

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

*Edice Habilitační a inaugurační spisy, sv. 180*

*ISSN 1213-418X*

**Pavel Jura**

**FUZZY LOGIKA V MODELOVÁNÍ  
A ŘÍZENÍ DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ  
SOUČASNÝ STAV,  
PERSPEKTIVY A VÝUKA**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
Ústav automatizace a měřicí techniky

Doc. Ing. Pavel Jura, CSc.

**FUZZY LOGIKA V MODELOVÁNÍ A ŘÍZENÍ DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ  
SOUČASNÝ STAV, PERSPEKTIVY A VÝUKA**

FUZZY LOGIC IN MODELLING AND CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS  
STATE OF THE ART, PERSPECTIVE AND EDUCATION

Teze přednášky k profesorskému jmenovacímu řízení  
v oboru  
Technická kybernetika



BRNO 2005

## KLÍČOVÁ SLOVA

fuzzy logika, dynamické systémy, jazyková proměnná, fuzzy pravidla, jazyková aproximace, fuzzy systém Mamdani, fuzzy systém Sugeno, neurofuzzy systémy

## KEYWORDS

fuzzy logic, dynamic systems, linguistic variable, fuzzy rules, linguistic approximation, fuzzy system Mamdani, fuzzy system Sugeno, neurofuzzy systems

# OBSAH

1	ÚVOD .....	5
1.1	Základní principy teorie fuzzy množin a fuzzy logiky .....	6
1.1.1	<i>Krátký pohled do historie</i> .....	7
1.1.2	<i>Tvar funkcí příslušnosti</i> .....	8
1.1.3	<i>Fuzzy pravidla a jejich struktura</i> .....	8
1.1.4	<i>Fuzzy implikace</i> .....	9
1.2	Fuzzy systémy .....	12
1.2.1	<i>Jazyková aproximace</i> .....	13
1.2.2	<i>Specifika fuzzy aproximace</i> .....	14
1.2.3	<i>Fuzzy systém je univerzální aproximátor</i> .....	14
1.3	Fuzzy systémy a dynamické systémy .....	15
1.3.1	<i>Aproximace dynamického systému fuzzy systémem</i> .....	15
1.3.2	<i>Řídicí plocha</i> .....	16
1.4	Adaptace ve fuzzy systémech .....	17
1.4.1	<i>Volba funkcí příslušnosti a logických spojek</i> .....	17
1.4.2	<i>Volba metody defuzzifikace</i> .....	18
1.5	Výhledy do budoucnosti .....	20
2	VLASTNÍ PŘÍNOS K ROZVOJI OBORU TECHNICKÁ KYBERNETIKA .....	20
3	VÝUKA FUZZY LOGIKY NA FEKT VUT V BRNĚ.....	21



**Pavel Jura** (1948) absolvoval v letech 1963 až 1967 Střední průmyslovou školu elektrotechnickou v Brně. V letech 1967 až 1972 studoval na Fakultě elektrotechnické VUT v Brně, obor Technická kybernetika.

Po absolvování FE VUT v Brně nastoupil jako samostatný technik a později výzkumný pracovník v podniku ORGREZ Brno (Organizace pro racionalizaci energetických závodů), v odboru Automatizace. Zde řešil celou řadu úkolů v oblasti nasazování řídicích počítačů do výroby a rozvodu elektrické energie. Současně působil jako externí učitel na FE VUT v Brně na katedře Automatizace a měřicí techniky.

V letech 1978 až 1983 studoval externě aspiranturu na FE VUT v Brně, obor Technická kybernetika. Studium zakončil získáním titulu CSc. na základě obhajoby kandidátské práce „Příspěvek k použití zobecněné spektrální analýzy pro frekvenční analýzu signálů“.

V letech 1985 až 1990 pracoval jako samostatný výzkumný pracovník, později vědecký pracovník v podniku TESLA Brno k. p. v oddělení elektronové litografie a elektronové mikroskopie, kde řešil úlohy v oblasti korekce zkreslení a teplotních vlivů elektronových optických soustav.

V roce 1990 nastoupil jako odborný asistent na současný Ústav automatizace a měřicí techniky FEKT VUT v Brně. V roce 1997 úspěšně obhájil na FEI VUT v Brně habilitační práci na téma „Simulační vyhodnocení chyb číslicového měření základních veličin třífázového energetického rozvodu“ a byl mu udělen titul docent v oboru Kybernetika, automatizace a měření. Během svého působení na VUT v Brně přednesl několik vyzvaných přednášek na evropských univerzitách (např. University of Huddersfield UK, Katholieke Universitet Leuven Belgium). Na tomto ústavu dodnes působí jako docent a přednáší předměty „Systémy, procesy a signály“ a předmět „Fuzzy logika pro modelování a řízení“.

Jeho vědecko-výzkumná činnost byla zpočátku orientována na číslicová měření v energetice, kde uplatnil zkušenosti ze své téměř dvacetileté praxe. Později se orientoval a zcela soustředil zejména na aplikace fuzzy logiky v modelování a řízení dynamických systémů. Je autorem nebo spoluautorem 11 vědeckých článků, více než 20 konferenčních příspěvků a autorem monografie „Základy fuzzy logiky pro modelování a řízení“, která vyšla v nakladatelství VUTIUM. Je členem mezinárodní redakční rady časopisu International Journal of General Systems, Taylor&Francis, USA a členem redakční rady časopisu Automatizace.

Do pedagogické praxe se zapojil ihned po nástupu na VUT, zpočátku ve cvičení a později jako přednášející předmětů z oblasti teorie signálů, dynamických systémů a jejich řízení. V minulých letech se podílel na zavedení tří nových předmětů a v roce 1995 vybudoval nový předmět „Fuzzy logika pro modelování a řízení“. Dosud vedl 39 úspěšně obhájených diplomových prací, každým rokem vede alespoň dva ročníkové projekty. Byl školitelem 4 doktorských studentů v oboru Technická kybernetika, dva z nich již úspěšně obhájili disertační práci. Od roku 1997 působí ve funkci studijního proděkana fakulty FEKT VUT v Brně.

Byl odpovědným řešitelem čtyř projektů MŠMT („Tvorba nového bakalářského studijního programu Elektrotechnika, elektronika, komunikační a řídicí technika“, „Program rozvoje bakalářských studijních programů jako výraz podpory Boloňské deklarace“, „Rozvoj kombinovaných a distančních forem vzdělávání“), jednoho projektu FRVŠ a spolupracoval na dalších pěti projektech GAČR a FRVŠ. Byl též členem řešitelského týmu výzkumných záměrů fakulty.

# 1 ÚVOD

Fuzzy – slovo pocházející z angličtiny, které znamená „mlhavý, nejasný, neostrý, neurčitý“. Fuzzy logika je tedy logika „mlhavá, nejasná, neostrá, neurčitá“.

Logika je věda o zákonech správného myšlení, o zákonech a pravidlech nutných pro vyvozování správných závěrů. Vyslovíme-li nějaké tvrzení (větu), můžeme prohlásit buď: „ANO, toto tvrzení je pravdivé“ nebo „NE, toto tvrzení není pravdivé“! Toto platí možná ve zjednodušeném a idealizovaném světě, ale stěží ve světě reálném, ve kterém se člověk pohybuje, ve kterém „neurčitost“ je nutným souputníkem každé přijímané informace. Má ale vůbec pojem „neurčitost“ oprávnění ke své existenci v technické vědě?

Jedním ze základních cílů vědy a zvláště pak technické vědy bylo a je směřování od prostých lidských vjemů k exaktnímu a přesnému popisu těchto jevů. Cesta od vnímání k měření. Sledování tohoto cíle vedlo k brilantním úspěchům vědy. Lidé přistáli na Měsíci, stavějí počítače, které jsou schopny vykonávat miliony operací za sekundu, zkonstruovali teleskopy, které prozkoumávají hlubiny vesmíru. Vedle těchto brilantních úspěchů zůstává významná oblast problémů, které jsou dosud nerozřešené. Dosud neumíme pomocí nějakého automatu překládat z jednoho jazyka do druhého na úrovni lidského tlumočnicka, neumíme sestavit program, který by sumarizoval text nějakého románu, neumíme sestavit automat, který by mohl soutěžit s dítětem v nějaké kognitivní hře nebo řídit automobil v hustém provozu, neumíme sestavit robota, který by se pohyboval autonomně stejně schopně jako živý tvor atd.

Člověk stojící před řešením nějakého takového složitého úkolu neuvažuje ve své mysli pomocí přesně naměřených hodnot, nepočítá při řešení těchto problémů s nějakými přesně naměřenými hodnotami, ale spíše „počítá“ s mlhavými pojmy typu „daleko, blízko“ nebo „rychle, pomalu“ a tedy spíše „počítá“ se slovy – lépe řečeno, vyjadřuje se v nenumerických pojmech. Technické řešení výše zmíněných složitých problémů je teprve v počátcích a opírá se o poměrně novou vědní disciplínu, kterou je umělá inteligence. Součástí této nové disciplíny je (vedle umělých neuronových sítí, genetických algoritmů a dalších netradičních postupů) také teorie fuzzy množin a fuzzy logika.

Účelem těchto tezí je ve stručnosti a pokud možno srozumitelně ukázat, že i tyto mlhavé pojmy je možno popsat matematicky přesně a s takto popsanými pojmy potom matematicky pracovat. Matematicky pracovat s takovými mlhavými pojmy znamená umět matematicky vyhodnotit přibližné úsudky a závěry, které jsou výsledkem rozhodovacích procesů, do kterých vstupují neurčité a mlhavé vstupní údaje. Člověk pohybující se v reálném světě musí každodenně provádět mnoho takových úsudků a závěrů. Je možno, aby takové úsudky nebo závěry prováděl i stroj? Do jisté míry ano, ale jak? A právě tímto se zabývá nová vědní disciplína nazývaná Umělá inteligence, jejíž součástí je i fuzzy logika.

Úvodem dovolte jednoduchý příklad. Představte si, že jste řidičem automobilu A1 jedoucího v koloně vozidel po dálnici. Kolona se pohybuje konstantní rychlostí  $v$  a vzdálenost vozidla A2 jedoucího před vámi je  $d$ . Vaším cílem je jet takovým způsobem, abyste nenarazili do automobilu A2 jedoucího před vámi. Předpokládejme, že vozovka je vodorovná a přímá bez zatáček. Co budete jako řidič dělat v případě, jestliže automobil jedoucí před vámi začne brzdit? Budete brzdit také. Popište tuto vaši akci algoritmicky jako

*if (A2 brzdí) then (A1 brzdí)*

kde bylo použito místo českého „jestliže...pak“ anglického „if...then“ tak, jak je zvykem ve všech programovacích jazycích.

Jako řidič tedy ovládáte dynamický systém, který je tvořen vaším automobilem. Vstupem do tohoto systému je brzdná síla  $F$  a výstupem je uražená dráha. Způsob jízdy popsaný výše uvedeným algoritmem by nebyl plynulý. Řidič brzdí v různých situacích s různou intenzitou, tedy

různou brzdící silou. Abychom si situaci dále zjednodušili, vylučme povětrnostní vlivy. Které veličiny v tomto případě jako řidič budete považovat za podstatné pro způsob brždění? Bude to nejspíše rychlost  $v$ , jakou jedete, a dále vzdálenost vozidla  $d$  jedoucího před vámi. Tyto dvě veličiny jsou rozhodující pro intenzitu brždění. Jestliže bude rychlost malá a vzdálenost vozidla velká, potom brzdící síla bude malá. Bude-li rychlost velká a vzdálenost vozidla malá, bude brzdící síla velká. Bude-li rychlost malá a současně vzdálenost malá, bude brzdící síla středně velká, stejně jako v případě, že rychlost bude velká a současně vzdálenost bude velká. Tyto skutečnosti můžeme zapsat algoritmicky pomocí následujících pravidel, kterými se řidič řídí při brždění v tomto zjednodušeném případě

*if (v=malá) and (d=velká) then (F=malá),  
if (v=velká) and (d=malá) then (F=velká),  
if (v=malá) and (d=malá) then (F=střední),  
if (v=velká) and (d=velká) then (F=střední).*

Zapsali jsme sice činnost řidiče algoritmicky, ale použili jsme přitom vágní pojmy „malý“, „střední“ a „velký“. Přesto ale řidič tyto vágní pojmy při své činnosti používá. Stěží můžeme předpokládat, že před vlastním bržděním by řidič pohlédl na tachometr, aby zjistil, jakou rychlostí jede nebo dokonce aby vyslal svého spolujezdce přesně odměřit vzdálenost mezi vozidly.

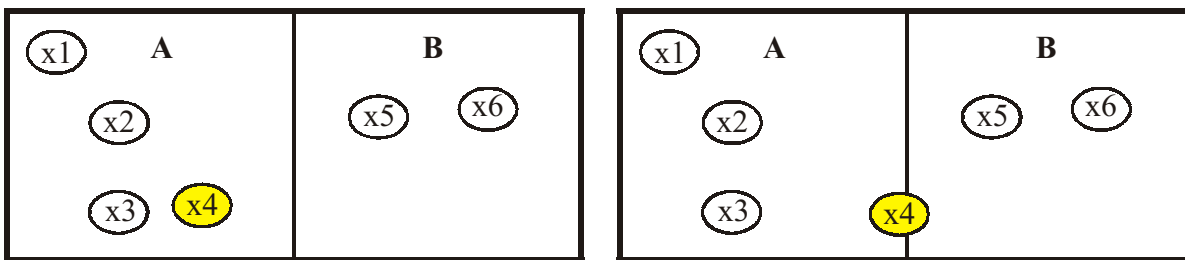
Při svém řízení řidič patrně klasifikuje rychlost, vzdálenost i brzdící sílu ještě jemněji, byť stále vágními pojmy, např. velmi malý, malý, střední, velký, velmi velký apod. Přesto, že používá pro řízení svého dynamického systému-automobilu vágní údaje, řídí tento systém úspěšně (až na malé výjimky, o kterých se lze dočíst v Černé kronice).

Všimněme si ještě dynamického systému-automobilu, který řidič řídí. Co o něm řidič ví? I když by řidič byl koryfejem současné teorie systémů, stěží můžeme předpokládat, že za jízdy sestavuje diferenciální rovnice řízeného systému-automobilu a během jízdy je řeší. To by se asi brzy ocitnul v závorce předchozího odstavce. Používá stejně jako každý jiný řidič mlhavých informací typu „můj automobil je hodně zatížen“, „můj automobil je málo zatížen“, které ovlivňují jeho činnost při brždění.

## 1.1 ZÁKLADNÍ PRINCIPY TEORIE FUZZY MNOŽIN A FUZZY LOGIKY

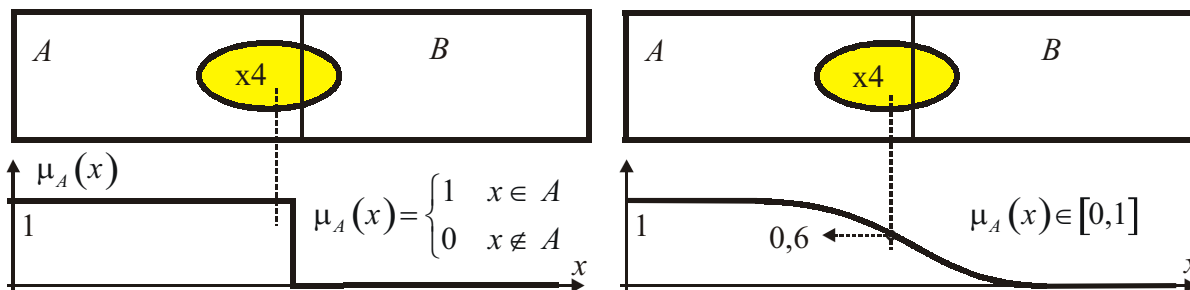
Uvedený příklad dokladuje, že v řadě situací člověk jedná na základě nepřesných, neurčitých, vágních informací, které získává ze svého okolí, a přesto je výsledek jeho činnosti dosažený na základě těchto vágních údajů dostačující. Z uvedeného příkladu je dále zřejmé, že veličiny, které se zde vyskytují (rychlost, vzdálenost, síla), mohou nabývat hodnot jen z jisté omezené množiny hodnot. A člověk při své činnosti na základě svých zkušeností klasifikuje hodnoty z této množiny do skupin (podmnožin), které označuje lingvistickými pojmy. Vzdálenost klasifikuje jako „daleko“, „blízko“, „velmi blízko“. Rychlost může klasifikovat jako „pomalu“, „rychle“, „velmi rychle“. Výšku jako „malý“, „velmi malý“, „velký“. Teplotu jako „horký“, „teplý“, „studený“ apod. Vždy se jedná o množinu a její podmnožiny, ale nikoliv ve smyslu klasické teorie množin.

Klasická teorie množin připouští pro příslušnost prvku do množiny pouze dvě možnosti – prvek buď do množiny patří nebo nepatří. Každému prvku množiny je přiřazena hodnota tzv. charakteristické funkce množiny, která pro daný prvek množiny nabývá pouze dvou hodnot – hodnoty 1, jestliže prvek do množiny patří, a hodnoty 0, jestliže do množiny nepatří. Příkladem může být poloha nějakých předmětů na stole tak, jak ukazuje levá část obr. 1, kde množina  $A$  (levá polovina stolu) obsahuje prvky  $x_1$  až  $x_4$ .



Obr. 1 Příklad polohy předmětů na stole

Toto je idealizovaný případ, kdy je zcela jasné, ve které polovině stolu se prvek nachází. V reálném případě může některý z předmětů ležet na rozhraní mezi oběma polovinami (předmět  $x_4$  v pravé polovině obr. 1). Do které množiny (poloviny stolu)  $A$  nebo  $B$  patří nyní tento prvek? V rámci klasické teorie množin máme jenom dvě možnosti odpovědi – patří do  $A$  nebo nepatří do  $A$  (tj. patří do  $B$ ). Ať odpovíme tak či onak, nebude tato odpověď popisovat tuto reálnou situaci věrně. Věrnější shody popisu s realitou docílíme, jestliže odpovíme „daný prvek patří do množiny  $A$  jen částečně“, tj. jestliže připustíme, že charakteristická funkce množiny může nabývat všech možných hodnot z intervalu  $\langle 0,1 \rangle$ . Tímto krokem zavádíme pojem fuzzy množiny, tj. množiny, do které nějaký prvek může patřit jen částečně. Charakteristická funkce se v teorii fuzzy množin nazývá funkce příslušnosti prvku do množiny. Odpověď na předchozí otázku by pak mohla být: „daný prvek patří do množiny  $A$  s příslušností 0,6“. S příslušností 0,4 pak patří do množiny  $B$ . Situace je ukázána na obr. 2. V levé části obrázku pro případ klasické teorie množin (kdy prvek  $x_4$  patří do množiny  $A$ ), v pravé části pak pro případ fuzzy množiny. Z výše uvedeného vyplývá, že fuzzy množina je zobecněním klasické množiny. Tam, kde by mohlo dojít k záměně, je ve spojitosti s klasickou teorií množin používán přívlastek „ostrý“.



Obr. 2 Charakteristická funkce klasické množiny (vlevo) a funkce příslušnosti fuzzy množiny (vpravo)

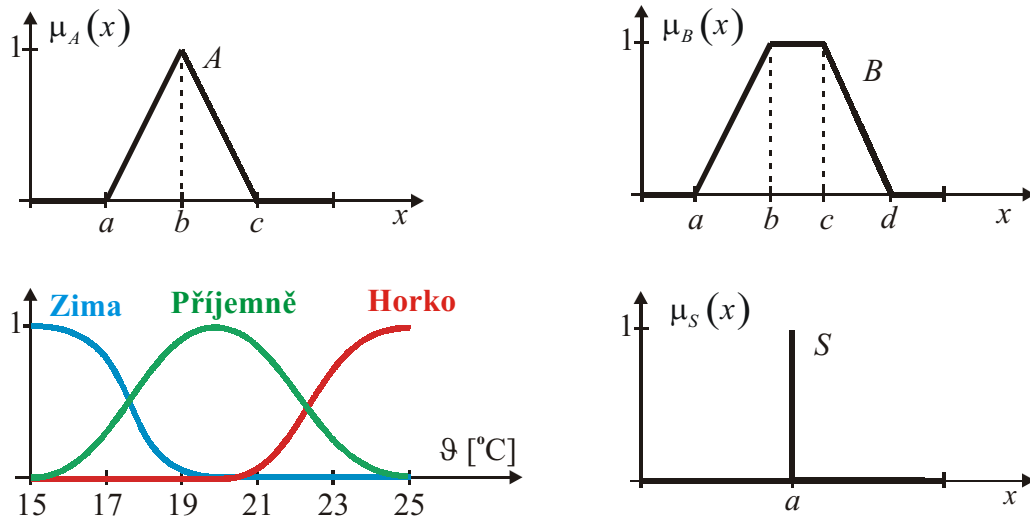
### 1.1.1 Krátký pohled do historie

Pojem fuzzy množiny zavedl americký inženýr L. A. Zadeh. V roce 1965 publikoval v časopise *Information and Control* článek s názvem „Fuzzy sets“. V komunitě matematiků se však tento přístup neseťkal s porozuměním. Zadehův kolega a matematik W. Kahan, sídlící na stejné univerzitě (Berkeley) jen o několik dveří vedle, reagoval na tento článek mj. větou: „Fuzzy theory is wrong, wrong and pernicious. I cannot think of any problem that could not be solved better by ordinary logic“. Výrazná změna náhledu na tuto novou teorii nastala v roce 1982, kdy byla pomocí této teorie úspěšně řízena cementárenská pec. Zvýšený zájem se odrazil v počtu prací publikovaných na toto téma. Podle databáze INSPECT byl počet článků, které měly v názvu slovo „fuzzy“, v letech 1970–1980 roven 566, v letech 1980–1990 to bylo 2 361 a v letech 1990–2000 byl tento počet již 23 753.



### 1.1.2 Tvar funkcí příslušnosti

Zatímco v klasické teorii množin může charakteristická funkce nabývat jen dvou hodnot 0 nebo 1, v teorii fuzzy množin může funkce příslušnosti nabývat všech hodnot od 0 do 1. Tvar funkce příslušnosti může být různý. Nejčastěji se používají tvary sestavené z lomených přímek (obr. 3 nahoře). Důvodem je výpočetní jednoduchost.



Obr. 3 Některé příklady funkcí příslušnosti

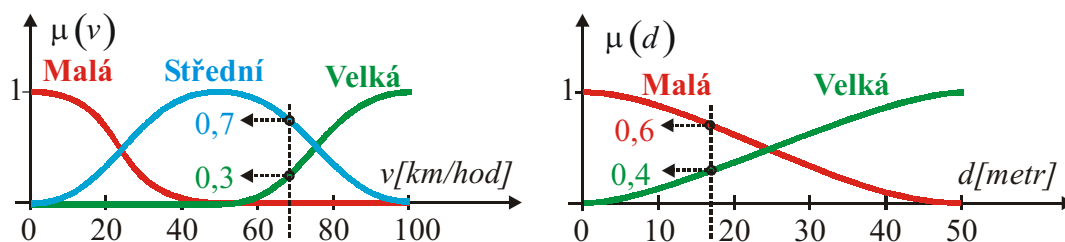
Používají se i hladké průběhy (obr. 3 vlevo dole). V tomto případě je teplota v místnosti klasifikována do tří fuzzy množin „Zima“, „Příjemně“, „Horko“. Ve speciálních případech se používá tvar nazývaný singleton. To je případ jednobodové množiny (klasické, tj. ostré), který představuje reálné číslo  $a$  (obr. 3 vpravo dole).

Ve všech těchto případech se proměnná veličina (např. teplota v místnosti) mění jen v nějakém omezeném rozsahu (např. 15 až 25 °C). Tento rozsah se nazývá *univerzum*.

### 1.1.3 Fuzzy pravidla a jejich struktura

Vezměme opět náš úvodní příklad jízdy automobilu v koloně. Jedno z pravidel, kterými se řidič řídí, bylo „jestliže rychlost je velká a současně vzdálenost je malá, potom brzdná síla je velká“. Zapsáno algoritmicky: „if ( $v$ =Velká) and ( $d$ =Malá) then ( $F$ =Velká)“. Toto pravidlo má svoji strukturu. Vyskytují se v něm výroky „ $v$ =Velká“, „ $d$ =Malá“, „ $F$ =Velká“. Nejsou to ale výroky klasické (ostré), jejichž pravdivostní hodnota je buď 1 nebo 0. Jsou to fuzzy výroky, jejichž pravdivostní hodnota může nabývat některou z hodnot od 0 do 1.

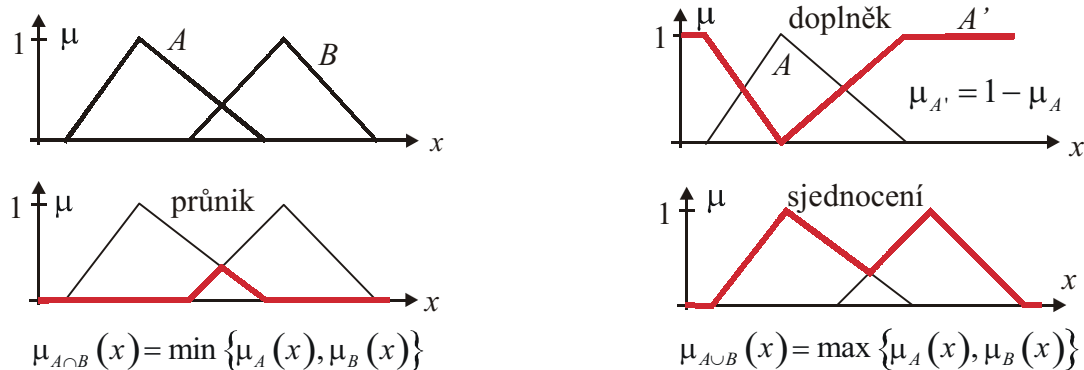
**Fuzzy výroky.** Klasifikujme rychlost kolony vozidel do tří fuzzy množin „Malá“, „Velká“ a „Střední“ a vzdálenost mezi automobily do dvou fuzzy množin „Malá“, „Velká“ tak, jak ukazuje obr. 4.



Obr. 4 Klasifikace rychlosti a vzdálenosti automobilů při jízdě v koloně

Bude-li rychlost kolony 70 km/hod a vzdálenost mezi automobily 17 m, potom pravdivostní hodnota výroku „v=Velká“ je 0,3 a pravdivostní hodnota výroku „d=Malá“ je 0,6 (viz obr. 4).

V uvedeném pravidle se mezi těmito výroky vyskytuje logická spojka *and* (a současně). Jedná se o tzv. složený fuzzy výrok. Jinou logickou spojkou, kterou mohou být fuzzy výroky spojeny, je spojka *or* (nebo). Při skládání výroků se také používá logická negace. Operace skládání představuje operaci mezi fuzzy množinami. Příklad těchto operací je uveden na obr. 5.



Obr. 5 Operace mezi fuzzy množinami

Jsou dány dvě fuzzy množiny  $A, B$  (obr. 5 vlevo nahoře). Operace logická negace je reprezentována doplňkem fuzzy množiny  $A$  (obr. 5 vpravo nahoře). Logická spojka *and* představuje operaci průniku mezi fuzzy množinami  $A, B$  (obr. 5 vlevo dole). Logická spojka *or* představuje operaci sjednocení fuzzy množin  $A, B$  (obr. 5 vpravo dole). Matematicky může být průnik realizován operací minimum a sjednocení může být realizováno operací maximum. Existují ale i jiné matematické operace, které jsou vhodné a přípustné pro tyto realizace (tzv. t-normy a t-co-normy).

### 1.1.4 Fuzzy implikace

V uvedeném fuzzy pravidle „if (v=Velká) and (d=Malá) then (F=Velká)“ se dále vyskytuje implikace „if...then“. Opět se nejedná o klasickou (ostrou) implikaci, ale o fuzzy implikaci. Z matematického hlediska představuje implikace relaci. V případě klasické implikace se jedná o klasickou relaci, v případě fuzzy implikace o fuzzy relaci. Rozdíl mezi klasickou relací a fuzzy relací uvádí obr. 6.

$$M = \{Adam, Karel, Pavel\} \quad N = \{Eva, Anna, Jana, Ivana\} \quad M \times N$$

Ostrá relace „manželství“

	Adam	Karel	Pavel
Eva	1		
Anna			1
Jana		1	
Ivana			

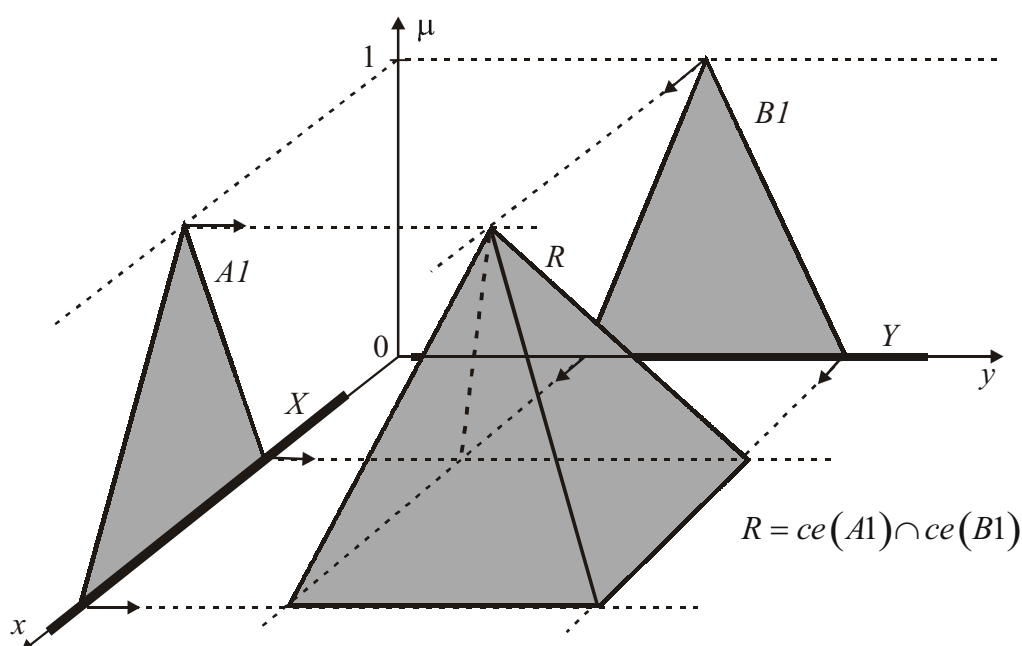
Fuzzy relace „přátelství“

	Adam	Karel	Pavel
Eva	<b>0,2</b>	0,3	0,1
Anna	0,7	0,2	<b>0,4</b>
Jana	0,4	<b>0,3</b>	0,9
Ivana	0,6	0,7	0,8

Obr. 6 Klasická relace a fuzzy relace

Mějme dvě klasické množiny, množinu mužů  $M$  a množinu žen  $N$ . Vytvořme kartézský součin  $M \times N$  těchto množin, tj. vytvořme množinu všech uspořádaných dvojic. Na této množině definujme klasickou (ostrou) relaci, kterou nazveme „manželství“. Tato relace je množinou (ostrou) těch dvojic, které jsou spolu sezdány (jednička v patřičném poli tabulky v levé části obr. 6). Vytvořme nyní jinou relaci, kterou nazvěme „přátelství“. Vztah přátelství již není tak jednoznačný jako vztah manželství. Velikost přátelského vztahu se může pohybovat od 0 (daná dvojice není vůbec v přátelském vztahu) až po hodnotu 1, kdy dvojice má silný přátelský vztah. Tuto relaci přátelství je lépe vyjádřit fuzzy relací (tabulka na obr. 6 vpravo). Tento příklad také demonstruje, jak fuzzy přístup (v tomto případě fuzzy relace) dokáže vyjádřit „barevnost a jemné odstíny“ reálného světa (nechť si laskavý čtenář všimne číselných hodnot v této tabulce).

**Konstrukce fuzzy relace.** Mějme nějaké fuzzy pravidlo např.  $if(x = A1) then(y = B1)$ , které představuje fuzzy implikaci, která je matematicky popsána fuzzy relací. Fuzzy množina  $A1$  je definována univerzu  $X$ ,  $B1$  pak na univerzu  $Y$ . Pro jednoduchost předpokládejme, že fuzzy množiny  $A1$  a  $B1$  mají trojúhelníkový tvar funkcí příslušnosti tak, jak ukazují obr. 7.



Obr. 7 Konstrukce fuzzy relace  $if(x = A1) then(y = B1)$

V souladu s předchozí fuzzy relací „přátelství“ vytvořme kartézský součin univerza  $X$  a  $Y$ . Matematicky je konstruovaná fuzzy relace popsána operací  $R = ce(A1) \cap ce(B1)$ . Operace  $ce(A1)$  v tomto vztahu znamená tzv. *cylindrické rozšíření* fuzzy množiny  $A1$  na kartézský součin  $X \times Y$ . Názorně graficky v obr. 7 tato operace znamená „protažení trojúhelníku“  $A1$  do prostoru. Podobně i operace  $ce(B1)$ . Vzniknou tak dva prostorové útvary typu trojboký hranol. Jejich průsek – tj. operace průnik  $\cap$  – je čtyřboký jehlan  $R$  ukázaný v obr. 7. Tento jehlan reprezentuje funkci příslušnosti fuzzy relace  $R$ . Operace průniku je v tomto případě realizována dříve uvedenou operací minimum.

**Vyhodnocení jednoho fuzzy pravidla.** Nechť proměnná  $x$  nabývá hodnoty, která je nyní reprezentována fuzzy množinou  $A2$  tedy  $x = A2$ . Jaký bude výsledek přibližného úsudku, jsou-li splněny dvě podmínky (existence fuzzy pravidla a znalost slovní hodnoty vstupu do pravidla), tj.:

Podmínka 1:  $if (x = A1) then (y = B1)$

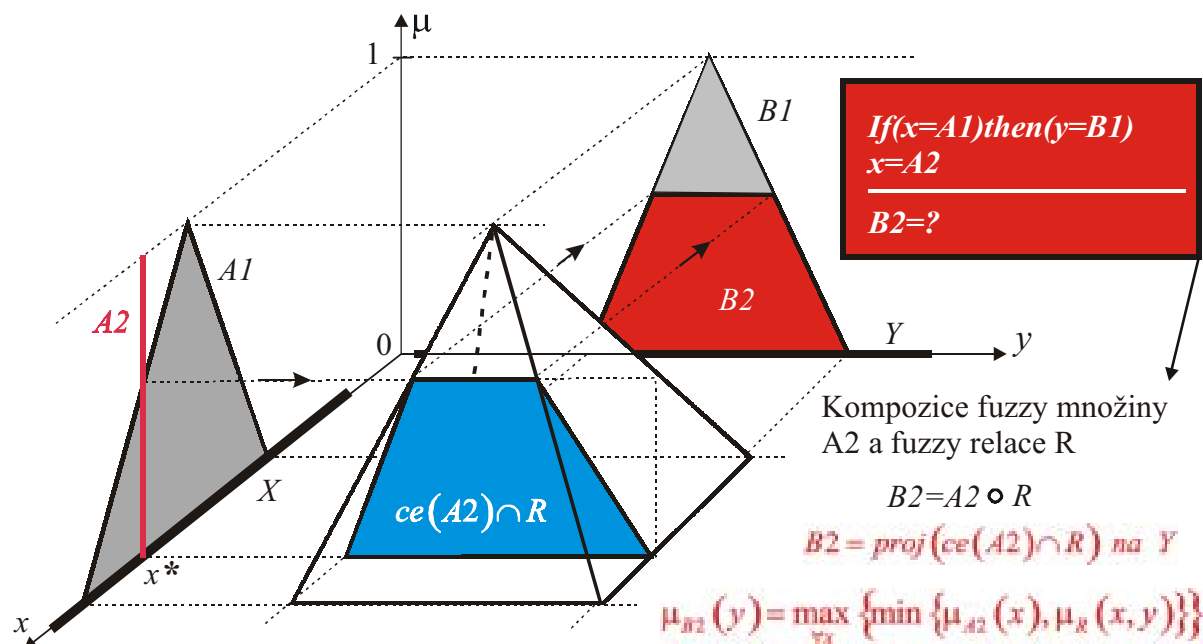
Podmínka 2:  $x = A2$

Výsledek:  $y = B2 = ?$

Výsledek tohoto přibližného úsudku, tj. fuzzy množina  $B2$ , je dán operací nazvanou *kompozice* fuzzy množiny  $A2$  a fuzzy relace  $R$ , pro kterou platí

$$B2 = A2 \circ R = proj(ce(A2) \cap R) na Y. \quad (1)$$

Graficky je tato operace ukázána na obr. 8. Pro jednoduchost grafického vyjádření je vstupující fuzzy množina  $A2$  reprezentována singletonem, tj. reálným ostrým číslem  $x^*$ . Tato množina je cylindricky rozšířena na kartézský součin  $X \times Y$  (operace  $ce(A2)$  v rovnici (1), která představuje rovinu proloženou singletonem). Tato rovina vytne v relaci  $R$  lichoběžník (operace průniku roviny s relací), který je promítnut na univerzum  $Y$  (operace projekce na  $Y$ ). Takto je získána výsledná fuzzy množina  $B2$  reprezentující výsledek přibližného úsudku.

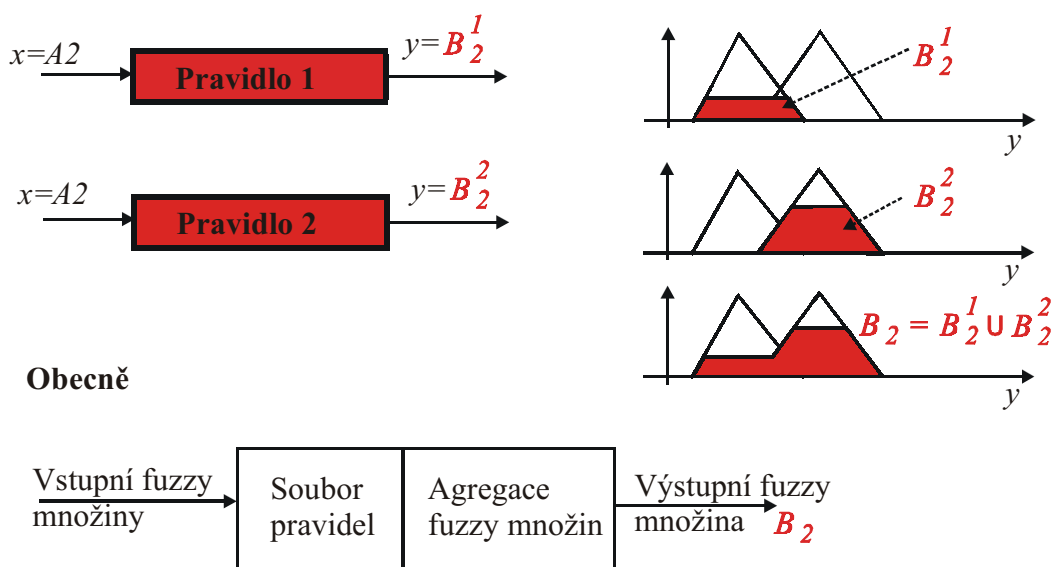


Obr. 8 Vyhodnocení jednoho pravidla

Je-li operace průniku realizována funkcí minimum a operace projekce funkcí maximum, platí v tomto případě pro funkci příslušnosti fuzzy množiny  $B2$  vztah

$$\mu_{B2}(y) = \max_{\forall x} \{ \min \{ \mu_{A2}(x), \mu_R(x, y) \} \}. \quad (2)$$

**Vyhodnocení více pravidel.** V předchozím případě jízdy automobilu bylo chování řidiče popsáno ne jedním, ale několika fuzzy pravidly. Jaký bude výsledek přibližného úsudku v případě, že je vyhodnocováno více pravidel, ukazuje obr. 9 (pro jednoduchost jen pro 2 pravidla).



Obr. 9 Vyhodnocení dvou pravidel

Jazyková hodnota proměnné  $x = A2$  vstupuje postupně do jednotlivých pravidel. Výsledek přibližného úsudku je získáván postupně z jednotlivých pravidel (fuzzy množiny  $B_2^1, B_2^2$ ) a tyto výsledné fuzzy množiny jsou potom agregovány pomocí operace sjednocení, a tak je určena výsledná fuzzy množina  $B_2$ , tj. výsledek přibližného úsudku plynoucí ze všech pravidel. V obecném případě může být vstupních proměnných více, např.  $n$ . Fuzzy pravidla pak mají tvar

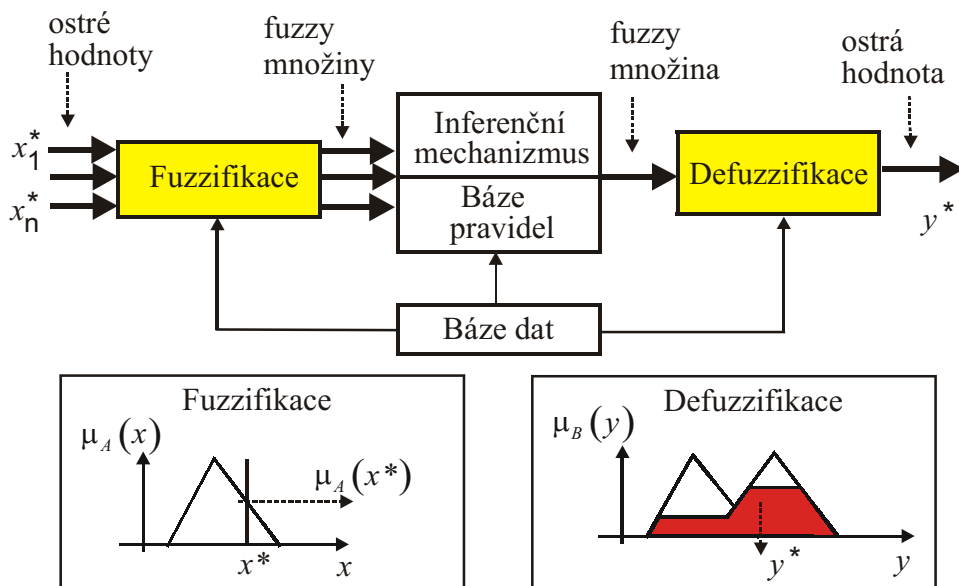
$$\text{if } (x_l = A_l^i) \text{ and...and } (x_n = A_n^i) \text{ then } (y = B^j) \quad l = 1, 2, \dots, r, \quad (3)$$

kde  $l$  je číslo pravidla a  $r$  je počet pravidel. Vyhodnocení souboru fuzzy pravidel se nazývá *inferenční mechanismus* a soubor pravidel se nazývá *báze pravidel*. Parametry jednotlivých funkcí příslušnosti všech proměnných (jejich počet a umístění na univerzu) jsou uloženy v *bázi dat*. Báze pravidel a báze dat pak nese souhrnný název *znalostní báze*.

Podstatné je (bez ohledu na počet vstupních proměnných nebo počet fuzzy pravidel), že do takového přibližného úsudku (inferenčního mechanismu) vstupují slovní proměnné, jejichž hodnoty jsou vyjádřeny fuzzy množinami a výsledkem tohoto úsudku je opět slovní hodnota vyjádřená fuzzy množinou (viz obr. 9 dole).

## 1.2 FUZZY SYSTÉMY

Pro praktickou aplikaci inferenčního mechanismu je třeba doplnit tento mechanismus dvěma bloky tak, jak ukazuje obr. 10. Při praktické aplikaci totiž získáváme hodnoty vstupních veličin ve formě naměřených hodnot, tedy reálných čísel (jednobodových ostrých množin definovaných na ose reálných čísel). Tato reálná čísla je třeba převést na fuzzy množiny, neboť vstupem inferenčního mechanismu jsou fuzzy množiny. Tento převod provádí tzv. blok fuzzifikace. Stejně tak výstupem do řízeného nebo modelovaného procesu musí být reálné číslo, zatímco výstupem inferenčního mechanismu je fuzzy množina. Tento převod provádí tzv. blok defuzzifikace.



Obr. 10 Struktura fuzzy systému

Blok fuzzifikace tedy převádí ostré hodnoty na fuzzy množiny a blok defuzzifikace převádí fuzzy množinu na ostrou hodnotu. Inferenční mechanismus doplněný těmito bloky se nazývá *fuzzy systém*.

**Fuzzifikace.** Vstupní ostrá hodnota  $x^*$  je reprezentovaná singletonem (obr. 10 vlevo dole) a její průsečík s funkcí příslušnosti určuje pravdivostní hodnotu, s jakou daná ostrá hodnota patří do fuzzy množiny (tzv. fuzzifikace singletonem). Tato fuzzifikace byla použita i při vyhodnocení jednoho pravidla na obr. 8.

**Defuzzifikace.** Cílem defuzzifikace je převést fuzzy množinu na ostrou hodnotu (reálné číslo). Metod defuzzifikace je celá řada. Nejčastěji užívanou je metoda těžiště – je určeno těžiště plochy, která leží pod funkcí příslušnosti výsledné fuzzy množiny (obr. 10 vpravo dole).

### 1.2.1 Jazyková aproximace

Podstatnou skutečností je, že do fuzzy systému vstupují ostré hodnoty proměnných (v případě více vstupních proměnných je to vektor  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ ) a výstupem fuzzy systému je ostrá hodnota  $y^*$  (viz obr. 11 vlevo nahoře). Fuzzy systém tedy realizuje (aproximuje) funkci  $n$  proměnných  $y^* = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ . Jeden jednoduchý příklad pro jednu vstupní proměnnou je uveden na obr. 11.

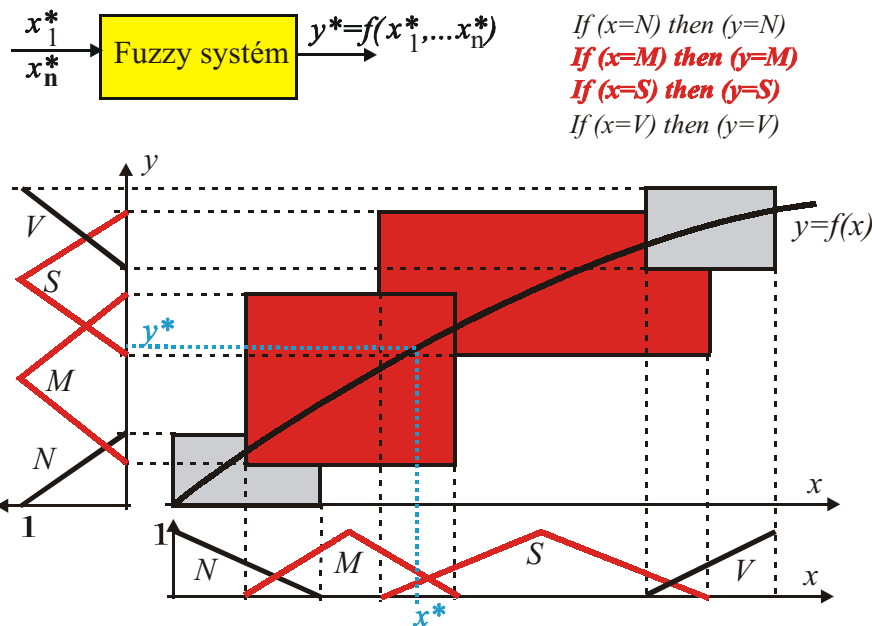
Univerzum vstupní proměnné  $x$  je pokryto čtyřmi fuzzy množinami (N= Nulová, M= Malá, S= Střední, V= Velká) vyjadřující slovně hodnoty proměnné  $x$ . Univerzum výstupní proměnné  $y$  je také pokryto čtyřmi fuzzy množinami stejných jmen. Dále je dán soubor pravidel:

$$\text{if } (x = N) \text{ then } (y = N)$$

$$\text{if } (x = M) \text{ then } (y = M)$$

$$\text{if } (x = S) \text{ then } (y = S)$$

$$\text{if } (x = V) \text{ then } (y = V)$$



Obr. 11 Příklad jazykové aproximace

Nabude-li vstupní proměnná  $x$  nějaké hodnoty (ostré)  $x^*$ , potom provedením tří kroků: fuzzifikace – vyhodnocení pravidel – defuzzifikace obdržíme ostrou hodnotu výstupu  $y^*$ . Situace je ukázána na obr. 11. V tomto případě je aktivní pouze druhé a třetí pravidlo. Probíhá-li ostrá hodnota vstupu, celé univerzum potom výstup fuzzy systému aproximuje nějakou (obecně nelineární) funkci  $y = f(x)$ . Soubor pravidel tak „záplatuje“ aproximovanou funkci.

### 1.2.2 Specifika fuzzy aproximace

Klasických aproximačních metod existuje celá řada. Podstatný rozdíl mezi těmito klasickými metodami aproximace a metodou fuzzy aproximace je ten, že aproximovaná (obecně nelineární) funkce je popsána slovně pomocí fuzzy pravidel. Existuje-li tedy člověk – expert, který dokáže daný problém vyjádřit slovním popisem typu „jestliže  $x_1$  je malé a současně  $x_2$  je dostatečně velké, potom veličina  $y$  je střední“, je možno vyjádřit tuto jeho znalost problému ve formě fuzzy pravidel. Podobně význam jeho slovní klasifikace „malý, dostatečně velký, střední“ apod. je možno popsat pomocí fuzzy množin. Je tedy možno jeho expertní znalost daného problému reprezentovat fuzzy systémem. Tímto způsobem byla v roce 1982 řízena výše zmíněná cementárenská pec. Míra shody mezi chováním fuzzy systému a činností experta je ovšem závislá na správném a pokud možno úplném „vytěžení znalostí“ experta.

Fuzzy aproximace má ještě jednu vlastnost, která ji odlišuje od většiny klasických aproximačních metod. Tato vlastnost by se dala nazvat lokální citlivostí. Hodnoty aproximační funkce lze změnit jen v nějakém okolí pracovního bodu změnou konsekventu pravidla nebo změnou polohy či tvaru některé funkce příslušnosti (narozdíl např. od aproximace polynomem, kdy změnou některého koeficientu polynomu se mění tvar aproximační funkce v celém univerzu).

### 1.2.3 Fuzzy systém je univerzální aproximátor

Vzniká samozřejmě otázka, jaké funkce je možno pomocí fuzzy systému aproximovat. V roce 1992 bylo dokázáno, že libovolnou spojitou funkci definovanou na kompaktní množině je možno s libovolnou přesností aproximovat fuzzy systémem. Tato věta je pouze existenční a nedává žádný návod, jak takový fuzzy systém zkonstruovat (jak zvolit funkce příslušnosti a fuzzy pravidla).

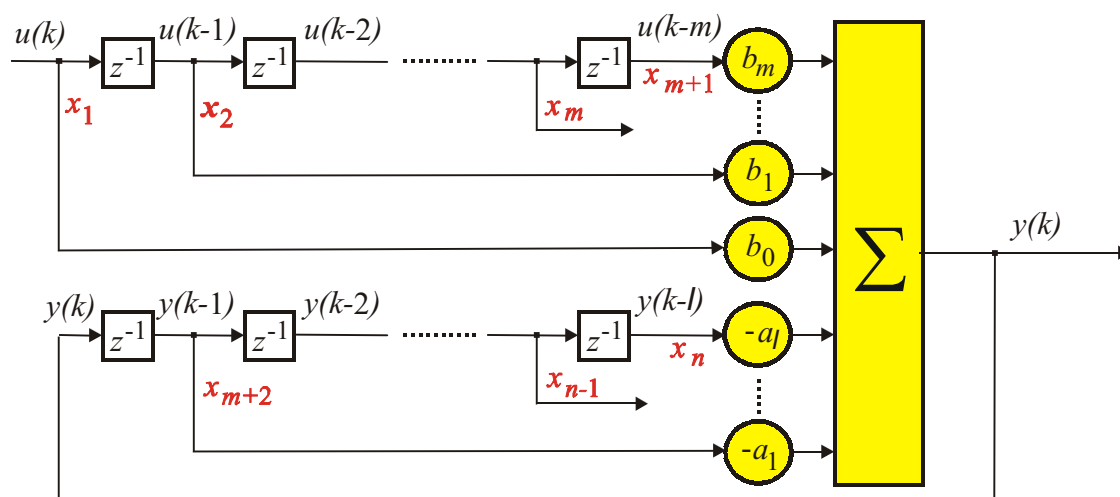
Tato věta ale dokazuje, že fuzzy systém je univerzální aproximátor. Pojem univerzální aproximátor znamená následující. Necht'  $X$  je kompaktní podprostor prostoru reálných čísel  $R^n$  (tj. je uzavřený a ohraničený) a necht'  $C(X, n)$  je množina všech spojitých funkcí, které mapují podprostor  $X$  do množiny reálných čísel  $R^1$  tj.  $f : X \rightarrow R^1$ . Potom univerzální aproximátor  $A$  je množina všech funkcí  $g : X \rightarrow R^1$ , které mají následující vlastnost: pro libovolnou funkci  $f \in C(X, n)$  a libovolné reálné  $\varepsilon > 0$  existuje taková funkce  $g \in A$ , že  $|f(x) - g(x)| < \varepsilon$  pro všechna  $x \in X$ .

### 1.3 FUZZY SYSTÉMY A DYNAMICKÉ SYSTÉMY

#### 1.3.1 Aproximace dynamického systému fuzzy systémem

Uvažme jeden z nejjednodušších systémů, a to lineární časově invariantní diskretní dynamický systém tzv. LTI (Linear Time Invariant) systém s jedním vstupem a jedním výstupem, tzv. SISO (Single Input – Single Output) systém. Obecná popisující rovnice těchto diskretních LTI SISO systémů je diferenční rovnice tvaru

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_l y(k-l) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m), \quad (4)$$



Obr. 12 Lineární diskretní SISO systém

kde  $y(i)$  je výstup systému v okamžiku  $i$  a  $u(i)$  je vstup systému v okamžiku  $i$ . Člen  $z^{-1}$  představuje zpoždění informace o 1 krok (paměť). Tuto rovnici můžeme přepsat jako

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_l y(k-l) + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m). \quad (5)$$

Grafické vyjádření této rovnice je na obr. 12. Slovně vyjádřeno je tedy výstup systému lineární kombinací (označme tuto lineární funkci  $L$ ) vstupních proměnných  $u(i), y(i)$ , tj. je lineární kombinací vstupu a jeho historie a historie výstupu. Bez újmy na obecnosti a z důvodů jednoduchosti označme výstupní proměnnou  $y$  a vstupní proměnné  $x_i$   $i = 1, 2, \dots, n$ , kde  $n = l + m$ . Bude tedy:

$$y = L(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (6)$$



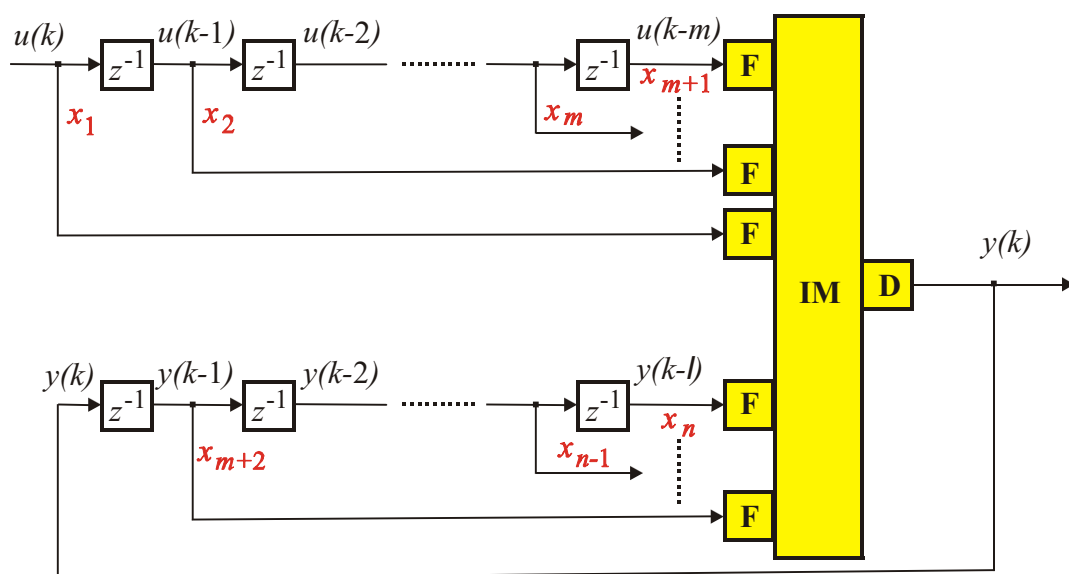
Budeme-li mít nyní systém, jehož popisující rovnice není lineární kombinací, ale nelineární funkcí  $F$  daných proměnných (nelineární systém), bude pro jeho výstup platit

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (7)$$

V předchozím jsme viděli, že nelineární funkci můžeme aproximovat pomocí jazykové aproximace. Výstupní proměnná  $y$  je definována na univerzu  $Y$ , vstupní proměnné  $x_i$  na univerzech  $X_i$ . Necht' univerzum  $Y$  je pokryto souborem fuzzy množin  $B^j$  a univerzum  $X_i$  souborem fuzzy množin  $A_i^j$ . Potom nelineární funkci  $F$  lze aproximovat fuzzy systémem se souborem  $r$  pravidel typu

$$\text{if } (x_1 = A_1^j) \text{ and } \dots \text{ and } (x_n = A_n^j) \text{ then } (y = B^j) \quad l = 1, 2, \dots, r, \quad (8)$$

kde  $l$  je číslo pravidla a  $r$  je počet pravidel. Tento fuzzy model diskrétního SISO systému je uveden na obr. 13.



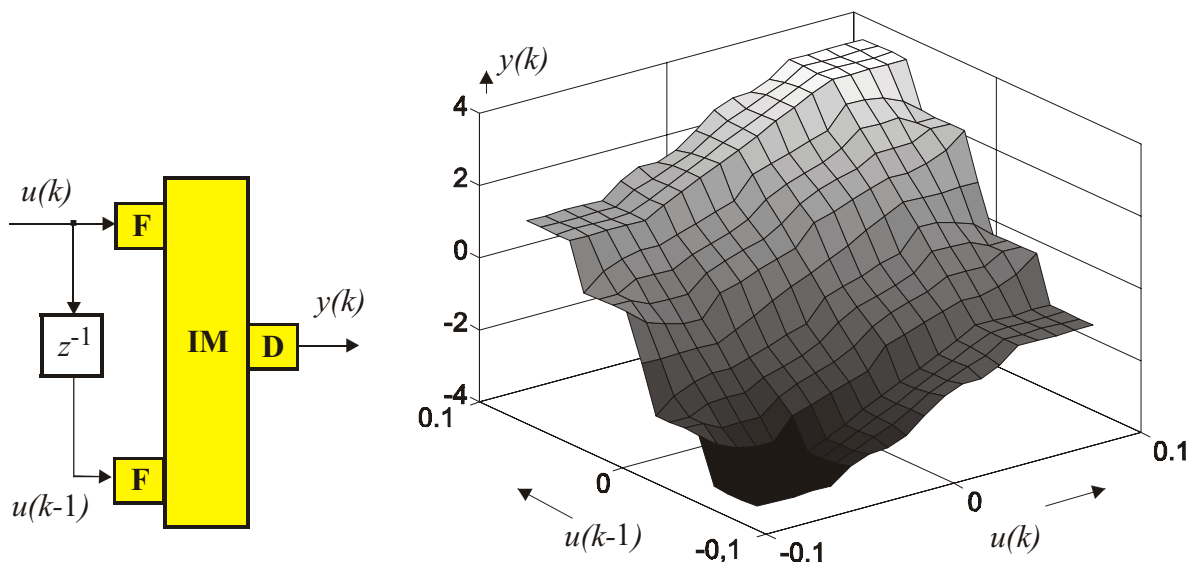
Obr. 13 Fuzzy model diskrétního SISO systému

V obrázku značí symboly F a D moduly fuzzifikace a defuzzifikace, IM inferenční mechanismus. Tento nelineární systém je takto aproximován pomocí fuzzy systému.

Fuzzy modely dynamických systémů lze rozšířit i na MIMO (Multiple Input – Multiple Output) systémy.

### 1.3.2 Řídicí plocha

Řídicí plochou je nazýváno grafické zobrazení nelineární funkce  $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Příklad řídicí plochy je uveden na obr. 14, a to z důvodů jednoduchosti pro 2 vstupní proměnné. Řídicí plocha tedy zobrazuje funkci  $y = F(x_1, x_2)$ .



Obr. 14 Příklad řídicí plochy fuzzy systému

Pojem řídicí plochy není v teorii lineárních systémů užíván a byl zaveden v souvislosti s fuzzy systémy. Je využíván ve fázi ladění fuzzy systému (hledání vhodných pravidel a funkcí příslušnosti).

## 1.4 ADAPTACE VE FUZZY SYSTÉMECH

Z předchozího je zřejmé, že fuzzy systém má celou řadu parametrů (poloha a tvar funkcí příslušnosti jednotlivých vstupních a výstupní proměnné, fuzzy pravidla), které je třeba pro úspěšné použití fuzzy systému určit. V případě, kdy je k dispozici expert, který dokáže slovně popsat daný problém, je možno detailním „vytěžením“ znalostí tohoto experta tyto parametry určit. V mnoha reálných situacích není takový expert k dispozici a k dispozici máme jen množinu dat – hodnot vstupních proměnných a jim odpovídající hodnoty výstupní proměnné. V tomto případě je třeba výše zmíněné parametry určit z těchto dat.

Jednou z možných cest je realizovat fuzzy systém jako dopřednou neuronovou síť a trénováním této sítě na zadaných datech najít potřebné hodnoty parametrů. Realizaci fuzzy systému ve tvaru neuronové sítě lze uskutečnit vhodnou volbou tvaru funkcí příslušnosti, logických spojek „and“, „or“ a metody defuzzifikace.

### 1.4.1 Volba funkcí příslušnosti a logických spojek

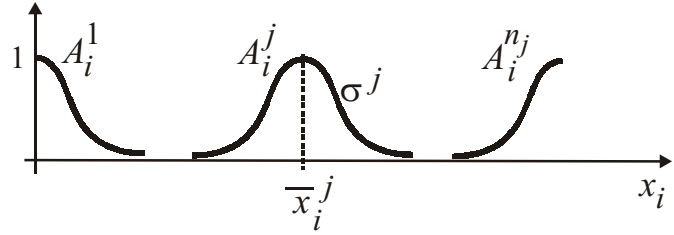
Všechny funkce příslušnosti jsou zvoleny ve tvaru Gaussovy křivky (jak pro každou vstupní proměnnou  $x_i$ , tak i pro výstupní proměnnou  $y$ ). Každá tato křivka má dva parametry – střed  $\bar{x}_i^j$  a šířku  $\sigma_i^j$  (viz obr. 15 nahoře).

K vyhodnocení každého pravidla je použit speciální typ kompozice tzv. max – produkt kompozice, ve které je logická spojka „and“ realizována algebraickým součinem (obr. 15 uprostřed). Jelikož je použita fuzzifikace singletonem, nastává maximum právě v hodnotě singletonu. Výsledkem vyhodnocení každého pravidla je potom fuzzy množina, jejíž funkce příslušnosti má tvar Gaussovy křivky s výškou, která je rovna hodnotě antecedentu (levé strany) pravidla (obr. 15 dole).

### 1. Tvar funkcí příslušnosti všech proměnných = Gaussova křivka

$$A_i^j(x_i) = \exp \left[ - \left( \frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right]$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n_j$$



### 2. Vyhodnocení pravidel

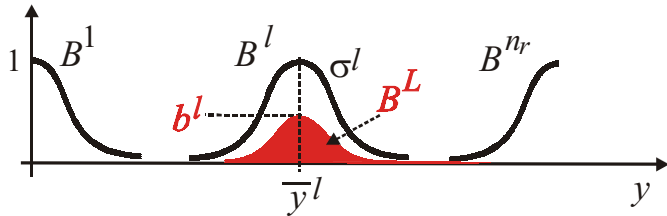
$$R^l : \text{if } (x_1 = A_1^l) \text{ and } (x_2 = A_2^l) \text{ and } \dots \text{ and } (x_n = A_n^l) \text{ then } (y = B^l) \quad l = 1, 2, \dots, r$$

$$\mathbf{x} = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$$

Závěr každého pravidla = operace kompozice = max-product kompozice

$$B^l(y) = \prod_{i=1}^n A_i^l(x_i^*) B^l(y)$$

$$B^l(\bar{y}^l) = 1 \Rightarrow b^l = \prod_{i=1}^n A_i^l(x_i^*)$$



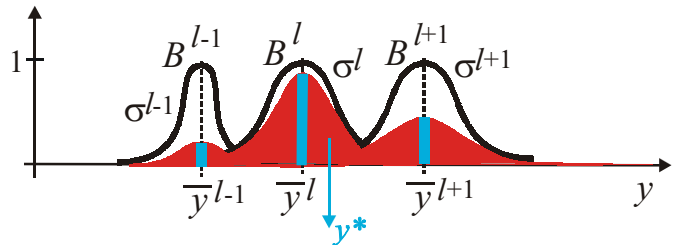
Obr. 15 Volba funkcí příslušnosti a metody kompozice

### 3. Defuzzifikace Metoda průměru středů (CAM). Střed y výstupních fuzzy množin = $\bar{y}^l$

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^r \bar{y}^l b^l}{\sum_{l=1}^r b^l}$$

$$b^l = \prod_{i=1}^n A_i^l(x_i^*)$$

$$A_i^j(x_i^*) = \exp \left[ - \left( \frac{x_i^* - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right]$$



$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^r \bar{y}^l \prod_{i=1}^n \exp \left[ - \left( \frac{x_i^* - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right]}{\sum_{l=1}^r \prod_{i=1}^n \exp \left[ - \left( \frac{x_i^* - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right]}$$

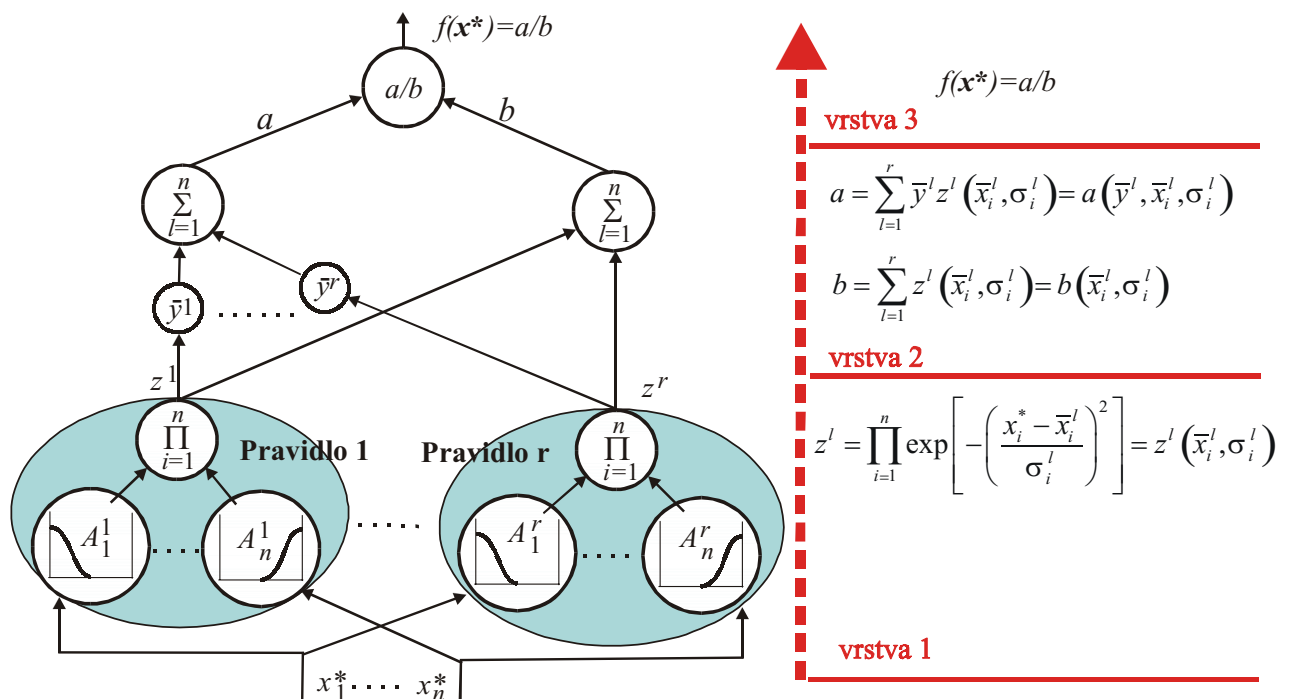
Obr. 16 Defuzzifikační metoda

#### 1.4.2 Volba metody defuzzifikace

Jako metoda defuzzifikace je použita metoda průměru středů, kdy střed  $\bar{y}^l$  fuzzy množin výstupní proměnné jsou váženy hodnotami antecedentu jednotlivých pravidel  $b^l$  (obr. 16 nahoře). Za výše uvedených předpokladů platí pro hodnotu výstupu fuzzy systému vztah

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^r \bar{y}^l \prod_{i=1}^n \exp \left[ - \left( \frac{x_i^* - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right]}{\sum_{l=1}^r \prod_{i=1}^n \exp \left[ - \left( \frac{x_i^* - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right]} \quad (9)$$

Z tohoto výrazu je zřejmé, fuzzy systém realizuje funkci  $n$  proměnných  $y^* = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ . Podstatné je, že tato funkce je diferencovatelná vzhledem k proměnným  $\bar{x}_i^l$  (polohy středů fuzzy množin vstupních proměnných),  $\sigma_i^l$  (šířky fuzzy množin vstupních proměnných) a  $\bar{y}^l$  (poloha středů fuzzy množin výstupní proměnné). Tuto funkci lze realizovat pomocí dopředné neuronové sítě a vzhledem k výše zmíněné spojitosti této funkce lze učit tuto síť metodu zpětného šíření chyby (Back Propagation). Realizace fuzzy systému dopřednou neuronovou sítí je ukázána na obr. 17.



Obr. 17 Realizace fuzzy systému dopřednou neuronovou sítí

Vytvořená neuronová síť má 3 vrstvy. První vrstva provádí fuzzifikaci a vyhodnocuje antecedent každého pravidla. Druhá vrstva sumuje výsledky všech pravidel a třetí vrstva vytváří požadovaný podíl.

Tato symbióza fuzzy systému a neuronové sítě si zachovává jak schopnost učení (zděděnou po neuronové síti), tak i schopnost reprezentovat znalosti (zděděnou po fuzzy systému).

## 1.5 VÝHLEDY DO BUDOUCNOSTI

První technické použití fuzzy systému bylo realizováno v roce 1982 při řízení cementárenské pece, kdy znalostní báze fuzzy systému – regulátoru byla naplněna znalostmi experta, který uměl tuto pec řídit ručně. V případě, kdy takový expert není k dispozici (a to je většina případů), vzniká problém naplnění znalostní báze fuzzy systému. Počet veličin, které je třeba naplnit do této báze, bývá velký (desítky) a určení jejich přesných hodnot tak, aby fuzzy systém plnil uspokojivě danou úlohu, je analyticky nemožné. Proto jsou a budou dále hledány různé adaptační techniky, které umožňují doladění hodnot jednotlivých parametrů.

Jedna z nich byla naznačena v předchozím. Symbióza fuzzy systému a umělé neuronové sítě si zachovává jak schopnost učení (zděděnou po neuronové síti), tak i schopnost reprezentovat znalosti (zděděnou po fuzzy systému). Bude-li takový neurofuzzy systém realizován hardwarově, mohou výpočty v jednotlivých vrstvách probíhat paralelně a tím se toto masivní zpracování stává velmi rychlým.

Další důležitou skupinou adaptačních technik, která je stále intenzivně studována, je využití tzv. fuzzy bazových funkcí (Fuzzy Basis Function FBF), s pomocí kterých je aproximovaná funkce vyjádřena ve tvaru částečného součtu řady těchto funkcí. Koefficienty této řady jsou hledány např. metodou nejmenších čtverců. V této oblasti je třeba zkoumat nové typy FBF.

Mezi důležité úkoly, které by měly být řešeny, patří i využití fuzzy metodiky při matematickém popisu signálů. Tato aplikace fuzzy metodiky by umožnila i nové metody predikce časových průběhů fyzikálních veličin.

## 2 VLASTNÍ PŘÍNOS K ROZVOJI OBORU TECHNICKÁ KYBERNETIKA

Vlastní přínos rozvoji oboru Technická kybernetika je tvořen jednak realizovanými inženýrskými díly z doby mého působení v průmyslu v letech 1972 až 1990 a jednak vědecko-pedagogickou činností na FEKT VUT v Brně od roku 1990.

Nejvýznamnějším přínosem z období mého průmyslového působení byl vývoj elektronických modulů nezbytných pro první nasazení československých řídicích počítačů RPP16 v energetice. V těchto ranných dobách použití řídicích počítačů byly tyto počítače dodávány bez elektronických modulů nutných pro připojení počítače k nějaké technologii. Moduly, které byly předmětem tohoto vývoje, byly použity při řešení úkolu „Automatizace provozu energetického dispečinku Slovenska v Žilíně“ a dále úkolu „Počítačové řízení rozvodny nadřazené soustavy 400 kV Sučany“, jehož jsem byl zodpovědným řešitelem. Jednalo se o moduly připojení zobrazovacích jednotek pro dispečery, moduly vstupů z technologie, moduly výstupů do technologie a další moduly.

Za dílčí přínos považuji i vývoj a realizaci tzv. terminálu elektrárny (mikropočítačový systém vybavený vstupy a výstupy pro monitorované a řízené veličiny elektrárenského bloku), který se stal později stavebním prvkem systému regulace frekvence a předávaných výkonů elektrizační soustavy ČSSR.

Za vlastní přínos oboru v oblasti fuzzy logiky a fuzzy systémů považuji využití fuzzy systému ve funkci fuzzy regulátoru řízení teploty v sušící peci pro vysoušení keramických materiálů. Byla to jedna z prvních (1994), ne-li vůbec první aplikace v České republice na principu fuzzy řízení.

Za vlastní přínos oboru lze považovat i dopracování metodiky tzv. Takagi-Sugeno fuzzy systému pro řízení speciálního typu nelineárního systému – systému, který vykazuje různé dynamické vlastnosti v závislosti na polaritě svého vstupního signálu. Takagi-Sugeno fuzzy systém je systém, kde v konsekventu (závěru) pravidel není fuzzy výrok, ale nějaká funkce vstupních proměnných. Pravidla tedy mají tvar

$$\text{if}(x_1 = A_1^{j_k}) \text{and} \dots \text{and}(x_n = A_n^{j_k}) \text{ then } y = f_k(x_1, \dots, x_n) \quad k = 1, 2, \dots, r \quad (10)$$

kde  $k$  je číslo pravidla a  $r$  je počet pravidel. Jako funkce  $f_k$  je použita lineární kombinace vstupních proměnných

$$f_k(x_1, \dots, x_n) = a_{k0} + a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \quad k = 1, 2, \dots, r. \quad (11)$$

Celkovou výstupní hodnotu (ostrou) obdržíme jako vážený průměr funkčních hodnot funkcí  $f_k$ , tj. jako

$$y = \frac{\sum_{k=1}^r w_k f_k(x_1, \dots, x_n)}{\sum_{k=1}^r w_k} \quad (12)$$

kde váha  $w_k$  je výsledná hodnota antecedentu  $k$ -tého pravidla (hodnota levé strany pravidla). Z předchozích vztahů je patrné, že fuzzy systém Takagi-Sugeno realizuje „plynulý přepínač“ mezi funkcemi  $f_k(x_1, \dots, x_n)$ .

Tento systém byl použit ve funkci regulátoru odpařování heliových par v heliovém kryostatu. Odpařování je řízeno zavíráním nebo otevíráním ventilu, který je instalován na kryostatu. Dynamické vlastnosti tohoto systému se díky fyzikálně chemickým pochodům uvnitř kryostatu diametrálně liší v závislosti na tom, zda se ventil zavírá nebo otevírá.

Za dílčí přínos lze považovat i jeden výsledek z oblasti fuzzy aritmetiky. Fuzzy aritmetika se zabývá počítáním s fuzzy čísly. Fuzzy číslo je speciální typ fuzzy množiny definované na reálné ose. Pro fuzzy čísla se zavádějí jisté numerické charakteristiky. Mým příspěvkem v této oblasti bylo jiné integrální vyjádření těchto numerických charakteristik a jejich následná fyzikální interpretace.

### 3 VÝUKA FUZZY LOGIKY NA FEKT VUT V BRNĚ

V oblasti vědecko-pedagogické v období mého působení fakultě po roce 1990 bych vyzdvihl zavedení nového předmětu Fuzzy logika pro řízení a modelování, který jsem připravil a začal vyučovat v roce 1995 v inženýrském studijním programu Elektrotechnika a informatika (EI). Tento předmět vyučuji v tomto studijním programu dodnes a v modifikované verzi jsem jej připravil i pro nový navazující magisterský program Elektrotechnika, elektronika, komunikační a řídicí technika (EEKR) akreditovaný podle zásad Bolognské deklarace.

Pro tento předmět jsem napsal skripta a později knihu „Základy fuzzy logiky pro řízení a modelování“, kterou vydalo v roce 2003 nakladatelství VUTIUM. Během deseti let jeho výuky jsem připravil řadu výukových pomůcek včetně simulačního programu na PC, který umožňoval namodelovat na PC jak samotný fuzzy systém (fuzzy regulátor), tak i řízený dynamický systém, a řídit tento dynamický systém ve zpětné vazbě. V současné době je tento simulační nástroj nahrazen profesionálním nástrojem pro tvorbu fuzzy aplikací – fuzzy toolboxem MATLABu.

## ZÁVĚR

Pozorování projevů vnějšího světa ať už přímo našimi smysly nebo pomocí měřicích přístrojů (které jsou prodloužením našich smyslových orgánů; přístroj je prostředník mezi námi a světem, který zkoumáme) je ve vědeckém světě nerozlučně spojeno s matematickým modelováním těchto projevů. Avšak stejně jako naše smysly má i každý měřicí přístroj konečnou rozlišovací schopnost.

Díky této konečné rozlišovací schopnosti dochází ke kvantování přijímané informace. Toto kvantování je nevyhnutelným průvodním jevem skutečného pozorování a měření reálných dějů. Neurčitost vznikající v důsledku konečné rozlišovací schopnosti jakéhokoli skutečného měřicího přístroje je nazývána *vynucená neurčitost* (forced uncertainty). Tato vynucená neurčitost je důsledkem deficitu informace a vyplývá z principiální nemožnosti libovolného měřicího přístroje měřit s nekonečně velkou rozlišovací schopností.

V řadě případů člověk stojící před řešením nějaké složité úlohy (např. řízení automobilu v hustém provozu) zavádí mnohem hrubší kvantování, zavádí záměrně hrubší rozlišovací schopnost, která k řešení dané úlohy dostačuje. Tato záměrně zavedená neurčitost je nazývána *volitelná neurčitost* (opted uncertainty). Tato volitelná neurčitost neplyne z nedostatku informace, ale je důsledkem záměrné nepotřeby přesnější informace o pozorovaném jevu. Tato volitelná neurčitost vzniká takovým kvantováním proměnné, které přesahuje kvantovací krok daný rozlišitelností měřicího přístroje. Toto dodatečné kvantování měřené veličiny umožňuje redukovat množství informace na úroveň dostatečnou pro řešení dané úlohy. Jedním z důvodů vyloučení nadbytečné informace ve složitých systémech s mnoha proměnnými je redukce složitosti tohoto systému.

Fuzzy logika je matematickým nástrojem popisu této neurčitosti. Umožňuje matematicky vyjádřit přibližné úsudky, které provádí člověk, a následně je implementovat v nějakém automatu – počítači – a napodobit tak alespoň částečně rozhodování a chování člověka.

Pokud tato přednáška přispěje k rozšíření všeobecného povědomí o významu fuzzy logiky a jejím využití pro technickou praxi, pak lze konstatovat, že splnila svůj účel.

## LITERATURA

- [1] DRIANKOV, D. – HELLENDORRN, H. – REINFRANK, M.: *An Introduction to Fuzzy Control*. Springer Verlag, 1993, 316 p., ISBN 3-540-56362-8.
- [2] JURA, P.: Fuzzy control of the extraction of organic binders from ceramic materials. In *41st Annual Conference Automatic Control and Robotics KOREMA'96*. September 18–20, 1996. Vol. 2, pp. 41–44, Opatia, Croatia. ISBN 953-6037-13-0, ISBN 953-6037-15-7.
- [3] JURA, P.: The fuzzy controller tuning – A simulation approach. In *International Conference of Industrials Tools ICIT2003*. Slovenia Bled Celje, April 8–12, 2003. pp. 381–384. ISBN 961-90401-7-1.
- [4] JURA, P.: *Základy fuzzy logiky pro řízení a modelování*. VUTIUM, 2003, 132 s., ISBN 80-214-2261-0.
- [5] JURA, P.: Some remarks on mathematical models. *WSEAS Transactions on Information Science and Application*, November 2004, vol. 1, Issue 5, pp. 1426–1429. ISSN 1790-0832.
- [6] JURA, P.: Sugeno Fuzzy Controller of Helium Evaporation. *WSEAS Transactions on Systems*, April 2004, vol. 3, Issue 2, pp. 807–810. ISSN 1109-2777.
- [7] KLIR, G. J. – YUAN, B.: *Fuzzy Sets and Fuzzy logic. Theory and Application*. Prentice Hall, New Jersey, 1995, 574, ISBN 0-13-101171-5.
- [8] KOSKO, B.: *Neural Network and Fuzzy System. A Dynamical system approach to Machine Intelligence*. Prentice Hall International, Inc., Englewood Cliffs, 1992, p. 423, ISBN 0-13-612334-1.
- [9] KOSKO, B.: Fuzzy systems as universal aproximators. In *Proc. IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems, San Diego 1992*, pp.1153–1162.
- [10] LIN, C. T.: *Neural Fuzzy Control Systems with Structure and Parameter Learning*. World Scientific, Singapore, 1994, 127 p., ISBN 981-02-1613-0.
- [11] NOVÁK, V.: *Fuzzy množiny a jejich aplikace*. SNTL, Matematický seminář, Praha 1986, 278 s., ISBN 04-002-86
- [12] PEDRYCZ, W.: *Fuzzy Control and Fuzzy System*. 2<sup>nd</sup> extended edition, John Wiley and Sons, New York 1993, 350 p., ISBN 0-86380-131-5.
- [13] POKORNÝ, M.: *Umělá inteligence v modelování a řízení*. Nakladatelství BEN, Praha, 1996, 187 s., ISBN 80-901984-4-9.
- [14] ROSS, J. T.: *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. McGraw-Hill, 1995, 600 p., ISBN 0-07-113637-1.
- [15] TAKAGI, T. – SUGENO, M.: Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control. *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics*, January/February 1985, vol. SMC-15, No.1, pp. 116–132. ISSN 1083-4419.
- [16] ZADEH, L. A.: Fuzzy Sets. *Information and Control*, 1965, vol. 8, pp. 338–353.
- [17] ZADEH, L. A.: From Computing with Numbers to Computing with Words – From Manipulations of Measurements to Manipulations of Perceptions, *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Fundamental theory and applications*, January 1999, vol. 46, No. 1, pp. 105–119. ISSN 1057-7122.
- [18] ZENG, X. J. – SINGH, M. G.: Approximation Theory of Fuzzy Systems – SISO Case, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, May 1994, vol. 2, No. 2, pp. 162–176. ISSN 1063-6706.



## **ABSTRAKT**

Fuzzy sets theory has lately become a subject of considerable attention. The growing visibility of the theory is a result of its highly successful practical applications, developed since the late 1980's.

By opening a radically new way of thinking, thinking in terms of degree of membership and truth rather than absolute membership and truth, fuzzy sets and fuzzy logic will eventually affect virtually all aspect of human affairs. This new way of thinking is substantially more attuned to our interaction with the real world than traditional thinking restricted to sets with sharp boundaries and logic that recognizes only absolute truth and falsity. The fuzzy sets theory and fuzzy logic is a theory of the future, a theory that can make important contributions to innovations and new products.

The first section of the paper deals with fundamentals of the theory and its application to modelling of dynamic systems. The fundamental terms as fuzzy set, fuzzy rule, linguistic approximation and fuzzy system are explained. One example of a neural fuzzy system is described. At the end of this part there are mentioned some problems to be solved in the future and some future trends are outlined.

Author's contribution to the fuzzy logic in the modelling and control is presented in the second section. The last section is devoted to the teaching of the fuzzy logic at the Faculty of Electrical Engineering and Communication.