VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice PhD Thesis, sv. 355

ISSN 1213-4198

thesis

Ing. Martin Horák

Symbolické metody pro analýzu obvodů a jejich implementace

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií
Ústav radioelektroniky

Ing. Martin Horák

SYMBOLICKÉ METODY PRO ANALÝZU OBVODŮ A JEJICH IMPLEMENTACE

SYMBOLIC METHODS FOR CIRCUIT ANALYSIS AND THEIR IMPLEMENTATION

ZKRÁCENÁ VERZE PH.D. THESIS

Obor: Teoretická elektrotechnika
Školitel: Doc. Dr. Ing. Zdeněk Kolka
Oponenti: Prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc.
Doc. Dr. Ing. Josef Punčochář
Datum obhajoby: 28. 11. 2005

KLÍČOVÁ SLOVA

Symbolická analýza, zjednodušování symbolického výrazu, zjednodušování topologie obvodu

KEY WORDS

Symbolic analysis, approximation of symbolic expression, topological simplification

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Oddělení vědy a výzkumu, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, Údolní 53, Brno, 602 00

© Martin Horák, 2005
ISBN 80-214-3098-2
ISSN 1213-4198

OBSAH

1 ÚVOD ... 5
2 SOUČASNÝ STAV ... 6
2.1 Metoda SAG ... 6
2.2 Metoda SDG ... 7
2.3 Metoda SBG ... 7
3 CÍLE ... 8
4 METODY PŘIBLIŽNÉ SYMBOLICKÉ ANALÝZY ... 8
4.1 Klasická metoda zjednodušování obvodových rovnic ... 8
4.2 Řídicí kritérium pro symbolické zjednodušování ... 9
4.3 Výpočet chyb s využitím inverzní matice ... 10
4.4 Využití Sherman-Morrisonova teorému ... 11
4.5 Efektivní zjednodušovací algoritmus ... 12
4.6 Výpočet inverzní matice s využitím technik pro řídké matice ... 12
4.7 Eliminace skupiny prvků v obvodu ... 12
4.8 Využití citlivostní analýzy pro zjednodušování obvodových rovnic ... 13
5 METODA DVOU GRAFŮ PRO ZJEDNODUŠOVÁNÍ OBVODOVÝCH ROVNIC ... 15
5.1 Topologické modifikace obvodu a jejich fyzikální interpretace ... 15
5.2 Souvislost topologických modifikací s metodou dvou grafů a MMUN ... 17
5.3 Test na vznik cizích členů s využitím metody dvou grafů ... 18
5.4 Algoritmus pro zjišťování společné kostry tří grafů ... 18
5.5 Diskuse výpočetní náročnosti ... 19
6 IMPLEMENTACE A OVĚŘENÍ METOD ... 19
6.1 Testovací obvody ... 19
6.2 Použité programy pro přibližnou symbolickou analýzu ... 20
6.3 Aplikace klasické metody SBG na teoretické obvody ... 20
6.4 Výpočetní náročnost klasické přibližné symbolické analýzy pro reálné obvody ... 22
6.5 Eliminace skupiny prvků v obvodu ... 23
6.6 Využití citlivostní analýzy pro eliminaci prvků v obvodu ... 24
6.7 Aplikace metody SBG, která využívá metodu dvou grafů ... 25
6.8 Shrnutí ... 27
7 ZÁVĚR ... 27
LITERATURA ... 28
CURRICULUM VITAE ... 31
ABSTRACT ... 32

1 ÚVOD

Vzhledem k současnému rozvoji výpočetní techniky se pro návrh, analýzu a testování analogových elektronických obvodů běžně používá řada CAD (Computer-Aided Design) programů. Mezi nejznámější programy patří obvodové simulátory třídy Spice [58], které umožňují simulaci analogových, digitálních i smíšených obvodů. Vstupem simulátoru je schéma ve formě tzv. netlistu, definující vzájemné propojení prvků, a modely všech prvků ve schématu. Obvodový simulátor sestaví soustavu rovnic popisující obvod, která se poté dále řeší. Jeho výstupem jsou numerické hodnoty, příp. grafické závislosti, ze kterých je možné získat informaci o chování obvodu. Přesnost výsledků simulace je dána přesností použitých modelů součástek, případně použitých numerických algoritmů.

Pro analýzu obvodů existují další nástroje, které umožňují odlišný pohled na chování obvodu než numerická analýza. Tyto nástroje umožňují tzv. symbolické řešení obvodů – jejich vstupem je lineární, většinou však v daném pracovním bodě linearizovaný obvod, popsaný soustavou lineárních rovnic a jejich výstupem je analytický vzorec, který popisuje chování obvodu – např. vstupní impedanci, napěťový přenos, atd. Mezi ně patří např. program COCO [1], SAPWIN [2], SALO [3], SNAP [4] a další.

Oba přístupy mají své výhody i nevýhody:

- numerická analýza je v současné době zvládnutá pro analýzu všech typů nelineárních, analogových i digitálních obvodů, zatímco symbolická analýza je omezena jen na řešení lineárních nebo linearizovaných obvodů,
- rozsah analyzovaného obvodu se pro numerické metody pohybuje v řádech desítek tisíc uzlů, nicméně pro symbolickou analýzu je limit počtu uzlů v řádově v jednotkách, až nízkých desítkách,
- symbolické metody vykazují vyšší nároky na výpočetní výkon než numerické metody – manipulace se symboly přináší obecně větší výpočetní náročnost,
- mezi hlavní výhodu symbolické analýzy patří možnost hlubšího pochopení funkce analyzovaného obvodu a určení vlivu jednotlivých součástek na chování celého obvodu, a to z vygenerovaného symbolického výrazu.

Z výše uvedeného srovnání je patrné, že symbolické metody poskytují oproti numerickým metodám jednu výhodu, která je numerickými metodami těžko dosažitelná a tou je jejich obecnost. Symbolický výraz tak díky větší obecnosti popisu umožňuje snadněji získat více informací o chování analyzovaného obvodu.

Stinnou stránkou všech symbolických metod je fakt, že počet symbolických členů v požadované obvodové funkci vzrůstá exponenciálně s počtem uzlů analyzovaného obvodu. Z toho vyplývá, že pokud se vygeneruje symbolický výraz pomocí klasické symbolické analýzy, pak má tato analýza smysl jen pro obvody s malým počtem prvků i uzlů.

Tuto nevýhodu je možné řešit metodami pro zjednodušení symbolického výrazu, metodami tzv. přibližné symbolické analýzy. Praktické zkoušky ukazují, že na

výslednou obvodovou funkci má podstatný vliv pouze několik členů z celkového přesného symbolického výrazu, ostatní členy je možné (s předem definovanou chybou) zanedbat. Pokud se navíc uvažuje jen určitý kmitočtový rozsah platnosti symbolického výrazu, lze symbolický výraz dále zjednodušit. V praxi uživatel zvolí referenční frekvence, na kterých stanoví maximální přípustnou odchylku od nominálního průběhu. Zjednodušovací algoritmus poté vygeneruje na základě těchto požadavků přibližný symbolický výraz. Takto vygenerovaný výraz má potom platnost jen v omezeném kmitočtovém rozsahu, příp. pouze na kmitočtech, definovaných uživatelem.

Je zřejmé, že pro vygenerování přibližného symbolického výrazu musí být nominální číselné hodnoty prvků v obvodu předem známy a musí být známo i přesné numerické řešení hledané přibližné obvodové funkce na daných kmitočtech.

Oba přístupy – numerická i symbolická analýza – se ve své podstatě doplňují; výstup z numerické simulace může sloužit pro ověření správné funkce obvodu, zatímco přibližná symbolická analýza umožňuje např. sestavit zjednodušené analytické vzorce pro návrh a optimalizaci chování obvodu.

2 SOUČASNÝ STAV

2.1 METODA SAG

Metoda přibližné symbolické analýzy **SAG** (Simplification after generation) umožňuje vygenerovat přibližný symbolický výraz na základě úplného obecného symbolického výrazu. Zjednodušování přesného symbolického výrazu spočívá v postupném odebírání nevýznamných členů z čitatele a jmenovatele obvodové funkce, dokud není dosaženo předepsané chyby. Např. pro jednoduchý tranzistorový zesilovač se společným emitorem, kde g_m je strmost tranzistoru, R_{c1} je hodnota rezistoru v kolektoru tranzistoru, R_{E1} je hodnota rezistoru v emitoru a R_L je hodnota připojené zátěže, lze jeho napěťový přenos za podmínky $R_{c1} << R_L$ zjednodušit následovně

$$K_u = \frac{g_m}{g_m R_{E1} + 1} \frac{R_{C1} R_L}{\cancel{R_{C1}} + R_L} = \frac{g_m}{g_m R_{E1} + 1} R_{C1}$$

Tato metoda je z principu omezena jen na nejjednodušší obvody, neboť pracuje se všemi členy původního symbolického výrazu, kterých je pro obvody obsahující přes 10 uzlů zpravidla obrovské množství. Metoda SAG je implementována např. v programech SNAP[4] a SAPWIN [2].

Mezi pokročilejší metody SAG se řadí metody, které zjednodušují symbolický výraz ve vnořené formě [9]. Tyto metody však ze svého principu skrývají nebezpečí – z důvodů značného rozsahu plochého rozvinutého tvaru symbolického výrazu není možné určit, jestli neexistují mezi vnořenými výrazy zrušitelné členy. Tím může dojít po zjednodušení výrazu ke stavu, že se po roznásobení mohou objevit členy, které v původním výrazu neexistovaly, proto tato technika není v programech pro symbolickou analýzu příliš využívána.

2.2 METODA SDG

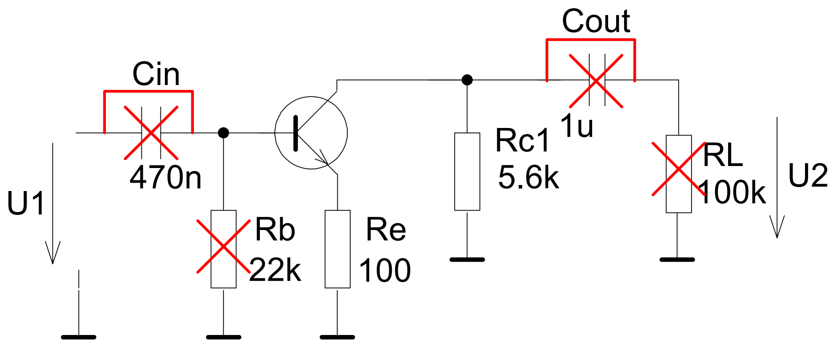
Metoda přibližné symbolické analýzy **SDG** (Simplification during generation) [8] umožňuje generovat symbolický výraz od členů, které mají největší váhu (nejvýznamnější) až po členy s váhou nejnižší. V současné době nejefektivnější implementace této metody je založena na metodě dvou grafů. Je třeba generovat pro každou mocninu komplexní frekvence členy v čitateli i jmenovateli obvodové funkce od největší váhy po nejmenší. Tento problém je řešen pomocí nástrojů matematické teorie matroidů popsané v [11].

Metoda vyžaduje znalost přesných numerických hodnot pro jednotlivé mocniny komplexní frekvence pro čitatel i jmenovatel obvodové funkce. Tyto koeficienty lze získat pomocí polynomiální interpolace [5], která je pro polynomy vyššího řádu obecně zatížena značnými numerickými chybami z důvodu obrovského rozptylu koeficientů. Proto se článek [7] se zabývá řešením tohoto problému pomocí normování těchto koeficientů na úkor zvýšené výpočetní náročnosti, dané iteračním přístupem.

Metoda SDG je využita v programech RAINIER [19] a SALO [3].

2.3 METODA SBG

U metody přibližné symbolické analýzy SBG (Simplification before generation) dochází k vygenerování symbolického výrazu až po zjednodušení topologie obvod. Je založena na tom, že některé prvky lze v obvodu nahradit nulovou admitancí nebo nulovou impedancí, aniž by došlo k významnému rozdílu oproti přesnému obvodu. Tím dojde ke zjednodušení topologie obvodu před generováním symbolického výrazu. Nevýznamné prvky se postupně odebírají z obvodu, a teprve poté se na základě ostatních, významných prvků generuje symbolický výraz. Princip metody ilustruje obr. 2.1, kde se předpokládá, že škrtnuté prvky v obvodu zesilovače se pro napěťový přenos $K_u = U_2/U_1$ neuplatní pro oblast středních frekvencí.



Obr. 2.1. Aplikace metody SBG na malosignálový model obvodu

Pro vyhodnocení, zda je daný prvek důležitý pro danou obvodovou funkci se používají maticové metody, pro které je možné použít efektivní metodu pro řešení soustavy rovnic jako Gaussova eliminace či metoda LU rozkladu. Nevýhoda metody

SBG spočívá ve značné výpočetní náročnosti, neboť po jakékoli změně topologie obvodu je nutné přepočítat celý obvod.

Naopak přednost této metody spočívá ve schopnosti redukovat počet obvodových parametrů a tedy i počet uzlů obvodu, čímž se radikálně redukuje počet výsledných symbolických členů výrazu. Proto je tato metoda často použita před započetím analýzy metodami SAG nebo SDG.

V současné době je metoda SBG implementována mimo jiné v symbolickém analyzátoru SNAP [4] a Analog Insydes [24].

3 CÍLE

První cíl disertační práce spočívá ve vytvoření efektivní metodiky zjednodušování obvodových rovnic s ohledem na modifikovanou metodu uzlových napětí. Na základě rozboru bude proveden návrh vhodného algoritmu, odvozena jeho výpočetní náročnost a zefektivnění této metodiky s využitím Sherman-Morrisonova teorému, techniky řídkých matic a eliminací skupiny prvků obvodu.

Je možné ukázat, že i když obvod nelze dále zjednodušit nahrazením některých prvků nulovou admitancí nebo nulovou impedancí, stále lze dále dosáhnout dalšího zjednodušení symbolického výrazu zanedbáním některých napěťových či proudových příspěvků v obvodu na základě Kirchhoffových rovnic. Stinnou stránkou tohoto přístupu je, že po takovém zjednodušení může dojít ke vzniku tzv. cizích členů ve výsledném symbolickém výrazu, tj. členů, které původní nezjednodušený symbolický výraz neobsahuje. Tento problém je zmíněn v [10], avšak dosud nebyl uspokojivě vyřešen. Vytvoření metodiky pro tuto techniku symbolického zjednodušování a nalezení vhodného algoritmu je předmětem druhého cíle disertační práce.

Posledním cílem disertační práce je implementace navrhovaných metod v jazyce C++, aby bylo možné jejich ověření a zhodnocení jejich efektivity na současně dostupném výpočetním vybavení a aby byla umožněna i jejich implementace v symbolickém analyzátoru SNAP, který je vyvíjen na Fakultě elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně. Pro zhodnocení efektivity metod se předpokládá aplikace metodiky symbolického zjednodušování nejen na teoretických, tzv. benchmarkových obvodech, ale i obvodech, které se používají v praxi.

4 METODY PŘIBLIŽNÉ SYMBOLICKÉ ANALÝZY

4.1 KLASICKÁ METODA ZJEDNODUŠOVÁNÍ OBVODOVÝCH ROVNIC

Princip metody je založen na zjednodušování topologie obvodu před vlastním generováním symbolického výrazu [10]. Hlavní myšlenka spočívá v eliminaci nevýznamných prvků, které mají malý vliv na chování obvodu ve střídavé oblasti. Mezi tyto prvky patří především prvky pro nastavení stejnosměrného pracovního bodu, které mohou být po nalezení stejnosměrného pracovního bodu vypuštěny.

Přístup spočívá v postupném testování možných topologických úprav na numerickou chybu výsledné obvodové funkce. Ten prvek, který způsobí nejmenší chybu, je z matice vypuštěn. To je opakováno až do doby, kdy zanedbání libovolného prvku v obvodu překročí definovanou chybu. Je patrné, že eliminace prvků obvodu lze rozdělit na dva případy – nahrazení prvku nulovou impedancí a nulovou admitancí, což se v prvním případě v uzlové admitanční matici projeví sečtením odpovídajících řádků a ve druhém případě odebráním prvku z matice.

Pořadí odebírání prvků z obvodu je zajištěno tzv. **řídicím kritériem**.

4.2 ŘÍDICÍ KRITÉRIUM PRO SYMBOLICKÉ ZJEDNODUŠOVÁNÍ

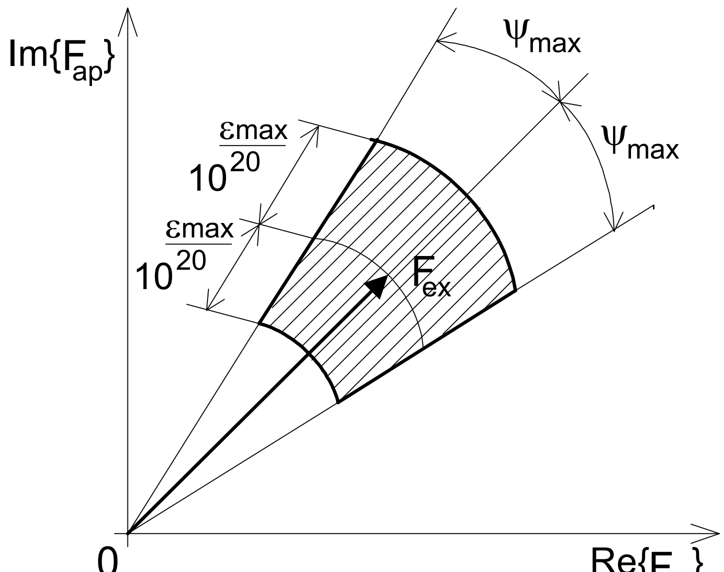
Pro zjednodušování symbolického výrazu lze aplikovat řídicí kritérium pro amplitudu

$$\varepsilon_{\max} \geq \varepsilon(s) = \Big|20\log\left|F_{\mathrm{ex}}(s)\right| - 20\log\left|F_{\mathrm{ap}}(s)\right|\Big| \tag{4.1}$$

a pro fázi

$$\psi_{\max} \geq \psi(s) = \Big|\left|\angle F_{\mathrm{ex}}(s)\right| - \left|\angle F_{\mathrm{ap}}(s)\right|\Big|. \tag{4.2}$$

Vztahy udávají chybu mezi přesnou hodnotou F_{ex} a hodnotou přibližného výrazu F_{ap} na dané komplexní frekvenci s, tzv. **návrhové frekvenci** (design point), kde $\varepsilon_{\max}$ ($\psi_{\max}$) udává maximální, uživatelem definovanou chybu amplitudy (fáze) v decibelech (absolutně), viz obr. 4.1.



Obr. 4.1. Chybová kritéria (4.1) a (4.2) zobrazená v komplexní rovině

Pro vzájemné porovnání prvků z hlediska výběru nejvhodnějšího kandidáta pro zanedbání vyžaduje definování váhy prvku. Tato váha reprezentuje vhodnost prvku

pro jeho vypuštění současně z hlediska amplitudy i fáze chyby. Tuto váhu lze definovat následovně

$$e = \frac{\varepsilon(s)}{\varepsilon_{\max}} + \frac{\psi(s)}{\psi_{\max}}. \tag{4.3}$$

Pro případ několika vzorkovaných kmitočtů je nutné zavést vztah (2.10) pro každý jednotlivý kmitočet a výsledky zkombinovat podle vztahu

$$E_{\mathrm{f}} = \sum_i e_i . \tag{4.4}$$

4.3 VÝPOČET CHYB S VYUŽITÍM INVERZNÍ MATICE

Předpokládejme libovolnou obvodovou funkci ve tvaru

$$F = (-1)^{\alpha} \frac{\det(\mathbf{A}_{\mathrm{N}})}{\det(\mathbf{A}_{\mathrm{D}})}, \tag{4.5}$$

který představuje zobecnění vztahů pro výpočet libovolné obvodové funkce. Matice $\mathbf{A}_{\mathrm{N}}$, $\mathbf{A}_{\mathrm{D}}$ lze získat z matice řešeného obvodu vynecháním patřičných řádků a sloupců (celočíselný koeficient α reprezentuje odpovídající změnu znaménka při těchto operacích). Dále se předpokládá, že jsou tyto matice nesingulární, tj. $\det(\mathbf{A}_{\mathrm{N}})\neq 0$, $\det(\mathbf{A}_{\mathrm{D}})\neq 0$.

Pokud rozvineme determinant matice $\mathbf{A}_{\mathrm{N}}$ podle řádku i, dostaneme

$$\det(\mathbf{A}_{\mathrm{N}}) = a_{i:1}\Delta_{i:1} + a_{i:2}\Delta_{i:2} + \ldots + a_{i,j}\Delta_{i:j} + \ldots + a_{i,n-1}\Delta_{i:n-1} + a_{i,n}\Delta_{i:n}, \tag{4.6}$$

kde $a_{i:j}$ je prvek v i-tém řádku a j-tém sloupci matice $\mathbf{A}_{\mathrm{N}}$ a $\Delta_{i:j}$ je jednoduchý algebraický doplněk matice $\mathbf{A}_{\mathrm{N}}$.

Předpokládejme, že v matici $\mathbf{A}_{\mathrm{D}}$ existuje člen $a_{k:l}$ o stejné numerické hodnotě (stejném symbolu), obecně na pozici k, l, tj. $a_{i:j} = a_{k:l} = a$. Aplikací výrazu (4.6) pro čitatel i jmenovatel vztahu (4.5) lze získat obvodovou funkci ve tvaru [28]

$$F = (-1)^{\alpha} \frac{a_{i,j}\Delta_{i:j} + \Delta_{\mathrm{N}}}{a_{k,l}\Delta_{k:l} + \Delta_{\mathrm{D}}}, \tag{4.7}$$

kde členy Δ_{N} a Δ_{D} reprezentují všechny zbylé členy rozvoje determinantu dle vztahu (4.6). Z výrazu (4.7) lze odvodit vliv hodnoty prvku a na hodnotu obvodové funkce, a to následovně:

Pro hodnotu prvku a=0 přejde výraz (4.7) do tvaru

$$F\big|_{a=0} = (-1)^{\alpha} \frac{\Delta_{\mathrm{N}}}{\Delta_{\mathrm{D}}}, \tag{4.8}$$

Pro hodnotu prvku $a\to\infty$ přejde výraz (4.7) do tvaru

$$F\big|_{a\to\infty} = (-1)^{\alpha} \frac{\Delta_{i:j}}{\Delta_{k:l}}. \tag{4.9}$$

Pomocí výrazů (4.8) a (4.9) lze určit hodnotu obvodové funkce pro případ, že se hodnota libovolného prvku v matici vynuluje nebo když se jeho hodnota blíží nekonečnu.

Pro efektivní aplikaci vztahů (4.8) a (4.9) je potřebné získat determinant matice řešené soustavy **A** i její inverzní matici, a to zvlášť pro čitatel a jmenovatel výrazu (4.6). Výpočetní náročnost tohoto postupu lze odhadnout následovně (předpokládá se stejný řád matice obvodu n v čitateli i jmenovateli) – první krok vyžaduje $2n^3$ operací bez ohledu na počet testovaných prvků. Pro m prvků je následně potřeba $6m$ operací pro čitatel a jmenovatel. Výpočetní náročnost pro výpočet chyb je tedy

$$2n^3 + 6m\,. \tag{4.10}$$

Vztah (4.10) platí **obecně** pro m prvků, které se nachází na jediné pozici v matici řešeného obvodu pro libovolnou formulační metodu. Pro čtyři prvky přejde výpočetní náročnost vycházející ze vztahu (4.10) do tvaru

$$2n^3 + 18m\,. \tag{4.11}$$

4.4 VYUŽITÍ SHERMAN-MORRISONOVA TEORÉMU

V předchozí kapitole byl uveden přístup pro získání chyb obvodové funkce při zanedbání parametru v matici, který ovšem vyžaduje inverzní matici celého řešeného obvodu. Tuto matici je nutné opětovně počítat při zanedbání libovolného parametru v obvodu. V této kapitole je na metodu MMUN aplikován Sherman-Morrisonův teorém [22], s jehož využitím lze vypočítat inverzní matici řešeného obvodu z původní inverzní matice po zanedbání jednoho nebo více parametrů za cenu menší než n^3 operací.

Předpokládejme, že je známa inverzní matice $\mathbf{A}^{-1}$ řádu n k matici řešeného obvodu **A**. Pokud se v matici **A** provede taková úprava, kterou lze rozložit na součin dvou vektorů $\mathbf{u}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}$ (kde oba vektory **u** a **v** jsou sloupcové o počtu prvků n), je možné vypočítat novou inverzní matici pomocí následujícího vztahu

$$\left(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}}\,. \tag{4.12}$$

Vztah (4.12) platí obecně a jeho výpočetní náročnost je $4n^2$.

V případě aplikace tohoto teorému na matici sestavenou metodou MMUN lze získat za cenu $8n^2$ operací novou inverzní matici obvodu po nahrazení prvku nulovou admitancí a za cenu maximálně $12n^2$ operací novou inverzní matici obvodu po nahrazení prvku nulovou impedancí.

4.5 EFEKTIVNÍ ZJEDNODUŠOVACÍ ALGORITMUS

Na základě metod, popsaných v kapitolách 4.3 a 4.4 lze sestavit algoritmus pro klasickou metodu zjednodušování a odvodit jeho výpočetní náročnost v závislosti na počtu uzlů n a prvků m v obvodu pro dvě teoretické meze

- dolní mez výpočetní náročnosti $K_{\min}$, kdy eliminace prvních n prvků předpokládá snížení řádu matice,
- horní mez výpočetní náročnosti $K_{\max}$, kdy se nejprve eliminují prvky, které nemění řád matice obvodu a teprve poté prvky ostatní.

$$K_{\min} = O\left(2kn^3 + 9kn(2m-n+1) + kn(2m-n+1) + 8kn^3 + n(2m-n+1)\right) \quad (4.13)$$

$$K_{\max} = O\left(2kn^3 + 9km(m+1) + km(m+1) + 8kn^2(2m-n) + n(n+1)\right) \quad (4.14)$$

Horní mez výpočetní náročnost $K_{\max}$ roste lineárně s počtem sledovaných frekvencí k, avšak pouze s **druhou mocninou** řádu matic n a s **první mocninou počtu** prvků obvodu m.

4.6 VÝPOČET INVERZNÍ MATICE S VYUŽITÍM TECHNIK PRO ŘÍDKÉ MATICE

Přípravná fáze modifikovaného zjednodušovacího algoritmu spočívá ve výpočtu inverzní matice řešeného obvodu postupně pro všechny analyzované frekvence. Bylo zjištěno, že nejen matice sestavené metodou tabla, o kterých je tato vlastnost všeobecně známa, ale i matice sestavené metodou MMUN mají pro větší počet uzlů **značný** počet nulových prvků. Např. pro obvod s reálným operačním zesilovačem 741 modelovaným na tranzistorové úrovni obsahuje odpovídající matice řádu 98 sestavená metodou MMUN méně než 5 % nenulových prvků.

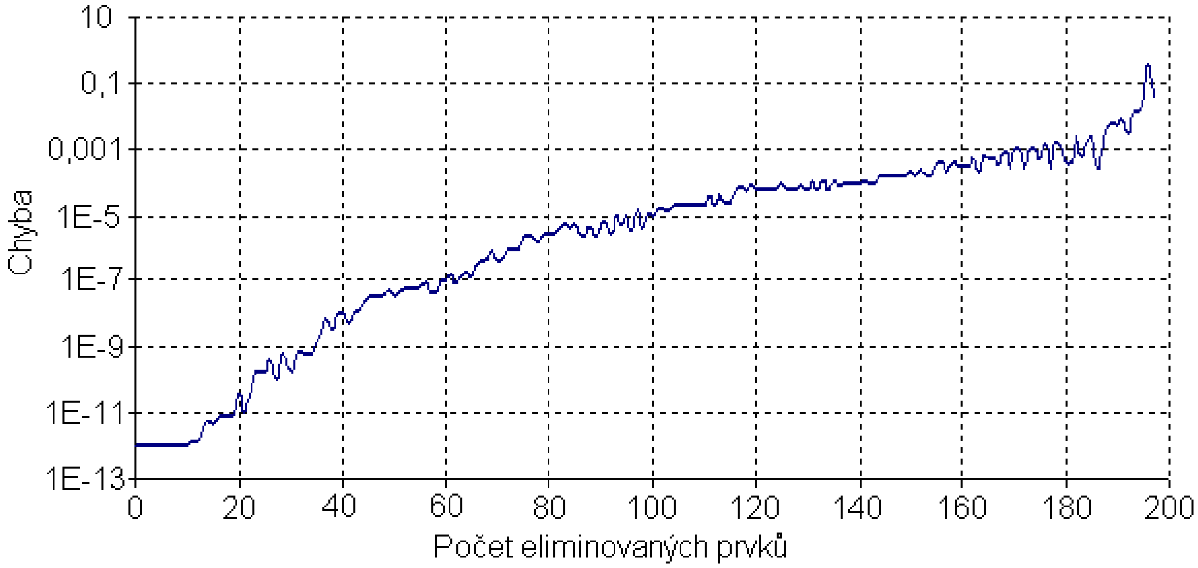
Pro výpočet inverzní matice lze využít modifikovanou Gaussovu eliminaci, která upravena tak, aby se zbytečně nepočítalo s nulovými prvky. Známý princip eliminace je modifikován tak, že se v každém kroku eliminace vytváří pomocný řádkový vektor indexů na nenulové prvky v aktuálním řádku matice. Tak je zajištěno, že se počítá jen s odpovídajícími nenulovými prvky v řádku a zároveň lze provádět řádkovou pivotaci pro zajištění numerické stability výpočtu. Sestavení pomocného řádkového vektoru vyžaduje přibližně $n^2/2$ operací navíc pro celou eliminaci.

Tato technika ovšem nestačí sama o sobě na efektivní výpočet inverzní matice. Klíčovou roli zde hraje nejen počet nulových prvků v matici, ale také její struktura. Vhodnějšího tvaru matice lze dosáhnout permutací jejích řádků a sloupců, což lze dosáhnout pomocí tzv. **Markowitzova kritéria** [17].

4.7 ELIMINACE SKUPINY PRVKŮ V OBVODU

Při pohledu na graf na obr. 4.2, který zobrazuje průběh chyby obvodové funkce v závislosti na počtu eliminovaných prvků pro operační zesilovač 741 modelovaný

na tranzistorové úrovni, je patrné, že eliminace prvních cca 50 prvků má na chybu obvodové funkce nepatrný vliv.



Obr. 4.2. Průběh chyby při postupném zanedbávání prvků v obvodu metodou SBG

A právě eliminace těchto prvků spotřebuje významnou část výpočetní doby pro aplikaci metody SBG. Eliminace skupiny prvků najednou tedy může významně zkrátit celkovou dobu potřebnou pro proběhnutí přibližné symbolické analýzy.

4.8 VYUŽITÍ CITLIVOSTNÍ ANALÝZY PRO ZJEDNODUŠOVÁNÍ OBVODOVÝCH ROVNIC

Hlavní motivace pro využití této analýzy pro zjednodušování obvodu spočívá v tom, že dosud předpokládaná metodika využívala pro určení vhodnosti eliminace prvku pouze informace o numerické hodnotě obvodové funkce na daném návrhovém kmitočtu po jeho vypuštění. Citlivostní analýza popsaná níže zavádí do určení vhodnosti vypuštění prvku relativní odchylky obvodových parametrů, a tedy výrazným způsobem mění pořadí zanedbávání prvků v algoritmu SBG. Cílem je tedy zjistit, jakým způsobem se toto kritérium promítne do výsledné zjednodušené topologie obvodu a následně do přibližného symbolického výrazu.

Definujme tzv. absolutní citlivost [1] obvodové funkce $F(s, x)$ na změnu parametru x vztahem

$$S_{\mathrm{a}}(s,x) = \frac{\partial F(s,x)}{\partial x}. \tag{4.15}$$

Pro absolutní změnu ΔF obvodové funkce F o absolutní změnu parametru Δx přibližně platí

$$\Delta F(s,x) \approx S_{\mathrm{a}}(s,x)\Delta x \tag{4.16}$$

a pro změnu parametru x o k % vztah

$$\Delta F(s,k) \approx S_{\mathrm{a}}(s,x)x\frac{k}{100\,\%}. \tag{4.17}$$

Váha prvku e, která reprezentuje vhodnost pro jeho vypuštění z hlediska amplitudy i fáze je potom

$$e = \frac{\varepsilon(s) + \varepsilon_{\mathrm{s}}(s,k)}{\varepsilon_{\max}} + \frac{\psi(s) + \psi_{\mathrm{s}}(s,k)}{\psi_{\max}}, \tag{4.18}$$

kde odchylka z hlediska amplitudy je

$$\varepsilon_{\mathrm{s}}(s,k) = \left|20\log\left|F_{\mathrm{ex}}(s)\right| - 20\log\left|F_{\mathrm{ex}}(s) + \Delta F(s,k)\right|\right| \tag{4.19}$$

a z hlediska fáze je

$$\psi_{\mathrm{s}}(s,k) = \left\|\angle F_{\mathrm{ex}}(s)\right| - \left|\angle(F_{\mathrm{ex}}(s) + \Delta F(s,k))\right\|. \tag{4.20}$$

Pro větší počet návrhových kmitočtů lze váhy prvků zkombinovat podle vztahu (4.4).

Následuje odvození, jak lze z inverzních matic řešeného obvodu pro čitatel a jmenovatel obvodové funkce získat absolutní citlivost obvodové funkce na daný parametr x. Libovolnou obvodovou funkci lze vyjádřit ve tvaru

$$F(x,s) = (-1)^{\alpha}\frac{xa(s) + b(s)}{xc(s) + d(s)}. \tag{4.21}$$

což je jen přepsaný vztah (4.7), kde parametry a, b, c a d lze získat z inverzních matic. Parciální derivace vzhledem k parametru x takto vyjádřené obvodové funkce je rovna

$$\frac{\partial F(s,x)}{\partial x} = (-1)^{\alpha}\frac{a(xc+d) - (xa+b)c}{(xc+d)^2} = (-1)^{\alpha}\frac{ad - bc}{(xc+d)^2}. \tag{4.22}$$

Tento vztah je vhodné upravit do následujícího tvaru, aby nedošlo k případnému přetečení nebo ztrátě přesnosti použité aritmetiky, který platí pro $c \neq 0$ a $d \neq 0$

$$\frac{\partial F(s,x)}{\partial x} = (-1)^{\alpha}\frac{\dfrac{a}{c} - \dfrac{b}{d}}{\left(x + \dfrac{d}{c}\right)\left(x\dfrac{c}{d} + 1\right)}. \tag{4.23}$$

Výpočetní náročnost tohoto vztahu pro m parametrů s ohledem na metodu MMUN, kde se daný parametr (symbol) nachází v nejhorším případě na čtyřech pozicích v matici je $16m$ pro získání parametrů a, b, c a d, a pro vyčíslení $6m$, celkem tedy $22m$. Při výpočtu absolutní citlivosti dle vztahu (4.23) je nutno nejprve

určit poměry a/c a b/d, které přímo udávají hodnoty obvodové funkce F pro nahrazení prvku nulovou impedancí a nulovou impedancí (viz (4.8) a (4.9)). To znamená, že hodnotu absolutní citlivosti obvodové funkce F na libovolný parametr x, hodnotu obvodové funkce při nahrazení jednoho prvku nulovou admitancí a nulovou impedancí lze určit v jednom procesu za cenu $22m$ operací pro m prvků v obvodu.

5 METODA DVOU GRAFŮ PRO ZJEDNODUŠOVÁNÍ OBVODOVÝCH ROVNIC

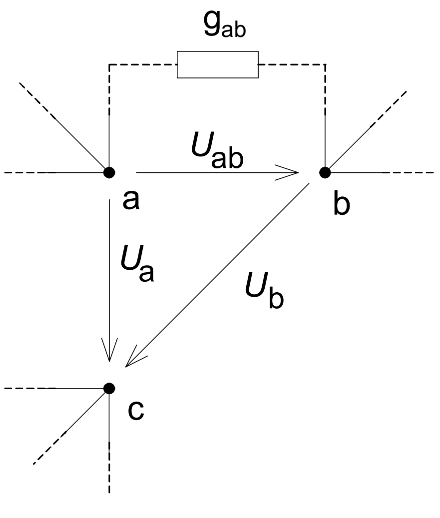
Po proběhnutí klasického SBG algoritmu zůstanou v rovnicích obvodu pouze prvky, jejichž eliminace má za následek porušení chybového kritéria. V této kapitole je rozebrán přístup, který umožňuje další zjednodušení obvodových rovnic. Tento přístup nemění počet prvků v obvodu, avšak modifikuje jeho **topologii** tak, aby byl výsledný výraz pro danou obvodovou funkci jednodušší. Pro tento přístup je použita metoda dvou grafů, která jako jediná v současné době známá topologická metoda umožňuje generování výrazu bez zrušitelných členů.

5.1 TOPOLOGICKÉ MODIFIKACE OBVODU A JEJICH FYZIKÁLNÍ INTERPRETACE

V této kapitole jsou definovány obecné principy pro zjednodušování topologie obvodu po aplikaci klasické metody SBG s ohledem na metodu MMUN. Tyto principy lze rozdělit do dvou kategorií.

1. První z nich je založena na zanedbání rozdílu napětí mezi dvěma uzly, což z hlediska napěťových poměrů v obvodu umožňuje tyto uzly navzájem zaměnit, viz obr. 5.1.

2. Druhá z nich je založena na velké hodnotě admitance mezi dvěma uzly, což z hlediska vstupujícího proudu z proudového zdroje do jednoho uzlu umožňuje jeho přibližnou náhradu druhým uzlem (obr. 5.2).

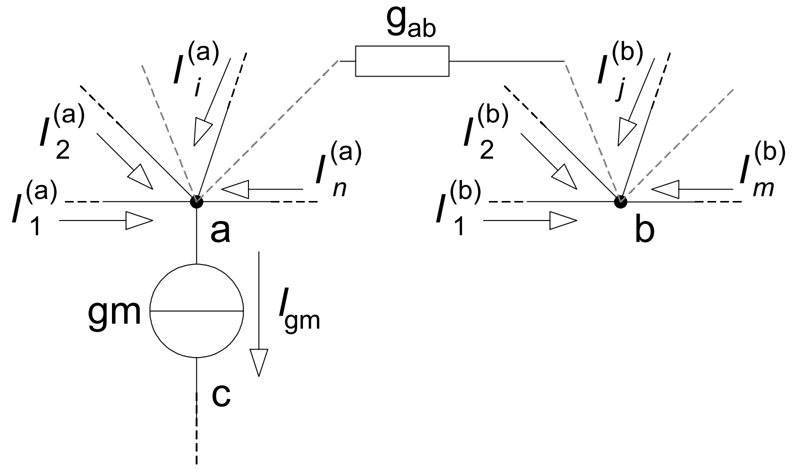


Obr. 5.1. Část obvodu demonstrující napěťové poměry pro velkou hodnotu g_{ab}

Ad 1. Pokud je napětí U_{ab} mezi uzly na obr. 5.2 a a b malé, platí přibližně $U_a \cong U_b$. Tato situace může z hlediska přibližné symbolické analýzy nastat např. v případě, že admitance g_{ab}, zapojena mezi uzly a a b je natolik velká, že napětí na ní $U_{ab} \cong 0$, nicméně její náhrada nulovou impedancí znamená porušení správné funkce obvodu, tudíž ji nelze pomocí klasické SBG analýzy eliminovat.

V případě, že napětí mezi uzly a a c slouží jako řídicí napětí pro zdroj proudu řízený napětím, který je zapojen mezi některými dalšími uzly obvodu, lze tak napětí U_a z přibližně nahradit napětím U_b a naopak.

Ad 2. Uvažujme obecný obvod o n uzlech na obr. 5.2



Obr. 5.2. Část obvodu demonstrující proudové poměry pro uzly a a b

Pro tento obvod lze formulovat I. KZ pro oba uzly a a b

$$\sum_{i=1}^{n} I_i^{(a)} - I_{\mathrm{gm}} + \sum_{j=1}^{m} I_j^{(b)} = 0\,, \qquad (5.1)$$

z něhož plyne zaměnitelnost uzlů a a b z hlediska vystupujícího proudu I_{gm}. Pokud by totiž proud I_{gm} vystupoval místo z uzlu a z uzlu b, pak by opět platil vztah (5.1). Aby nedošlo touto úpravou k výrazné změně napěťových a proudových poměrů v celém obvodu, je důležité, aby vodivost g_{ab} měla co největší hodnotu. Ovšem podobně jako v předchozím případě se z hlediska klasické přibližné symbolické analýzy předpokládá, že admitanci g_{ab} nelze nahradit nulovou impedancí, tj. nelze ji z obvodu zcela odstranit.

I když oba uvedené příklady modifikace topologie vychází z aplikace na zdroj proudu řízený napětím, lze tuto metodiku zobecnit na libovolnou admitanci v obvodu. Na admitanci v obvodu lze totiž pohlížet jako na zvláštní případ zdroje proudu řízeného napětím, který má propojen vstupní pár svorek se svorkami výstupními. Daná admitance se pak aplikací výše uvedených pravidel transformuje na zdroj proudu řízený napětím.

Je vhodné poznamenat, že i když je u obou topologických modifikací princip úprav zřejmý, není vždy vhodné danou úpravu aplikovat. Podmínky pro aplikaci jsou následující, a sice:

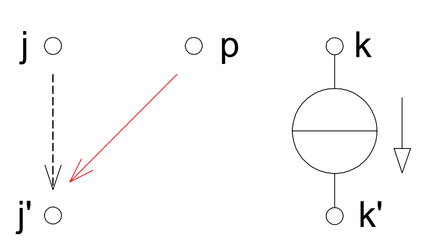
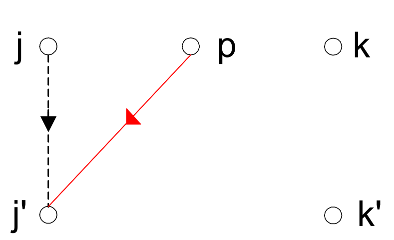
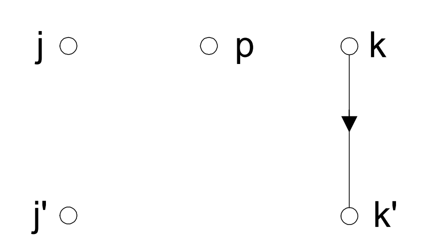
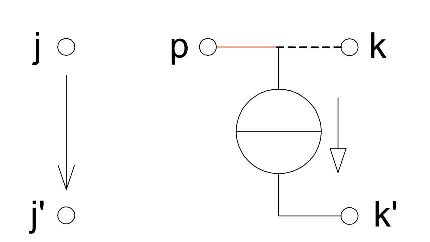
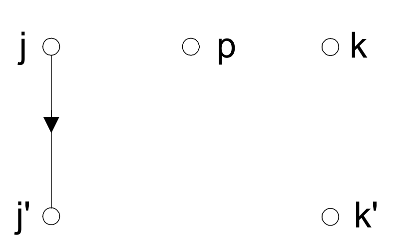
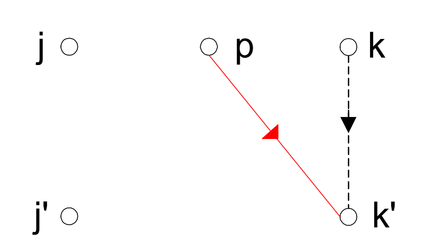
1. přibližný symbolický výraz musí odpovídat řídicímu kritériu přibližné symbolické analýzy,
2. po vygenerování přibližného symbolického výrazu po změně topologie obvodu se ve výsledku nesmí objevit cizí členy.

Zatímco první podmínku lze snadno dodržet provedením dané úpravy v matici obvodu a její vyčíslení, druhý problém je podstatně komplikovanější. Lze ho řešit přímým vygenerováním výrazu a poté srovnáním s původním výrazem, ovšem tato technika není optimální, neboť pracuje se všemi vygenerovanými symbolickými členy a její výpočetní náročnost se tak fakticky blíží výpočetní náročnosti metody SAG. V dalších kapitolách je proto navržen efektivnější přístup, jehož princip je založen na metodě dvou grafů.

5.2 SOUVISLOST TOPOLOGICKÝCH MODIFIKACÍ S METODOU DVOU GRAFŮ A MMUN

Vhodnost metody dvou grafů pro topologické zjednodušování obvodu je založena na faktu, že tato metoda negeneruje zrušitelné členy. Pro úspěšnou aplikaci této metody je nutné definovat, jakým způsobem se topologické úpravy obvodu uvedené v kapitole 5.1 promítnou do popisu obvodu metodou dvou grafů. Obě možnosti úprav jsou shrnuty v tab. 5.1.

Tab. 5.1. Souvislost topologických modifikací obvodu a metody dvou grafů

Obvod	Napěťový graf obvodu	Proudový graf obvodu
		
		

Je zřejmé, že každá jednotlivá úprava topologie obvodu má za následek modifikaci pouze jednoho z obou grafů a týká se jen **jedné** hrany napěťového nebo

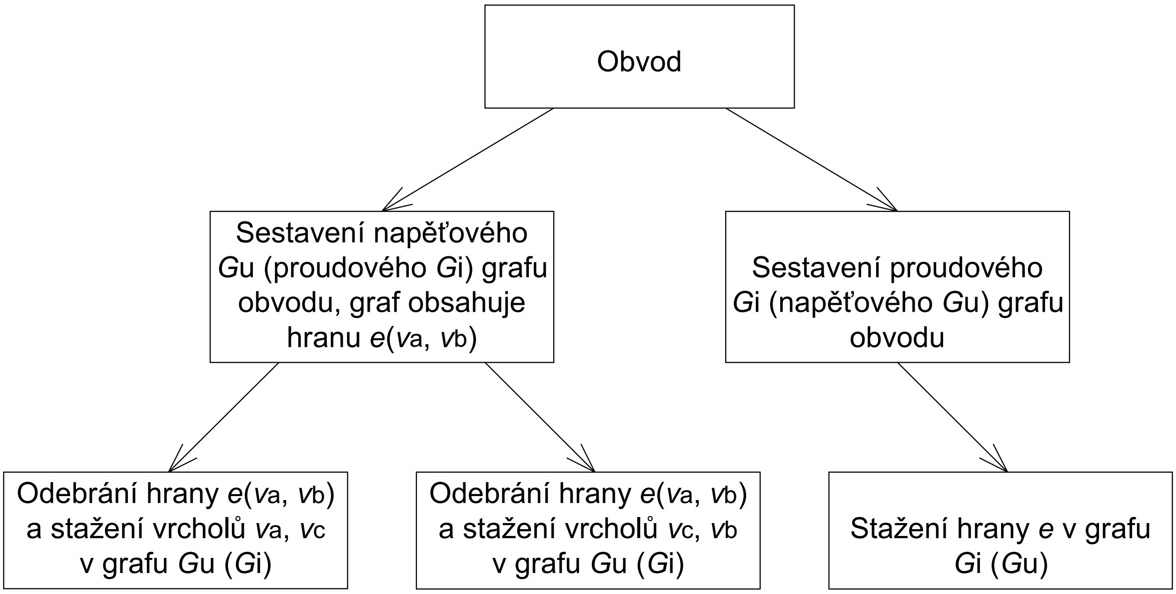
proudového grafu. Hrana grafu se navíc přemístí tak, že jeden vrchol zůstane společný s původní pozicí.

Pokud se na základě incidenčních matic těchto modifikovaných grafů a matice větvových admitancí obvodu sestaví úplná admitanční matice $\mathbf{Y}^*$, je zřejmé, že dojde přesunu dvojice prvků v řádku/sloupci matice do jiného řádku/sloupce matice.

5.3 TEST NA VZNIK CIZÍCH ČLENŮ S VYUŽITÍM METODY DVOU GRAFŮ

Metoda dvou grafů je založena na společných kostrách dvou grafů a jak bylo odvozeno v kap. 5.2, z těchto dvou grafů se vždy modifikuje graf jediný. Cílem tedy je, aby průnik nových koster v jednom grafu a koster v druhém grafu tvořil prázdnou množinu. V tomto případě se žádné nové kostry grafu neobjeví a může tak dojít ke zjednodušení symbolického výrazu.

Vzhledem k tomu, že problém získání množiny koster, které se objeví po přesunu hrany v grafu lze transformovat na problém společných koster dvou grafů, problém vzniku cizích členů symbolického výrazu lze převést na problém **společné kostry tří grafů**. Postup sestavení tří grafů ilustruje obr. 5.3.



Obr. 5.3. Postup vytvoření tří grafů

5.4 ALGORITMUS PRO ZJIŠŤOVÁNÍ SPOLEČNÉ KOSTRY TŘÍ GRAFŮ

Polynomiální algoritmus pro získání společné kostry tří grafů nebyl dosud nalezen a pro obecné tři grafy není tento problém polynomiálně řešitelný [11]. Výpočetní náročnost této úlohy roste exponenciálně s počtem vrcholů grafu. Proto byl pro test tří grafů použit algoritmus, který hledá všechny kostry prvního grafu a testuje, zda je daná kostra přítomna v ostatních dvou grafech.

Pro generování koster byl použit algoritmus uvedený v [6], který vychází z libovolné kostry, která se vygeneruje technikou prohledávání do hloubky. Další

kostry grafu se potom generují postupnou výměnou hran mezi aktuálním stromem a hranami, které netvoří kostru. Aby se zajistilo, že každá kostra bude generována právě jednou, jsou spravovány dvě množiny hran – první množina obsahuje seznam hran, které mohou tvořit kostru, a druhá množina obsahuje seznam hran, které kostru tvořit nemohou. Tento algoritmus se vyznačuje náročností na vygenerování všech koster $O(Kn)$, kde K je počet koster grafu a n je počet vrcholů grafu.

Pro otestování, zda je daná kostra přítomna i v ostatních dvou grafech je použit algoritmus založený na funkcích *Union-Find* [25], který vykazuje výpočetní náročnost $O(m\alpha(m))$, kde $\alpha(m)$ je inverzní Ackermannova funkce, jejíž hodnota pro libovolné číslo m reprezentovatelné na počítači nepřekročí 5.

5.5 DISKUSE VÝPOČETNÍ NÁROČNOSTI

V případě, že by nebyla použita technika uvedená v předchozích kapitolách práce, bylo by nutné nejprve na začátku algoritmu vygenerovat kompletní symbolický výraz, a pro každou topologickou úpravu opakovaně generovat výraz z modifikované topologie obvodu a jejich srovnáním zjistit cizí členy. Výpočetní náročnost by tak byla exponenciální funkcí proměnné $n - 1$.

Naproti tomu výpočetní náročnost s využitím metody tří grafů dána výpočetní náročností testu na společnou kostru tří grafů, která je převedena na problém generování koster jednoho grafu a otestování její přítomnosti v ostatních dvou grafech. Vzhledem k tomu, že jsou dané kostry určovány z grafů, které mají o jeden vrchol méně, znamená to, že výpočetní náročnost je dána exponenciální funkcí proměnné $n - 2$.

Tento přístup je výhodnější, i když je zřejmé, že není vhodný pro obvody s více než 10 uzly. To ovšem není na závadu, neboť je tato analýza zamýšlena po aplikaci klasické metody SBG, která radikálně redukuje počet uzlů obvodu.

6 IMPLEMENTACE A OVĚŘENÍ METOD

6.1 TESTOVACÍ OBVODY

Pro aplikaci předešle navrhovaných metod přibližné symbolické analýzy bylo vybráno několik různých obvodů, a sice

a) příčkový článek o n stupních (RLn),
b) plně propojená rezistorová síť o n uzlech (RCn),
c) jednoduchý diferenciální zesilovač v technologii CMOS 0,7μ (OZ1),
d) operační zesilovač technologie CMOS 0,7μ (OZ2),
e) bipolární operační zesilovač 741 (OZ3).

Obvody a) a b) nemají pro praxi příliš velký význam, avšak definují jisté meze výpočetní náročnosti. Obvody c), d), e) byly nejdříve v daném pracovním bodě linearizovány a poté byly určeny parametry náhradních modelů tranzistoru pomocí programu PSpice [23]. Pro modelování bipolárních tranzistorů byly použit

Giacolettův model a pro modelování unipolárního tranzistoru Wardův nábojový model.

Tab. 6.1. Statistické informace o analyzovaných obvodech

Obvod	Počet uzlů	Počet prvků (symbolů)	Počet symbolických členů ve jmenovateli napěťového přenosu
OZ1	7	63	167570
OZ2	93	561	$>10^{47}$
OZ3	100	237	$>10^{22}$

6.2 POUŽITÉ PROGRAMY PRO PŘIBLIŽNOU SYMBOLICKOU ANALÝZU

Pro praktické ověření a zhodnocení metodiky přibližné symbolické analýzy na konkrétních obvodech byly v jazyce C++ vytvořeny tři programy, a sice:

a) program SBG1 a jeho modifikace, které využívají navrhovaná zlepšení v kapitole 4. Jeho vstupem je schéma lineárního (linearizovaného) obvodu, který obsahuje konkrétní numerické hodnoty všech prvků a jeho výstupem je topologicky zjednodušené schéma obvodu v souladu s podmínkami daným řídicím kritériem přibližného zjednodušování,

b) program SBG2, který implementuje metodiku přibližné symbolické analýzy s využitím metody dvou grafů, jak bylo popsáno v kapitole 5. Jeho využití je primárně určeno po aplikaci klasické přibližné symbolické analýzy programem SBG1, neboť nemění počet prvků obvodu, ale pouze jeho topologii,

c) program TG, který na základě topologie obvodu s využitím metody dvou grafů generuje symbolický výraz pro danou obvodovou funkci.

Výsledky těchto programů jsou srovnávány s výsledky získanými pomocí programu SNAP v současné verzi 3.0 [4], který byl v minulosti vyvinut na VUT v Brně. Program je určen pro operační systém Windows a umožňuje v hlavním okně zobrazit frekvenční charakteristiky libovolné obvodové funkce pro přesný i přibližný symbolický výraz, včetně možnosti přesně odečítat hodnoty z grafů pomocí kurzorů.

Pro možnost vzájemné srovnání efektivity všech programů pro topologické zjednodušení obvodu byla doba pro proběhnutí analýz vždy měřena na PC s procesorem Athlon64 XP 3500+ pod operačním systémem Microsoft Windows XP SP2.

6.3 APLIKACE KLASICKÉ METODY SBG NA TEORETICKÉ OBVODY

Pro zjištění efektivity metodiky přibližné symbolické analýzy popsané v kap. 4.4, která využívá Sherman-Morrisonova teorému a techniky řídkých matic bylo

vytvořeno několik modifikací programu SBG1, které spočívají ve způsobu výpočtu inverzní matice potřebné v každé iteraci algoritmu pro určení chyb vypuštění prvku, viz kap. 4.3.

a) program SBG1_1, který počítá inverzní matici pomocí klasické Gaussovy eliminace s úplnou pivotací,

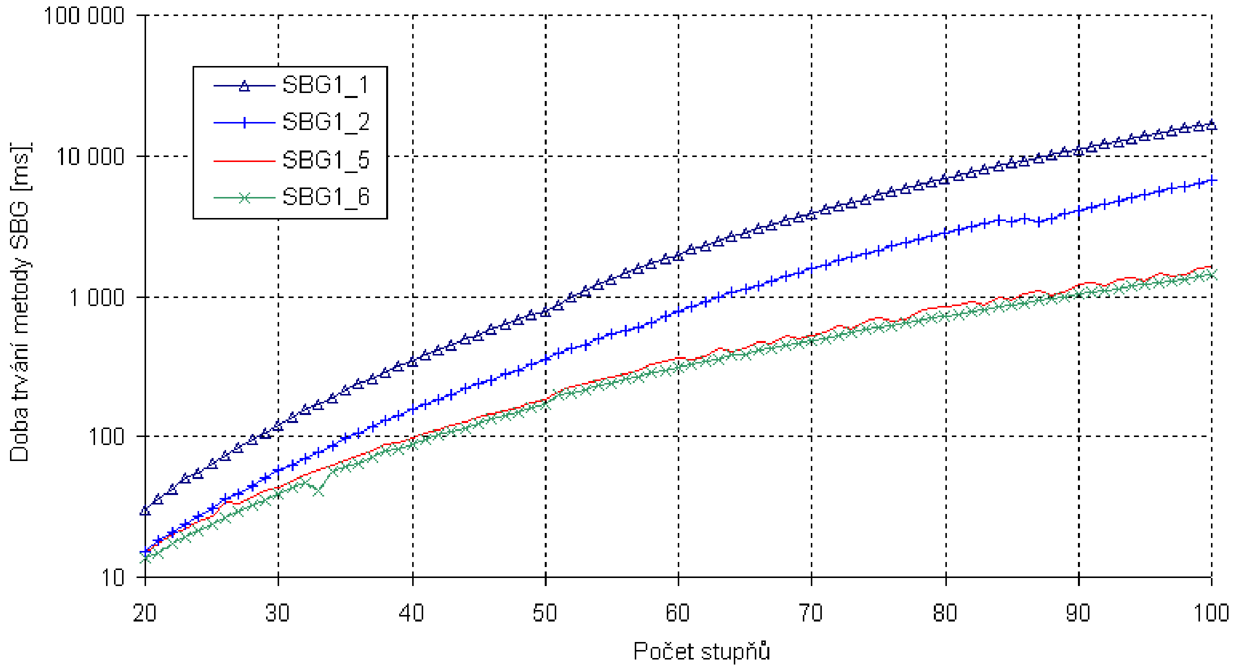
b) program SBG1_2, který počítá inverzní matici pomocí Gaussovy eliminace s úplnou pivotací, ale jen v případě, že se eliminovaný prvek se nahrazuje nulovou impedancí a jeho hodnota (symbol) se nachází na více než jedné pozici uzlové admitanční matice. V opačném případě se použije pro výpočet Sherman-Morrisonův teorém,

c) program SBG1_5, který nevyužívá Sherman-Morrisonova teorému a vždy počítá inverzní matici pomocí techniky řídkých matic (kap. 4.6),

d) program SBG1_6, který počítá inverzní matici pomocí techniky řídkých matic, ale jen v případě, že se eliminovaný prvek se nahrazuje nulovou impedancí a jeho hodnota (symbol) se nachází na více než jedné pozici uzlové admitanční matice. V opačném případě se použije pro výpočet Sherman-Morrisonův teorém.

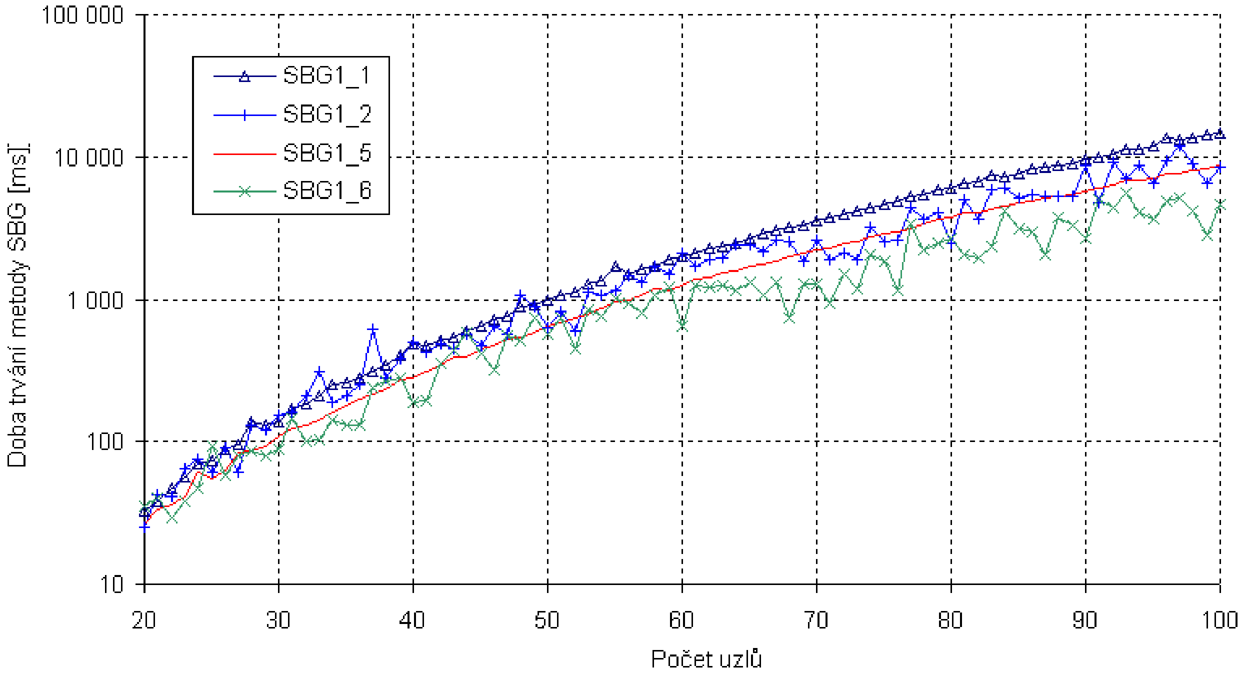
Tyto programy pro přibližnou symbolickou analýzu jsou následně aplikovány na dva typy teoretických obvodů, a sice na příčkový článek z rezistorů RL*n* a na RC*n*.

Ve všech případech byl zkoumán napěťový přenos mezi vstupními a výstupními uzly. Chybové kritérium bylo ve všech případech nastaveno tak, že došlo k eliminaci všech prvků obvodu a zároveň tak došlo ke spojení vstupních a výstupních uzlů (tj. výsledný přenos byl roven 1).



Obr. 6.1. Aplikace metody SBG na příčkový článek

Z obr. 6.1 jednoznačně vyplývá, že nejrychlejším algoritmem je ten, který využívá techniky řídkých matic a zároveň Sherman-Morrisonův teorém. Samotná technika výpočtu řídkých matic bez využití tohoto teorému je ovšem jen o málo pomalejší. Oba tyto algoritmy jsou více než dvakrát rychlejší než algoritmy implementované v programech SBG1_1 a SBG 1_2.



Obr. 6.2. Aplikace metody SBG na plně propojenou rezistorovou síť

Obr. 6.2 jen potvrzuje závěry z předchozího odstavce s tím rozdílem, že v případě použití Sherman-Morrisonova teorému dochází k výrazným výkyvům doby výpočtu, zatím co při aplikaci klasické Gaussovy eliminace k tomuto jevu nedochází. V průměru nejrychlejší se ukazuje kombinace výpočtu pomocí řídkých matic a Sherman-Morrisonova teorému.

6.4 VÝPOČETNÍ NÁROČNOST KLASICKÉ PŘIBLIŽNÉ SYMBOLICKÉ ANALÝZY PRO REÁLNÉ OBVODY

Tato kapitola je zaměřena na srovnání výpočetní náročnosti programů SBG1_1, SBG1_2, SBG1_5, SBG1_6 a programu SNAP, které byly aplikovány na reálné obvody OZ1, OZ2 a OZ3. Doby trvání klasické přibližné analýzy SBG pro jsou shrnuty v tab. 6.2.

Z tabulky vyplývá, že nejlepší výsledky z hlediska nejnižší výpočetní doby ze všech programů podává bezesporu přibližná symbolická analýza programem SBG1_6 (mimo obvod OZ1, kde jsou rozdíly zanedbatelné), který využívá kombinaci Sherman-Morrisonova teorému a techniku řídkých matic. Jen o přibližně 10 % je v rychlosti výpočtu pomalejší program SBG1_5, který využívá pouze techniku řídkých matic. V pořadí rychlosti dále následují programy SBG1_2, SBG1_1 a program SNAP.

Tab. 6.2. Doba výpočtu pro získání zjednodušené topologie obvodu

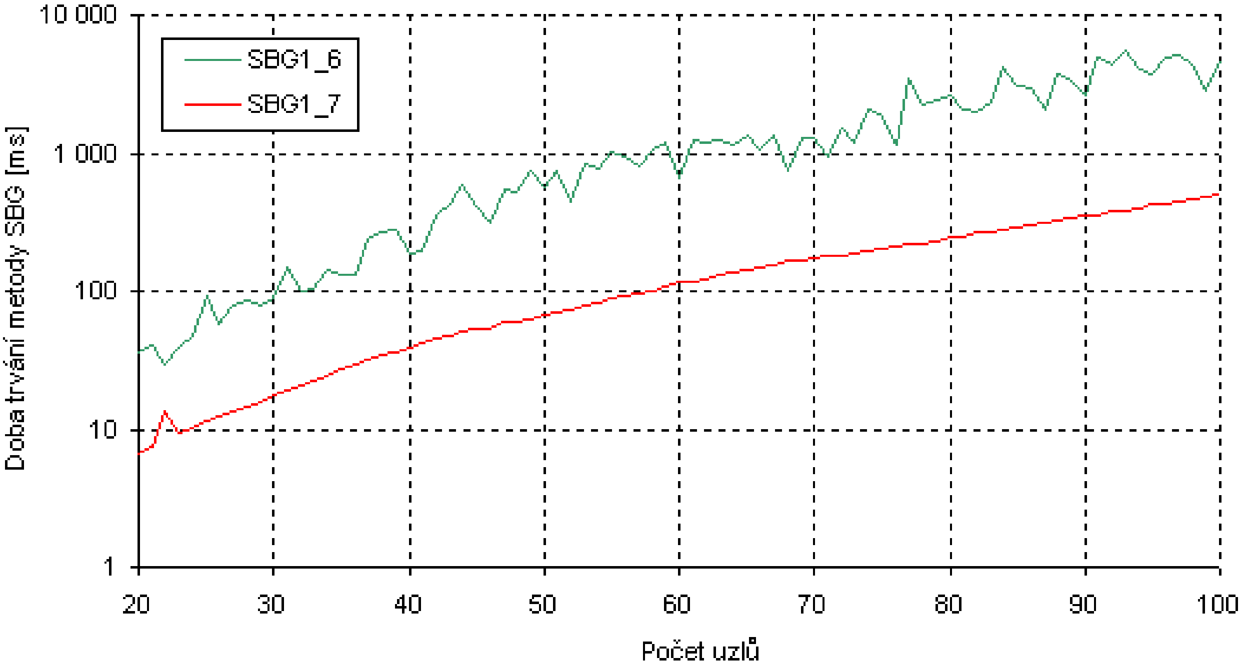
Obvod	Analyzovaný kmitočtový rozsah	Odchylka		Počet návrhových bodů	Doba trvání metody SBG [ms]				
		ε[dB]	ψ[°]		SBG1_1	SBG1_2	SBG1_5	SBG1_6	SNAP
OZ1	0,1 Hz	1	10	1	13,7	12,1	13,1	11,4	31
	1 kHz	1	5	1	13,7	11,5	12,6	11,6	47
	0,1 Hz – 1 kHz	1	5	2	24,2	19,4	23,3	20,7	62
	0,1 Hz – 1 kHz	2	5	2	22,7	20,7	21,6	20,8	63
OZ2	0,1 Hz – 1 kHz	1	5	2	27 122	18 820	3 252	2 991	147 391
	0,1 Hz – 1 MHz	1	5	3	63 029	30 172	6 775	5 738	224 094
	0,1 Hz – 2 MHz	2	10	3	68 286	29 320	7 383	6 653	228 000
OZ3	0,1 Hz	2	5	1	20 533	8 885	2 311	2 152	43 375
	1 kHz	1	5	1	19 069	8 498	2 165	2 001	–
	0,1 Hz – 1 kHz	2	10	2	38 526	17 237	4 438	4 074	–

6.5 ELIMINACE SKUPINY PRVKŮ V OBVODU

Metodika popsaná v kap. 4.7, která umožňuje v analyzovaném obvodu současně zanedbat několik prvků v jedné iteraci algoritmu pro zjednodušování metodou SBG, byla implementována v počítačovém programu SBG1_7, který tak o tuto metodiku rozšiřuje program SBG1_6.

Z dosažených výsledků vyplynulo, že eliminace skupiny prvků nemá na efektivitu analýzy příčkového článku téměř žádný vliv. Daná metoda přináší pro obvod pouze přídavnou výpočetní režii v řádu několika jednotek až nízkých desítek procent.

Obr. 6.3 zobrazuje aplikaci téhož programu na plně propojený rezistorový obvod. Je patrné, že eliminace skupiny prvků měla na tento typ obvodu velmi významný vliv; doba potřebná pro zjednodušení obvodu tímto přístupem klesla téměř o řád oproti aplikaci programu SBG1_6, který tento přístup nevyužívá.



Obr. 6.3. Vliv eliminace skupiny prvků v obvodu na dobu aplikace metody SBG pro plně propojený rezistorový obvod

Stejný přístup byl aplikován na reálné obvody OZ1, OZ2 a OZ3 pro různé hodnoty prahu. Z dosažených výsledků vyplynulo, že s rostoucí velikostí hodnoty prahu se výrazně snižuje potřebná doba pro proběhnutí symbolické analýzy. Bezesporu největší úspora doby výpočtu nastala u obvodu OZ3, která klesla téměř na 1/4 původní doby oproti programu SBG1_6. O něco horší výsledky byly dosaženy u obvodu OZ2, který pro práh 10^{-7} a $2\cdot10^{-7}$ vykazoval cca o 10 % vyšší výpočetní náročnost než program SBG1_6. Ke zvýšení efektivity této metody došlo až při aplikaci prahu $5\cdot10^{-7}$ a vyššího. S dalším zvyšování hodnoty prahu ovšem došlo u tohoto obvodu v případě symbolické analýzy v kmitočtovém rozsahu 0,1 Hz – 1 kHz k chybnému výsledku.

6.6 VYUŽITÍ CITLIVOSTNÍ ANALÝZY PRO ELIMINACI PRVKŮ V OBVODU

V této kapitole je na praktických obvodech demonstrována technika, která do chybového kritéria vnáší citlivost obvodové funkce na změnu parametru v obvodu. Zavedení dodatečného kritéria tak výrazně mění pořadí zanedbávání prvků oproti klasickému přístupu. Dosažené výsledky složitosti výsledného obvodu po aplikaci tohoto přístupu pro relativní odchylky parametrů obvodu v rozsahu 0 % (tj. bez aplikace citlivostní analýzy) až 100 % jsou shrnuty v tab. 6.3. Daná technika byla implementována v počítačovém programu SBG1_8, který rozšiřuje možnosti programu SBG1_6.

Tab. 6.3. Využití citlivostní analýzy pro získání zjednodušené topologie obvodu

Obvod	Návrhové kmitočty	Maximální chyba		Počet uzlů zjednodušeného obvodu						Počet parametrů zjednodušeného obvodu					
				Změna parametru [%]						Změna parametru [%]					
		ε[dB]	ψ[°]	0	0,01	0,1	1	10	100	0	0,01	0,1	1	10	100
OZ1	0,1 Hz	1	10	6	6	6	6	6	6	9	9	9	9	9	9
	1 kHz	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	0,1 Hz; 1 kHz	1	5	6	6	6	6	6	6	10	10	10	10	10	10
	0,1 Hz; 1 kHz	2	5	6	6	6	6	6	6	9	9	9	9	9	9
OZ2	0,1 Hz; 1 kHz	1	5	7	7	7	7	7	7	12	12	12	12	12	12
	0,1 Hz; 1 MHz	1	5	9	9	**8**	**8**	**8**	10	20	20	**19**	**19**	**19**	21
	0,1 Hz; 2 MHz	2	10	7	**6**	7	**6**	**7**	**7**	15	**13**	15	**14**	**12**	**12**
OZ3	0,1 Hz	2	5	10	**9**	**8**	**8**	-	**8**	15	**15**	**12**	**12**	-	**12**
	1 kHz	1	5	10	10	-	10	10	10	13	13	-	13	13	13
	0,1 Hz; 1 kHz	2	10	11	**10**	11	11	11	11	16	**16**	16	16	16	16

Je patrné, že přínos této techniky není tak jednoznačný, neboť ve dvou případech zjednodušování topologie obvodu zcela selhalo (obvod OZ3). Zlepšení výsledku bylo dosaženo přibližně v 1/3 případů pro obvody OZ2 a OZ3, a sice redukce počtu uzlů o 1 až 2 a počtu prvků až o 3, což znamenalo snížení počtu členů v čitateli i jmenovateli symbolického výrazu téměř o polovinu. Jako optimální se jeví hodnota tolerance parametru 1 %, neboť v tomto případě byl získán v nejvíce případech zjednodušený obvod a tento přístup byl stabilní, nicméně nebylo dosaženo maximálního zjednodušení – viz poslední řádek pro obvody OZ2 a OZ3.

6.7 APLIKACE METODY SBG, KTERÁ VYUŽÍVÁ METODU DVOU GRAFŮ

Pro aplikaci metody SBG, která využívá metodu dvou grafů, byly vybrány všechny praktické obvody uvedené v kapitole 6.1. Vzhledem k tomu, že je metoda vhodná pro obvody s malým počtem uzlů, byla aplikována na obvody, které byly nejprve **zjednodušeny klasickou metodou SBG**.

Aby zjednodušený obvod vyhovoval chybovému kritériu jako u klasické metody SBG, bylo chybové kritérium nastaveno stejně jako u klasické metody SBG s tím, že

metoda SBG využívající metodu dvou grafů začínala zjednodušování topologie obvodu již s jistou chybou, danou aplikací předchozí, klasické metody SBG.

Dosažené výsledky jsou shrnuty v tab. 6.4, ve všech případech je analyzován napěťový přenos otevřené smyčky K_u všech operačních zesilovačů.

Tab. 6.4. Aplikace metody SBG využívající metodu dvou grafů na obvod po aplikaci klasické metody SBG

Obvod	Návrhové kmitočty	Maximální chyba		Počet členů symbolického výrazu před aplikací metody SBG		Počet členů symbolického výrazu po aplikaci metody SBG		Doba potřebná pro proběhnutí metody SBG [ms]
		ε[dB]	ψ[°]	Čitatel	Jmeno-vatel	Čitatel	Jmeno-vatel	
OZ1	0,1 Hz	1	5	2	10	2	10	6,3
	1 kHz	1	5	2	2	2	2	10,9
	0,1 Hz; 1 kHz	1	5	4	24	**2**	**18**	15,3
	0,1 Hz; 1 kHz	2	5	4	12	**2**	**8**	12,1
OZ2	0,1 Hz; 1 kHz	1	5	26	36	26	36	15,9
	0,1 Hz; 1 MHz	1	5	168	816	168	816	114
	0,1 Hz; 2 MHz	2	10	33	84	33	84	24,8
OZ3	0,1 Hz	2	5	8	87	**4**	**24**	291
	1 kHz	1	5	20	136	**4**	**14**	841
	0,1 Hz; 1 kHz	2	10	54	280	**8**	**60**	901

Z této tabulky plyne, že metoda SBG, založená na metodě dvou grafů, v 50 % případů významně redukovala počet symbolických členů výsledného symbolického výrazu pro přibližný napěťový přenos. Počet symbolických členů byl pro obvod OZ1 v nejlepším případě snížen na cca 60 %, pro složitější obvod OZ3 byl v nejlepším případě jejich počet snížen až na vynikajících 18 % původního počtu.

Nicméně v případě obvodu OZ2 nedošlo při aplikaci této metody ani v jednom případě ke zjednodušení symbolického výrazu. Na druhou stranu použití této metody v těchto případů vyžadovalo pro dokončení minimum výpočetní doby – ani v jednom neúspěšném případě nepřesáhla doba aplikace metody 150 ms, naproti

téměř trojnásobnému rozsahu symbolického výrazu obvodu OZ2 oproti obvodu OZ3.

I když tato metoda, jak bylo odvozeno v kap. 5.5, vykazuje exponenciální výpočetní náročnost, doba aplikace pro obvod OZ3 s 10 uzly a 15 prvky nepřesahuje dobu jedné sekundy.

6.8 SHRNUTÍ

Kapitola 6 byla zaměřena implementaci a ověření metod popsaných v kapitolách 4.1 a 5 . Z tohoto důvodu byly na základě algoritmů vytvořeny programy v jazyce C++, které umožňují ověření těchto algoritmů a zhodnocení jejich výpočetní náročnosti pro reálné i teoretické obvody.

V kapitole 6.3 bylo provedeno srovnání techniky s využitím Sherman-Morrisonova teorému a techniky řídkých matic na teoretických obvodech, tj. na příčkový článek, který reprezentuje minimálně propojený obvod a poté na plně propojenou rezistorovou síť, který reprezentuje maximálně propojený obvod. V obou případech proběhla symbolická analýza nejrychleji pomocí algoritmu, který kombinuje techniku řídkých matic a Sherman-Morrisonův teorém. Tato technika se ukázala jako nejrychlejší také pro reálné obvody, tři různé operační zesilovače modelované na tranzistorové úrovni (kap. 6.4).

Kapitola 6.5 demonstruje vliv eliminace skupiny prvků v obvodu. Z výsledků aplikace vyplývá, že daná metoda umožňuje výrazně snížit dobu potřebnou pro proběhnutí topologické analýzy, avšak její výsledky do značné míry závisí na volbě prahu.

V kapitole 6.6 byl na reálných obvodech demonstrován přístup, který je založen na citlivostní analýze obvodové funkce vzhledem k danému parametru. I když bylo zaznamenáno další snížení složitosti zjednodušeného obvodu, jeho přínos je sporný, neboť v některých případech vedl k nestabilitě zjednodušovacího algoritmu a zjednodušování obvodových rovnic tak v některých případech skončilo neúspěchem.

Kapitola 6.7 ukazuje praktickou aplikaci metodiky SBG, která je v této práci rozšířena na topologické úpravy, které nemění počet prvků obvodu, ale pouze jeho topologii. Dosažené výsledky získané pomocí počítačového programu dokládají, že je tato metoda schopna významně redukovat rozsah výsledného symbolického výrazu v řádově jednotkách sekund.

Praktickou aplikací popsaných algoritmů bylo ukázáno, že klasickou přibližnou symbolickou analýzu obvodu o rozsahu 100 uzlů a 260 prvků (tj. rozsahu klasického operačního zesilovače 741 modelovaného na tranzistorové úrovni) analyzovaného na dvou návrhových frekvencích lze dokončit v čase menším než 5 sekund.

7 ZÁVĚR

Prvním cílem disertační práce bylo zlepšení efektivity metodiky klasického zjednodušování obvodových rovnic, která eliminuje nevýznamné prvky v obvodu

s využitím modifikované metody uzlových napětí. V kapitole 4.1 byla uvedena navrhovaná zlepšení, která zahrnovala využití Sherman-Morrisonova teorému, techniku řídkých matic, eliminaci skupiny prvků v obvodu a využití citlivostní analýzy.

Druhým cílem disertační práce bylo vytvoření metody přibližné symbolické analýzy, která umožňuje zjednodušování obvodových rovnic, avšak nemění počet prvků v obvodu. Daný přístup, jež je prezentován v kap. 5 , je založen na přesunu hran v napěťovém a proudovém grafu obvodu, přičemž povoluje jen takové úpravy, které nezpůsobují vznik cizích členů ve výsledném vygenerovaném výrazu. Tato metoda byla publikována v [15], [20] a [21].

Třetím cílem disertační práce byla implementace předchozích metod v jazyce C++ a jejich aplikace na konkrétní obvody. Z hlediska výpočetní náročnosti klasické přibližné symbolické analýzy se ukázala jako nejlepší kombinace Sherman-Morrisonova teorému a techniky řídkých matic, která znamenala ve srovnání s původními algoritmy programu SNAP zrychlení téměř o řád pro reálné i teoretické obvody. Jako velmi vhodná se jeví i technika, která umožňuje eliminaci skupiny prvků obvodu, která ovšem vyžaduje vhodnou volbu prahu. Naproti tomu přínos metodiky, která modifikuje pořadí zanedbávání prvků v klasickém algoritmu SBG je sporný, neboť v některých případech vedl k nestabilitě zjednodušovacího algoritmu. Metodika založená na metodě dvou grafů, popsaná v kap. 5 se ukázala jako velmi vhodná pro další snížení rozsahu symbolického výrazu po aplikaci klasické metodiky SBG. Praktické výsledky práce byly publikovány v [26] a [27].

Z dosažených výsledků plyne, že metodika, navržená v předchozích cílech práce, se ukázala jako efektivní a výrazně tak posouvá dosavadní hranice pro symbolickou analýzu analogových obvodů.

LITERATURA

[1] ČAJKA, J., KVASIL, J. *Teorie lineárních obvodů*. Praha, Státní nakladatelství technické literatury 1979. 360 s. ISBN 04-510-79.

[2] HUELSMAN L. P. SAPWIN, Symbolic Analysis Program for Windows – PC Programs for Engineers, *IEEE Circuits and Devices Magazine*. 1996, vol. 6, no. 2, p. 4–6.

[3] DOBROVOLNÝ, P. *Příspěvek k symbolické analýze analogových obvodů*, Disertační práce VUT Brno 1998. 120 p.

[4] KOLKA, Z. New Version of Snap Program. In: Proc. Of the *International Conference Telecommunications and signal processing TSP 2000*. Brno 2000, p. 100–103.

[5] VLACH, J. *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*. Van Nostrand Reynhold, New York, 1993.

[6] KAPOOR, S., RAMESH H. Algorithms for Enumeration All Spanning Trees of Undirected and Weighted Graphs. *SIAM Journal on Computing*, vol. 24, no. 2, p. 247–265.

[7] FERNÁNDEZ, F.V., GUERRA O., RODRÍGUEZ-GARCÍA, J.D., RODRÍGUEZ-VÁZQUEZ, A. Symbolic Analysis of Large Analog Integrated Circuits: The Numerical Reference Generation Problem. *IEEE Trans. Circuits and Systems*. Part I, vol. 45, no. 10, p. 1351–1361, Oct. 1998.

[8] FERNÁNDEZ, F.V., WAMBACQ, P., GIELEN, G., RODRÍGUEZ-VÁZQUEZ A., SANSEN, W. Symbolic analysis of large analog integrated circuits by approximation during expression generation. In Proc. of *Int. Symposium on Circuits and Systems* London, p. 25–28, June 1994. ISBN 0-7803-1915-X.

[9] FERNÁNDEZ, F.V., RODRÍGUEZ-VÁZQUEZ A., MARTÍN, J.D., HUERTAS J.L. Accurate Simplification of Large Symbolic Formulae. *IEEE International Conference on Computer-Aided Design*, Santa Clara (California), 1992, p. 318–321. ISBN 0-8186-3010-8.

[10] HENNING, E. Symbolic approximation and Modeling Techniques for Analysis and Design of Analog Circuits. Doctoral dissertation, Shaker Verlag, 2000, university Kaiserslautern.

[11] LAWLER, E. *Combinatorial Optimization: Network and Matroids*. Dover Publications, New York, 2001, p. 374, ISBN 0486414531.

[12] VLK, M., KOLKA, Z. New Topological Approach to Simplification Before Generation. In: *Proceedings of 7th International Workshop on Symbolic Methods and Applications to Design (SMACD)*, Sinaia, Rumunsko, 2002, s. 120–123.

[13] PIERZCHALA, M. , RODANSKI, B. Efficient Generation of Symbolic Network Function for Large-Scale Circuits. In Proc. of *the 39 th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, Ames, August 1996, pp. 425–428.

[14] HASSOUN, M.M. LIN, P.-M. A hierarchical network approach to symbolic analysis of large-scale networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and applications*, vol. 42, no. 4, April 1995. p. 201–211. ISSN 1057-7122.

[15] HORÁK, M., KOLKA, Z. Two-Graph Implementation of SBG Method. In proc *14th International Czech - Slovak Scientific Conference Radioelektronika 2004*, Bratislava, Slovak republic, p. 12–15, ISBN 80-227-2017-8.

[16] KATZENELSON, J., UNIKOVSKI, A. Symbolic-Numeric Circuit Analysis or Symbolic Circuit Analysis with Online Approximations. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I., Fundamental theory and applications*, vol. 46, no. 1, January 1999, p. 197–206.

[17] MANN, H. *Využití počítače při elektrotechnických návrzích*. SNTL Alfa, Praha 1984, 474 p., ISBN 04-539-84.

[18] BALIK, F., RODANSKI, B. Simplification of Symbolic Network Functions using Large-Change Sensitivities. In Proc. *International Workshop on symbolic Analysis and Applications in Circuit Design. (SMACD 04')*. Wroclaw, Poland, September 2004. p. 83–86. ISBN 0-9752353-1-1.

[19] QICHENG, Y. SECHEN, C. Approximate Symbolic Analysis Of Large Analog Integrated Circuits. *Computer-Aided Design IEEE/ACM International Conference*. November 1994, p. 664–671. ISSN 1063-6757.

[20] HORÁK, M., KOLKA, Z. Simplification before Generation Using the Two-Graph method In: *Proc of Electronic devices and systems 2004*. The 11th Electronic Devices and Systems Conference. Brno, 2004, p. 23–26, ISBN 80-214-2701-9.

[21] HORÁK, M., KOLKA, Z. Two-Graph Implementation of SBG Method. In: *Proceedings of the conference TSP 2004*. 27th International Conference on Telecommunications and Signal Processing TSP-2004. SEI-UTKO, 2004, p. 83–86, ISBN 80-214-2684-5.

[22] HOUSEHOLDER, A. S. *The Theory of Matrices in Numerical Analysis*. New York, 1964, p. 255, ISBN 0486617815.

[23] TUINENGA, P. W. 1988. *SPICE: A Guide to Circuit Simulation and Analysis using PSpice*. Prentice-Hall, 200 p. ISBN 0-13-834607-0.

[24] SOMMER, R., HENNING, E., THOLE, M., HALFMANN, T., WICHMANN, T. Analog Insydes 2 - New Features and Applications in Circuit Design. In *Proc. 6th International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design* (SMACD 2000), Lisbon, Portugal, Oct. 2000.

[25] TARJAN, R., E. Efficiency of a good but not linear set union algorithm. *J. ACM 22,* No 22, pp. 215-225, 1975.

[26] HORÁK, M., KOLKA, Z. Simplification Before Generation using sparse matrices. In: *Proceedings of Electronic Devices and Systems IMAPS CS International Conference 2005* (EDS 2005), Brno, Czech republic, 2005, p. 25–30, ISBN 80-214-2990-9.

[27] HORÁK, M., KOLKA, Z. Topological simplification using sparse matrices and Sherman-Morrison formula. In: *Proceedings of 14th Electrotechnical and Computer Science Conference ERK'2005*. Portorož, Slovinsko, 2005, p. 36–74.

[28] KOLKA, Z., BIOLKOVÁ, V., BIOLEK, D. Efficient method for approximate symbolic analysis. Internet Journal *ElectronicsLetters.com*, http://www.electronicsletters.com, Nov 2002, ISSN 1213-161X.

CURRICULUM VITAE

Name, Title	Martin Horák, Ing.	
Date of Birth	22 April 1979	
Nationality	Czech	
Contacts	E-mail:	horakm@centrum.cz
	Phone:	+420 723 934 934

Education

2002 – 2005 PhD student of the program Circuit theory in Faculty of electronics and communications in Brno. Dissertation thesis: *Symbolic methods for circuit analysis and their implementation.*

1997 – 2002 Faculty of electronics and communications, Brno University of technology. Ing. degree obtained in Electronics and communications technology. Diploma thesis: *System for control of access to labs using magnetic cards*

Languages English

Programs PSpice, Eagle, MathCAD, Matlab, MS Visio, MS Word, MS Excel, MS Visual C++, C++ Builder

Skills Survey in today's problems of a symbolic analysis of analog circuits, numerical methods, methods for optimization and some parts of a graph theory. Experience in software development in C, C++ for operating system MS Windows NT/2000/XP/ME/98 and UNIX. Instruction set of x 86 and 8051 processors. Knowledge of protocols based on TCP/IP, survey in today's hardware for PC.

Experience

Participation on a project obtained by Faculty of electronics and communications for AMI Semiconductor company (Vídeňská 125, Brno). One of the project's goals was a development of an external MathCAD DLL library in the C++ language which contains functions for computing the operating point, small-signal parameters and the noise characteristic of unipolar transistors.

During doctoral study in support of Ministry of education under contract number 2622/2004, a library, that implements basic operations with matrices, where matrix elements are in arbitrary precision, was developed. Critical parts of the library were written in an assembly language for x 86 platforms.

Interests Personal computers, programming, low and high frequency electronics, since 1999 holder of radio-amateur license class "D" with call-sign OK2TMG, swimming

ABSTRACT

The dissertation thesis is focused on symbolic analysis methods that are applied to linearized, time invariant analog circuits. The main objective is using methods for obtaining a simplified (approximated) symbolic expression of a network function based on maximum user-defined error in the desired frequency range. For this purpose, the method, known as Simplification Before Generation (SBG), is used. The method is able to simplify a network topology by omitting insignificant parameters in a circuit before generating a symbolic expression. The thesis presents an effective SBG method which is based on modified nodal method and which exploits the Sherman-Morrison formula, sparse matrix techniques, a group of elements elimination and a sensitivity analysis. The classic SBG method is extended to be able not only to remove parameters from a circuit network, but also to modify its topology by omitting insignificant current contributions to nodes by using the well-known Two-graph method. The presented methods have been implemented in C++ and developed programs have been applied to real circuits.