 1992 Střední průmyslová škola strojnická v Olomouci  
1992 - 1997 VUT, Fakulta strojní, Katedra hydraulických a pneumatických strojů a zařízení – inženýrské studium  
1997 - 2000 VUT, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav, Odbor hydraulických strojů V. Kaplana – prezenční forma doktorského studia

### Zkoušky:

1992 maturitní zkouška s vyznamenáním  
1997 státní zkouška ve studijním oboru Hydraulické a pneumatické stroje a zařízení  
2001 certifikát způsobilosti „Zkušební technik II. kvalifikačního stupně“ v oblasti termodynamická měření  
2003 certifikát způsobilosti „Metrolog II. kvalifikačního stupně“ v oblasti kalibrací – tlak, frekvence

### Zaměstnání:

2000 - dosud hydraulik; zástupce vedoucího, metrolog a odborný pracovník v AZL ve firmě HYDROSYSTEM project a. s., Olomouc

### Jazykové znalosti:

- anglický jazyk
- ruský jazyk