

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice PhD Thesis, sv. 357

ISSN 1213-4198

thesis IS

Ing. Tomáš Vysloužil

**Lomová mechanika
částicových a vláknových kompozitů
s křehkou maticí**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta strojního inženýrství
Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Ing. Tomáš Vysloužil

**LOMOVÁ MECHANIKA ČÁSTICOVÝCH A VLÁKNOVÝCH
KOMPOZITŮ S KŘEHKOU MATRICÍ**

**FRACTURE MECHANICS OF
PARTICULATE-REINFORCED AND FIBER-REINFORCED
BRITTLE MATRIX COMPOSITES**

ZKRÁCENÁ VERZE PH.D. THESIS

Obor: Inženýrská mechanika

Školitel: Prof. RNDr. Michal Kotoul, DrSc.

Oponenti: Prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc.
Ing. Vladislav Kozák, CSc.
Ing. Radek Urbiš, Ph.D.

Datum obhajoby: 10. 3. 2005

KLÍČOVÁ SLOVA

Vzorek s vrubem typu chevron, částicové kompozity, vláknové kompozity, faktor intenzity napětí, mostíci napětí

KEY WORDS

Chevron notch specimen, particulate-reinforced composites, fiber-reinforced composites, stress intensity factor, bridging tractions

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Knihovna FSI VUT v Brně

©Tomáš Vysloužil, 2005

ISBN 80-214-3103-2

ISSN 1213-4198

OBSAH

1	ÚVOD	4
2	NĚKTERÉ ZÁKLADNÍ MECHANISMY ZHOUŽEVNATĚNÍ KOM- POZITŮ S KŘEHKOU MATRICÍ	6
3	EXPERIMENTÁLNÍ STANOVENÍ LOMOVÉ HOUŽEVNATOSTI KŘEHKÝCH MATERIÁLŮ POMOCÍ VZORKU S VRUBEM TYPU CHEVRON	8
4	PŮVODNÍ DOSAŽENÉ VÝSLEDKY	10
4.1	Numerické 2D modelování trhlin v kompozitech s křehkou maticí při cyk- lickém tlakovém zatěžování	10
4.2	3D analýza třibodového ohybu vzorku s vrubem typu chevron	17
4.2.1	<i>Výpočty v programovém systému ANSYS</i>	17
4.2.2	<i>Rekurentní výpočty v systému MAPLE</i>	19
4.2.3	<i>Výsledky vypočtené v programovém systému ANSYS</i>	21
4.2.4	<i>Výsledky vypočtené v programovém systému MAPLE</i>	23
5	ZÁVĚR	25
	LITERATURA	27
	SEZNAM AUTOROVÝCH PUBLIKACÍ	30
	ŽIVOTOPIS	31
	ABSTRACT	32

1 ÚVOD

Pokrok v oblasti zpracování moderních materiálů vede k stále širšímu využívání plastů, keramik a kompozitů, které svými vlastnostmi předčí klasické konstrukční materiály. Struktura moderních materiálů je však nepoměrně komplikovanější než u tradičních materiálů, což sebou přináší výhody v možnosti kombinování jejich vlastností a charakteristik, ale i komplikace spojené se složitějším popisem jejich chování. Keramika představuje velmi širokou třídu materiálů lišících se chemickým složením, strukturou i vlastnostmi. Obvykle je připravována z výchozích prášků slinováním. Keramiky se vyznačují vysokou pevností, ale i křehkostí. Z tohoto důvodu se jejich matricí šíří většinou křehký lom. Kompozitní materiály jsou tvořeny dvěma či více fázemi obvykle rozdílného chemického složení, které se liší také svými fyzikálními a mechanickými vlastnostmi. V částicových kompozitech je zpevňující složka matrice tvořena částicemi obecného tvaru se staticky náhodným rozložením. Ve vláknových kompozitech vytváří druhou fázi krátká nebo dlouhá vlákna s více či méně pravidelnou architekturou.

V práci se nejprve věnuji popisu některých základních mechanismů zhouževnatění kompozitů s křehkou matricí. Hlavní mechanismus zhouževnatění, kterým jsem se zabýval, je přemostování trhlin v kompozitech částicemi druhé fáze a to inkluzemi nebo vlákny. V části věnované popisu trhlin v anizotropním prostředí je popsán výpočet Barnettových-Lotheho tenzorů \mathbf{S} , \mathbf{L} a \mathbf{H} . Užitím tenzoru \mathbf{L} můžeme i v neizotropních materiálech spočítat faktor intenzity napětí z posunutí uzlu na líci trhliny. Pro výpočet výsledných elastických charakteristik vláknových kompozitů z elastických vlastností jejich složek byl použit model sousých válců. Materiál matrice je uvažován izotropní a materiál vláken izotropní nebo příčně izotropní. Homogenizovaný vláknový kompozit je příčně izotropní.

Cílem práce je přispět k řešení dvou základních problémů. První problém se zabývá modelováním globální odezvy kompozitu s křehkou matricí obsahující tvárné částice při cyklickém tlakovém zatížení.

Je známo, že v křehkých materiálech zatížených tlakem dochází k nukleaci a růstu velkého počtu tahových mikrotrhlin, které vznikají v místech koncentrace tahových napětí v okolí různých nehomogenit. V podmínkách cyklického míjivého zatěžování je možné pozorovat akumulaci nepružné deformace vyvolané mikrotrhlinami ve směru středního napětí. Tento proces je podobný akumulaci plastické deformace v kovových materiálech při míjivém zatěžování a nazývá se cyklický creep. Je nutné však podotknout, že zatímco proces cyklického creepu v kovových materiálech je relativně podrobně prozkoumán a jeho podstata souvisí s neuzavřením hysterezních smyček v jednotlivých zátěžných cyklech způsobeném nevratností plastické deformace, v oblasti křehkých materiálů typu různých konstrukčních keramik, skel nebo polymerů existuje mnohem méně poznatků týkajících se tohoto problému. Při matematickém modelování cyklického creepu v kovových materiálech v rámci mechaniky kontinua se zpravidla využívá teorie plastického tečení s různými typy kinematického zpevnění.

Tvárné inkluze v kompozitech s křehkou maticí nemohou vykazovat při míjivém zatěžování cyklický creep, protože stísnění okolní tvrdou maticí nedovolí akumulaci plastické deformace. Jak ale bylo ukázáno pomocí mikromechanického modelu [1], je pokles stísnění vlivem mikrotrhlin, které vycházejí z pólů částic do matrice, úzce svázan s plasticitou částic a podle modelu může nastat cyklický creep kompozitu dokonce i tehdy, když pro popis plasticity částic se použije teorie plastického tečení s izotropním zpevněním.

Při numerické simulaci uvedeného procesu pomocí analýzy konečnoprvkového systému *ANSYS* se použila 2D periodická aproximace struktury kompozitu, protože je mimo výpočtové možnosti simulovat odezvu reprezentativního objemového elementu kompozitu s náhodným rozdělením částic. Bylo modelováno šest různých periodických uspořádání částic v kompozitu. Využilo se rovin symetrie periodického uspořádání a modelovala se pouze základní buňka pro uvedená uspořádání. Ve svislém směru je základní buňka zatěžována míjivým tlakovým zatížením σ_1 a ve směru kolmém míjivým tlakovým nebo tahovým zatížením σ_2 , $\sigma_1 > |\sigma_2|$. Ve svislém směru se na pólech částic modelují trhliny, které vznikají vlivem zatížení σ_1 . Vlivem zatěžování se trhliny otevírají a zavírají. Na rovinách symetrie byl předepsán coupling - posunutí ve směru kolmém je pro všechny body stejné.

Druhý problém se týká analýzy vzorku namáhaného tříbodovým ohybem s vrubem typu chevron. V konečnoprvkovém systému ANSYS byl vytvořen trojrozměrný numerický model vzorku s vrubem typu chevron pro tříbodový ohyb (obr. 4.14). Materiál vzorku je částicový resp. vláknový kompozit s křehkou maticí, jehož globální vlastnosti jsou izotropní resp. příčně izotropní.

Použití zkušebních vzorků s vrubem typu chevron je dobře známá metoda pro stanovení lomové houževnatosti a lomové práce u křehkých materiálů [2] včetně kompozitů zpevněných částicemi nebo vlákny [3], [4]. Hodnota lomové houževnatosti se určuje z maximální síly a z minimální hodnoty geometrické funkce poddajnosti. Ve vrubu typu chevron roste šířka trhliny z nulové hodnoty do tloušťky vzorku. Během celého zatěžování je rychlost růstu trhliny stabilní. Výhodou užití vrubu typu chevron pro tříbodový ohyb je jednoduchost zatížení ve ztížených podmínkách - například při zvýšených teplotách nebo v reaktivních prostředích.

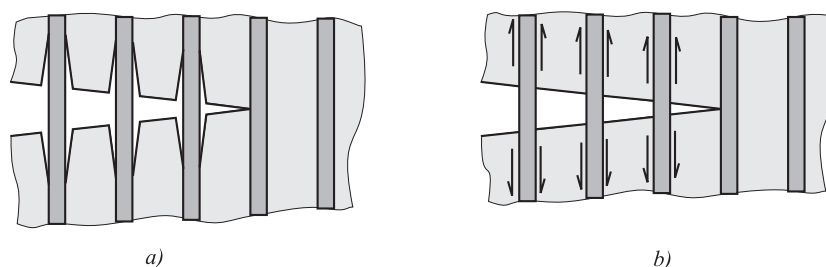
V systému *ANSYS* byl vytvořen konečnoprvkový model vzorku s vrubem typu chevron pro tříbodový ohyb. Materiál vzorku je částicový respektive vláknový kompozit, který se na makroúrovni chová jako izotropní respektive příčně izotropní materiál. Trhlinka vycházející z vrubu typu chevron je přemostěna inkluzemi nebo vlákny. Pro vláknový kompozit byl vypočten Barnettův-Lotheho tenzor \mathbf{L} . Pomocí tenzoru \mathbf{L} byl počítán faktor intenzity napětí K_I z posunutí líce na špici trhliny.

MKP model je zatížen silou F působící tříbodový ohyb. Přemostění trhliny inkluzemi nebo vlákny je simulováno zavíracím napětím σ_0 , které je funkcí posunutí líce trhliny. Zavírací účinek je v konečnoprvkovém modelu předepsán v uzlech na lících trhliny silami, které se vypočtou ze součinu reprezentativní plochy elementu připadající na uzel a zavíracího napětí σ_0 vypočteného z posunutí uzlu.

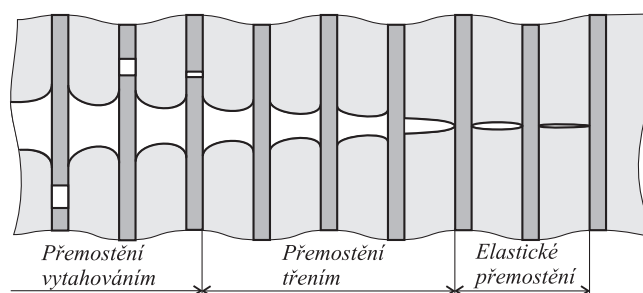
2 NĚKTERÉ ZÁKLADNÍ MECHANISMY ZHOUŽEVNATĚNÍ KOMPOZITŮ S KŘEHKOU MATRICÍ

Přemostění trhliny částicemi druhé fáze vede ke zvyšování lomové houževnatosti. Užívá se modifikace metod lineární lomové mechaniky prezentované poprvé Dugdalem [5] a Barenblattem [6]. V modelu šířící se trhliny se uvažují dvě části - v jedné části jsou líce trhliny bez napětí, ve druhé části jsou líce za čelem trhliny podrobeny zavíracímu napětí, které se snaží trhlinu uzavřít. Tato metoda byla použita např. Budianskym *et al.* [7], [8] za předpokladu, že nedochází k dekohezi vláken a matrice. V práci Evanse *et al.* [9] byla studována problematika stanovení kritéria dekoheze mezi částicemi a matricí. V článku Hsueha a Bechera [10] byl použit model trhliny s třemi zónami (viz obr. 2.2):

- i)* krátká elastická zóna na čele trhliny s prudkým nárůstem napětí se vzdáleností od čela trhliny,
- ii)* dále zóna s mírnějším růstem napětí, zde dochází k vytahování vláken za účasti tření na hranici vláken s matricí,
- iii)* třetí zóna, kde dochází k porušování vláken a jejich úplnému vytažení z matrice.



Obr. 2.1: Rozhraní matrice/inkluze s dekohezí a se třením



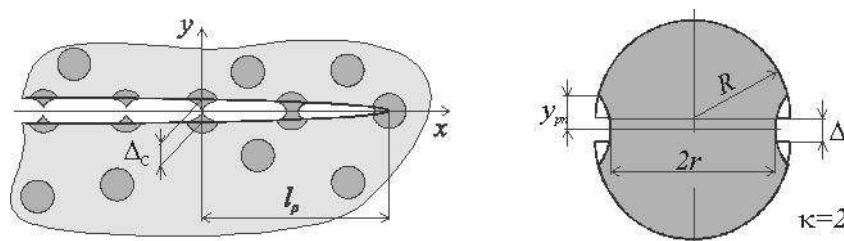
Obr. 2.2: Model trhliny s třemi zónami přemostění trhliny

Pro zvýšení lomové houževnatosti křehké matrice disperzí tvárných částic musí být splněny podmínky týkající se relativní tuhosti částic a matrice, relativní tepelné roztažnosti částic a matrice a pevnosti rozhraní matrice/částice.

Pokud nepůsobí residuální napětí způsobená rozdílnou teplotní roztažností částic a matrice, je pro aktivní zapojení částic do lomového procesu nutné, aby částice byly elasticky měkčí než matrice. V tomto případě je totiž interakce mezi čelem trhliny a částicí přitažlivá a způsobí mikroohyb čela trhliny směrem k částici. Jsou-li částice elasticky tužší, trhlinka se odkloní od částice a šíří se jen v matrici. Tím

nedojde ke zvyšování lomové houževnatosti vlivem přemostění trhliny. Je-li teplotní roztažnost částic α_f menší než teplotní roztažnost matrice α_m , vznikají v okolí částice zbytková tahová obvodová napětí a tlaková radiální napětí. Trhlina se přednostně šíří rovnoběžně s tlakovým napětím a kolmo na napětí tahová, tím dojde k přitahování čela trhliny přímo k částici. Tento mechanismus může převládnout nad odpudivou interakcí v případě tužších částic.

Rostoucí tvárnost částice příznivě ovlivňuje výslednou lomovou houževnatost kompozitu. Pokud je vysoká pevnost rozhraní matrice/částice, geometrické stísnění částice okolní maticí nedovolí rozvoj plastických deformací v celém objemu částice. Plastická deformace se soustřeďuje pouze v okolí roviny trhliny a kritické rozevření trhliny Δ_C při kterém dojde k přetržení částice je velmi malé. Naopak malá pevnost rozhraní matrice/částice způsobí celkovou dekohezi částice a účinek přemostění trhliny je nevýznamný a nedojde ke zvýšení lomové houževnatosti kompozitu. V optimálním případě částečná dekoheze umožní významné plastické deformace v téměř celém objemu částice a vznik krčku. Na obrázku 2.3 je schéma trhliny přemostěné částicemi. Ve vzdálenosti l_p je kritické rozevření trhliny Δ_C při kterém dochází k přetržení částic.



Obr. 2.3: Schéma přemostěné trhliny a dekoheze rozhraní matrice/částice v místě roviny trhliny

Transformačním zpevněním (Evans a Cannon [11], Karihaloo a Andreassen [12]) lze dosáhnout zvýšení odolnosti keramik proti šíření křehkého lomu. Po překročení kritického napětí v okolí čela rostoucí trhliny dojde k martenzitické fázové přeměně (např. metastabilní částice ZrO_2) provázené zvětšením objemu a lokálními smykovými deformacemi. Transformovaná oblast stíní čelo trhliny podobně jako plastická zóna.

Změna směru šíření trhliny představuje velmi sledovaný problém v lomové mechanice, který byl v posledních dvou desetiletích podroben zkoumání celou řadou autorů, např: Faber a Evans [13], [14], Suresh [15], Suresh a Sih [16], Wu [17], [18], Lo [19], Karihaloo *et al.* [20], Bilby a Cardew [21], He a Hutchinson [22], Kageyama [23], Kitagawa *et al.* [24], Cotterell a Rice [25], Hayashi a Nemat-Nasser [26], [27]. Je jedním z nejdůležitějších mechanismů zvyšování lomové houževnatosti kompozitních materiálů a je úzce spojena se smíšeným módem zatěžování, kdy napjatost na čele trhliny je popsána kombinací otevíracího módu I a smykového módu II nebo otevíracího módu I a antirovinného smykového módu III . V homogenním kontinuu se při šíření trhliny minimalizuje smykový mód II . Přítomnost druhé fáze v blízkosti trhliny ovlivňuje další šíření čela trhliny - dochází k změnám faktoru intenzity napětí,

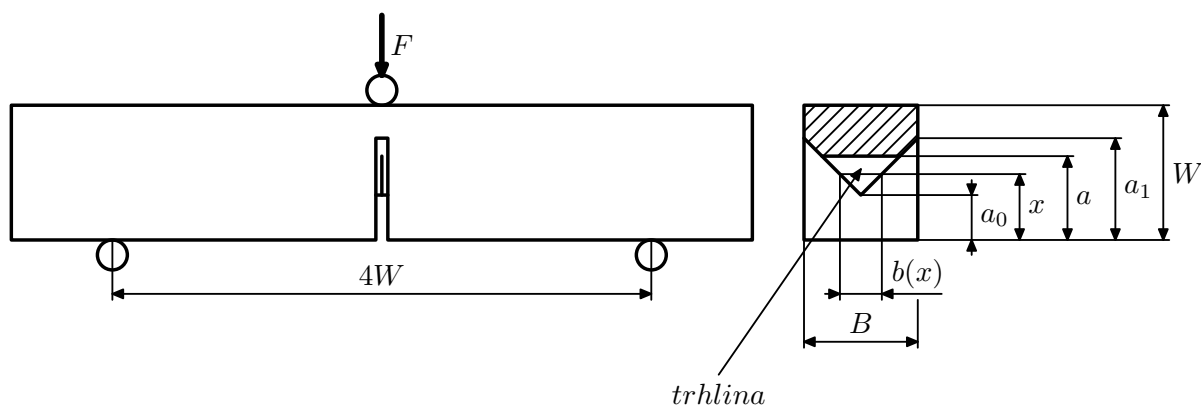
kteřé závisejí na charakteru částic druhé fáze a povaze interakce s trhlinou. Existují dvě dominantní poruchy růstu trhliny označované jako prohnutí čela trhliny (Wiederhorn [28], Rice [29], [30], Wachtman [31]) a změna směru šíření trhliny (Faber a Evans [13] a [14]). Změna směru šíření trhliny vytváří prostorovou trhlinu a prohnutí čela trhliny vytváří nelineární čelo trhliny, které vzniká zachycením čela trhliny částicemi druhé fáze.

Větvení trhliny [30] je rozdělení postupující trhliny do dvou nebo více trhlín, čímž se spotřebovává více energie. Větvení trhliny obvykle nastane v kombinaci s existující mikrotrhlinou před čelem hlavní trhliny a vychýlením trhliny a není většinou studováno jako samostatný mechanismus. V pracích Sureshe [15], Sureshe a Siha [16] a Kitagawy *et al.* [24] jsou uvedena numerická řešení lokálního faktoru intenzity napětí ve vrcholech rozvětvené trhliny ve tvaru monogramů pro různé hodnoty dvojnásobného úhlu větvení.

Drsnostně indukované zavírání trhliny je jev charakteristický pouze pro rozvětvené trhliny při cyklickém namáhání, Suresh [32]. V důsledku křivolakosti líců trhliny je trhlina otevírána a zavírána v lokálním smíšeném módu. V průběhu zatěžovacího cyklu není zpětná deformace ve smykovém módu plně vratná. Po odlehčení zůstává vzájemný smykový posuv obou lomových ploch, který způsobuje předčasný kontakt jejich mikrovýstupků při zavírání.

3 EXPERIMENTÁLNÍ STANOVENÍ LOMOVÉ HOUŽEVNATOSTI KŘEHKÝCH MATERIÁLŮ POMOCÍ VZORKU S VRUBEM TYPU CHEVRON

V současné době je technika měření lomové houževnatosti křehkých materiálů využívající vzorků s vrubem typu chevron namáhaných tříbodovým ohybem, viz obr. 3.4, poměrně dobře zvládnutá, např. Dlouhý *et al.* [33], Bocaccini *et al.* [2].



Obr. 3.4: Vzorek s vrubem typu chevron

U vzorků s vrubem typu chevron lze určit hodnotu lomové houževnatosti bez předchozího vytváření únavové trhliny. Křehká trhlina se v těchto tělesech vytváří v průběhu vlastního zatěžování. Výpočet lomové houževnatosti K_{ICV} lze v konečné podobě

upravit do tvaru

$$K_{ICV} = \frac{Y_{min}^* F_{max}}{BW^{1/2}}. \quad (3.1)$$

V této rovnici Y_{min}^* představuje minimální hodnotu kalibrační funkce Y^* , určené přes K faktor z průběhu změn poddajnosti zkušební tělesa s délkou trhliny pro konkrétní geometrii vrubu typu chevron. Základem vlastního výpočtu se stal sendvičový model (slice model) navržený Bluhmem [34]. Hojně využívaná metoda zhouževnatění křehkých materiálů pomocí tvárných částic nebo vláken využívá efektu přemostění líců trhliny neporušenými částicemi/vláknami. Při růstu trhliny se rozsah přemostěné zóny trhliny zvětšuje a zesiluje se tak účinek zavírajících sil na čelo trhliny v křehké matici. Na makroúrovni pozorujeme rostoucí odpor proti šíření trhliny a růst trhliny je zapotřebí popisovat pomocí R-křivky. Významnou roli pro posouzení stability přemostěných trhlín hraje stínící faktor intenzity napětí K_{Ibr} . Rozdíl aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} a stínícího faktoru intenzity napětí udává tzv. lokální faktor intenzity napětí $K_{tip} = K_{Iappl} - K_{Ibr}$. Pro rozšíření trhliny v matici musí K_{tip} dosáhnout kritické hodnoty - lomové houževnatosti matrice K_{ICM} .

Pro studium růstu trhlín podle R křivek je zapotřebí mít k dispozici řešení pro faktor intenzity napětí, který odpovídá úloze, kdy zatížení je aplikováno přímo k lícům trhliny. Takové řešení není možné získat pomocí Bluhmovy metody a je nutné provést 3D výpočet pomocí MKP. Na základě MKP výpočtů je také možné numericky stanovit váhové funkce pro dané zkušební těleso. Pokud známe pro dané těleso s trhlinou váhovou funkci $h(x, a)$ (udávající velikost faktoru intenzity napětí vyvolaného dvojicí soustředěných sil působících v protilehlých bodech x na lících trhliny) a trakční napětí působící podél líců přemostěné trhliny $\sigma(x)$, můžeme vypočítat lokální faktor intenzity napětí ze vztahu (Bueckner [35]),

$$K_I = \int_0^a \sigma(x) h(x, a) dx, \quad (3.2)$$

kde a je délka trhliny a $\sigma(x) = \sigma_{appl}(x) - \sigma_0(x)$, kde $\sigma_{appl}(x)$ označuje trakční napětí, které by působilo v bodech líců trhliny neporušeného tělesa a $\sigma_0(x)$ je příspěvek, který souvisí s interakcí líců trhliny vlivem přemostění. Váhové funkce jsou známy pro řadu geometrických tvarů těles s trhlinou. Pro zkušební vzorek s vrubem typu chevron byla odvozena Sarafi-Nourem *et al.* [36] pomocí MKP ve tvaru

$$h(x, a) = \sqrt{\frac{2}{\pi(a - a_0)}} \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi}} \left[1 + \sum_{\nu, \mu=0} \frac{A_{\nu\mu} \alpha^\mu}{(1 - \alpha)^{3/2}} (1 - \xi)^{\nu+1} \right], \quad (3.3)$$

kde $\alpha = a/W$, $\xi = (x - a_0)/(a - a_0)$, viz obr. 3.4, a koeficienty v rovnici (3.3) jsou pro různé rozměry vrubu uvedeny v citované práci Sarafi-Noura *et al.* [36]. Faktor intenzity napětí K od liniové síly F působící podél skutečné tloušťky $b(x)$, viz obr. 3.4 se pak vypočte ze vzorce

$$h(x, a) = \frac{K_a}{P/b(x)} \quad \text{kde } b(x) = \frac{B(x - a_0)}{a_1 - a_0}. \quad (3.4)$$

Problémem v rovnici (3.2) je neznalost zavírajícího napětí na souřadnici. V některých případech však umíme na základě fyzikálního modelu sestavit závislost zavírajícího napětí na rozevření trhliny Δ (COD). Takovým případem je například přemostění trhliny tvárnými sférickými částicemi, kdy pro dosažení náležitého účinku je třeba dosáhnout určité míry dekoheze rozhraní matrice/částice, viz Kotoul a Urbiš [37] a Kotoul a Vrbka [38].

Další postup pak vychází z numerického řešení integrální rovnice pro neznámé rozevření $\Delta(x)$ přemostěné trhliny, kterou pomocí váhových funkcí a na základě znalosti vztahu pro mostící napětí $\sigma_0(\Delta)$ lze psát ve tvaru

$$\Delta(x) = \frac{1}{E'} \int_0^a h(x, a') \left\{ \int_0^{a'} h(x', a') [\sigma_{appl}(x') - \sigma_0(\Delta(x'))] dx' \right\} da', \quad (3.5)$$

kde E' je Youngův modul pro rovinnou deformaci. Závislost zavírajícího napětí na rozevření trhliny odvozená z fyzikálního modelu a pro případ tvárných částic s částečnou dekohezí rozhraní matrice/částice je dobře aproximovaná vztahem

$$\sigma_0(\Delta) \cong -c_1 \sqrt{\Delta} + c_2 \quad c_1 \text{ a } c_2 \text{ jsou konstanty,} \quad (3.6)$$

viz Kotoul a Vrbka [38]. Po výpočtu závislosti $\Delta(x)$ je pak možné stanovit lokální faktor intenzity napětí K_{Itip}

$$K_{Itip} = K_{Iappl} - K_{Ibr} = \int_0^a h(x, a) \sigma_{appl}(x) dx - \int_0^a h(x, a) \sigma_0(x) dx. \quad (3.7)$$

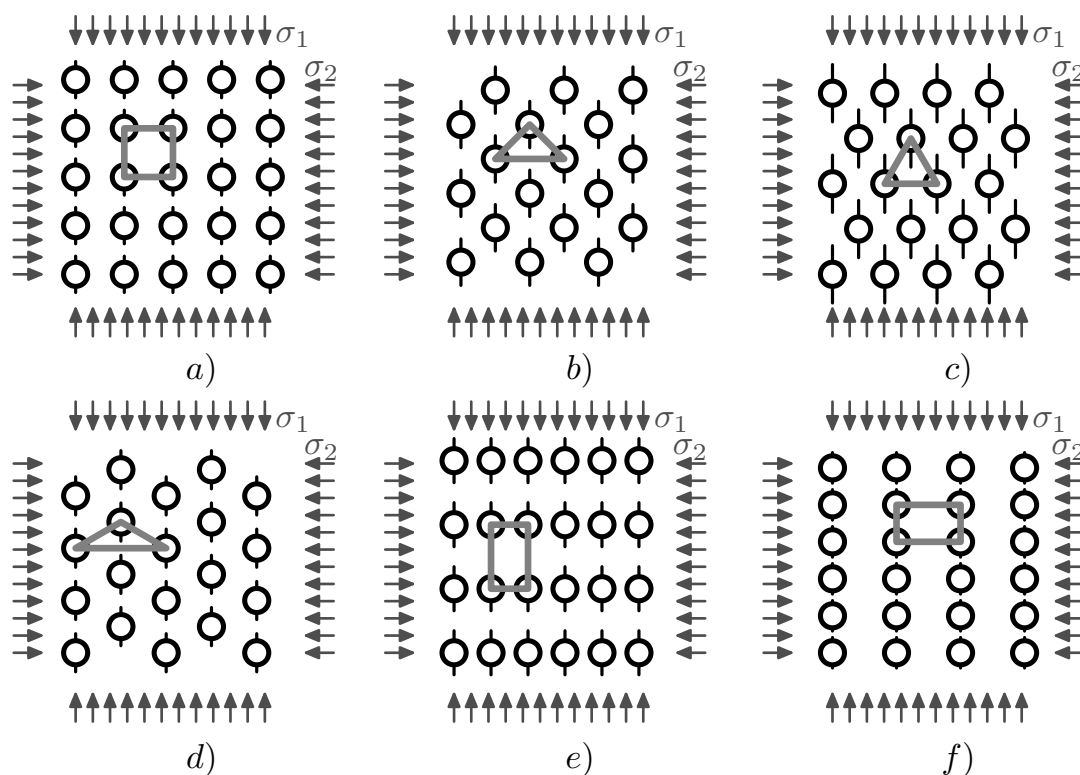
4 PŮVODNÍ DOSAŽENÉ VÝSLEDKY

4.1 Numerické 2D modelování trhlin v kompozitech s křehkou maticí při cyklickém tlakovém zatěžování

Dvourozměrná analýza odezvy kompozitu s křehkou maticí zpevněnou tvárnými částicemi při cyklickém tlakovém zatěžování byla řešena v [39], [40] [41] a [42].

Je známo, že v křehkých materiálech zatížených tlakem dochází k nukleaci a růstu velkého počtu tahových mikrotrhlin, které vznikají v místech koncentrace tahových napětí v okolí různých nehomogenit. V podmínkách cyklického míjivého tlakového zatěžování je možné pozorovat akumulaci nepružné deformace vyvolané mikrotrhlinami ve směru středního napětí. Tento proces je podobný akumulaci plastické deformace v kovových materiálech při míjivém zatěžování a nazývá se cyklický creep. Je nutné však podotknout, že zatímco proces cyklického creepu v kovových materiálech je relativně podrobně prozkoumán a jeho podstata souvisí s neuzavřením hysterezních smyček v jednotlivých zátěžných cyklech způsobeném nevratností plastické deformace, v oblasti křehkých materiálů typu různých konstrukčních keramik, skel nebo

polymerů existuje mnohem méně poznatků týkajících se tohoto problému. Při matematickém modelování cyklického creepu v kovových materiálech v rámci mechaniky kontinua se zpravidla využívá teorie plastického tečení s různými typy kinematického zpevnění.

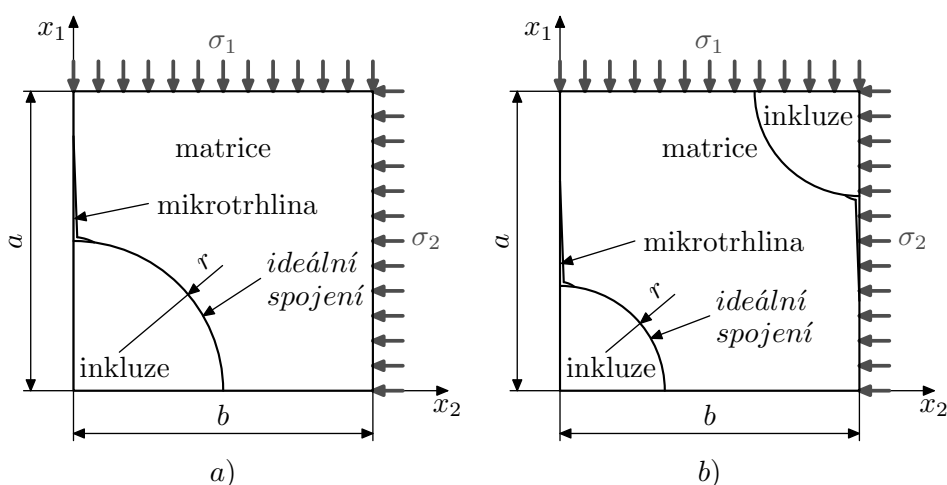


Obr. 4.5: Geometrické uspořádání inkluzí v kompozitu

Tvárné inkluze v kompozitech s křehkou maticí nemohou vykazovat při mívivém zatěžování cyklický creep, protože stísnění okolní tvrdou maticí nedovolí akumulaci plastické deformace. Jak ale bylo ukázáno pomocí mikromechanického modelu [1], je pokles stísnění vlivem mikrotrhlin, které vycházejí z pólů částic do matrice, úzce svázan s plasticitou částic a podle modelu může nastat cyklický creep kompozitu dokonce i tehdy, když pro popis plasticity částic se použije teorie plastického tečení s izotropním zpevněním. Při numerické simulaci uvedeného procesu pomocí analýzy *MKP* systému *ANSYS* byla použita *2D* periodická aproximace struktury kompozitu, protože je mimo výpočtové možnosti simulovat odezvu reprezentativního objemového elementu kompozitu s náhodným rozdělením částic. Bylo uvažováno šest různých geometrických uspořádání částic v kompozitu vzhledem ke směru největšího působícího tlakového zatížení, která jsou schematicky znázorněna na obr. 4.5. Čáry vycházející z pólů částic znázorňují mikrotrhliny. V podmínkách homogenního zatížení vykazují pak lokální pole jisté rysy symetrie, což umožňuje vybrat základní buňku pro výpočet lokálních polí i výsledné makroodezvy. V místech řezů rovinami symetrie byly zavedeny okrajové podmínky symetrie. Na obr. 4.5 jsou schémata základní buňky pro uvedené případy uspořádání částic:

- a) inkluze jsou uspořádány do čtverce,

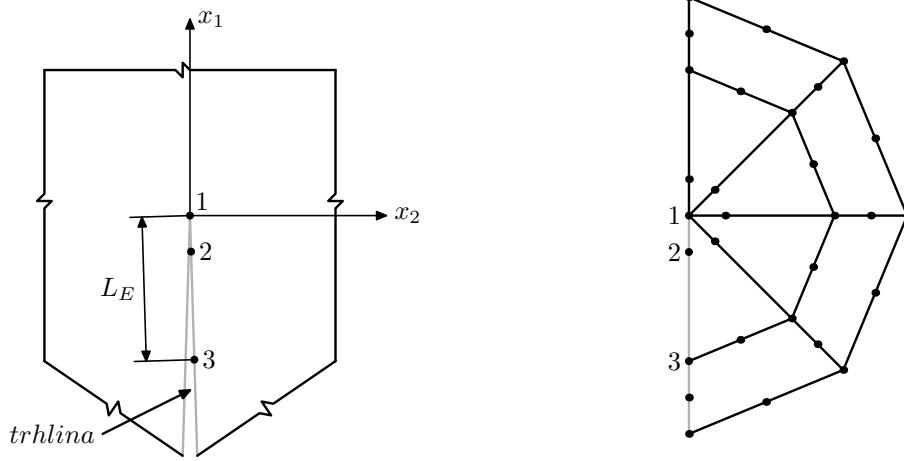
- b) inkluze jsou uspořádány do pravoúhlého trojúhelníku s přeponou ve vodorovném směru (uspořádání a) natočeno o 45°),
- c) inkluze jsou uspořádány do rovnostranného trojúhelníku s jednou stranou vodorovnou,
- d) inkluze jsou uspořádány do rovnoramenného trojúhelníku s vodorovnou přeponou a úhlem 120° (uspořádání c) natočeno o 90°),
- e) inkluze jsou uspořádány do obdelníku, jehož šířka je $\frac{\sqrt{3}}{3}$ násobek výšky,
- f) inkluze jsou uspořádány do obdelníku, jehož šířka je $\sqrt{3}$ násobek výšky (uspořádání e) natočeno o 90°).



Obr. 4.6: Tvar a zatížení buňky a) a b)

Vzhledem k existenci dvou rovin symetrie vůči tvaru vzorku i zatížení bylo možno konečnými prvky modelovat jen čtvrtinu buňky. Na obr. 4.6 je znázorněno schéma čtvrtiny základní buňky pro případ uspořádání částic a) a b). Pro ostatní konfigurace jsou schémata podobná (c), d) jako b) a e), f) jako a)), pouze se mění velikost poloměru inkluzí a velikost základní buňky ve směru osy x_2 . Zatěžované plochy byly podrobeny podmínce couplingu. To znamená, že všem jejím uzlovým bodům byl přiřazen stejný, ale předem neznámý posuv ve směru zátěžného působení, který je rovněž výsledkem řešení úlohy. Mikrotrhlina se může při zatěžování otevírat a při odlehčování zavírat. Toto je provedeno tak, že pro část líce trhliny je předepsán kontakt s levou svislou stranou buňky. Stejně podmínky platí také podél části rozhraní matrice/inkluze, kde se simuluje částečná dekoheze tohoto rozhraní v soulase s experimentálními daty. Zatímco v práci [40] jsme se soustředili na modelování globální odezvy kompozitu na cyklické tlakové zatěžování, zde je provedeno detailní vyšetřování K-faktoru pro mikrotrhlinu v různých fázích cyklického zatěžování a pro různé geometrie základní buňky.

Pro vytvoření sítě v programovém systému *ANSYS* byly použity čtyřúhelníkové prvky s osmi uzly (*PLANE82*). V okolí kořene trhliny byly použity trojúhelníkové



Obr. 4.7: Síť konečných prvků v okolí kořene trhliny

prvky s šesti uzly se středovými uzly posunutými do $1/4$ délky strany prvku ke kořeni trhliny [43], [44], viz obr. 4.7. Kontakt na části rozhraní matrice/inkluze a podél trhliny byl řešen pomocí kontaktních prvků (*TARGE169* a *CONTA172*). Protože se v ústí trhliny na rozhraní matrice/inkluze nezjišťovaly žádné parametry, byly použity pouze čtyřúhelníkové prvky s osmi uzly.

Základní buňky jsou zatěžovány napětím σ_1 (tlakové) ve směru osy x_1

$$\sigma_1 = -\sigma_0 \quad (4.8)$$

a napětím σ_2 (tlakové i tahové) ve směru osy x_2

$$\sigma_2 = -\sigma_0 \cdot \lambda, \quad (4.9)$$

kde $\lambda = \sigma_2/\sigma_1$, $|\lambda| < 1$. Pro $\lambda > 0$ je příčné zatížení tlakové a pro $\lambda < 0$ tahové.

Výpočty byly prováděny pro kompozity s objemovým podílem inkluzí

$$\rho_i = k \frac{\pi r^2}{ab} = 0.2, \quad (4.10)$$

kde $k = 1/4$ pro konfiguraci a), e), f) a $k = 1/2$ pro konfigurace b), c) a d), $2a$ je vertikální vzdálenost středů inkluzí, $2b$ horizontální vzdálenost středů inkluzí a r poloměr inkluze.

Faktor intenzity napětí K_I se počítal z posuvů (v_1 , v_2 a v_3) ve směru osy x_2 uzlů 1, 2 a 3 na trojúhelníkovém prvku v kořeni trhliny, viz obr. 4.7.

Uzel 1 se nachází v kořeni trhliny, uzel 2 je umístěný v $1/4$ strany prvku a uzel 3 na konci strany prvku o délce L_E . Pro výpočet K_I se použil vzorec

$$K_I = \frac{E \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_E}\right)} (4v_2 - v_3 - 3v_1)}{4(1 - \nu^2)}. \quad (4.11)$$

Numerické výsledky byly vyjádřeny pomocí bezrozměrného faktoru intenzity napětí F_I definovaného vztahem

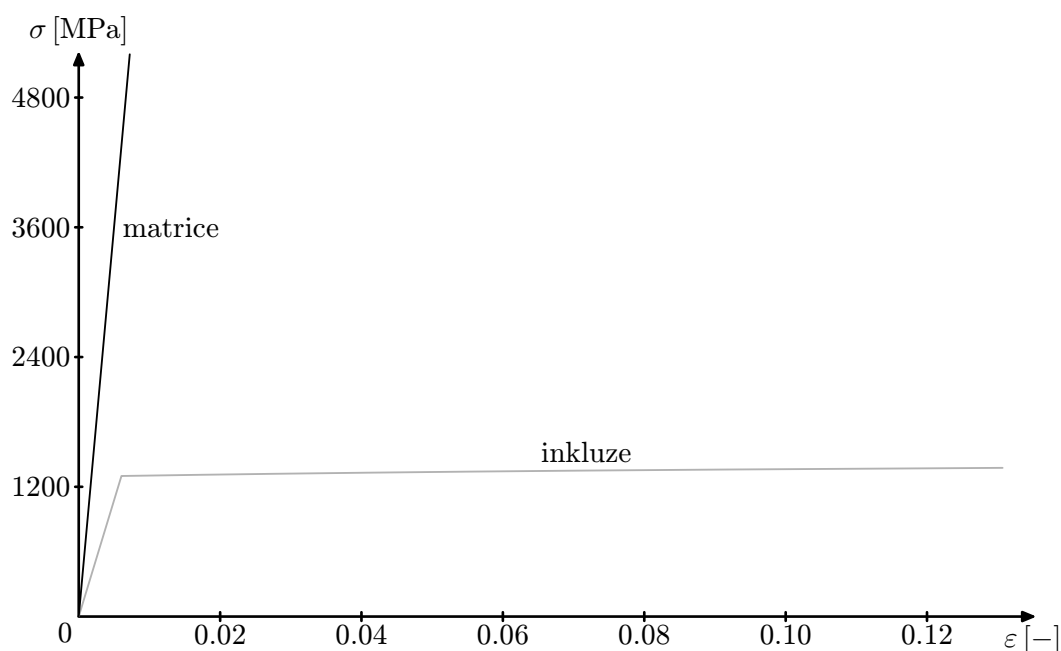
$$F_I = \frac{K_I}{\sigma_{0max} \sqrt{\pi l}}, \quad (4.12)$$

přičemž v závislostech F_I na délce trhliny se používá bezrozměrná délka trhliny zavedená vztahem

$$L = \frac{l}{a - r} \quad L \in (0,1). \quad (4.13)$$

Pak s využitím (4.13) a definice pro objemový podíl částic (4.10) přepíšeme vztah (4.12) do tvaru

$$F_I = \frac{K_I}{\sigma_{0max} \sqrt{\pi L} \sqrt{a \left(1 - \sqrt{\frac{0.2b}{k\pi a}}\right)}}. \quad (4.14)$$

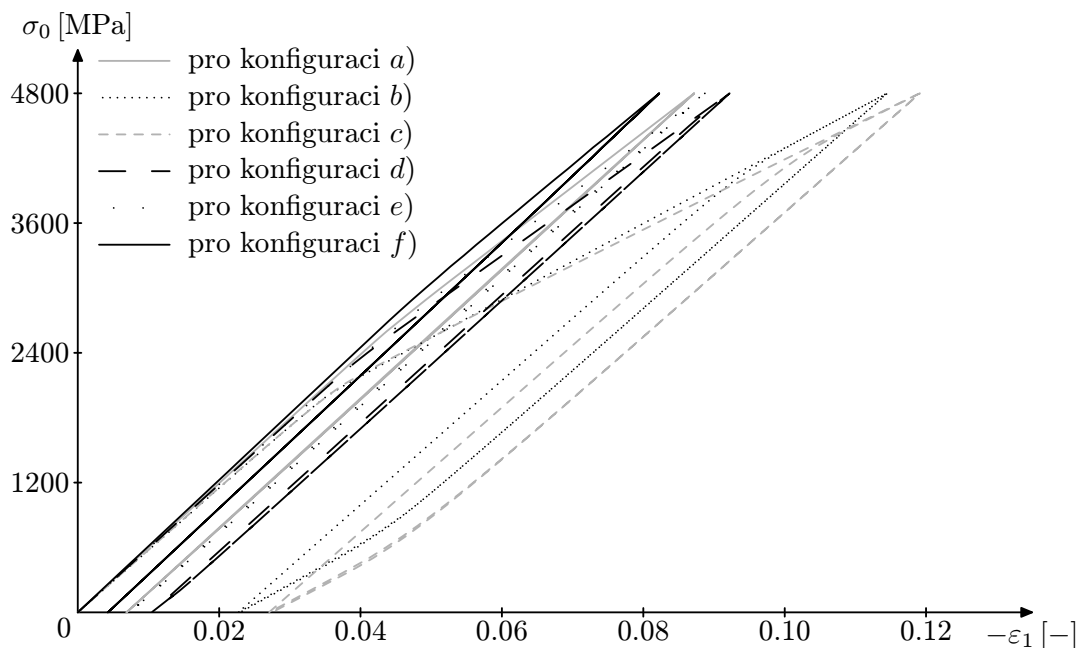


Obr. 4.8: Charakteristiky matrice a inkluze

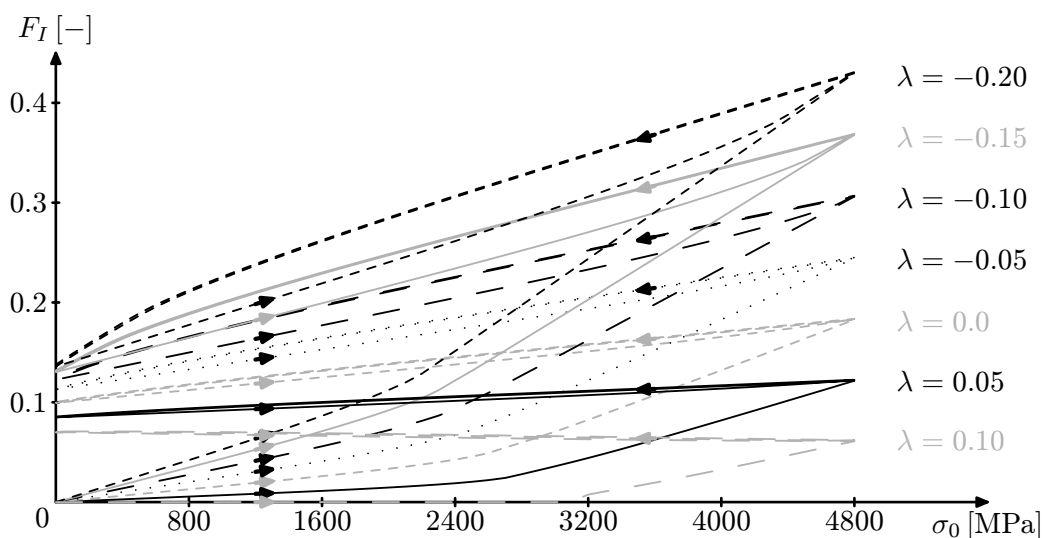
Pro výpočty byly použity materiálové charakteristiky matrice a inkluzí ilustrované na obr. 4.8. Obr. 4.9 pak uvádí napětově deformační diagram pro celkovou odezvu kompozitu pro případ $L = 0.5$ a $\lambda = 0.0$. Na obr. 4.9 je vidět vliv zbytkových napětí, který se projevuje zpětnou plastickou deformací při odlehčení.

Hlavním úkolem bylo stanovit závislost bezrozměrného faktoru intenzity napětí F_I na velikosti osového zatížení σ_0 , při různém příčném zatížení charakterizovaném parametrem λ (příčné napětí tahové, či tlakové) a pro různé bezrozměrné délky trhliny L .

Na obr. 4.10 je pro geometrické uspořádání inkluzí a) zakreslen průběh F_I při prvních dvou zátěžných cyklech v závislosti na napětí σ_0 pro různé hodnoty λ při bezrozměrné délce trhliny $L = 0.5$ (šipky označují směr zatěžování). Z obrázků je patrné, že pro příčné tahové zatížení ($\lambda < 0$) je F_I větší, než pro příčné zatížení tlakové ($\lambda > 0$). U všech uspořádání částic při $\lambda = 0.1$ je F_I při zatížení v prvním cyklu nulové až do určité hodnoty osového zatížení σ_0 , která závisí na uspořádání inkluzí. Teprve



Obr. 4.9: Globální napětově deformační diagram kompozitu pro $L = 0.5$, $\lambda = 0.0$

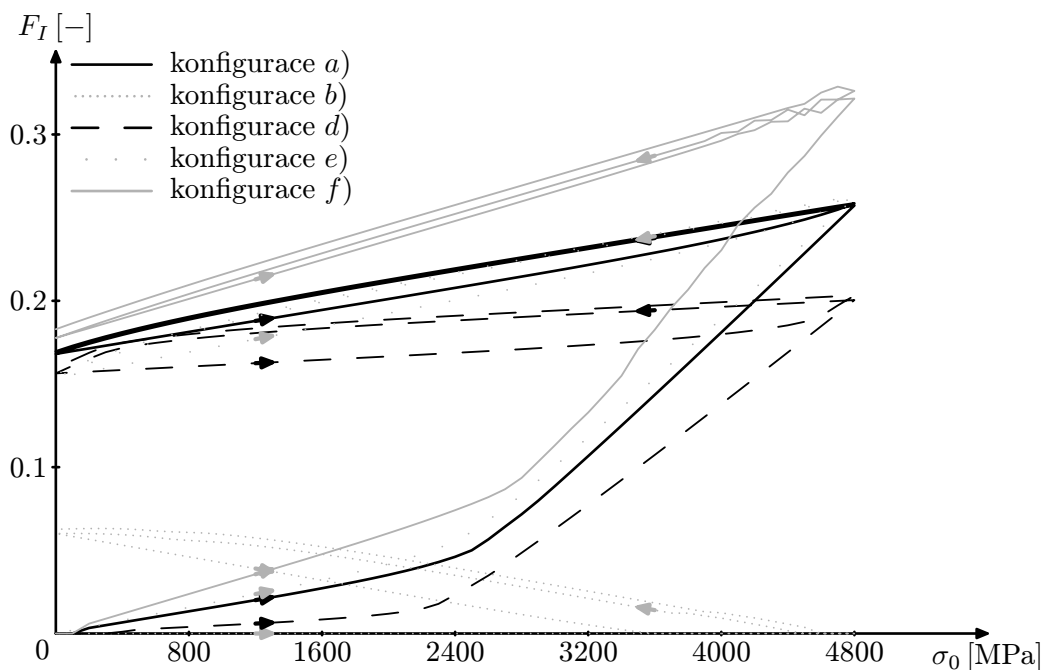


Obr. 4.10: Závislost F_I na napětí σ_0 a na λ pro uspořádání a), $L = 0.5$

po překročení této hodnoty F_I roste. Při odlehčování a v dalších cyklech F_I roste při odlehčování a klesá při zatěžování. Pro ostatní hodnoty λ je v celém intervalu zatěžování F_I rostoucí a klesající v celém intervalu odlehčování. U všech uspořádání částic je průběh F_I při zatěžování a odlehčování odlišný, což vede ke vzniku smyček v diagramu $F_I - \sigma_0$.

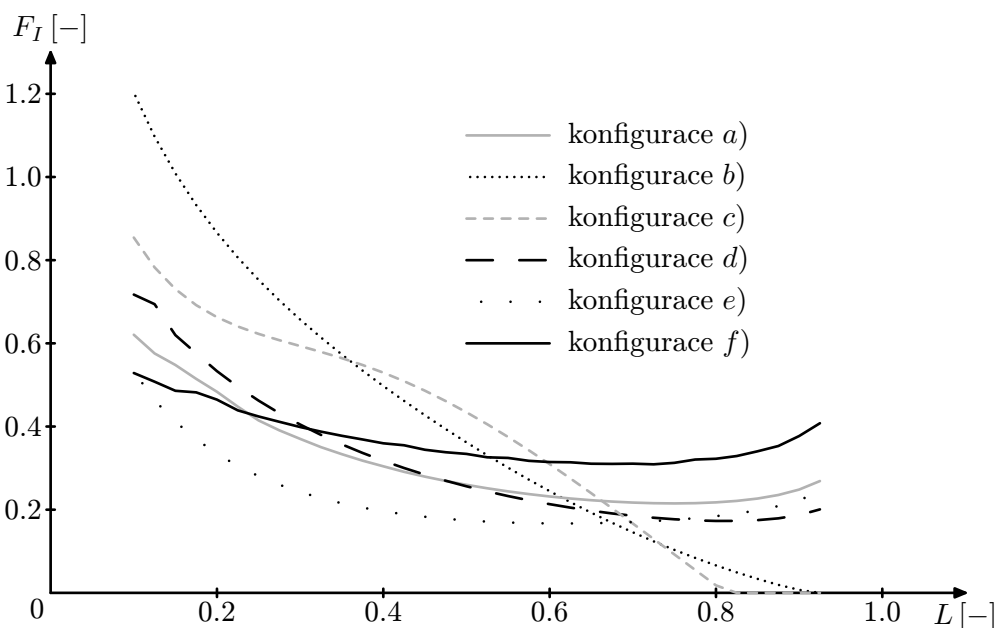
Na obr. 4.11 jsou pro geometrická uspořádání inkluzí a) až f) zakresleny průběhy F_I při prvních dvou zátěžných cyklech v závislosti na napětí σ_0 pro bezrozměrnou délku $L = 0.925$. Pro konfiguraci c) je při zatěžování i odlehčování $F_I = 0$ a proto není křivka v obrázku uvedena.

Na obr. 4.12 a 4.13 jsou pro uspořádání inkluzí a) až f) zakresleny závislosti F_I na bezrozměrné délce trhliny L pro zatížení 4800 MPa (obr. 4.12) a úplné odlehčení (obr. 4.13). S rostoucí bezrozměrnou délkou trhliny L dochází k poklesu F_I , u konfigurace c) klesá až na nulu při zatížení i odlehčení, u b) pouze při zatížení. Pro konfigurace



Obr. 4.11: Závislost F_I na napětí σ_0 pro $L = 0.925$

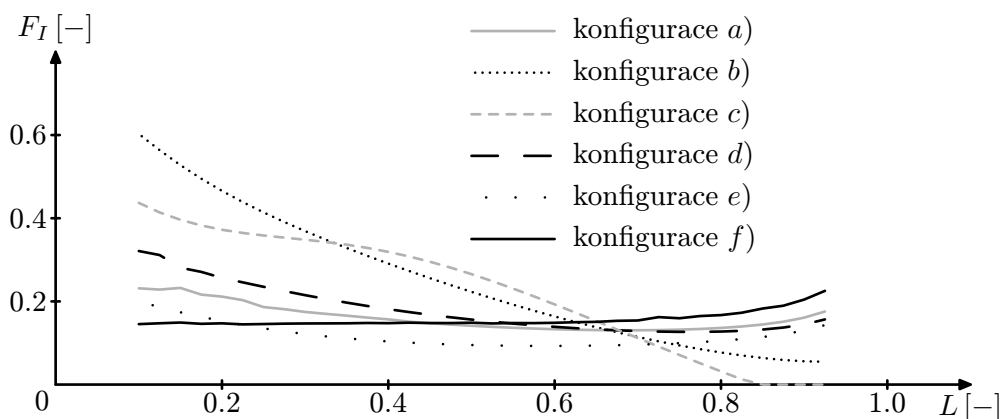
a), d), e) a f) závislost F_I na L ze začátku intervalu klesá a ke konci intervalu roste.



Obr. 4.12: Závislost F_I na délce trhliny L při maximálním zatížení

Klesající závislost normovaného faktoru intenzity napětí F_I na délce trhliny je ve shodě s obecnými poznatky mechaniky trhlin zatíženými až v určité vzdálenosti za vrcholem trhliny. Kvalitativně obdobné chování vykazuje faktor intenzity napětí pro trhlínu s klesajícím zatížením ve směru k vrcholu trhliny, což v podstatě odpovídá sledovanému problému, kdy koncentrované tahové napětí v okolí pólů částic rychle klesá se vzdáleností. Důležitou roli však také hraje délka trhliny ve vztahu k geometrickému uspořádání částic.

Růst faktoru intenzity napětí pro uspořádání a), d), e) a f) a $L > 0.75$ dokládá nastupující interakci nejbližších trhlin, kterou lze pozorovat jak při zatížení, tak při



Obr. 4.13: Závislost F_I na délce trhliny L při úplném odlehčení

odlehčení, viz obr. 4.13, kdy jsou trhliny podrobeny pouze zbytkovým napětím. V případě geometrického uspořádání b) a c) a úplném zatížení je vliv interakce v porovnání s výše diskutovaným účinkem tlakových napětí zanedbatelný (viz zvláště případ c)). Při úplném odlehčení je možné pozorovat nastupující interakci i pro uspořádání b), viz obr. 4.11. Interakce trhlín při uvedeném tlakovém zatěžování zřejmě hraje klíčovou roli při porušení materiálu v tzv. "slabbing" módu.

4.2 3D analýza tříbodového ohybu vzorku s vrubem typu chevron

Trojrozměrná analýza vzorku namáhaného tříbodovým ohybem s vrubem typu chevron byla řešena v pracích [45], [46] a [47].

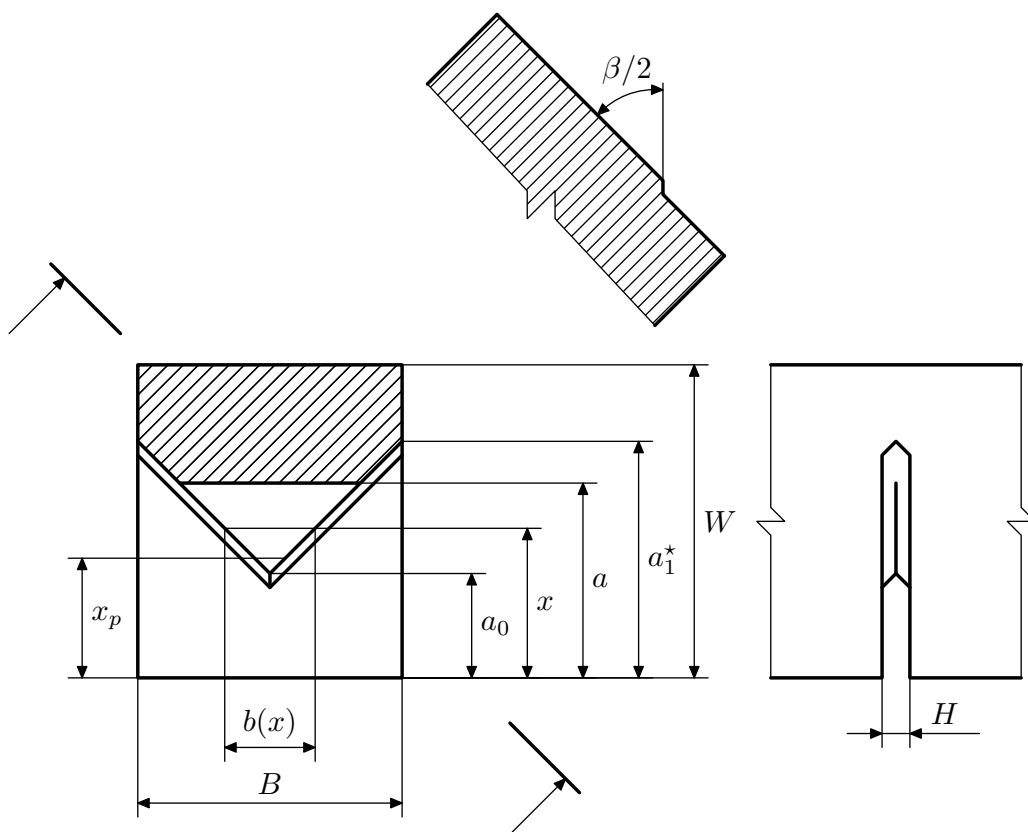
V [48] byl studován přechod mezi mechanismy zhouževnatění křehkých materiálů od přemostění trhliny k zachycení čela trhliny. Článek [49] se zabývá přemostěním a zachycováním trhliny v kompozitu borosilikátové matrice s distribucí kovových částic.

4.2.1 Výpočty v programovém systému ANSYS

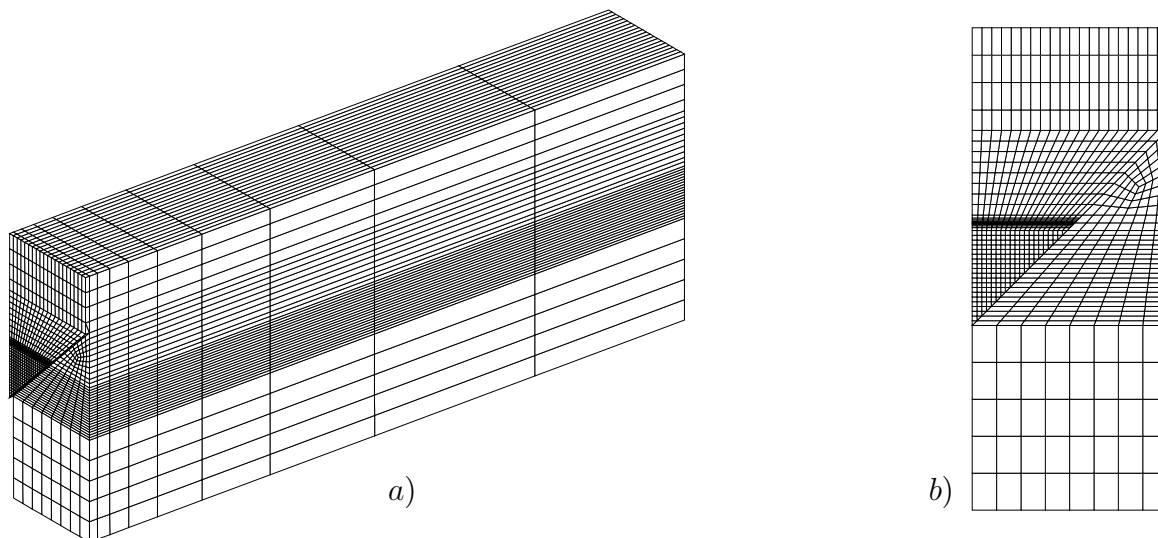
V konečnoprvkovém systému *ANSYS* byl vytvořen trojrozměrný numerický model vzorku s vrubem typu chevron pro tříbodový ohyb (obr. 4.14). Materiál vzorku je částicový resp. vláknový kompozit, který je izotropní resp. příčně izotropní. Pro vláknový kompozit, který je příčně izotropní, byl proveden výpočet Barnettova-Lotheho tenzoru \mathbf{L} , který je používán pro výpočet faktor intenzity napětí K_I z posunutí líců za vrcholem trhliny.

V programovém systému *ANSYS* jsou pro model použity kvadratické prvky *SOLID95*. Tento prvek má uzly v rozích a ve středech hran. V případě řešení lomové mechaniky se provede úprava kvadratického prvku posunutím středových uzlů do 1/4 délky strany od uzlu, který leží na čele trhliny.

V programovém systému *ANSYS* byla modelována čtvrtina vzorku s využitím dvou rovin symetrie, viz obr. 4.15. V rovinách symetrie byly předepsány podmínky nulového posunutí ve směru kolmém k rovině symetrie. V místě podpory je předepsáno nulové posunutí ve směru zatěžující síly.



Obr. 4.14: Tvar vzorku s vrubem typu chevron



Obr. 4.15: a) 3D síť modelu čtvrtiny vzorku
b) Rovina trhliny 3D síť modelu čtvrtiny vzorku

Na líci trhliny je pro každou řadu uzlů, které leží ve vzdálenosti $a - x$ od vrcholu trhliny, předepsán coupling (posunutí stejné pro všechny uzly) ve směru kolmém na plochu trhliny. Dále je coupling použit v uzlech, které jsou zatíženy silou F .

Trhlina se zatěžuje jednotkovou silou rozdělenou na každou řadu uzlů, které jsou ve vzdálenosti $a - x$ od vrcholu trhliny na šířce $b(x)$. Protože je v modelu využita symetrie, provede se zatížení jen silou 0.5. Dále je provedeno zatížení jednotkovou

silou, která působí tříbodový ohyb. Protože je modelována jen čtvrtina vzorku, je síla 0.25. Výsledky, viz obr. 4.17 až 4.20, sloužily jako vstupní hodnoty do programu *MAPLE*.

4.2.2 Rekurentní výpočty v systému *MAPLE*

Jako vstupní hodnoty do systému *MAPLE* slouží výsledky ze systému *ANSYS*. Dále je použit seznam středových uzlů, jejich vzdálenost od čela trhliny $a - x$ a šířka vrubu typu chevron $b(x)$ ve vzdálenosti x .

Výsledné posunutí líce trhliny $v(x)$ se vypočte ze vzorce

$$v(x) = w(x) + u(x), \quad (\text{pozn. } u(x) \leq 0), \quad (4.15)$$

kde $w(x)$ je posunutí líce trhliny od zatěžující síly F působící tříbodový ohyb, $u(x)$ je posunutí líce trhliny od mostíčního napětí $\sigma_{br}(x)$, které se vypočte z výsledného posunutí $v(x)$

$$\sigma_{br}(x) = \beta \sqrt{v(x)}, \quad (4.16)$$

kde β je konstanta závislá na elastických vlastnostech matrice a vláken [50]

$$\beta = \left\{ \frac{4c_f^2 E_f E^2 \tau}{R(1 - c_f)^2 E_m^2} \right\}^{1/2}, \quad (4.17)$$

kde c_f je objemový podíl vláken, R je poloměr vláken a τ je smykové napětí mezi matricí a vláknem. E_m , E_f a E označuje Youngův modul matrice, vláken a kompozitu.

Pro výpočty byl použit kompozit s následujícími hodnotami matrice a vláken: $E_m = 63000$ MPa, $E_f = 198000$ MPa, $\nu_m = 0.22$ a $\nu_f = 0.2$. Vypočtené hodnoty pro kompozit jsou $E = 117000$ MPa a $\nu = 0.21$.

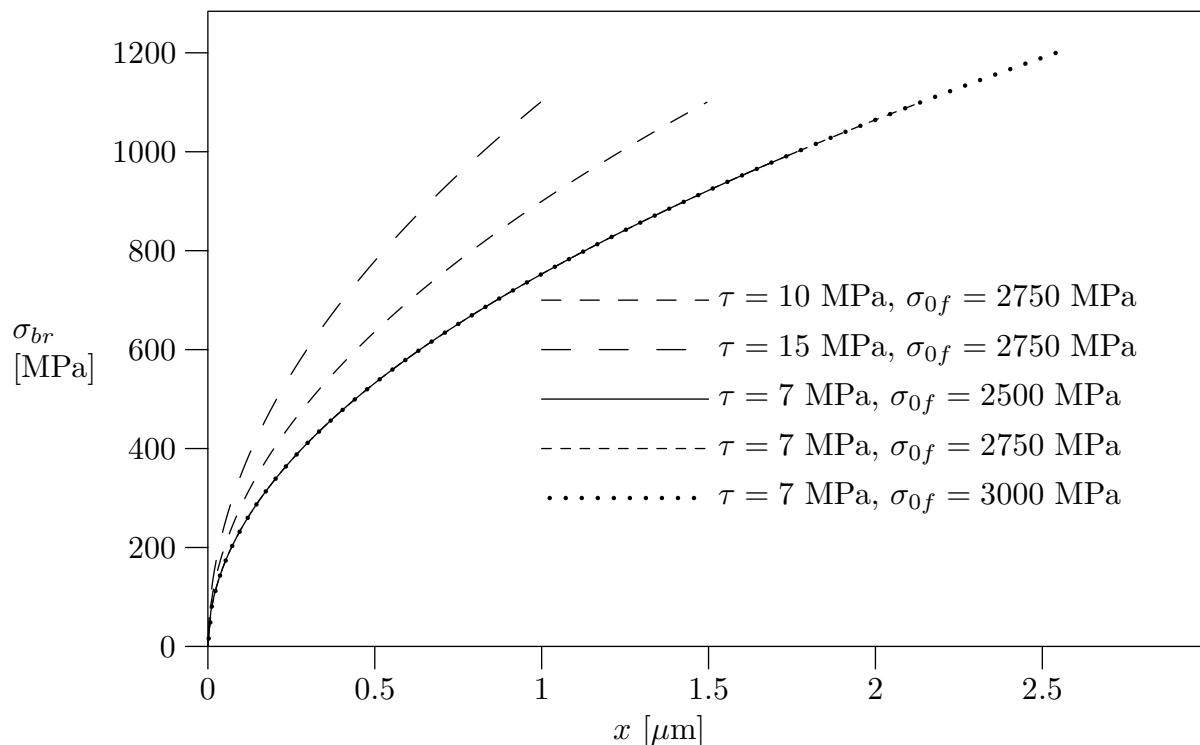
Na obrázku 4.16 je zakresleno mostíční napětí σ_{br} pro přemostění trhliny dlouhými vlákny dle Budianského, viz vzorec (4.16), pro různé hodnoty smykového napětí mezi matricí a vláknem τ a pevností vláken σ_{0f} .

Cílem výpočtů v programovém systému *MAPLE* je zjistit zatěžující sílu F a posunutí líce přemostěné trhliny $v(x)$ v podmínkách, kdy $K_I = K_{ICM}$, kde K_{ICM} je lomová houževnatost matrice. Provedeme rekurentní výpočty síly F . V prvním kroku zvolíme sílu F_1 a z ní vypočteme posunutí líce nepřemostěné trhliny

$$w_1(x) = w_0(x)F_1, \quad (4.18)$$

kde $w_0(x)$ je posunutí líce trhliny od jednotkové síly F_0 působící tříbodový ohyb. Po každém kroku rekurentního výpočtu síly F provedeme rekurentní výpočet výsledného posunutí líce trhliny $v(x)$. V prvním kroku rekurentního výpočtu výsledného posunutí líce trhliny $v(x)$ zvolíme $v_{1,1}(x) = w_1(x)$. Z posunutí líce trhliny $v_{1,1}(x)$ spočítáme mostíční napětí $\sigma_{br,1} = \beta \sqrt{v_{1,1}(x)}$. V dalších krocích provedeme výpočet posunutí přemostěné trhliny

$$v_{1,m_1+1}(x) = v_{1,m_1}(x) \frac{w_1(x)}{v_{1,m_1}(x) - u_{1,m_1}(x)}, \quad (\text{pozn. } u_n(x) \leq 0) \quad (4.19)$$



Obr. 4.16: Mostící napětí σ_{br}

kde $u_{1,m_1}(x)$ je posunutí líce trhliny od mostícího napětí $\sigma_{br,m_1} = \beta\sqrt{v_{1,m_1}(x)}$.

Následují další kroky rekurentního výpočtu síly F_{n+1} . Je-li splněna podmínka $K_{Itip} \leq K_{ICM}$, provedou se výpočty

$$F_{n+1} = F_n \left(\frac{K_{ICM}}{K_{tip,n}} \right)^{1/5}, \quad (4.20)$$

a posunutí vyvolané silou F_{n+1}

$$w_{n+1}(x) = F_{n+1}w_0(x). \quad (4.21)$$

Výchozí posunutí $v_{n+1,1}(x)$ bude rovno výslednému posunutí. Je-li ovšem $K_{Itip} > K_{ICM}$, provede se v dalším kroku zmenšení síly $F_{n+1} < F_n$ a výchozí posunutí $v_{n+1,1}(x)$ bude rovno poslednímu předcházejícímu výslednému posunutí, při kterém je splněna podmínka $K_{Itip} < K_{ICM}$.

Po každém kroku výpočtu F_{n+1} a $w_{n+1}(x)$ se provede rekurentní výpočet výsledného posunutí líce trhliny $v_{n+1}(x)$

$$v_{n+1,m_{n+1}+1}(x) = v_{n+1,m_{n+1}}(x) \frac{w_{n+1}(x)}{v_{n+1,m_{n+1}}(x) - u_{n+1,m_{n+1}}(x)} \quad (4.22)$$

(pozn. $u_{n+1,m_{n+1}}(x) \leq 0$),

kde $u_{n+1,m_{n+1}}(x)$ je posunutí líce trhliny od mostícího napětí $\sigma_{br,m_{n+1}}$

$$\sigma_{br,m_{n+1}} = \beta\sqrt{v_{n+1,m_{n+1}}(x)}. \quad (4.23)$$

Rekurentní výpočet výsledného posunutí v_n se ukončí, pokud

$$\left(\frac{v_{n,m_{n+1}}(x) - v_{n,m_n}(x)}{v_{n+1,m_{n+1+1}}(x)} \right)^2 < \delta_v, \quad (4.24)$$

pro všechny uzly na líci trhliny, kde δ_v je povolená chyba.

Rekurentní výpočet síly F působící třibodový ohyb se ukončí, pokud

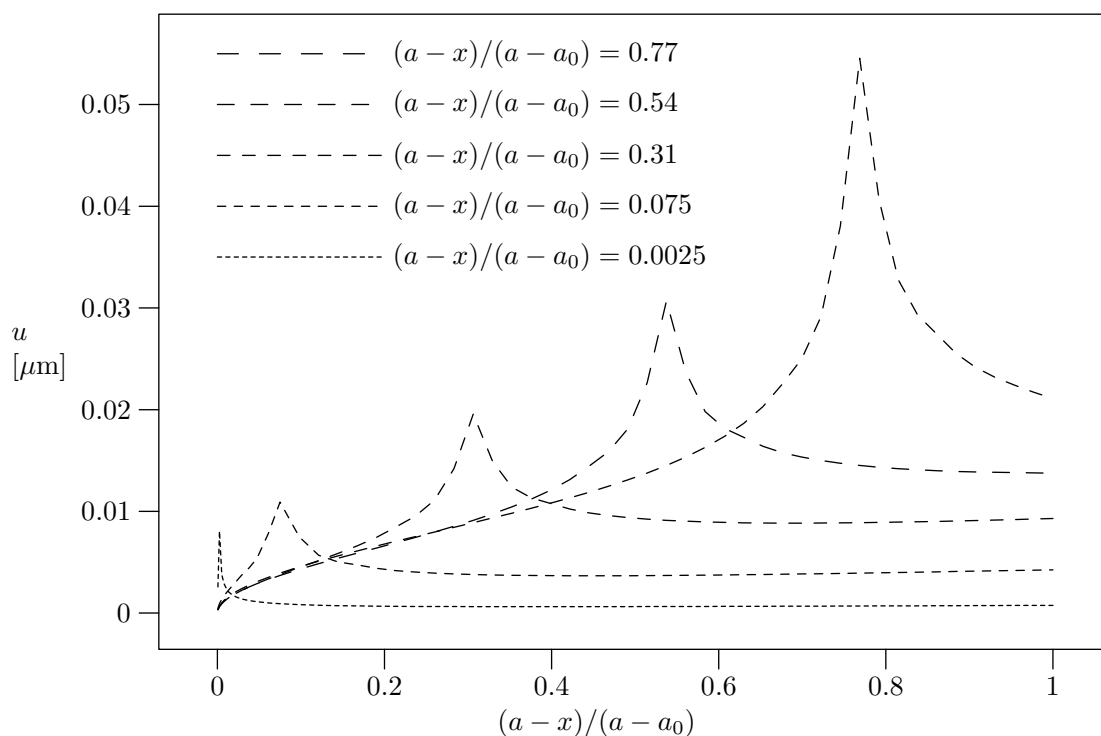
$$0 \leq \frac{K_{ICM} - K_{Itip,n}}{K_{ICM}} < \delta_K, \quad (4.25)$$

kde δ_K je povolená chyba.

Každý krok n pro výpočet lokálního faktoru intenzity napětí obsahuje m_n kroků pro výpočet výsledného posunutí líce trhliny. Po výpočtu zatěžující síly F a posunutí líce přemostěné trhliny $v(x)$ zjistíme polohu x_C ve které již byla vlákna porušena, $v(x) = v_C$ a při řešení delších trhlín pokládáme

$$\sigma_{br}(x) = 0 \quad x > x_C. \quad (4.26)$$

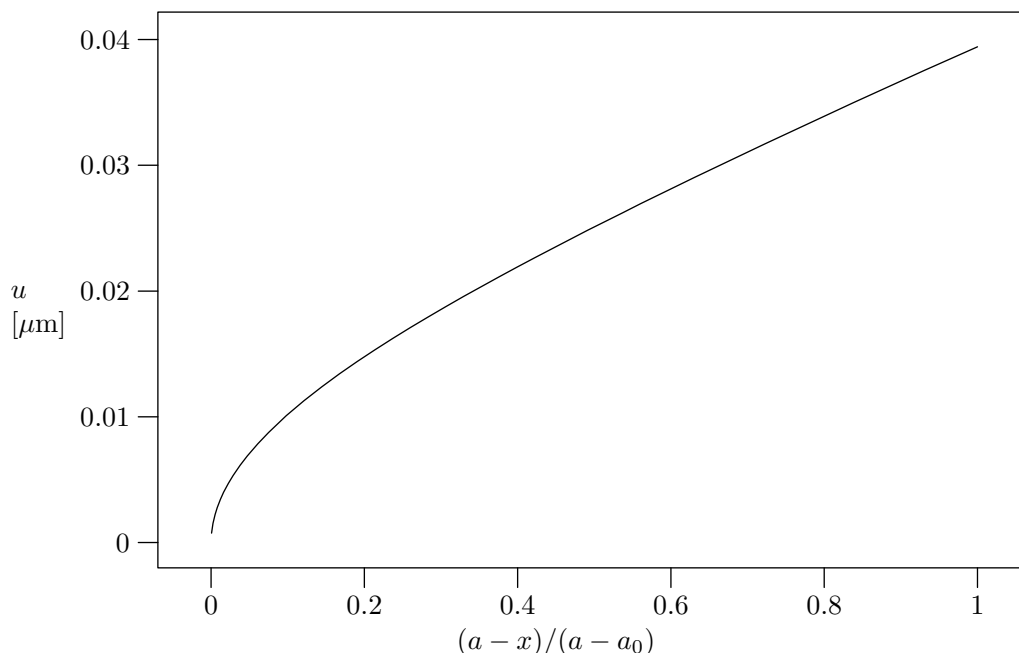
4.2.3 Výsledky vypočtené v programovém systému ANSYS



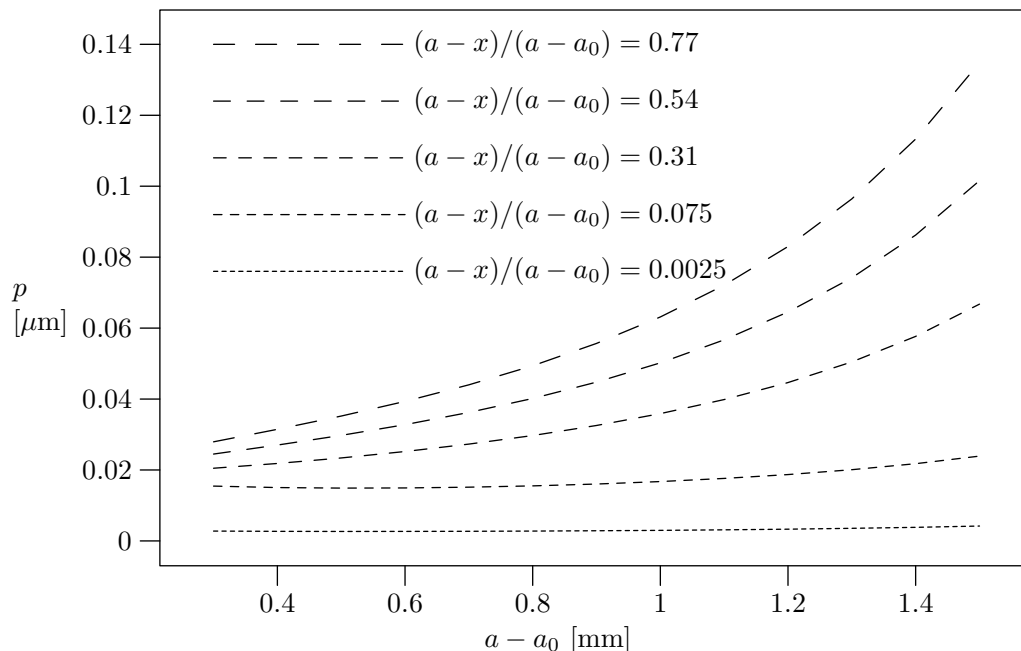
Obr. 4.17: Posunutí líce trhliny vzorku zatíženého jednotkovou silou působící na líci trhliny ve vzdálenosti $a - x$ od vrcholu trhliny pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180^\circ$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.

Na obr. 4.17 je posunutí líce trhliny od zatížení jednotkovou silou působící v kolmém směru na líc trhliny ve vzdálenosti $a - x$ od čela trhliny. Posunutí je největší v místě

působení zatěžující síly. Od této hodnoty směrem k čelu trhliny i směrem ke konci trhliny je hodnota posunutí líce trhliny klesající. Maximální hodnoty posunutí líce trhliny (v místě působení síly) rostou se zvětšující se vzdáleností od čela trhliny $a - x$.



Obr. 4.18: Posunutí líce trhliny vzorku zatíženého jednotkovou silou působící třibodový ohyb pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180^\circ$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.



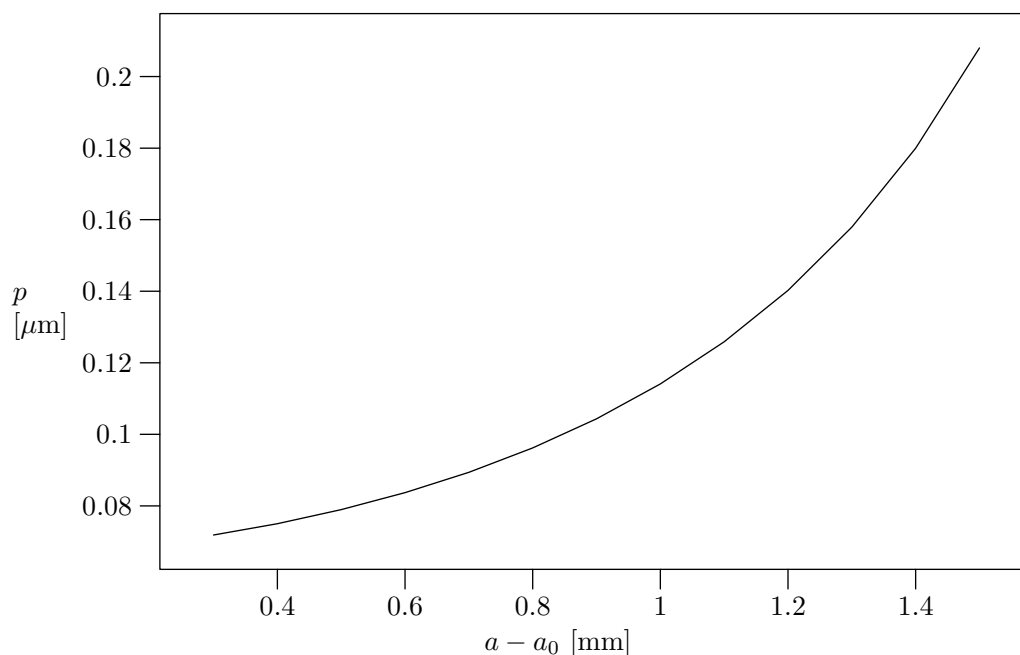
Obr. 4.19: Průhyb vzorku zatíženého jednotkovou silou působící na líci trhliny ve vzdálenosti x od vrcholu trhliny pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180^\circ$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.

Na obr. 4.18 je posunutí líce trhliny od zatížení jednotkovou silou působící třibodový ohyb. Posunutí je rostoucí se zvětšující se vzdáleností od čela trhliny $a - x$.

Na obr. 4.19 je průhyb vzorku od zatížení jednotkovou silou působící v kolmém směru na líc trhliny ve vzdálenosti $a - x$ od čela trhliny. Průhyb roste se zvětšující se vzdáleností od čela trhliny $a - x$ a zvětšující se délkou trhliny $a - a_0$.

Na obr. 4.20 je průhyb vzorku od zatížení jednotkovou silou působící třibodový ohyb. Pro zvětšující se délku trhliny $a - a_0$ se zvětšuje průhyb vzorku.

Dále byl analyzován vliv změny geometrie vrubu typu chevron na posunutí líce trhliny a průhyb od jednotkového zatížení působícího na líci trhliny a síly působící třibodový ohyb.



Obr. 4.20: Průhyb vzorku zatíženého jednotkovou silou působící třibodový ohyb pro hodnoty $a_0 = 1.8$ mm, $H = 0.15$ mm, $\beta = 180^\circ$ a délkou trhliny $a - a_0 = 1$ mm.

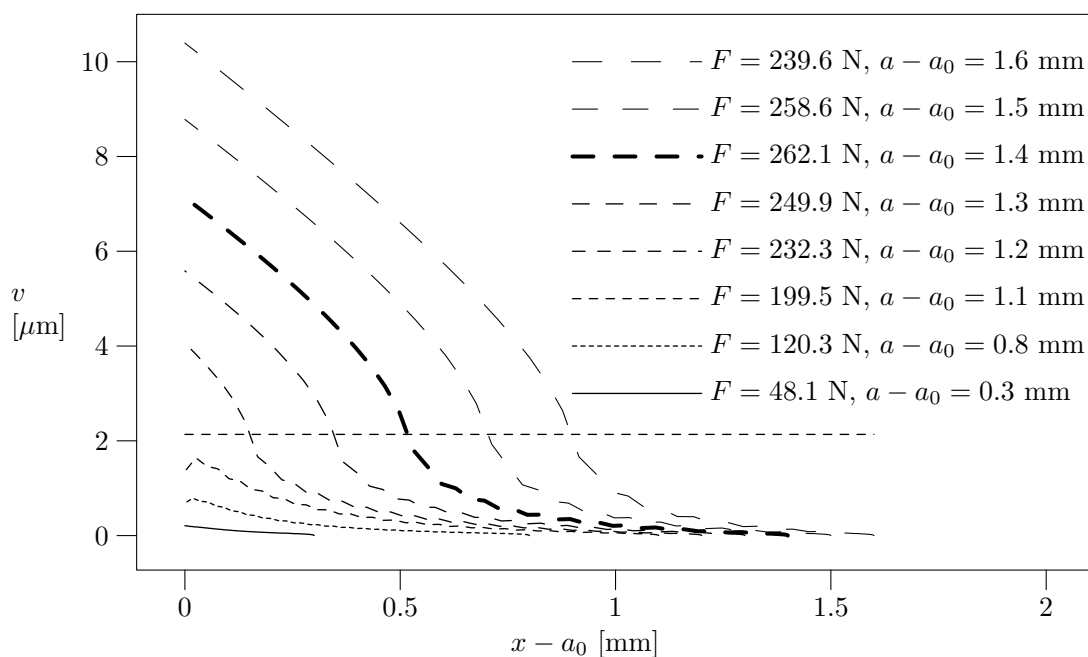
4.2.4 Výsledky vypočtené v programovém systému MAPLE

Pro obr. 4.21, 4.22 a 4.23 jsou hodnoty meze pevnosti vlákna $\sigma_{0f} = 2750$ MPa, smykového napětí mezi maticí a vláknem $\tau = 7$ MPa, lomové houževnatosti matrice $K_{ICM} = 0.7$ MPam^{1/2} a počáteční trhlina je přemostěna po celé délce, tj. $a_p - a_0 = 0$ mm.

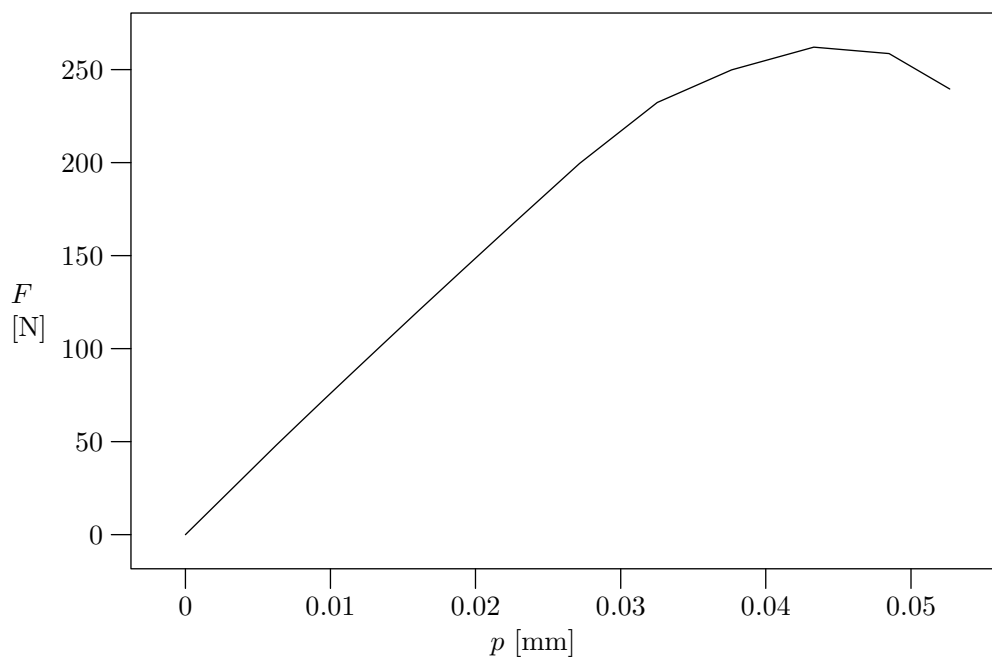
Na obr. 4.21 je zakresleno posunutí líce trhliny v v závislosti na poloze od čela trhliny $x - a_0$. Křivky jsou vypočteny pro hodnotu lokálního faktoru intenzity napětí rovné lomové houževnatosti matrice. Ke každé křivce je uvedena délka trhliny a velikost zatěžující síly. Křivka pro maximální zatěžující sílu je zakreslena tučnou čarou. Horizontální čára značí posunutí líce trhliny, při němž dojde k přetržení vláken a tedy část křivky líce trhliny, která je nad touto čarou, je nepřemostěná.

Na obr. 4.22 je zakreslen průběh síly F v závislosti na průhybu vzorku p .

Na obr. 4.23 je zakreslen průběh aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} v závislosti na délce trhliny $a - a_0$. Jsou zde zakresleny křivky faktoru intenzity napětí



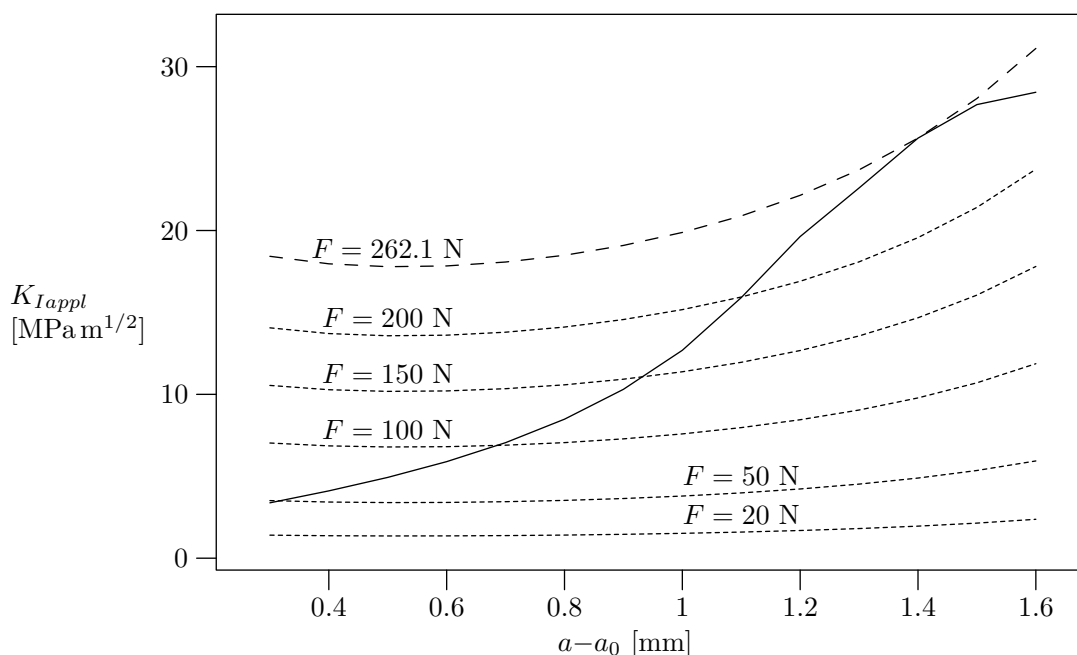
Obr. 4.21: Posunutí líce trhliny v



Obr. 4.22: Závislost zatěžující síly F na průhybu p

pro konstantní síly. Křivka pro sílu $F = 262.1$ N se dotýká křivky aplikovaného faktoru intenzity napětí $K_{I_{appl}}$. Síla $F = 262.1$ N je maximální zatěžující síla. Při větší zatěžující síle dojde k nekontrolovanému šíření trhliny a k porušení vzorku.

Dále byla provedena analýza vlivu změn parametrů přemostění trhliny na šíření trhliny.



Obr. 4.23: Závislost aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} na délce trhliny $a - a_0$

5 ZÁVĚR

Disertační práce se zabývá dvěma základními problémy. První problém se zabývá 2D modelováním globální odezvy kompozitu s křehkou maticí obsahující tvárné částice při cyklickém tlakovém zatížení. Z výpočtových důvodů jsem se omezil pouze na periodické uspořádání částic v kompozitu. Bylo vytvořeno šest modelů s různým periodickým uspořádáním částic v kompozitu. Využitím dvou rovin symetrie periodického uspořádání se modelovala pouze základní buňka pro uvedená uspořádání. Ve svislém směru je základní buňka zatěžována míjivým tlakovým zatížením σ_1 a ve směru kolmém míjivým tlakovým nebo tahovým zatížením σ_2 , $\sigma_1 > |\sigma_2|$. Ve svislém směru se na pólech částic modelují trhliny, které vznikají vlivem zatížení σ_1 . Vlivem zatěžování σ_1 a σ_2 se trhliny otevírají a zavírají. Na rovinách symetrie byl předepsán coupling – posunutí ve směru kolmém je pro všechny body stejné.

Vliv zbytkových napětí, který se projevuje zpětnou plastickou deformací při odlehčení, závisí na konfiguraci uspořádání kompozitu a je největší pro uspořádání b) a c). Příčné tlakové napětí snižuje bezrozměrný faktor intenzity napětí F_I a tahové jej naopak zvyšuje. Délka trhliny má vliv na velikost bezrozměrného faktoru intenzity napětí F_I . Pro poměrnou délku trhliny je pro uspořádání b) a c) hodnota F_I nulová, což je způsobeno částicemi, které jsou ve směru osy x_2 .

Klesající závislost normovaného faktoru intenzity napětí F_I na délce trhliny je ve shodě s obecnými poznatky mechaniky trhlin zatíženými až v určité vzdálenosti za vrcholem trhliny. Kvalitativně obdobné chování vykazuje faktor intenzity napětí pro trhlínu s klesajícím zatížením ve směru k vrcholu trhliny, což v podstatě odpovídá sledovanému problému, kdy koncentrované tahové napětí v okolí pólů částic rychle klesá se vzdáleností. Důležitou roli však také hraje délka trhliny ve vztahu k geometrii

rickému uspořádání částic. Interakce trhlín při uvedeném tlakovém zatěžování zřejmě hraje klíčovou roli při porušení materiálu v tzv. "slabbing" módu.

Druhý problém se zabývá 3D analýzou vzorku namáhaného tříbodovým ohybem s vrubem typu chevron. V konečnoprvkovém systému ANSYS byl vytvořen trojrozměrný numerický model vzorku s vrubem typu chevron pro tříbodový ohyb (obr. 4.14). Materiál vzorku je částicový resp. vláknový kompozit, který je izotropní resp. příčně izotropní.

Konečnoprvkový model je modelován s využitím dvou rovin symetrie jako čtvrtina vzorku pro tříbodový ohyb. Na modelu je vrub typu chevron, který je modelován pro různé hodnoty šířky H a vrcholového úhlu β kotouče, kterým je vrub vyroben. Dále jsou použity různé hodnoty a_0 . Byly provedeny výpočty pro zatížení silou působící tříbodový ohyb, zatížení silami působícími na líci trhliny ve vzdálenosti $x - a_0$ od čela trhliny. Z výsledků byly z jednotlivých zatěžování líce trhliny a ze zatížení silou působící tříbodový ohyb získány grafy posunutí líce trhliny a průhybu vzorku. Výsledky získané z konečnoprvkového systému ANSYS byly použity jako vstupní hodnoty do programového systému MAPLE, ve kterém bylo řešeno zatěžování a růst přemostěné trhliny. V programovém systému MAPLE byly provedeny výpočty pro získání velikosti síly působící tříbodový ohyb pro rostoucí délku přemostěné trhliny při získání rovnosti lokálního faktoru intenzity napětí a lomové houževnatosti matrice $K_{Itip} = K_{ICM}$. Byly provedeny výpočty pro změněné hodnoty meze pevnosti vláken σ_{0f} , smykového napětí mezi maticí a vláknem τ , lomové houževnatosti matrice K_{ICM} a počáteční délky porušení vláken $a_p - a_0$.

Zvětšení smykového napětí τ mezi maticí a vláknem má za následek porušování vláken při menším rozevření trhliny a na vzorek tedy působí menší zatěžující síla. Při větším τ je pro neporušená vlákna aplikovaný faktor intenzity napětí K_{Iappl} větší, pro porušená vlákna je K_{Iappl} menší než u vzorku s menším τ .

Změna velikosti lomové houževnatosti K_{ICM} má nepatrný vliv na průběh zatěžující síly a průhybu. Při zvýšení K_{ICM} vzroste K_{Iappl} , který je ale při dosažení maximální síly stejný pro všechny počítané lomové houževnatosti.

Nižší pevnost vláken má za následek porušování vláken při menším průhybu, čímž klesá účinek mostíčního napětí a tedy i menší zatěžující síla. Snížení pevnosti vláken se projeví na snížení aplikovaného faktoru intenzity napětí K_{Iappl} .

Větší počáteční délka porušení vláken $a_p - a_0$ způsobuje větší průhyb při stejné zatěžovací síle. Od okamžiku porušování vláken je průběh zatěžující síly na průhybu stejný, jako pro vzorek s původně neporušenými vlákny. Původní délka porušení vláken má také vliv na snížení aplikovaného součinitele napětí K_{Iappl} do začátku porušování vláken, kdy je dále průběh r-křivky stejný jako u vzorku s menší nebo nulovou původní délkou porušení vláken.

LITERATURA

- [1] KOTOUL, M.: Constitutive modelling of cyclic plasticity of metal particulate reinforced brittle matrix composites under compression-compression loading. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, May 2002, vol. 50, no. 5, p. 1099-1124.
- [2] BOCCACCINI, A. R., RAWLINGS, R. D. & DLOUHÝ, I.: Reliability of the chevron-notch technique for fracture toughness determination in glass. *Materials Science and Engineering A*, 2003, vol. 347, no. 1-2, p. 102-108.
- [3] BOCCACCINI, A. R., KERN, H., DLOUHÝ, I.: Determining the fracture resistance of fibre-reinforced glass matrix composites by means of the chevron-notch flexural technique. *Materials Science and Engineering A*, 2001, vol. 308, p. 111-117.
- [4] DLOUHÝ, I. *et al.*: Effect of static pre-loading on fracture toughness of Nicalon fibre glass matrix composite. *Materials Science and Engineering A*, 2004, vol. 367, no. 1-2, p. 17-23.
- [5] DUGDALE, D. S.: Yielding in steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids*, 1960, vol. 8, p. 100-108.
- [6] BARENBLATT, G. I.: The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 1962, vol. 7, p. 55, 129.
- [7] BUDIANSKY, B., AMAZIGO, J. C., EVANS, A. G.: Small-scale crack bridging and the fracture toughness of particulate-reinforced ceramics. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1988, vol. 36, no. 2, p. 167-187.
- [8] BUDIANSKY, B., EVANS, A. G., HUTCHINSON, J. W.: Fiber-matrix debonding effects on cracking in aligned fiber ceramic composites. *Int. J. Solids Structures*, 1995, vol. 32, no. 3/4, p. 315-328.
- [9] EVANS, A. G., HE, M. Y., HUTCHINSON, J. W.: *J. Am. Ceram. Soc.*, 1989, vol. 72, p. 2300-2303.
- [10] HSUEH, C. H., BECHER, P. F.: Some considerations of bridging stresses for fiber-reinforced ceramics. *Composites Engineering*, 1991, vol. 1, p. 129-143.
- [11] EVANS, A. G., CANNON, R. M.: Overview no. 48: Toughening of brittle solids by martensitic transformations. *Acta Metallurgica*, 1986, vol. 34, no. 5, p. 761-800.
- [12] KARIHALOO, B. L., ANDREASEN, J.H.: Mechanics of transformation toughening and related topics. *North-Holland series in Applied Mathematics and Mechanics*, 1996, vol. 40. Elsevier, Amsterdam.
- [13] FABER, K. T., EVANS, G. A.: Crack deflection Processes -I. Theory. *Acta Metall.*, 1983, vol. 31, no. 4, p. 565-576.
- [14] FABER, K. T., EVANS, G. A.: Crack deflection Processes -II. Experiment. *Acta Metall.*, 1983, vol. 31, no. 4, p. 577-584.
- [15] SURESH, S.: Crack deflection: Implications for the growth of long and short fatigue crack. In *Metall. Trans. A*, 1983, vol. 14, p. 2375-2385.

- [16] SURESH, S., SIH, C. F.: Plastic near-tip fields for branched cracks, In *Int. J. Fracture*, 1986, vol. 30, p. 237-259.
- [17] WU, C. H.: Elasticity problems of slender Z-crack. *Journal of Elasticity*, 1978, vol. 8, p. 183-205.
- [18] WU, C. H.: Maximum-energy-release-rate criterion applied to a tension-compression specimen with crack. *Journal of Elasticity*, 1978, vol. 8, p. 235-257.
- [19] LO, K. K.: Analysis of branched cracks, *Journal of Appl. Mechanics*, 1978, vol. 45, p. 797-802.
- [20] KARIHALOO, B. L., KEER, L. M. and NEMAT-NASSER: Crack kinking under nonsymmetric loading. *Enging Fracture Mech.*, 1980, vol. 13, p. 879-888.
- [21] BILBY, B. A. and CARDEW, G. E.: The Crack with a Kinked Tip. *Int. Journal of Fracture*, 1975, vol. 11, p. 708-712.
- [22] HE, M. Y., HUTCHINSON J. W.: Kinking of crack out of an interface. *ASME Journal of Appl. Mechanics*, 1989, vol. 57, p. 270-278.
- [23] KAGEYAMA, K., CHOU, T. W.: Mechanical and statistical analyses of fracture of whisker-reinforced ceramic-matrix composites. *Int. Journal of Fracture*, 1990, vol. 46, p. 297-315
- [24] KITAGAWA, H. YUUKI, R. OHIRA, T.: Crack-morphological aspect in fracture mechanics. *Enging Fracture Mech.*, 1975, vol. 7, p. 515-529.
- [25] COTTERELL, B., RICE, J. R.: Slightly curved or kinked cracks. *Int. Journal of Fracture*, 1980, vol. 16, p. 155-169.
- [26] HAYASHI, K., NEMAT-NASSER, S.: Energy release rate and crack kinking. *Int. J. Solids Structures*, 1981, vol. 17, p. 107-114.
- [27] HAYASHI, K., NEMAT-NASSER, S.: Energy release rate and crack kinking under combined loading. *ASME Journal of Appl. Mechanics*, 1981, vol. 48, p. 520-524.
- [28] WIEDERHORN, S. M.: Brittle fracture and toughening mechanism in ceramics. *Ann. Rev. Mater. Sci.*, 1984, vol. 14, p. 373-403.
- [29] RICE, R. W.: Mechanisms of toughening in ceramic matrix composites. *Ceram. Ang. Sci. Proc.*, 1981, vol. 2, p. 661-701.
- [30] RICE, R. W.: Ceramics matrix composites toughening mechanism: An update. *Ceram. Ang. Sci. Proc.*, 1985, vol. 6, p. 589-607.
- [31] WATCHMAN, J. B.: *Mechanical Properties of Ceramics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [32] SURESH, S.: *Fatigue of Materials*, Univ. Press, Cambridge, 1998.
- [33] DLOUHÝ, I., HOLZMANN, M., MAN, J., VÁLKA, L.: Použití zkušebních těles s šípovými vruby pro stanovení lomové houževnatosti ložiskových ocelí. *Kovové materiály.*, 2001, roč. 32, č. 1, s. 3-13.

- [34] BLUHM, J.I.: Slice synthesis of a three-dimensional work of fracture specimen. *Eng. Fracture Mechanics*, 1975, vol. 7, p. 593-604.
- [35] BUECKNER, H. F.: A novel principle for the computation of stress intensity factors. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1970, vol. 50, p. 1225-1230.
- [36] SARRAFI-NOUR, G.S., COYLE, T.W., FETT, T.: A weight function for crack surface tractions in chevron-notched specimens, *Engineering Fracture Mechanics*, 1997, vol. 59, no. 4, March 1998, p. 439-445.
- [37] KOTOUL, M., URBIŠ, R.: On the crack stability in metal particulate- reinforced brittle matrix composites. *Proc. of ICF10*, 2001, Elsevier, Oxford, CD.
- [38] KOTOUL, M., VRBKA, J.: Crack bridging and trapping mechanisms used to toughen brittle matrix composite. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, July-August 2003, vol. 40, no. 1, p. 23-44.
- [39] VYSLOUŽIL, T.: *Numerické modelování kompozitů s křehkou maticí*. Brno, 2001, 55 s. Diplomová práce na Fakultě strojní VUT v Brně na Ústavu matematiky. Vedoucí diplomové práce Doc. RNDr. Michal Kotoul, CSc.
- [40] HEGER, J., KOTOUL, M., VYSLOUŽIL, T.: FE modelling of particulate composites with brittle matrix under cyclic compression loading. In *Proc. 3rd Int. Conf. Materials Structure & Micromechanics of Fracture*, Brno, 2001, p. 347-354.
- [41] VYSLOUŽIL, T., KOTOUL, M., VRBKA, J.: Modelování porušení v kompozitech s křehkou maticí pomocí MKP. In *Engineering Mechanics 2002* [CD/ROM], Svratka, 2002.
- [42] VYSLOUŽIL, T.: Modelování porušení v kompozitech s křehkou maticí pomocí MKP. In *Problémy lomové mechaniky II*, Brno, 2002, s. 91-102.
- [43] BARSOUN, R. S.: On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics. *Int. J. Num. Meth. Engng* 10, 1976, p. 25-37.
- [44] HENSHELL, R. D., SHAW, K. G.: Crack tip elements are unnecessary. *J. Num. Meth. Engng*, 1975, vol. 9, p. 495-509.
- [45] VYSLOUŽIL, T., KOTOUL, M.: 3D FE analysis of bridged crack growing from the chevron notch of 3-point bending specimen. In *Engineering Mechanics 2003* [CD/ROM], Svratka, 2003.
- [46] VYSLOUŽIL, T., KOTOUL, M.: FEM computation of stress intensity factor for the chevron notch specimen under 3-point bending. In *Engineering Mechanics 2004* [CD/ROM], Svratka, 2004.
- [47] VYSLOUŽIL, T.: Výpočet faktoru intenzity napětí vzorku vláknového kompozitu s šípovým vrubem namáhaného tříbodovým ohybem. In *Problémy lomové mechaniky IV*, Brno, 2004, s. 107-114.
- [48] KOTOUL, M., VYSLOUŽIL, T., VRBKA, J.: Analysis of the transition from crack bridging to crack trapping in brittle matrix composites toughened by ductile phase. *Inženýrská mechanika*, 2003, vol. 10, p. 219-238.

- [49] KOTOUL, M., DLOUHÝ, I., VYSLOUŽIL, T.: Crack bridging and trapping in borosilicate matrix composites with distributed metal particles. In *The 15th European Conference on Fracture Advanced Fracture Mechanics for Life and Safety Assessments*, [CD-ROM], 2004.
- [50] BUDIANSKY, B., CUI, Y. L.: On the tensile strength of a fiber-reinforced ceramic composite containing a crack-like flaw. *J. Mech. Phys. Solids*, 1994, vol. 42, p. 1-19.

SEZNAM AUTOROVÝCH PUBLIKACÍ

- [1] HEGER, J., KOTOUL, M., VYSLOUŽIL, T.: FE modelling of particulate composites with brittle matrix under cyclic compression loading. In *Proc. 3rd Int. Conf. Materials Structure & Micromechanics of Fracture*, Brno, 2001, p. 347-354.
- [2] KOTOUL, M., VYSLOUŽIL, T., VRBKA, J.: Analysis of the transition from crack bridging to crack trapping in brittle matrix composites toughened by ductile phase. *Inženýrská mechanika*, 10, 2003, p. 219-238.
- [3] KOTOUL, M., DLOUHÝ, I., VYSLOUŽIL, T.: Crack bridging and trapping in borosilicate matrix composites with distributed metal particles. In *The 15th European Conference on Fracture Advanced Fracture Mechanics for Life and Safety Assessments*, [CD-ROM], 2004.
- [4] KOTOUL, M., PROFANT, T., VYSLOUŽIL, T.: Modely mechanismů pro zvyšování houževnatosti kompozitů s křehkou maticí. In *Křehký lom 2004*, 2004, s. 5-28.
- [5] VYSLOUŽIL, T.: *Numerické modelování kompozitů s křehkou maticí*. Brno, 2001, 55 s. Diplomová práce na Fakultě strojní VUT v Brně na Ústavu matematiky. Vedoucí diplomové práce Doc. RNDr. Michal Kotoul, CSc.
- [6] VYSLOUŽIL, T., KOTOUL, M., VRBKA, J.: Modelování porušení v kompozitech s křehkou maticí pomocí MKP. In *Engineering Mechanics 2002* [CD-ROM], Svratka, 2002.
- [7] VYSLOUŽIL, T.: Modelování porušení v kompozitech s křehkou maticí pomocí MKP. In *Problémy lomové mechaniky II*, Brno, 2002, 91-102.
- [8] VYSLOUŽIL, T., KOTOUL, M.: 3D FE analysis of bridged crack growing from the chevron notch of 3-point bending specimen. In *Engineering Mechanics 2003* [CD-ROM], Svratka, 2003.
- [9] VYSLOUŽIL, T., KOTOUL, M.: FEM computation of stress intensity factor for the chevron notch specimen under 3-point bending. In *Engineering Mechanics 2004* [CD-ROM], Svratka, 2004.
- [10] VYSLOUŽIL, T.: Výpočet faktoru intenzity napětí vzorku vláknového kompozitu s šipovým vrubem namáhaného tříbodovým ohybem. In *Problémy lomové mechaniky IV*, Brno, 2004, 107-114.

ŽIVOTOPIS

Jméno a příjmení: Tomáš Vysloužil

Datum a místo narození: 10. listopad 1977, Prostějov

Trvalé bydliště: Mostecká 19, 415 01 Teplice

Rodinný stav: svobodný

Národnost: moravská



Vzdělání:

2001–2005 prezenční forma postgraduálního studia na VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Od 1. 1. 2005 distanční forma studia. Téma disertační práce: Lomová mechanika částicových a vláknových kompozitů s křehkou maticí.

1996–2001 VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, obor Matematické inženýrství. Téma diplomové práce: Matematické modelování kompozitů s křehkou maticí. Státní zkouška s vyznamenáním.

1992–1996 Střední průmyslová škola Prostějov, obor Strojírenská technologie.

Řidičský průkaz skupiny *A, B*.

Zaměstnání:

2005 Univerzita Jana Evangelisty Purkyně, Ústav techniky a řízení výroby, odborný asistent.

Znalosti:

Jazyky: Anglický

Počítače: ANSYS, Maple, Matlab, programovací jazyk C, L^AT_EX, MetaPost, MS Office

ABSTRACT

The Ph.D. thesis deals with two fracture problems of composite materials using a finite element analysis. In the first part a two dimensional finite element analysis is applied to modeling the overall response of metal particulate-reinforced brittle matrix composites under compressive cyclic loading. A random material microgeometry of the composite was replaced with a certain periodic approximation and a unit cell was selected for evaluation of the local fields and the overall response. Stress-strain analysis of the ductile inclusion in brittle matrix was performed using the program system *ANSYS*. In the second part a 3D analysis of the chevron notched three-point-bending specimen, which is used to determine the fracture toughness of brittle matrix composites reinforced by fibers, is attempted. On macroscale the specimen body is modeled as an elastic homogenous and transversally isotropic material whose elastic constants are obtained by a homogenization procedure. In ceramics reinforced by elastic fibers a crack bridging mainly cause the toughening. This mechanism increases in some extent behind the crack tip along the process zone wake and, as a consequence, the crack growth resistance rises as the crack propagates and leaves the wake. An exact method of fracture behavior quantification is needed when further development of fiber-brittle matrix composites and assessment of their possible operational degradation is to be made. An integral part of this quantification is a detailed numerical analysis of the specimen containing a bridged crack. This problem is solved in program system *ANSYS* and *MAPLE*.