

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice PhD Thesis, sv. 342

ISSN 1213-4198

thesis IS

Ing. Martin Vlk

**Aproximační symbolická analýza
lineárních obvodů**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií
Ústav radioelektroniky

Ing. Martin Vlk

**APROXIMAČNÍ SYMBOLICKÁ ANALÝZA LINEÁRNÍCH
OBVODŮ**

APPROXIMATIVE SYMBOLICAL ANALYSIS OF LINEAR CIRCUITS

ZKRÁCENÁ VERZE PH.D. THESIS

Obor: Teoretická elektrotechnika
Školitel: Doc. Dr. Ing. Zdeněk Kolka
Oponenti: Prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc.
Doc. Ing. Josef Dobeš, CSc.
Datum obhajoby: 23. 9. 2005

KLÍČOVÁ SLOVA

Analýza obvodů, lineární obvody, aproximační symbolická analýza, zjednodušování před generováním výrazu, topologické zjednodušování, počítačové metody.

KEY WORDS

Circuit analysis, linear circuits, approximate symbolic analysis, simplification before generation, topological-based simplification, computer methods.

Místo uložení rukopisu: Vědecké oddělení děkanátu FEKT VUT v Brně
Údolní 53, Brno, 602 00

© Martin Vlk, 2005
ISBN 80-214-3049-4
ISSN 1213-4198

OBSAH

1 ÚVOD.....	5
1.1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY APROXIMAČNÍ SYMBOLICKÉ ANALÝZY	5
1.1.1 Základní dělení aproximačních technik	6
1.1.2 Platnost aproximovaného výsledku.....	6
2 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	7
3 METODA TOPOLOGICKÉ APROXIMACE	8
3.1 GRAFY, ZÁKLADNÍ DEFINICE A VĚTY.....	8
3.2 POPIS OBVODU.....	9
3.3 VÝPOČET OBVODOVÝCH FUNKCÍ.....	11
3.4 STRATEGIE APROXIMACE	12
3.5 PRAVIDLA PRO ÚPRAVY NAPĚŤOVÉHO A PROUDOVÉHO GRAFU	12
3.5.1 Pravidla pro poměry veličin	13
3.5.2 Pravidla pro strukturu grafu.....	14
3.6 OPERACE S GRAFY	15
3.6.1 Separace grafu	15
3.6.2 Operace v napěťovém grafu.....	16
3.6.3 Elementární operace	17
3.6.4 Operace v proudovém grafu	19
3.7 POPIS ALGORITMU	20
3.8 PŘÍKLAD ANALÝZY OPERAČNÍHO ZESILOVAČE μ A741	21
3.8.1 Shrnutí.....	24
4 ZÁVĚR.....	26
LITERATURA	29
CURRICULUM VITAE	30
ABSTRACT	31

1 ÚVOD

Návrh analogových integrovaných obvodů si dnes nelze představit bez počítačových simulátorů. Programy pro numerickou analýzu, jako např. SPICE, poskytují o chování obvodu kvantitativní informace dostupné nejčastěji ve formě grafů či tabulek. Takovéto výstupy umožňují poměrně snadno a rychle zkontrolovat funkci obvodu jako celku, avšak nedávají hlubší představu o jeho chování z hlediska vnitřního uspořádání.

Alternativou k numerickým metodám je analytický přístup využívající symbolické vyjádření obvodových funkcí. Ačkoliv již dnes existuje řada programů pro symbolickou analýzu lineárních (či linearizovaných) obvodů, k jejich širšímu uplatnění prozatím nedošlo. Je to způsobeno především tím, že složitost vygenerovaného symbolického výrazu roste exponenciálně s velikostí obvodu, což je v přímém rozporu se snahou o získání přehledného výsledku.

Při bližším zkoumání se však ukazuje, že se za určitých okolností ve výsledku uplatňuje pouze malá část členů symbolického rozvoje, jehož ostatní členy tak mohou být zanedbány, aniž by se to po dosažení konkrétních hodnot obvodových parametrů projevilo významnou numerickou odchylkou. Tento fakt je ostatně při tvorbě analytického popisu běžně využíván návrháři navyklými zanedbávat parametry, jejichž vliv je za daných pracovních podmínek nepatrný.

Jedinou možností, jak vyhovět požadavku snadné interpretace symbolického výsledku je proto jeho aproximace. *Aproximační symbolickou analýzou* budeme rozumět proces zjednodušování symbolického výsledku vedoucí ke snížení počtu jeho členů při splnění nároků na numerickou přesnost aproximovaného výrazu. Přibližně od přelomu 80. a 90. let bylo publikováno mnoho metod symbolické aproximace a vývoj v této oblasti dosud pokračuje. Jedním z příspěvků na téma aproximační symbolické analýzy lineárních obvodů je i tato disertační práce.

1.1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY APROXIMAČNÍ SYMBOLICKÉ ANALÝZY

Obvodová funkce lineárního obvodu může být obecně napsána ve tvaru:

$$F(s, \mathbf{p}) = \frac{s^m q_m(\mathbf{p}) + \dots + q_0(\mathbf{p})}{s^n r_n(\mathbf{p}) + \dots + r_0(\mathbf{p})} \quad (1.1)$$

kde $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_a)^T$ je sloupcový vektor obvodových parametrů, s je komplexní kmitočt a $q_i(\mathbf{p})$, $r_i(\mathbf{p})$ jsou koeficienty polynomů komplexního kmitočtu s tvořené součtem členů q_{ij} a r_{ij} majících podobu součinů obvodových parametrů.

Obvodová funkce (1.1) je zapsána v tzv. *rozvinutém plochem tvaru*. Někdy se obvodové funkce vyjadřují také v tzv. *včleněném tvaru*. Jako příklad takovéto funkce lze uvést např. výraz

$$F = \frac{(a+b)(a+b+d)(a+c) - (a-b)(a-b)(a+c)}{(a+b+d)(a+c)} \quad (1.2)$$

S včleněným tvarem se lze nejčastěji setkat tam, kde lze obvod vyjádřit pomocí několika dílčích bloků. Jeho výhodou je snadný zápis, mezi nevýhody patří jeho nejednoznačnost (narozdíl od rozvinutého plochého tvaru) a nesnadná interpretace. *Tato disertační práce se zabývá výhradně úpravami obvodových funkcí v rozvinutém plochém tvaru.*

1.1.1 Základní dělení aproximačních technik

Symbolická funkce v originálním tvaru má obecnou platnost, tzn., že platí v celém frekvenčním pásmu pro libovolnou kombinaci numerických hodnot obvodových parametrů. V praxi však bývá zkoumané frekvenční pásmo vždy nějak ohraničeno a omezena bývá rovněž numerická variabilita obvodových parametrů ležících vždy v nějakém okolí svých obvyklých hodnot. Za těchto předpokladů se ukazuje, že většina členů q_{ij} a r_{ij} může být z (1.1) odebrána, aniž by se to projevilo významnou numerickou odchylkou zkoumané obvodové funkce. Podle způsobu redukce těchto nadbytečných symbolických členů lze aproximační techniky rozdělit do těchto tří základních skupin [1]:

- *SAG (Simplification After Generation)* – zjednodušování po vygenerování výrazu vyžaduje v prvním kroku vygenerování úplného symbolického výrazu, vlastní aproximace se provádí až následně. Samostatně lze tuto techniku využívat jen v omezené míře u velmi malých obvodů, neboť vygenerování a manipulace s úplným symbolickým výrazem může u větších obvodů díky velkému počtu symbolických členů klást extrémní nároky na operační paměť a rychlost počítače, popř. může být na současné výpočetní technice nerealizovatelná.
- *SDG (Simplification During Generation)* – zjednodušování během generování výrazu generuje symbolický výraz souběžně s probíhající analýzou obvodu. Metoda vyžaduje zavedení algoritmů umožňujících generování členů q_{ij} a r_{ij} tvořících koeficienty q_i a r_j (1.1) v sestupném pořadí jejich absolutních hodnot.
- *SBG (Simplification Before Generation)* – zjednodušování před generováním výrazu před vlastní symbolickou analýzou provádí úpravy matic či grafů reprezentujících obvod, které vedou ke snížení počtu symbolických členů.

Každá z výše uvedených aproximačních technik má své přednosti i nedostatky a proto je vhodné tyto přístupy vzájemně kombinovat.

1.1.2 Platnost aproximovaného výsledku

Aproximovaný výsledek musí vždy splňovat požadavky na numerickou přesnost, tzn., že po dosažení konkrétních numerických hodnot obvodových parametrů nesmí překročit povolenou odchylku. Numerické hodnoty obvodových parametrů musí být

před začátkem aproximace známy, neboť jen tak lze vyhodnotit vliv jednotlivých symbolických členů tvořících výsledek.

Pro aproximaci stačí znát pouze nominální hodnoty obvodových parametrů, ovšem výsledek je pak s předepsanou přesností garantován pouze v jediném bodu v prostoru obvodových parametrů. Aproximací se tak ztrácí jedna z předností symbolického vyjádření – obecnost. Některé přístupy se proto snaží tento nedostatek alespoň částečně kompenzovat rozšířením platnosti aproximovaného výrazu na určité předem definované okolí nominálního bodu v prostoru obvodových parametrů [1], [2].

Podstatného zjednodušení aproximované obvodové funkce lze dosáhnout také omezením zkoumaného frekvenčního pásma. Většinou je toto frekvenční pásmo reprezentováno vhodně zvolenými kontrolními kmitočty, na kterých se během aproximace provádí numerická kontrola odchylek aproximované funkce. Nevýhodou tohoto postupu je skutečnost, že přesnost aproximovaného výsledku je následně garantována pouze na těchto diskrétních kmitočtech a ne v celém zadaném pásmu. Výsledný průběh aproximované funkce lze však snadno překontrolovat graficky a v případě neuspokojivého výsledku lze rozmístění a počet kontrolních kmitočtů i požadavky na přesnost změnit a aproximaci opakovat.

2 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cílem této disertační práce bylo vyvinout metody a algoritmy, které najdou praktické uplatnění v symbolickém analyzátoru SNAP [3]. První zjednodušovací technikou, která byla ve SNAPu použita, byla technika zjednodušování po generování výrazu (SAG). Výhodou této techniky je její snadná implementace, avšak oblast jejího praktického využití je omezena jen na velmi malé obvody.

Proto vznikla potřeba doplnit SNAP efektivnější aproximační metodou. Zvoleno bylo parametrické zjednodušování před generováním výrazu (Parametric SBG, PSBG) [5], které umožňuje odstranit velké množství numericky nevýznamných parametrů ještě před časově náročnou symbolickou analýzou, čímž se značně snižují nároky na následně použitou techniku SAG, popř. i SDG (zjednodušování během generování výrazu).

Příklady analýzy reálných obvodů potvrdily, že je parametrické SBG zjednodušování schopno zpracovat podstatně rozsáhlejší obvody než zjednodušování SAG. Velikost symbolického výrazu popisujícího obvod po PSBG zjednodušení již v drtivé většině případů nepředstavuje významnější problém pro výpočetní techniku, avšak výsledek je i přesto často natolik složitý, že informace v něm obsažená je jen stěží člověkem zpracovatelná. Proto se vynořila otázka, nelze-li hranice SBG posunout ještě dále. Praktické experimenty ukázaly, že existuje určitá třída obvodů, které lze i po parametrické SBG aproximaci dále zjednodušovat prostřednictvím fyzikálně interpretovatelných úprav. Při zkoumání tohoto problému se vynořila celá řada zajímavých otázek, jako např.:

- jaké vlastnosti musí mít obvod, který lze takto zjednodušit?

- jaké vlastnosti musí mít související obvodové úpravy?
- lze vytvořit metodu, která nebude trpět rizikem generování nepůvodních symbolických členů¹?

Výsledek výzkumu v této oblasti je uveden v následující kapitole pod názvem *metoda topologické aproximace* [4], [5].

3 METODA TOPOLOGICKÉ APROXIMACE

3.1 GRAFY, ZÁKLADNÍ DEFINICE A VĚTY

V této kapitole uvedeme pouze nejnütnější definice a věty. Zájemce o podrobnější informace lze odkázat např. na zdroje [8], [9] a [10].

DEFINICE 3.1: *Graf* $G(V, E)$ je matematická struktura sestávající z množiny *hran* E a množiny *vrcholů* V . Každá hrana je definována dvojicí vrcholů zapsanou ve tvaru (i, j) , resp. (j, i) , $i, j \in V$. Je-li tato dvojice uspořádaná, jde o *orientovaný graf*, v opačném případě jde o *graf neorientovaný*.

Pro hranu se také často užívá termín *větev*, pro vrchol termín *uzel*. *Incidence* $\rho(e, G)$ grafu G přiřazuje každé jeho hraně e dvojici vrcholů. Je-li $\rho(e, G) = (i, j)$, nazýváme vrcholy i a j *krajními vrcholy* hrany e a o hraně e říkáme, že *inciduje* s vrcholy i, j . *Izolovaným vrcholem* grafu nazýváme takový vrchol, se kterým neinciduje žádná hrana. Hranu $e = (i, i)$ s identickými krajními vrcholy nazveme *vlastní smyčkou*.

DEFINICE 3.2: Graf $G_S(V_S, E_S)$ je *podgrafem* grafu $G(V, E)$ (zapisujeme $G_S \subseteq G$), jestliže $V_S \subseteq V$ a $E_S \subseteq E$ a pro každou hranu $e \in E_S$ platí

$$\rho(e, G) = \rho(e, G_S). \quad (3.1)$$

Podgraf G_S , jehož množina vrcholů je shodná s množinou vrcholů grafu G , nazýváme *faktorem* grafu G .

DEFINICE 3.3: Necht' G_S je podgrafem grafu G . *Doplňkem* \overline{G}_S podgrafu G_S v G nazveme takový minimální graf $\overline{G}_S \subseteq G$, pro který platí $G = G_S \cup \overline{G}_S$. Píšeme $\overline{G}_S = G \setminus G_S$.

DEFINICE 3.4: Sledem grafu $G(V, E)$ nazveme konečnou posloupnost vrcholů a hran $S = \langle v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n \rangle$, kde $e_i \in E$, $\rho(e_i, G) = (v_{i-1}, v_i)$ pro $i = 1, 2, \dots, n$, $v_i \in V$ pro $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Vrcholy v_0 a v_n jsou *krajní vrcholy* sledu S (v_0 je *počáteční*, v_n *koncový* vrchol). Číslo $n \geq 0$ nazýváme *délkou* sledu S . Jsou-li vrcholy v_0 a v_n shodné, nazýváme sled S *uzavřeným*, jinak je sled S *otevřený*.

DEFINICE 3.5: *Tahem* grafu G nazýváme takový jeho sled, v němž jsou všechny hrany různé. *Cestou* grafu G nazýváme takový jeho tah, v němž každý vrchol

¹ Nepůvodními symbolickými členy jsou myšleny členy q_{ij} a r_{ij} (1.1) zjednodušeného výsledku, které nemají svůj protějšek v původní nezjednodušené funkci. Lze ukázat, že u některých empiricky založených SBG algoritmů hrozí riziko jejich generování [10].

inciduje nejvýše se dvěma hranami tohoto tahu. *Kružnicí (smyčkou)* nazýváme uzavřenou cestu.

DEFINICE 3.6: Graf, mezi jehož libovolnými dvěma vrcholy existuje sled, nazýváme *souvislým grafem*. Graf, který není souvislý, nazýváme *nesouvislým grafem*. *Komponentou grafu* nazýváme každý jeho maximální souvislý neprázdný podgraf.

DEFINICE 3.7: *Řez grafu* je podgraf sestávající z minimálního souboru hran, jejichž odstraněním vzroste počet komponent grafu o jednu.

Řezy grafu na obr. 3.2a) jsou např. soubory hran $\{e_1, e_2, e_4\}$ a $\{e_1, e_3, e_4, e_5\}$.

DEFINICE 3.8: Existuje-li v souvislém grafu G takový podgraf G_S , že průnikem G_S a jeho doplňku je pouze jediný vrchol i , potom tento vrchol nazveme *artikulací grafu G* . Vrchol nesouvislého grafu je artikulací, je-li artikulací v jedné z jeho komponent.

Jedinou artikulací grafu na obr. 3.2c) je uzel 0.

DEFINICE 3.9: *Neseperabilním grafem* nazveme souvislý neprázdný graf, který neobsahuje žádnou artikulaci. Všechny ostatní neprázdné grafy budeme považovat za *seperabilní*.

DEFINICE 3.10: *Blok grafu* je neseperabilní podgraf obsahující maximální počet hran. Za bloky grafu budeme považovat také všechny jeho vlastní smyčky.

Graf na obr. 3.2c) obsahuje právě 2 bloky $\{e_1, e_2, e_3\}$ a $\{e_4, e_5, e_6\}$.

DEFINICE 3.11: *Stromem* budeme nazývat souvislý graf neobsahující kružnice. *Kostrou* nebo *úplným stromem* daného grafu nazýváme takový jeho faktor, který je stromem.

VĚTA 3.1: *V grafu G existuje smyčka obsahující libovolné dvě hrany grafu G právě tehdy, existuje-li v grafu G blok obsahující obě tyto hrany.*

Důkaz této věty lze najít v [10].

3.2 POPIS OBVODU

Koncepce metody topologické aproximace je založena na úpravách grafů (*napětového a proudového*) sestavených *metodou dvou grafů* [6]. Tyto grafy reprezentují topologii zkoumaného obvodu a vyjadřují vzájemné vztahy obvodových veličin svázaných I. a II. Kirchhoffovým zákonem.

Původní metoda dvou grafů umožňuje analyzovat přímo pouze obvody s prvky R, L, C a zdroji VCCS¹, přičemž ostatní řízené zdroje musí být modelovány za cenu zvýšení složitosti obvodu. Pro účely metody topologické aproximace byly možnosti metody dvou grafů rozšířeny též o přímou podporu zdrojů CCVS² [7], [10]. Zbývající dva typy řízených zdrojů CCCS³ a VCVS⁴ mohou být velmi snadno

¹ Voltage-Controlled Current Source, zdroj proudu řízený napětím.

² Current-Controlled Voltage Source, zdroj napětí řízený proudem.

³ Current-Controlled Current Source, zdroj proudu řízený proudem.

⁴ Voltage-Controlled Voltage Source, zdroj napětí řízený napětím.

modelovány právě s pomocí prvků VCCS a CCVS.

Proudový a napěťový graf můžeme jednoduše vytvořit tak, že každý obvodový prvek nahradíme jemu odpovídajícím grafem, viz. obr. 3.1 [7], [10]. S využitím Binet-Cauchyho věty [8] lze pak pro determinant uzlové admittance matice psát

$$\det \mathbf{Y}_n = \sum_{t \in T_C} \varepsilon(t) Y^{(t)}, \quad (3.2)$$

- kde \mathbf{Y}_n ... je uzlová admittance matice
 T_C ... je množina společných koster napěťového a proudového grafu
 $\varepsilon(t)$... je znaménkový člen ± 1 odpovídající kostře t
 $Y^{(t)}$... je admittance součin kostry t (tj. součin všech admittance přiřazených hranám kostry t)

Prvek	Symbol	Model	Napěťový graf	Proudový graf
VCCS				
CCVS				
Pasivní jednobran				
VCVS				
CCCS				
OPAMP		$r \rightarrow \infty$:		

Obr. 3.1 Obvodové prvky a jim odpovídající proudové a napěťové grafy. Symbol $a \equiv b$ znamená spojení uzlů „a“ a „b“ v příslušném grafu.

3.3 VÝPOČET OBVODOVÝCH FUNKCÍ

Vztah (3.2) umožňuje určit determinant uzlové admitanční matice \mathbf{Y}_n libovolného obvodu modelovaného pomocí prvků VCCS a CCVS, ovšem k výpočtu obvodových funkcí je nutno znát i některé jednoduché algebraické doplňky matice \mathbf{Y}_n . Jedna z možností jejich výpočtu byla publikována v [11].

Podstatou metody [11] je rozšíření analyzovaného obvodu o nový prvek (viz. tab. 3.1), jehož způsob zapojení definuje vstupní a výstupní bránu obvodu. Ponechá-li se v rozvoji determinantu admitanční uzlové matice (3.2) parametr takto přidaného prvku v symbolickém tvaru, potom po rozřídění členů rozvoje (3.2) podle příslušnosti k tomuto parametru získáme oba dva algebraické doplňky, které je třeba znát k určení zkoumané obvodové funkce (viz. tab. 3.1).

funkce a její definice	rozšířený obvod	rozklad determinantu $\tilde{\Delta}$ rozšířeného obvodu	výpočet obvodové funkce
<p>napěťový přenos</p> $K_v = \frac{U_2}{U_1}, I_2 = 0$		$\tilde{\Delta} = \Delta_1 + A\Delta_2$	$K_v = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$
<p>proudový přenos</p> $K_i = \frac{I_2}{I_1}, U_2 = 0$		$\tilde{\Delta} = \Delta_1 + k\Delta_2$	$K_i = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$
<p>vstupní impedance</p> $Z_{in} = \frac{U_1}{I_1}$		$\tilde{\Delta} = \Delta_1 + g\Delta_2$	$Z_{in} = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$
<p>přenosová impedance</p> $Z_t = \frac{U_2}{I_1}, I_2 = 0$		$\tilde{\Delta} = \Delta_1 + g_m\Delta_2$	$Z_t = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$
<p>přenosová admittance</p> $Y_t = \frac{I_2}{U_1}, U_2 = 0$		$\tilde{\Delta} = \Delta_1 + b\Delta_2$ $= b(b^{-1}\Delta_1 + \Delta_2) \quad *)$	$Y_t = \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$

*) při použití rozšířené metody dvou grafů je parametr zdroje napětí řízeného proudem vyjádřen admitančně

Tab. 3.1 Způsob výpočtu obvodových funkcí v symbolickém tvaru rozšířením analyzovaného obvodu. Kladná orientace vstupních, resp. výstupních proudů je zvolena vždy z uzlu „a“, resp. „c“ dovnitř dvojbranu, kladná orientace vstupních, resp. výstupních napětí je zvolena vždy od uzlu „a“ k uzlu „b“, resp. od „c“ k „d“.

3.4 STRATEGIE APROXIMACE

Při použití rozšířených obvodů podle tab. 3.1 obsahují rozvoje uvedené ve třetím sloupci této tabulky výhradně členy patřící do čitatele nebo jmenovatele zkoumané obvodové funkce a odebrání určitého členu z rozvoje det Y_n rozšířeného obvodu se proto automaticky projeví odebráním tohoto členu z čitatele či jmenovatele obvodové funkce. Ke každému členu rozvoje det Y_n existuje v grafech rozšířeného obvodu právě jedna společná kostra a *jeden z možných způsobů zjednodušení obvodové funkce je proto založen na redukci společných koster napěťového a proudového grafu rozšířeného obvodu*. Řídící algoritmus generující odpovídající úpravy grafů může být obecně dvojího typu:

- algoritmus, který sleduje a redukuje pouze společné kostry (a připouští proto i výskyt nepůvodních nespolečných koster v upravených grafech).
- algoritmus, který redukuje kostry odděleně v každém z grafů bez ohledu na to, jsou-li společné či nikoli (při redukci koster v jednom nebo v obou grafech lze s vysokou mírou pravděpodobnosti předpokládat i úbytek společných koster).

Prvně uvedený algoritmus by pracoval čistě matematicky a je otázkou, do jaké míry by byl efektivně realizovatelný. Snahou vývoje bylo aplikovat nejen matematické, ale i obvodové přístupy k řešení a proto byla zvolena druhá varianta založená na odděleném zpracování grafů. Využita přitom byla skutečnost, že napěťový a proudový graf charakterizují vztahy mezi obvodovými veličinami svázanými I. a II. Kirchhoffovým zákonem a vhodná úprava těchto grafů proto může znamenat zjednodušení příslušných obvodových rovnic.

3.5 PRAVIDLA PRO ÚPRAVY NAPĚŤOVÉHO A PROUDOVÉHO GRAFU

Před úvahami o podobě operací v napěťovém a proudovém grafu je nejprve nutné formulovat pravidla, kterými se tyto operace budou řídit. Tyto pravidla roztrídíme do dvou skupin:

- *pravidla pro poměry veličin*
 - budou sledovat vzájemné vztahy obvodových veličin a tam, kde to bude možné, je zjednoduší.
- *pravidla pro strukturu grafu*
 - budou zaručovat snížení počtu koster v upravovaném grafu a současně budou zamezovat vzniku nepůvodních koster (a tím i nepůvodních symbolických členů). Tato pravidla budou kontrolovat výhradně strukturu grafu.

3.5.1 Pravidla pro poměry veličin

Budeme předpokládat, že analyzovaný obvod je podle charakteru zkoumané obvodové funkce buzen proudově či napětově a jsou známy všechny proudy i napětí v obvodu. Obvod dále podle tab. 3.1 rozšíříme o pomocný prvek, jehož brány definují vstup a výstup obvodu. Proudů a napětí na těchto branách nastavíme tak, aby souhlasily s vypočítanými vstupními a výstupními veličinami.

Takto rozšířený obvod budeme reprezentovat proudovým a napětovým grafem G_I a G_V vytvořenými v souladu s obr. 3.1. Budeme uvažovat, že tyto grafy mají b hran e_1, e_2, \dots, e_b . Vahám hran v proudovém, resp. napětovém grafu přiřadíme hodnoty příslušných branových proudů, resp. napětí. Tyto hodnoty seřadíme do sloupcových vektorů $\mathbf{i} = [i_1, i_2, \dots, i_b]^T$ a $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_b]^T$, přičemž i -tý prvek vektoru bude vždy korespondovat s hranou e_i .

Při formulaci rovnic sestavených podle I. Kirchhoffova zákona zvolíme jeho obecnější tvar [12] a můžeme psát

$$\mathbf{Q}_{aI} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{0} \quad , \quad (3.3)$$

kde \mathbf{Q}_{aI} je úplná incidenční matice řezů a větví [8] proudového grafu, která vyjadřuje vztah všech možných řezů grafu a jeho větví.

Obdobně pro rovnice sestavené podle II. Kirchhoffova zákona můžeme psát

$$\mathbf{B}_{aV} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad , \quad (3.4)$$

kde \mathbf{B}_{aV} je úplná incidenční matice smyček a větví napětového grafu, která vyjadřuje vztah všech možných smyček grafu a jeho větví.

Zanedbávání numericky nevýznamných proudů

Při zjednodušování rovnic soustavy (3.3) se lze inspirovat přístupem [13], [14], který je založen na zanedbávání numericky nevýznamných členů v obvodových rovnicích. Budeme uvažovat, že soustava (3.3) obsahuje Q rovnic. Pak v grafu G_I existuje Q různých řezů $C_1, C_2, \dots, C_Q \subseteq G_I$. Za numericky nevýznamné pak v řezu C_i budeme považovat proudy všech hran e , pro které platí

$$|i(e)| < \varepsilon_1 \max_{h \in E(C_i)} (|i(h)|) \quad , \quad (3.5)$$

kde $i(e)$ je proud hrany e , $\max_{h \in E(C_i)} (|i(h)|)$ je maximum z modulů proudů přiřazených hranám řezu C_i , $E(C_i)$ je množina hran řezu C_i a $\varepsilon_1 \in (0, 1)$ je určitá relativní prahová hodnota. Proudů hran splňujících podmínku (3.5) je proto možno v řezu C_i za určitých okolností¹ zanedbat. *Na grafové úrovni bude zanedbání proudu $i(e)$ v řezu C_i znamenat odebrání hrany e z množiny hran řezu C_i .*

¹ Zanedbání těchto proudů v řezu povolíme tehdy, způsobí-li takováto úprava akceptovatelnou numerickou odchylku zkoumané obvodové funkce a bude-li vyhovovat pravidlům pro strukturu grafu.

Zanedbávání numericky nevýznamných napětí

Obdobně jako v předchozím odstavci budeme postupovat i při zjednodušování soustavy (3.4) vytvořené podle II. Kirchhoffova zákona. Budeme uvažovat, že soustava obsahuje B rovnic a v grafu G_V proto bude existovat B různých smyček $L_1, L_2, \dots, L_B \subseteq G_V$. Zavedeme opět relativní prahovou hodnotu $\varepsilon_V \in (0, 1)$. Ve smyčce L_i budeme za numericky nevýznamná považovat napětí všech hran e , pro které platí

$$|v(e)| < \varepsilon_V \max_{h \in E(L_i)} (|v(h)|), \quad (3.6)$$

kde $v(e)$ je napětí na hraně e , $\max_{h \in E(L_i)} (|v(h)|)$ je maximum z modulů napětí přiřazených hranám smyčky L_i a $E(L_i)$ je množina hran smyčky L_i . Napětí hran splňujících podmínku (3.6) je proto možno ve smyčce L_i za určitých okolností zanedbat¹. Zanedbání napětí $v(e)$ ve smyčce L_i budeme na grafové úrovni interpretovat odebráním hrany e z množiny hran smyčky L_i .

3.5.2 Pravidla pro strukturu grafu

Pravidlo 3.1: *Původní i upravený graf musí být souvislé.*

To je vyžadováno již z definice kostry grafu.

Pravidlo 3.2: *Počet vrcholů grafu se nesmí změnit.*

Budeme vycházet z koncepce, že proudový a napěťový graf se budou upravovat nezávisle na sobě. V tom případě však musí být zaručen stejný počet hran v kostrách obou grafů, jinak by pojem společné kostry ztratil smysl. Počet hran kostry souvislého grafu je pevně svázán s počtem jeho uzlů [9] a neměnný počet hran kostry je proto zaručen právě tehdy, když se nemění počet vrcholů grafu.

Pravidlo 3.3: *Nechť G je původní graf a G' graf upravený. Potom musí platit $E(G') \subseteq E(G)$, kde $E(\cdot)$ označuje množinu hran příslušného grafu.*

Toto pravidlo připouští redukci hran.

Pravidlo 3.4: *Každá grafová operace musí splňovat podmínky věty 3.2 tak, aby upravený graf neobsahoval nepůvodní kostry.*

VĚTA 3.2: *Mějme původní graf G a upravený graf G' . Oba dva grafy necht' jsou souvislé a platí $E(G') \subseteq E(G)$ a $|V(G')| = |V(G)|$, kde $E(\cdot)$, resp. $V(\cdot)$ označuje množinu hran, resp. vrcholů příslušného grafu a $|M|$ je počet prvků množiny M . Necht' $T(G)$, resp. $T(G')$ je množina koster grafu G , resp. G' . Existuje-li potom ke každé smyčce $L \subseteq G$ takové, že $E(L) \subseteq E(G')$, smyčka $L' \subseteq G'$ taková, že $E(L') \subseteq E(L)$, pak ke každé kostře $t' \in T(G')$ existuje kostra $t \in T(G)$ taková, že $E(t') = E(t)$.*

Důkaz této věty lze najít v [10].

¹ Zanedbání těchto smyčkových napětí povolíme tehdy, způsobí-li takováto úprava akceptovatelnou numerickou odchylku zkoumané obvodové funkce a bude-li vyhovovat pravidlům pro strukturu grafu.

Pravidlo 3.5: Necht' G a G' jsou původní a upravený graf a necht' ke každé kostře t' grafu G' existuje kostra t grafu G taková, že $E(t') = E(t)$ ¹, kde $E(\cdot)$ označuje množinu hran příslušného (pod)grafu. Potom musí být současně pro všechny kostry t' upraveného grafu splněna právě jedna z podmínek

$$\varepsilon(t') = \varepsilon(t), \text{ nebo} \quad (3.7a)$$

$$\varepsilon(t') = -\varepsilon(t), \quad (3.7b)$$

kde $\varepsilon(t')$, resp. $\varepsilon(t)$ je znaménkový člen v rozkladu (3.2).

Každý symbolický člen v čitateli a jmenovateli obvodové funkce je jednoznačně určen hodnotou admitančního součinu příslušné společné kostry t napětového a proudového grafu a znaménkem $\varepsilon(t)$ (3.2). Zjednodušený výraz proto neobsahuje nepůvodní symbolické členy jen tehdy, je-li jej možno matematicky upravit do takového tvaru, kdy se každý jeho člen shoduje se svým originálem jak složením svých součinitelů, tak svým znaménkem. Tento požadavek může být v důsledku způsobu výpočtu obvodové funkce (tab. 3.1) splněn jen tehdy, je-li splněna právě jedna z podmínek (3.7a) či (3.7b).

3.6 OPERACE S GRAFY

3.6.1 Separace grafu

Pravidla uvedená v kapitole 3.5 jsou poměrně přísná a významně zužují soubor možných operací s grafy. Před úvahami o jejich konkrétním tvaru nejprve zavedeme pojem tzv. *separace podgrafu*.

DEFINICE 3.12: Separací souvislého podgrafu G_S z grafu G nazveme takovou grafovou operaci, která grafu G přiřadí graf

$$G' = \tilde{G} \cup G_S, \quad (3.8)$$

kde \tilde{G} je graf, pro jehož množinu hran platí

$$E(\tilde{G}) = E(G \setminus G_S), \quad (3.9)$$

kde $E(\cdot)$ označuje množinu hran příslušného grafu a $G \setminus G_S$ je doplněk podgrafu G_S v grafu G , a pro každou hranu $e \in E(\tilde{G})$ platí

$$\rho(e, G) = (v_i, v_j) \quad \text{a} \quad (3.10a)$$

$$\rho(e, \tilde{G}) = (f(v_i), f(v_j)), \quad (3.10b)$$

kde $\rho(e, G)$ je incidence hrany e v grafu G a f je zobrazení množiny vrcholů $V(G \setminus G_S)$ na množinu vrcholů $(V(G) - V(G_S)) \cup \{v_c\}$ takové, že platí

$$f(v) = \begin{cases} v & , \text{ když } v \notin V(G_S) \\ v_c & , \text{ když } v \in V(G_S) \end{cases}, \quad (3.11)$$

¹ Splnění tohoto předpokladu zaručuje pravidlo 3.4.

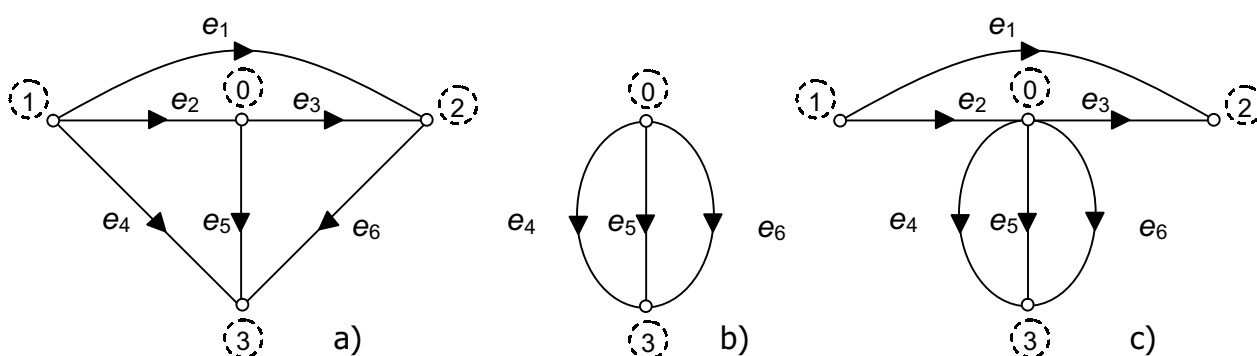
kde v_c je libovolný, ale pevně zvolený vrchol $v_c \in V(G \setminus G_S) \cap V(G_S)$. Pro operaci separace zavedeme symbol \triangleright a budeme psát

$$G' = G \triangleright G_S . \quad (3.12)$$

Pozn.: Separaci nesouvislého podgrafu G_S provedeme tak, že podgraf G_S rozložíme na komponenty $G_{S1}, G_{S2}, \dots, G_{Sk}$, které pak v libovolném pořadí od grafu vyseparujeme. Proto

$$G' = G \triangleright G_S = (((G \triangleright G_{S1}) \triangleright G_{S2}) \dots \triangleright G_{Sk}) . \quad (3.13)$$

Separaci podgrafu $G_S = \{e_1, e_2, e_3\}$ z grafu G demonstruje následující obrázek.



Obr. 3.2 Příklad separace podgrafu $G_S = \{e_1, e_2, e_3\}$ z grafu G :
a) původní graf G ; b) graf \tilde{G} ; c) upravený graf $G' = G \triangleright G_S$.

Vlastnosti separovaných grafů

Separace grafu je operace přesně určená pravidly v definici 3.12, která předurčuje některé vlastnosti separovaných grafů. S ohledem na využití v metodě topologické aproximace je nutno znát zejména odpověď na otázku, je-li přechod od původního k upravenému grafu v souladu s pravidly pro strukturu grafu definovanými v kapitole 3.5.2. Rozbory provedené v [10] dokazují, že přechod od původního souvislého grafu G k upravenému grafu $G' = G \triangleright G_S$, kde G_S je souvislý podgraf grafu G , vyhovuje všem těmto pravidlům.

3.6.2 Operace v napěťovém grafu

Při úvahách o konkrétní podobě operací v napěťovém grafu vyjdeme z věty 3.1, jejímž důsledkem je neexistence smyček, které by procházely více jak jedním blokem grafu. Zanedbávání numericky nevýznamných napětí, tak je formulováno v kap.3.5.1, je založeno na srovnávání velikostí smyčkových napětí a takového srovnávání je proto smysluplné provádět pouze v rámci jednotlivých bloků grafu. Pravidla pro úpravy napěťového grafu proto zformulujeme speciálně pro případ jednoduchého grafu G tvořeného jediným blokem a složitější grafy budeme upravovat na základě těchto pravidel blok po bloku.

Z věty 3.1 vyplývá i jeden podstatný závěr pro podobu hledaných grafových operací. Budeme-li totiž chtít zaručit, že k určité dvojici hran e_L, e_H nebude v upraveném grafu existovat ani jedna smyčka L taková, že $e_L, e_H \in L$ ¹, potom budou muset hrany e_L a e_H patřit do různých bloků upraveného grafu. Znamená to, že cílem úprav grafu G bude vždy jeho rozklad do dvou či více bloků.

Nyní si položíme otázku, jakým způsobem má být takovýto rozklad proveden. Uvažujme, že lze zkoumaný napěťový graf G rozložit do tvaru²

$$G = G_{Hi} \cup G_{Li} \quad , \quad (3.14)$$

kde G_{Li} je určitý podgraf grafu G , $G_{Hi} = G \setminus G_{Li}$ je jeho doplněk a pro každou smyčku $L \subseteq G$, která svými hranami prochází zároveň oběma podgrafy G_{Li} a G_{Hi} , platí

$$\max_{e \in G_{Li} \cap L} (|v(e)|) < \varepsilon_V \cdot \max_{e \in L} (|v(e)|) \quad , \quad (3.15)$$

kde $\varepsilon_V \in (0; 1)$ je určitá relativní prahová hodnota.

Při splnění podmínky (3.15) můžeme s ohledem na kritérium (3.6) z každé smyčky L grafu G vyjmout³ všechny hrany podgrafu G_{Li} . Snadno se přesvědčíme, že úprava grafu vyhovující takovémuto zadání⁴ spočívá v separaci podgrafu G_{Li} z grafu G . Pro takto upravený graf G' proto můžeme psát

$$G' = G \triangleright G_{Li} \quad . \quad (3.16)$$

3.6.3 Elementární operace

Vyjdeme z úpravy grafu, kterou můžeme obecně vyjádřit ve tvaru

$$G' = G \triangleright G_S \quad , \quad (3.17)$$

kde G_S je nějaký podgraf grafu G . Takováto operace může obecně znamenat významnou změnu v chování zkoumaného obvodu a při praktické realizaci aproximačního algoritmu proto nutně narazíme na otázku, není-li tato operace dále dělitelná na posloupnost nějakých *elementárních*⁵ operací, které by chování obvodu ovlivňovaly méně významnou měrou.

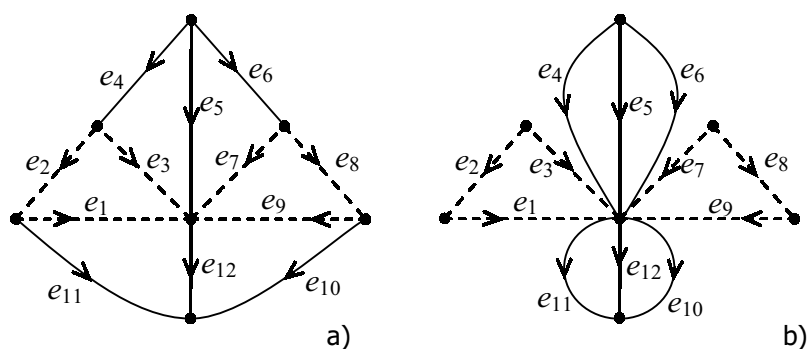
¹ K tomuto požadavku můžeme dospět na základě kritéria (3.6).

² Tento rozklad nemusí být pro jednu hodnotu ε_V jednoznačný a index i proto odlišuje různé rozklady.

³ Za předpokladu, že takováto operace způsobí akceptovatelnou odchylku zkoumané obvodové funkce.

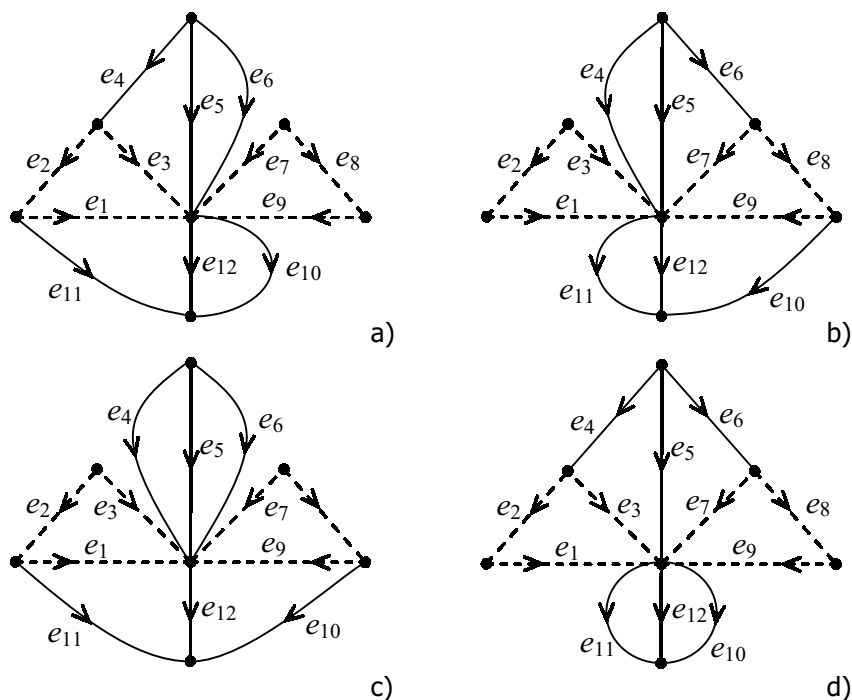
⁴ A vyhovující také všem pravidlům pro strukturu grafu uvedeným v kap. 3.5.2.

⁵ Dále nedělitelných z hlediska pravidel pro úpravy grafů definovaných v kap. 3.5.



Obr. 3.3 a) Příklad jednoduchého grafu G ; b) upravený graf $G' = G \triangleright G_S$. Čárkovaně jsou kresleny hrany podgrafu G_S .

Jako příklad uvažujme graf G na obr. 3.3a), který obsahuje podgraf $G_S = \{e_1, e_2, e_3, e_7, e_8, e_9\}$. Operace $G \triangleright G_S$ rozloží graf do celkem 4 bloků (viz. obr. 3.3b)), ovšem v souladu se závěry učiněnými v kap. 3.6.2 je smysluplná již každá operace, která graf rozdělí do alespoň dvou bloků. Za platné lze proto považovat též elementární operace, které graf upraví do tvaru podle obr. 3.4 a) až d) [10].



Obr. 3.4 Přehled elementárních operací nad grafem z obr. 3.3a).

Zájemce o podrobnější informace o této problematice je nutno odkázat na nezkrácenou verzi disertační práce [10], neboť uvedení kompletního teoretického rozboru přesahuje možnosti této publikace.

3.6.4 Operace v proudovém grafu

Operace v proudovém grafu mají s operacemi v napětřovém grafu mnoho společných rysů, díky čemuž lze při formulování operací v proudovém grafu využít postupy využívané pro graf napětřový. Za tímto účelem je vhodné přeformulovat kritérium (3.5) sledující proudové poměry v řezech tak, aby zkoumalo proudové poměry ve smyčkách proudového grafu. Tento přechod je podrobně rozebrán v [10] a jeho výsledkem je následující kritérium:

Z libovolné smyčky L proudového grafu lze odstranit¹ všechny větve e splňující podmínku

$$\left| \min_{h \in E(L)} (|i(h)|) \right| < \varepsilon_1 |i(e)|, \quad (3.18)$$

kde $\min_{h \in E(L)} (|i(h)|)$ je minimum z modulů proudů větví smyčky L , $\varepsilon_1 \in (0, 1)$ je relativní prahová hodnota a $i(e)$ je proud větve e .

Uvažujme dále proudový graf G^I , který je vzhledem k nějaké relativní prahové hodnotě $\varepsilon_1 \in (0, 1)$ rozložen na dva hranově disjunktí podgrafy G_{Hi}^I a G_{Li}^I tak, že²

$$G^I = G_{Hi}^I \cup G_{Li}^I, \quad (3.19)$$

kde $G_{Li}^I = G \setminus G_{Hi}^I$ a pro každou smyčku $L \subseteq G^I$, která svými hranami prochází zároveň oběma podgrafy G_{Hi}^I a G_{Li}^I , platí

$$\min_{e \in E(L)} (|i(e)|) < \varepsilon_1 \cdot \min_{e \in E(G_{Hi}^I \cap L)} (|i(e)|). \quad (3.20)$$

Potom lze v souladu s kritériem (3.18) z každé smyčky $L \subseteq G^I$, která svými hranami prochází zároveň oběma podgrafy G_{Hi}^I a G_{Li}^I , vyjmout všechny hrany podgrafu G_{Hi}^I . Snadno se přesvědčíme, že úprava grafu vyhovující takovému zadání³ spočívá v separaci podgrafu G_{Hi}^I z grafu G^I . Operaci

$$G' = G^I \triangleright G_{Hi}^I. \quad (3.21)$$

můžeme stejně jako operaci (3.16) „atomizovat“ na elementární operace. Po převedení (3.21) do obecného tvaru

$$G' = G \triangleright G_S \quad (3.22)$$

můžeme při hledání elementárních operací beze zbytku využít postup uvedený v kap. 3.6.3.

¹ Za předpokladu, že takováto operace způsobí akceptovatelnou odchylku zkoumané obvodové funkce.

² Tento rozklad nemusí být pro danou relativní prahovou hodnotu ε_1 jednoznačný a index i proto slouží k odlišení různých rozkladů.

³ A vyhovující také všem pravidlům pro strukturu grafu uvedeným v kap. 3.5.2.

3.7 POPIS ALGORITMU

Metoda topologické aproximace byla navržena s cílem zavést nový typ obvodových úprav, které by doplnily možnosti parametrického SBG zjednodušování [5]. Předpokládá se proto, že předmětem úprav topologické aproximace je již obvod předzpracovaný parametrickou SBG technikou. Obr. 3.5 zachycuje strukturu hlavního cyklu topologické aproximace.

Popis dalších algoritmů včetně algoritmu pro generování elementárních operací, který je založen na nalezení minimální, resp. maximální kostry napěťového, resp. proudového grafu, je uveden v [10]. Funkčnost všech algoritmů byla ověřena programem napsaným v MATLABu [17].

vstup: netlist, vektor kontrolních kmitočtů \mathbf{S} , max. povolená odchylka ¹ ε_{\max} , vektor nominálních hodnot obvodové funkce vektor nominálních hodnot obvodových parametrů \mathbf{p}_0 akumulovaná chyba ε_A^2
vytvoř rozšířený obvod podle tab. 3.1
vypočti všechna větвовá napětí a proudy ³
vygeneruj všechny elementární operace nad napěťovým a proudovým grafem
while $\varepsilon_A < \varepsilon_{\max}$
urči odchylku způsobenou každou elementární operací (na všech kontrolních kmitočtech $s \in \mathbf{S}$)
vyber elementární operaci způsobující nejmenší numerickou odchylku ε_{\min}
aktualizuj akumulovanou chybu $\varepsilon_A = \varepsilon_{\min}$
if $\varepsilon_{\min} < \varepsilon_{\max}$
proved' trvalou úpravu grafů
přepočti všechna větвовá napětí a proudy ³
vygeneruj nové elementární operace nad upraveným napěťovým a proudovým grafem

¹ Ve skutečnosti se zadává maximální povolená odchylka zvlášť pro fázi a zvlášť pro modul aproximované funkce. Tyto hodnoty se také mohou zadávat zvlášť pro každý kontrolní kmitočet

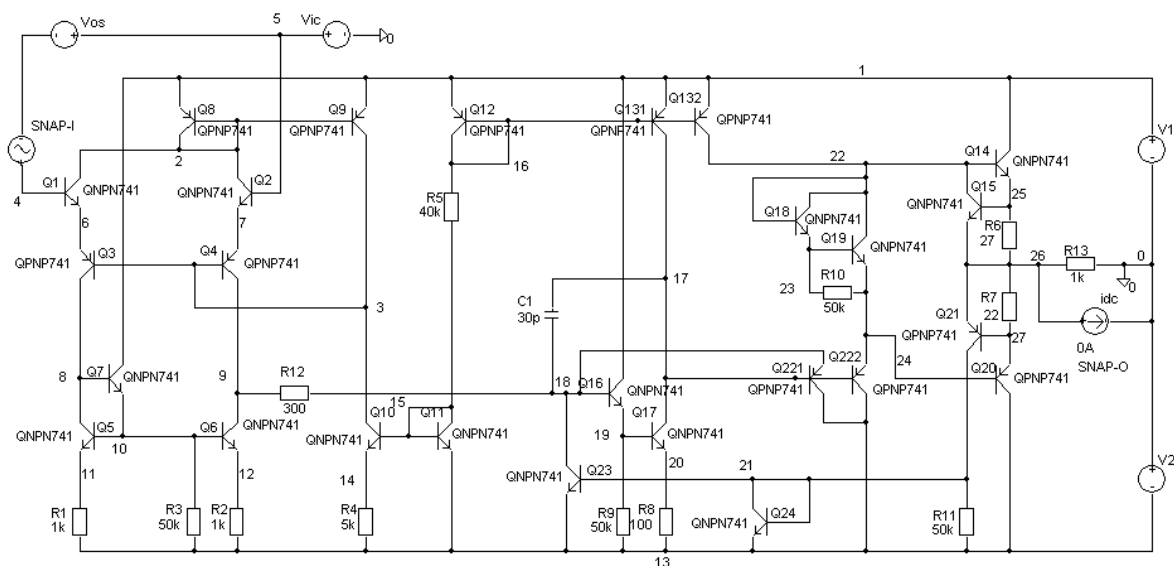
² Po předzpracování parametrickou SBG.

³ Znalost větвовých proudů a napětí následně slouží k vygenerování elementárních operací nad napěťovým a proudovým grafem. Jejich výpočet se provádí na jediném libovolně zvoleném kontrolním kmitočtu. Má-li být některá z takto vygenerovaných elementárních operací platná, potom musí způsobit akceptovatelnou odchylku obvodové funkce na všech kontrolních kmitočtech.

Obr. 3.5 Hlavní cyklus aproximace.

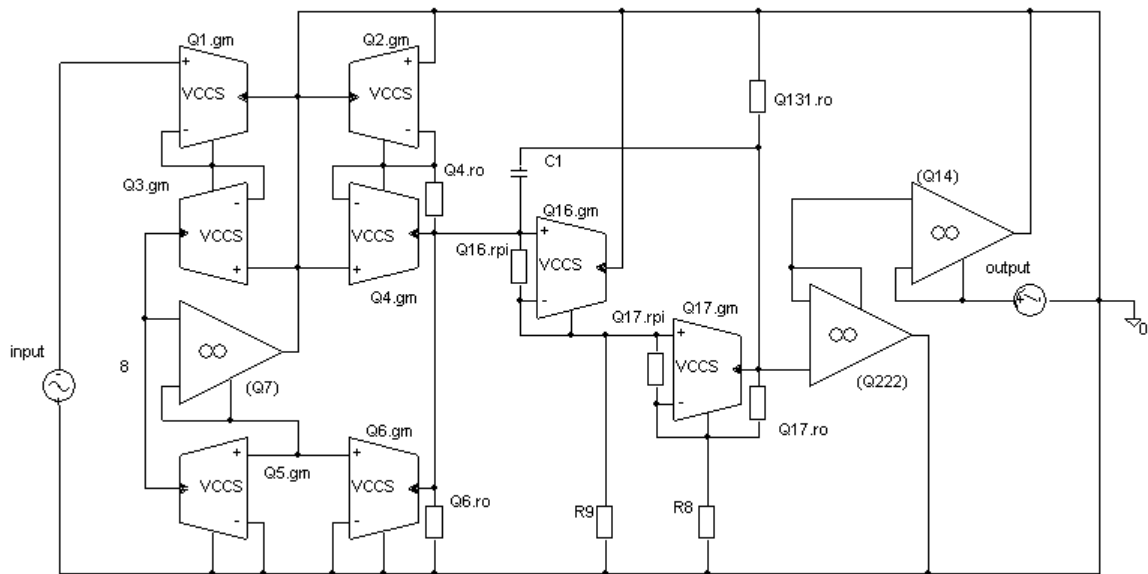
3.8 PŘÍKLAD ANALÝZY OPERAČNÍHO ZESILOVAČE μ A741

Možnosti topologické aproximace budou demonstrovány příkladem analýzy operačního zesilovače μ A741. Jeho zapojení (viz. obr. 3.6) je včetně modelů použitých tranzistorů dostupné na webových stránkách produktu Analog Insydes [15], [16]. Úkolem je zjednodušit vztah pro napěťový přenos s otevřenou zpětnovazební smyčkou v okolí dominantního pólu 3 Hz. Požadovaná přesnost necht' je 1.5 dB pro modul a 3° fázi.



Obr. 3.6 Zapojení operačního zesilovače μ A741. Vstupní a výstupní brána obvodu je definována prvky SNAP-I a SNAP-O.

Kmitočtové pásmo v okolí dominantního pólu bylo v průběhu aproximace reprezentováno dvěma kontrolními kmitočty 0.1 Hz a 5 Hz. Během parametrického SBG předzpracování [5] bylo redukováno celkem 179 obvodových parametrů a jejich počet se tak snížil z původních 196 na 17. Obr. 3.7 ukazuje stav obvodu po parametrické SBG aproximaci.



Obr. 3.7 Stav obvodu po parametrické SBG aproximaci (náhradní schéma pro střídavé signály).

V dalším kroku byla provedena topologická SBG aproximace, během které se v napěťovém grafu provedla separace podgrafů:

$$\{Q16.rpi^{-1}, Q2.gm, Q4.gm, Q16.gm\} \text{ a}$$

$$\{Q4.ro^{-1}, Q6.ro^{-1}, Q17.rpi^{-1}, R8^{-1}, R9^{-1}, Q17.gm\}$$

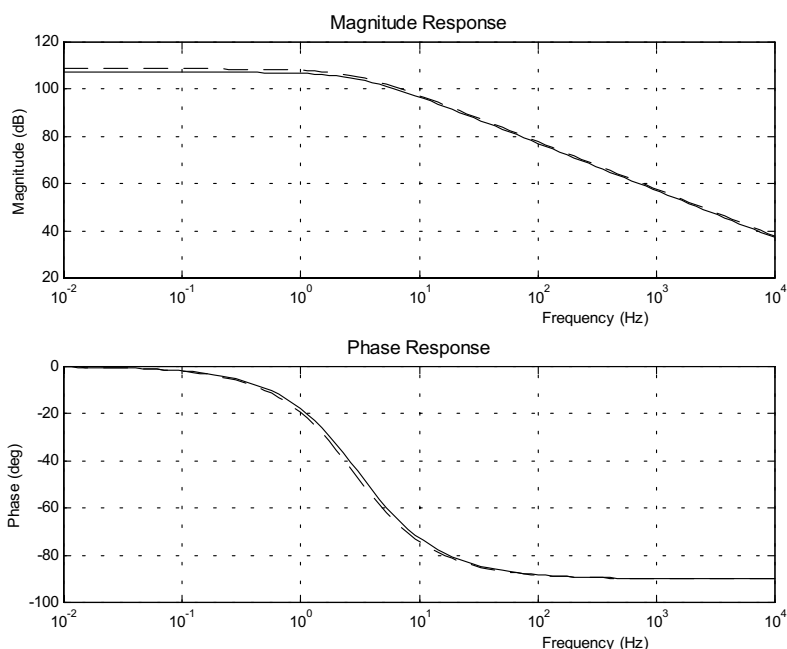
a v proudovém grafu separace podgrafů:

$$\{Q131.ro^{-1}, Q17.ro^{-1}, R8^{-1}, Q17.gm, Q17.rpi^{-1}, R9^{-1}, Q16.gm\} \text{ a}$$

$$\{Q131.ro^{-1}, Q17.ro^{-1}, R8^{-1}, Q17.gm\}.$$

Více o charakteru těchto operací napoví srovnání vlastních grafů před a po topologické SBG aproximaci, které je uvedeno na obr. 3.8.

Po ukončení TSBG byl vygenerován symbolický výraz, který byl finálně zjednodušen SAG metodou - následující obrázek přináší srovnání originálního přenosu a přenosu po SAG zpracování. Srovnání originálního přenosu s přenosy po topologické a parametrické SBG zde nemá smysl uvádět, neboť tyto průběhy téměř splývají.



Obr. 3.9 Srovnání původního průběhu (plná čára) a průběhu zjednodušeného SAG (přerušovaná čára) aproximací.

3.8.1 Shrnutí

Následující tabulka uvádí údaje o provedených aproximacích, které lze shrnout následovně:

- výsledek po parametrickém SBG předzpracování obsahuje v čitateli/jmenovateli 54/490 symbolických členů, což vůči původnímu počtu členů představuje redukci o téměř 100%, avšak z hlediska srozumitelnosti jsou tato čísla stále příliš vysoká.
- po topologické aproximaci klesl počet symbolických členů v čitateli/jmenovateli z 54/490 na 2/42, což představuje celkovou redukci o 91.9 %.
- po SAG aproximaci se již počet členů v čitateli nezměnil, počet členů ve jmenovateli poklesl z 42 na 28 (úbytek o 33.3 %).

		parametrická SBG aproximace	topologická SBG aproximace	SAG aproximace	
				bez TSBG přezprac.	s TSBG přezprac.
odchylka modulu:	povolená	± 1.5 dB	± 1.5 dB	± 1.5 dB	± 1.5 dB
	max. dosažená	0.5804 dB na $f = 5$ Hz	0.6816 dB na $f = 0.1$ Hz	1.4533 dB na $f = 0.1$ Hz	1.4533 dB na $f = 0.1$ Hz
odchylka fáze:	povolená	$\pm 3^\circ$	$\pm 3^\circ$	$\pm 3^\circ$	$\pm 3^\circ$
	max. dosažená	0.4858 ° na $f = 5$ Hz	0.1166 ° na $f = 5$ Hz	2.3536 ° na $f = 5$ Hz	2.3536 ° na $f = 5$ Hz
počet symbolických členů v čitateli	před aproximací	min. $5.44 \cdot 10^{29}$, max. $1.72 \cdot 10^{34}$	54	54	2
	po aproximaci	54	2	2	2
počet symbolických členů ve jmenovateli	před aproximací	min. $9.73 \cdot 10^{32}$, max. $3.44 \cdot 10^{34}$	490	490	42
	po aproximaci	490	42	28	28
redukce počtu členů	čítatel	$\approx 100\%$	96.30 %	96.30 %	0 %
	jmenovatel	$\approx 100\%$	91.43 %	94.29 %	33.33 %
počet obvodových parametrů	před aproximací	196	17	17	17
	po aproximaci	17	17	17	17
řád matic generujících čítatel/ jmenovatel ¹	před aproximací	49 / 49	7 / 7	—	—
	po aproximaci	7 / 7	7 / 7	—	—
čas výpočtu ²		1.38 s	1.12 s	9.21 s	2.73 s

¹ Jde o matice, z nichž se výpočtem determinantu určuje čítatel a jmenovatel obvodové funkce.

² Na počítači s procesorem Pentium 4 / 2.4 GHz s 512 MB RAM.

Tab. 3.3 Shrnutí výsledků aproximace.

4 ZÁVĚR

Hlavním přínosem této práce je uvedení a popis tzv. **metody topologické aproximace** patřící do skupiny SBG (*Simplification Before Generation*) technik. Hlavní přednosti této metody jsou:

- na rozdíl od doposud publikovaných SBG metod, které realizují obdobný typ zjednodušení, nezkoumá pouze vzájemné poměry obvodových veličin, ale **sleduje i topologii obvodu**. Proces zjednodušování tak není řízen pouze empirickými pravidly pro úpravy obvodových rovnic, ale je teoreticky podložen a **zaručuje nepřítomnost nepůvodních symbolických členů** ve zjednodušeném výsledku.
- na rozdíl od doposud publikovaných SBG metod, které realizují obdobný typ zjednodušení, **není závislá na zvoleném obvodovém popisu**. Díky tomu se lze při popisu obvodu vyhnout neefektivním metodám vedoucím k velmi vysokým řádům obvodových matic.
- **poskytuje odlišný typ zjednodušení než parametrická SBG** (PSBG) aproximace¹, vhodně ji tak doplňuje a celkově rozšiřuje možnosti SBG aproximace.
- jako každá SBG metoda **poskytuje fyzikálně interpretovatelný výsledek**. Tento fakt mimo jiné umožňuje např. dodatečné SDG (*Simplification During Generation*) zpracování.

Uvedení této metody vyžadovalo mimo jiné vyřešení následujících problémů:

- **rozšíření metody dvou grafů** - původní metoda dvou grafů [6] podporuje pouze jediný typ řízeného zdroje. Pro účely metody topologické aproximace bylo nutno její možnosti rozšířit tak, aby podporovala i ostatní typy řízených zdrojů [7], [10].
- **rozšíření teorie grafů** - hlavním nástrojem metody topologické aproximace jsou úpravy grafů reprezentujících zkoumaný obvod. Tyto grafové operace se ukázaly být natolik specifické, že si jejich zavedení vyžádalo formulaci speciálních vět v oblasti teorie grafů [10].
- **návrh algoritmů** - metoda topologické aproximace byla prakticky ověřena programem napsaným v prostředí MATLAB. Detailní popis navržených algoritmů je uveden v [10].

Mimo topologické aproximace bylo pro praktické experimenty nutno rovněž implementovat efektivní parametrickou SBG techniku. I když podstata této techniky není nikterak nová, její realizace vyžaduje vyřešení celé řady praktických problémů, jejichž detailní popis bývá v odborné literatuře většinou opomíjen. Tato

¹ PSBG [5] je nejvýkonnější aproximační metoda, která ovšem nevyčerpává všechny obecné možnosti SBG.

problematika je proto detailně rozebrána v nezkrácené verzi disertační práce [10], přičemž původní přínos zde publikovaných postupů spočívá zejména ve:

- ***způsobu hromadného výpočtu jednoduchých algebraických doplňků*** pomocí tzv. matice algebraických doplňků.
- ***dynamickém snižování řádu obvodové matice*** realizovaném pomocí transformací řádkových a sloupcových souřadnic.

Funkčnost metody topologické aproximace i ostatních postupů byla prakticky ověřena programem napsaným v prostředí MATLAB. Praktické experimenty provedené na jednoduchých i složitějších obvodech potvrdily, že:

- metoda topologické aproximace dokáže v některých případech redukovat i více jak 90% symbolických členů výsledku po PSBG předzpracování, čímž ***významně přispívá ke snaze o získání stručného symbolického výsledku.***
- ***topologická aproximace má příznivý vliv na čas výpočtu následně volané SAG (Simplification After Generation) aproximace.*** To může být výhodné zejména u velmi rozsáhlých obvodů.
- ***navržené algoritmy parametrické i topologické aproximace jsou dostatečně rychlé.*** Jejich výpočetní časy se v případě všech analyzovaných obvodů pohybovaly výhradně v řádu jednotek sekund¹.
- nejsilnějším nástrojem v sekvenci PSBG → TSBG → SAG obvykle podle očekávání bývá parametrická SBG aproximace.

Dalším výstupem praktických experimentů bylo zjištění, že v případě analýzy velmi rozsáhlých obvodů nebo velmi přísných požadavků na přesnost je složitost zjednodušeného symbolického výsledku i přes vyčerpání všech možností aproximace včetně SAG často stále příliš velká. SBG aproximace však může mít svůj význam i v takovémto případě, i když pak o chování obvodu spíše než vygenerovaný symbolický výraz napovídá více např. výpis obvodových parametrů nevyřazených během parametrické SBG aproximace. Moderní nástroj pro aproximační symbolickou analýzu by proto podle představ autora měl mít následující vlastnosti:

- měl by být interaktivně provázán se schématickým editorem, který by měl být schopen graficky rozlišit prvky nebo parametry vyřazené/nevyřazené během parametrické SBG.
- měl by uchovávat historii provedených obvodových úprav. Ve schématickém editoru by měla být tlačítka pro pohyb vpřed a vzad v rámci této historie.
- uživatel by měl mít možnost zakázat redukci jím zvolených parametrů.

¹ Měřeno na počítači s procesorem Pentium 4 / 2.4 GHz s 512 MB RAM.

- významnost jednotlivých obvodových prvků by ve schématickém editoru mohla být upřesněna ještě doplňujícím numerickým údajem, např. o citlivosti zkoumané obvodové funkce na daný parametr.
- mohl by generovat také náhradní schéma obvodu po parametrické SBG aproximaci (viz. např. obr. 3.7). Toto schéma by přinášelo informaci o funkci analyzovaného obvodu a zároveň by umožňovalo kontrolovat i funkci vlastního analyzátoru.
- mohl by generovat také schéma obvodu po topologické SBG aproximaci nebo podobu grafů před a po topologické aproximaci (viz. např. obr. 3.8).

LITERATURA

- [1] Fernández, F.V., Rodríguez-Vázquez,A., Huertas, J.L., Gielen, G.G.E., *Symbolic Analysis Techniques – Applications to Analog Design Automation*, IEEE Press, 1998.
- [2] Fernández,F.V., Rodríguez-Vázquez,A., Martín,J.D., Huertas,J.L.: *Accurate Simplification of Large Symbolic Formulae*, Proc. IEEE ICCAD, pp. 318-321, 1992.
- [3] Biolek, D.: *SNAP v. 2.6. Příručka začínajícího uživatele*. 40 stran, Brno 1999.
- [4] Vlk, M., Kolka, Z., *New Topological Approach to Simplification Before Generation*. In Proceedings of 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications to Circuit Design 2002 (SMACD 2002). Sinaia, Romania, Polytechnica University Sinaia, 2002, s. 120 - 123, ISBN 973-85072-5-1.
- [5] Kolka, Z., Vlk, M., *Combined Approach to Symbolic Approximation*, In Proc. of 7th WSEAS CSCC Multiconference (CSCC'2003). 7th WSEAS International Multiconference on Circuits, Systems, Communications and Computers. Corfu: NEUVEDEN, 2003, p. 224 - 227, ISBN 960-8052-82-3.
- [6] Mayeda,W., Seshu,S.: *Topological Formulas for Network Functions*, Engineering Experimentation Station, University of Illinois, Bulletin 446, Urbana, 1957.
- [7] Vlk, M.: *Improved Two-Graph Tree Enumeration Method*. Proceedings of Radioelektronika 2002, Bratislava 2002, ISBN 80-227-1700-2.
- [8] Chen,W.K.: *Applied Graph Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1971.
- [9] Kolář, J. , Štěpánková, O., Chytil, M.: *Logika, algebry, grafy*. SNTL Praha, 1989.
- [10] Vlk, M., *Aproximační symbolická analýza lineárních obvodů*, disertační práce, Brno: VUT, Ústav radioelektroniky, 2005, 176 s..
- [11] Lin, P.M., *Symbolic network analysis*, Elsevier, 1991. ISBN 0-444-87389-9.
- [12] Vlach, J., Singhal, K., *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*, 2nd edition New York: Van Nostrand Reinhold, 1994.
- [13] Dröge,G., Sommer,R., Horneber,E.H.: *Obtaining Compact Network Equations by Reduction of Matrices*, Proc. 2nd International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design 1992 (SMACD'92), Florence (Italy), pp.83-93, Oct. 1992.
- [14] Sommer,R., Hennig,E., Dröge,G.: *Equation-Based Symbolic Approximation by Matrix Reduction with Quantitative Error Prediction*, Alta-Frequenza – Rivista di Elettronica, vol.5, no.6, pp.29-37, Dec. 1993.
- [15] Hennig, E. and T. Halfmann, *Analog Insydes Tutorial*, ITWM, Kaiserslautern (Germany), 1998.
- [16] Webové stránky Analog Insydes: <http://www.analog-insydes.de>, stav k 4.2. 2005.
- [17] Webové stránky MathWorks: <http://www.mathworks.com/>.

CURRICULUM VITAE

Osobní údaje

Jméno: Martin Vlk
Datum narození: 2.8. 1975
Místo narození: Havířov
e-mail: vlkma@email.cz

Vzdělání

1989–1993 Střední průmyslová škola elektrotechnická, Havířov.
1993–1998 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a informatiky, studijní obor Elektronika a sdělovací technika.
1998–2001 Studium presenční formy postgraduálního doktorského studia, studijní obor Teoretická elektrotechnika na Fakultě elektrotechniky a komunikačních technologií Vysokého učení technického v Brně.

Odborná praxe

od 2003 Motorola, s.r.o. (od r. 2004 Freescale polovodiče, s.r.o.), systémový aplikační inženýr

Jazykové znalosti

Angličtina

ABSTRACT

One of the major problems with the symbolic analysis of linear electrical circuits is the complexity of the symbolic solutions which increases exponentially with the number of circuit elements. A new approach to symbolic expression simplification that is based on the structural modifications of graphs representing a network is introduced in this work.