

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

*Edice Habilitační a inaugurační spisy, sv. 197*

*ISSN 1213-418X*

**Jindřich Petruška**

**NĚKTERÉ PROBLÉMY  
VÝPOČTOVÉ SIMULACE  
TVÁŘECÍCH PROCESŮ**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
Fakulta strojního inženýrství  
Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

**Doc. Ing. Jindřich Petruška, CSc.**

**NĚKTERÉ PROBLÉMY VÝPOČTOVÉ SIMULACE TVÁŘECÍCH  
PROCESŮ**

**SOME PROBLEMS OF COMPUTATIONAL SIMULATION OF  
FORMING PROCESSES**

TEZE PŘEDNÁŠKY K PROFESORSKÉMU JMENOVACÍMU ŘÍZENÍ  
V OBORU  
APLIKOVANÁ MECHANIKA



BRNO 2006

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

výpočtová simulace tváření, metoda konečných prvků, plasticita, vázané problémy, tvárný lom

## **KEY WORDS**

computational simulation of forming, Finite Element Method, plasticity, coupled problems, ductile fracture

© Jindřich Petruška, 2006

ISBN 80-214-3106-7

ISSN 1213-418X

# OBSAH

PŘEDSTAVENÍ AUTORA	4
1 ÚVOD	5
2 ALTERNATIVNÍ FORMULACE ALGORITMŮ SIMULACE TVÁŘENÍ	6
2.1 Deformační přístup	6
2.2 Rychlostní přístup	7
2.3 Implicitní a explicitní algoritmy simulace tváření	8
3 ŘEŠENÍ VÁZANÝCH PROBLÉMŮ	10
3.1 Vázané problémy tepelně-deformační	10
3.2 Strukturně vázaný model	10
4 KRITÉRIA TVÁRNÉHO PORUŠOVÁNÍ A JEJICH INTEGRACE DO SIMULAČNÍHO SOFTWARE	14
4.1 Predikce tvárného lomu	14
4.2 Výpočtová simulace procesu dělení materiálu	15
5 ZÁVĚR	18
PODĚKOVÁNÍ	19
LITERATURA	19
ABSTRACT	21

## **Doc. Ing. Jindřich Petruška, CSc.**

Narozen 6.2.1957 v Praze  
Rodinný stav ženatý, 3 děti  
Pracovní zařazení docent FSI VUT v Brně



### **VZDĚLÁNÍ**

**1976** Gymnázium Elgartova, Brno

**1981 Ing.** - Strojní fakulta VUT v Brně, obor Dopravní stroje a manipulační zařízení

**1985 CSc.** - Strojní fakulta VUT v Brně, obor Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí

**1995 Doc.** - Strojní fakulta VUT v Brně, obor Mechanika

### **ODBORNÁ PRAXE A PRACOVNÍ ZAŘAZENÍ**

**1981-84** Interní aspirantura na Katedře technické mechaniky, pružnosti a pevnosti FS VUT v Brně

**1983** Stáž ve Výzkumných ústavech Vítkovických železáren

**1984-85** Studijní pobyt na universitě ve Swansea, Velká Británie

**1985-89** Vědecký pracovník, Ústav mechaniky těles, FSI VUT v Brně

**1989-94** Odborný asistent, tamtéž

**od r.1995** Docent, tamtéž

**od r.2003** Ředitel Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky FSI VUT v Brně

### **VĚDECKOVÝZKUMNÉ A PEDAGOGICKÉ ZAMĚŘENÍ**

Doc. Petruška se dlouhodobě zabývá výpočtovým modelováním problémů mechaniky těles pomocí MKP, v posledních letech především s důrazem na modelování materiálových, geometrických a kontaktních nelinearit, jejichž uplatnění leží v oblasti simulace tvářecích procesů. Tato činnost zahrnuje jak tvorbu vlastního programového vybavení, tak i využívání a modifikace dostupných komerčních programových prostředků. Výsledky své práce publikoval v přibližně devadesáti příspěvcích v odborných časopisech a na konferencích. Významná je rovněž spolupráce s řadou výrobních podniků formou grantových projektů i přímých průmyslových zakázek (ŽDB Bohumín, Válcovny plechu Frýdek-Místek, Třinecké železářny, Brano, VUHŽ Dobrá). Některé z řešených problémů se setkaly s příznivým ohlasem i na mezinárodní úrovni, což vyústilo v posledních letech v recenzní činnost pro časopis Journal of Materials Processing Technology a v účast v mezinárodním projektu EUREKA FGM-Mag Tool E! 2924. Jako pozitivní hodnocení domácí odbornou komunitou pak lze chápat zvolení předsedou brněnské pobočky České společnosti pro mechaniku v roce 2002.

Pedagogického procesu na Fakultě strojního inženýrství se s výjimkou dlouhodobých stáží účastní od roku 1981. Během této doby přednášel některé ze stěžejních kurzů mechaniky v základním studiu (Statika, Pružnost a pevnost) a podílel se na rozvoji oboru Aplikovaná mechanika zavedením a výukou dalších předmětů (Počítačové metody mechaniky, Tenkostěnné konstrukce a Nelineární mechanika). Vedl téměř 30 výborně hodnocených diplomových prací a byl hlavním školitelem tří úspěšně obhájených doktorských prací. Je autorem nebo spoluautorem pěti klasických studijních textů (skripta, příručky) a dvou elektronických studijních opor umístěných na webu.

# 1 ÚVOD

Technologie tváření prošla stejně jako mnoho dalších technických disciplín dlouhým historickým vývojem od heuristických počátků, přes rozvoj charakterizovaný především empirickým poznáním až po vybudování solidních základů na bázi fyziky kovů, chemie, termomechaniky a mechaniky kontinua, v posledním období se stále výraznějším vlivem matematiky a informatiky. Díky rostoucímu tlaku na inovace a dostupné databázi teoretických znalostí je stále častější potřebou predikce výsledků a optimalizace nově navrhovaných procesů. Komplexní model takového procesu obsahuje řadu vzájemně vázaných dílčích komponent, z nichž nejdůležitější jsou tyto:

- materiál: požadovaný tvar a velikost včetně tolerancí, chemické složení a mikrostruktura, mechanické vlastnosti v procesních podmínkách, vyjádřené jako závislost přirozeného přetvárného odporu na velikosti a rychlosti přetvoření, teplotě a struktuře materiálu, požadované mechanické vlastnosti finálního produktu
- nástroj: geometrie, materiálové vlastnosti (tvrdost, pevnost, životnost), tepelně-mechanické vlastnosti, povrchové vlastnosti povlaků (tření, otěruvzdornost)
- stykové podmínky: úpravy povrchu, mazání, tření, generace a přestup tepla
- popis dějů v procesní zóně: plastická deformace, napětí, přetvoření, rychlosti a teploty
- použité strojní zařízení: rychlost, kadence, silové a výkonové parametry, tuhost

Teprve zvládnutí výše uvedených parametrů a jejich vazeb umožní věrohodnou predikci tvářecího procesu a finálních vlastností jeho produktu.

K dosažení tohoto cíle je však nutno překonat řadu vážných překážek. Jsou jimi především silně nelineární charakter vztahů mezi jednotlivými parametry, způsobený charakterem konstitutivních vztahů materiálu, nestacionárním kontaktem mezi materiálem a nástroji a velkými deformacemi polotovaru. První úspěšné pokusy o výpočtové řešení uvedených problémů byly iniciovány pracemi Saint-Venanta ze 70. let 19. století. Jeho základní postuláty

- plastická deformace probíhá bez změny objemu materiálu
- směry hlavních přetvoření a napětí jsou shodné
- maximální smykové napětí ve všech bodech kontinua je rovno materiálové konstantě

daly základ klasické deformační teorii plasticity, která umožnila analytické řešení základních problémů jako kroucení tyče kruhového průřezu, plastizace tlustostěnné trubky namáhané vnitřním přetlakem a dalších. Dalším mezníkem byla práce L.Prandtla z roku 1921, která položila základ teorii kluzových čar, umožňující řešit i dvourozměrné problémy plasticity jako volné kování plochých výkovek. Práce se stala mohutnou inspirací dalšího rozvoje teorie plasticity, jejíž výsledky byly shrnuty v knihách [1],[2]. Dala rovněž podnět k řešení mnoha praktických problémů, jejichž souhrn je možno najít v publikaci [3]. Společným rysem všech uvedených řešení je aplikace na případy jednoduché geometrie nástrojů a polotovaru a použití vesměs velmi jednoduchého tuhoplastického modelu materiálu bez zpevnění, který umožňuje sestavení dostatečně jednoduchých analyticky řešitelných rovnic jednotlivých problémů.

Další rozvoj problematiky byl umožněn až nástupem počítačů a souvisejícím rozvojem numerických metod, zejména MKP. Po zvládnutí lineárních problémů mechaniky kontinua a implementaci algoritmu malých pružně-plastických deformací byly počátkem 70. let publikovány algoritmy, umožňující poprvé výpočtovou simulaci tvářecích procesů na podstatně obecnější úrovni [4]-[6]. Nebylo již nutné se omezovat jednoduchým geometrickým tvarem řešené oblasti, ani ideálně plastickým modelem materiálu. Opět došlo k intenzivnímu rozvoji, tentokrát v oblasti numerických algoritmů nelineární mechaniky, který trvá dosud. Z mnoha směrů tohoto rozvoje se v této přednášce zaměříme především na ty, které byly tvůrčím způsobem rozvíjeny a využívány v posledních letech i na fakultě strojního inženýrství VUT v Brně.

## 2 ALTERNATIVNÍ FORMULACE ALGORITMŮ SIMULACE TVÁŘENÍ

Všechny úspěšně rozvíjené algoritmy řešení tvářecích problémů se různými způsoby pokoušejí dosáhnout splnění základních rovnic mechaniky kontinua: rovnováhy, kinematických resp. geometrických vztahů a konstitutivních rovnic popisujících chování materiálu pro předepsané okrajové podmínky silové a/nebo geometrické. Výchozím principem všech používaných přístupů je princip virtuálních prací, v případě rychlostní formulace pak virtuálních výkonů.

Jak je známo, můžeme deformaci tělesa rozdělit aditivně na vratnou, elastickou část a nevratnou plastickou deformaci. Tensor přetvoření v každém bodě má tedy odpovídající složky

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (2.1)$$

Typickým pro tváření kovů je řádový rozdíl mezi elastickou a plastickou složkou tenzoru přetvoření, který přirozeně vedl již u prvních pokusů o výpočtové řešení k myšlence zanedbání elastické složky deformace. Takový model pak s ohledem na charakter konstitutivního vztahu popisujícího plastický tok materiálu přirozeně vede na tzv. rychlostní formulaci problému, kde primární nezávislou veličinou je vektorové pole rychlostí bodů kontinua. Tento přístup se stále ukazuje jako velmi efektivní díky relativně jednoduššímu a přímočarému algoritmu ve srovnání s deformační přírůstkovou formulací, která respektuje obě složky deformace, elastickou i plastickou. Základní vztahy obou formulací jsou v kompaktní podobě uvedeny v Tab.1 a komentovány v následujících odstavcích.

Tab.1 Základní vztahy rychlostního a deformačního přístupu v problémech tváření

Přístup	Deformační	Rychlostní
Neznámá veličina	Posuv $u_i$	Rychlost $v_i$
Rovnice rovnováhy	$\sigma_{ij,j} + o_i = 0$ (2.2)	
Geometrické vztahy	$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j})/2$ (2.3a)	$\dot{\varepsilon}_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i})/2$ (2.3b)
Konstitutivní rovnice	$\hat{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ (2.4a)	$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl}$ (2.4b)
Výchozí princip	Virtuální práce $\int_V \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV - \int_V o_i \delta u_i dV - \int_S p_i \delta u_i dS = 0$ (2.5a)	Virtuálního výkonu $\int_V \sigma_{ij} \delta\dot{\varepsilon}_{ij} dV - \int_V o_i \delta v_i dV - \int_S p_i \delta v_i dS = 0$ (2.5b)

### 2.1 DEFORMAČNÍ PŘÍSTUP

Primární nezávislou neznámou veličinou tohoto přístupu jsou posuvy, které jsou svázány s přetvořením  $\varepsilon$  standardními vztahy nelineární kinematiky kontinua. Tenzory  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  v tab.1 představují vzájemně konjugované míry napětí a přetvoření. V případě uvedeném v tab.1 by se konkrétně jednalo o 2.Piola-Kirchhoffův tenzor napětí a Green-Lagrangeův tenzor přetvoření, odpovídající úplnému nebo aktualizovanému Lagrangeovu popisu pohybu kontinua. Konstitutivní vztahy jsou v tomto případě zapsány v objektivní přírůstkové podobě, umožňující zahrnout vliv velkých přetvoření a rotací. Podrobně jsou detaily tohoto přístupu popsány v rozsáhlé literatuře [7]-[10], stejně jako variantní formulace popisu velkých elastoplastických přetvoření, využívající jiné dvojice konjugovaných tenzorů, případně multiplikativní dekompozice deformačního gradientu [11].

## 2.2 RYCHLOSTNÍ PŘÍSTUP

Tento přístup, kde primární nezávislou neznámou veličinou je pole rychlostí, je typický pro problémy mechaniky tekutin. Odpovídá Eulerovu popisu pohybu kontinua, v němž přes prostorově fixovanou síť vymezující kontrolní objem protéká materiál. Pravý sloupec tab.1 ukazuje základní rovnice rychlostního přístupu. Rychlost přetvoření  $\dot{\varepsilon}$  je vázána na složky rychlosti lineárním operátorem formálně shodným se vztahem mezi posuvy a složkami malých infinitesimálních přetvoření lineární pružnosti. To významně zjednodušuje kinematiku rychlostního přístupu. Rovnice rovnováhy jsou psány pro skutečná Cauchyho napětí v aktuální konfiguraci. Konstitutivní rovnice mohou být formulovány v přírůstkové podobě pro elasto-plastický, případně elasto-viskoplastický materiál. Nicméně numerické řešení se významně zjednoduší, jestliže se vztah mezi napětím a rychlostí přetvoření formuluje ve tvaru

$$\sigma_{ij} = 2\mu\dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (2.6)$$

kteřý odpovídá v mechanice tekutin Newtonovské kapalině s viskozitou  $\mu$ . Lze ukázat, že v případě plasticity takový model odpovídá tuhoplastickému, resp. tuho-viskoplastickému materiálu, tedy případu, u něhož byly zanedbány elastické deformace. Parametr „viskozity“ je v takovém případě určen výrazem

$$\mu = \frac{\sigma_y}{3\dot{\varepsilon}}, \quad (2.7)$$

kde  $\dot{\varepsilon}$  je intenzita rychlosti přetvoření,

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}\right)^{1/2} \quad (2.8)$$

a  $\sigma_y$  je přirozený přetvárný odpor, který je obecně funkcí přetvoření, rychlosti přetvoření, teploty a případně dalších strukturních parametrů:

$$\sigma_y = \sigma_y(\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}, T, S_i). \quad (2.9)$$

Rovnice (2.7) definuje nelineární viskozitu, tedy tok neneutronovské kapaliny. Zároveň však je možno si povšimnout, že existuje přímá analogie mezi soustavou rovnic popisujících rychlostní formulaci tváření a rovnicemi infinitezimální teorie pružnosti – stačí nahradit posuvy rychlostmi, přetvoření rychlostmi přetvoření a konstitutivní vztahy pevného kontinua rovnicí (2.6). Tento přechod přináší kromě možnosti velmi efektivního řešení tvářecích problémů i komplikace, například při požadavku určit elastické odpružení či reziduální napjatost na konci procesu. Dále je nutno zajistit splnění podmínky nestlačitelnosti plastického toku materiálu

$$\dot{\varepsilon}_{ii} = 0 \quad (2.10)$$

Splnění této podmínky se zajišťuje buď pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů [12], nebo pomocí penalizačního přístupu, kdy je výchozí princip virtuálních výkonů převeden do podoby

$$\int_V s_{ij} \delta\dot{\varepsilon}_{ij} dV + \lambda \int_V \dot{\varepsilon}_{kk} \delta\dot{\varepsilon}_{kk} dV - \int_S p_i \delta v_i dS = 0 \quad (2.11)$$

Tenzor napětí  $\sigma_{ij}$  zde byl vyjádřen pomocí deviatoru  $s_{ij}$  a středního napětí  $\sigma_m$ , kde

$$\sigma_m = \lambda\dot{\varepsilon}_{kk} \quad (2.12)$$

Parametr  $\lambda$  je obdobou objemového modulu pružnosti a hraje zde roli penalizačního parametru, jehož vysoká hodnota zajistí přibližné splnění podmínky (2.10).

Tento algoritmus byl implementován autorem [13] a využit pro řešení praktických problémů převážně v oblasti válcování [14] - [16]. Na rozvoji a testování vyvíjených programových prostředků se podíleli i studenti specializace inženýrská mechanika v rámci semestrálních a diplomových prací [17]-[19].



### 2.3 IMPLICITNÍ A EXPLICITNÍ ALGORITMY SIMULACE TVÁŘENÍ

Diskretizace vztahů (2.2a) – (2.5a) pomocí MKP vede na základní systém nelineárních algebraických rovnic

$$\mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (2.13)$$

který je v případě nestacionárních problémů tváření řešen pomocí přírůstkově-iterační strategie Newton-Raphsonovy metody, kde délka přírůstků je volena automaticky v závislosti na rychlosti konvergence procesu.  $i$ -tou iteraci v rámci  $k$ -tého přírůstku lze pak zapsat ve standardní podobě

$$\mathbf{u}_i^k = \mathbf{u}_{i-1}^k + \mathbf{K}_t^{-1} (\mathbf{F}^k - \mathbf{I}_{i-1}^k), \quad (2.14)$$

kde  $\mathbf{K}_t$  je tečná matice tuhosti,  $\mathbf{F}$  vnější zatížení a  $\mathbf{I}$  vnitřní síly. Tato formulace algoritmu je označována jako implicitní. Obvykle uváděnou výhodou implicitní formulace je možnost použití relativně velkých přírůstků, které jsou omezeny pouze charakterem nelinearity, nikoli stabilitou numerického řešení. Implicitní formulace přináší ovšem řadu problémů, ty nejvýznamnější lze shrnout následovně:

1. Opakovaně je nutno řešit velkou soustavu algebraických rovnic s průběžně aktualizovanou maticí tuhosti  $\mathbf{K}_t$ . Inverze matice tuhosti pak způsobuje, že délka a cena výpočtu vzrůstá úměrně druhé mocnině šířky fronty a první mocnině počtu neznámých.

2. U problémů s nestacionárním kontaktem vede požadavek dostatečně přesného řešení kontaktu často k výraznému snížení délky přírůstků. Velké množství kontaktních bodů a změny jejich stavů způsobují, že jednotlivé přírůstky řešení jsou mnohem menší, než by vyžadovala samotná geometrická či materiálová nelinearita řešeného problému. Omezuje se tak dříve citovaná výhoda implicitní formulace.

3. Vzhledem k průběžným změnám velikosti přírůstků lze jen obtížně predikovat délku výpočtu a dokonce i jeho úspěšné ukončení v reálných časových dimenzích.

Zatímco při řešení rovinných problémů tváření nepředstavují uvedené nevýhody zásadní překážku, při přechodu na řešení praktických prostorových problémů se plně projeví. Vhodnou alternativou se ukazuje explicitní formulace MKP, vyvinutá původně k efektivnímu řešení dynamických rázových dějů [20]. V takovém případě musí být problém tváření vždy formulován jako dynamický a to i v případě, kdy jsou skutečné setrvačné síly zanedbatelné ve srovnání se silami přetvárného odporu. Úspěšnost explicitní formulace je dále podmíněna užitím diagonální matice hmotnosti  $\mathbf{M}$  v základní rovnici, řešené vzhledem ke zrychlením  $j$ -tého kroku řešení. Nahrazením zrychlení posuvy pomocí centrálních diferencí získáme vztah

$$(\mathbf{M} / \Delta t^2) \mathbf{u}_{j+1} = \mathbf{F}_j - \mathbf{I}_j + (\mathbf{M} / \Delta t^2) (2 \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_{j-1}). \quad (2.15)$$

Soustava s diagonální maticí  $\mathbf{M}$  se rozpadá na jednotlivé rovnice, nesestavují se tedy globální matice tuhosti a hmotnosti a v rámci jednoho kroku nejsou prováděny žádné iterace. Na rozdíl od implicitní formulace je nyní výpočtový čas pouze lineárně úměrný počtu neznámých. Tyto skutečnosti představují zásadní výhody oproti implicitní formulaci zejména při přechodu na geometricky rozsáhlé a topologicky komplikované prostorové úlohy.

Metoda je ovšem podmíněně stabilní, pro získání stabilních výsledků je nutno dodržet délku časového kroku nižší než kritickou

$$\Delta t \leq \Delta t_c \approx h/c, \quad (2.16)$$

kde  $h$  je charakteristický rozměr nejmenšího prvku,  $c$  rychlost šíření dilatačních vln v materiálu

$$c = \sqrt{E/\rho}. \quad (2.17)$$

Kritický časový krok  $\Delta t_c$  je tedy určen modulem pružnosti, hustotou materiálu a rozměry nejmenšího prvku a odpovídá času, potřebnému k průchodu čela napěťové vlny nejmenším prvkem použité sítě MKP. S ohledem na hodnoty konstant v rov. (2.17) je typická délka časového kroku obvykle 100x až 1000x menší než je typická délka přírůstku při řešení problému implicitní

formulací. Rychlost provádění jednotlivých kroků je tak částečně zaplácena řadovým zvýšením jejich počtu ve srovnání s počtem iterací implicitní formulace. Navíc je počet řešených časových kroků  $n$  nepřímo úměrný rychlosti simulovaného děje, jak ukazuje následující relace

$$n \approx T / \Delta t_c \approx L / (v \cdot \Delta t_c), \quad (2.18)$$

kde  $T$  je sledovaný časový úsek simulovaného děje,  $L$  celková dráha a  $v$  rychlost tvářecího nástroje. Často se proto lze setkat s názorem, že je explicitní formulace pro řešení pomalých, statických dějů nevhodná. Řešení řady praktických problémů však prokázalo, že je možno proces kvazistatického řešení problémů tváření explicitním algoritmem významně urychlit. Po dosazení za  $\Delta t_c$  do (2.18) z předchozích dvou výrazů dostaneme

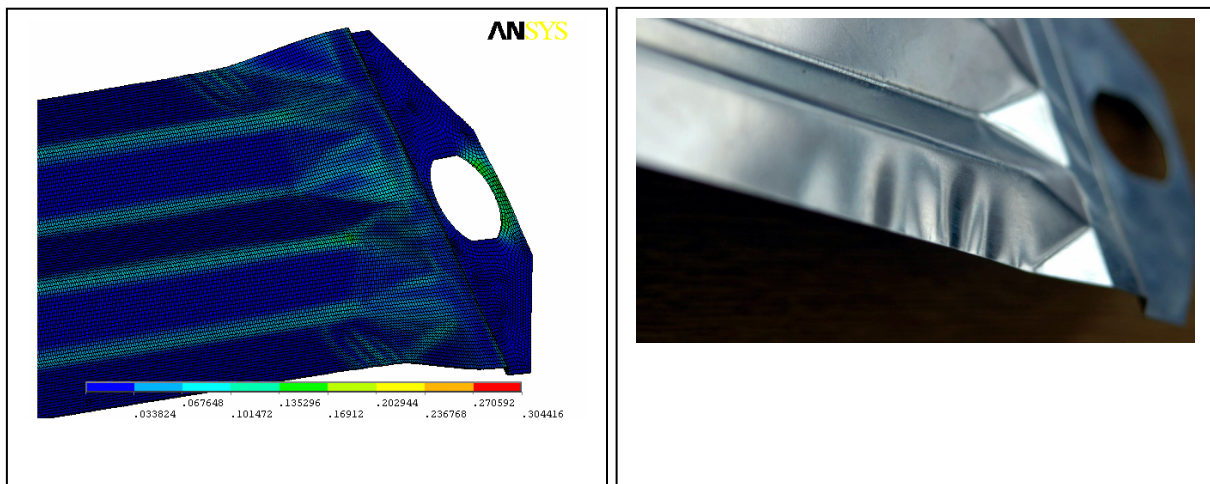
$$n \approx L \cdot \sqrt{E} / (v \cdot h \cdot \sqrt{\rho}). \quad (2.19)$$

Vzhledem k tomu, že rozměry řešeného problému a tuhost materiálu jsou dány, pak za předpokladu optimálního návrhu sítě zbývají pouze parametry  $v$  a  $\rho$  k ovlivnění délky výpočtu. Urychlení výpočtu je možné tedy uskutečnit dvěma způsoby:

1. Zadáním vyšší rychlosti pohybu tvářecích nástrojů, než je reálná rychlost simulovaného procesu. Při stejném časovém kroku pak nároky na délku výpočtu úměrně klesají. Tuto možnost lze využít pouze pro materiály jejichž konstitutivní vztahy nezávisí na rychlosti.

2. Zvýšením výpočtové hodnoty hustoty materiálu oproti realitě, která vede k prodloužení kritické hodnoty délky časového kroku. Zvýšení hustoty o dva řády způsobí urychlení procesu o jeden řád.

V obou případech je třeba kontrolovat, nakolik je zachován statický charakter řešení, pro který je typická zanedbatelná velikost setrvačných sil vůči přetvárným silám. Tuto kontrolu je prakticky nejvhodnější provádět srovnáním velikosti kinetické a přetvárné energie v postprocesoru MKP. Praktické zkušenosti detailně diskutované ve [21] ukazují, že tímto způsobem lze délku výpočtu zkrátit až o jeden řád při zachování statického charakteru úlohy. Příkladem využití uvedené strategie je úspěšná predikce zvlnění okrajů při lisování lamel odporníků elektrických lokomotiv na obr.1 – viz [22].



Obr.1 Výpočtová predikce zvlnění okraje při lisování lamel odporníků

### 3 ŘEŠENÍ VÁZANÝCH PROBLÉMŮ

Z proměnných, na nichž závisí přetvárný odpor  $\sigma_y$  ve vztahu (2.9) jsou pouze hodnoty přetvoření  $\varepsilon$  a rychlosti přetvoření  $\dot{\varepsilon}$  přirozenou součástí deformačně-napěťové analýzy. Teploty a případně mikrostrukturní materiálové parametry musí být dodány jako vnější vstupní informace. Ty jsou získány buď ze zcela nezávislých zdrojů nebo jsou výsledkem samostatné předchozí výpočtové analýzy. Hovoříme pak o nevázaném, případně slabě vázaném problému, kdy existuje pouze jednosměrný kauzální vztah mezi dvěma typy výpočtových analýz – například teplotní a deformačně-napěťovou. Jako vázané pak jsou označeny typy analýz, kdy jsou simultánně řešeny dva či více evolučních problémů se vzájemným ovlivněním.

#### 3.1 VÁZANÉ PROBLÉMY TEPELNĚ-DEFORMAČNÍ

Uvažováním závislosti přetvárného odporu na teplotě se problém simulace tváření rozšiřuje o další nezávislé neznámé skalární pole teploty  $T(x,y,z,t)$ . Pro nestacionární deformační úlohy je pak i sdružená úloha vedení tepla nestacionární. Závislost deformační úlohy na teplotní vyjadřuje vztah (2.9), opačnou kauzální vazbu představuje přeměna deformačního výkonu v teplo

$$q_D = \alpha \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \quad , \quad (3.1)$$

kde se koeficient  $\alpha$  obvykle pohybuje v rozmezí 0,9-0,95.

Řešení vázaného problému tedy představuje simultánní řešení rovnic plastického toku tvářeného materiálu (2.2)-(2.5) a rovnice vedení tepla, rozšířené o příspěvek disipovaného deformačního výkonu  $q_D$

$$k T_{,ii} - \rho c \dot{T} + q_D = 0 \quad , \quad (3.2)$$

kde  $k$ ,  $\rho$ ,  $c$  jsou tepelná vodivost, hustota a tepelná kapacita materiálu.

Z praktických důvodů je vhodné oba sdružené problémy řešit pomocí MKP na téže síti. Podobně jako u deformačního problému, odvozuji se základní rovnice MKP teplotní úlohy (3.2) od její slabé formy

$$\int_V k T_{,i} \delta T_{,i} dV + \int_V \rho c \dot{T} \delta T dV - \int_V q_D \delta T dV - \int_S q \delta T dS = 0 \quad . \quad (3.3)$$

Diskrétní podoba obou sdružených problémů je vyjádřena rovnicemi

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{T}) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad , \quad (3.4)$$

$$\mathbf{K}_T \cdot \mathbf{T} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{T}} = \mathbf{Q}(\mathbf{u}) \quad , \quad (3.5)$$

kde  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{F}$  jsou matice tuhosti a zatížení deformační úlohy,

$\mathbf{K}_T$ ,  $\mathbf{C}$ , a  $\mathbf{Q}$  matice tepelné vodivosti, kapacity a tepelného zatížení

$\mathbf{u}$  neznámé uzlové posuvy, resp. rychlosti,

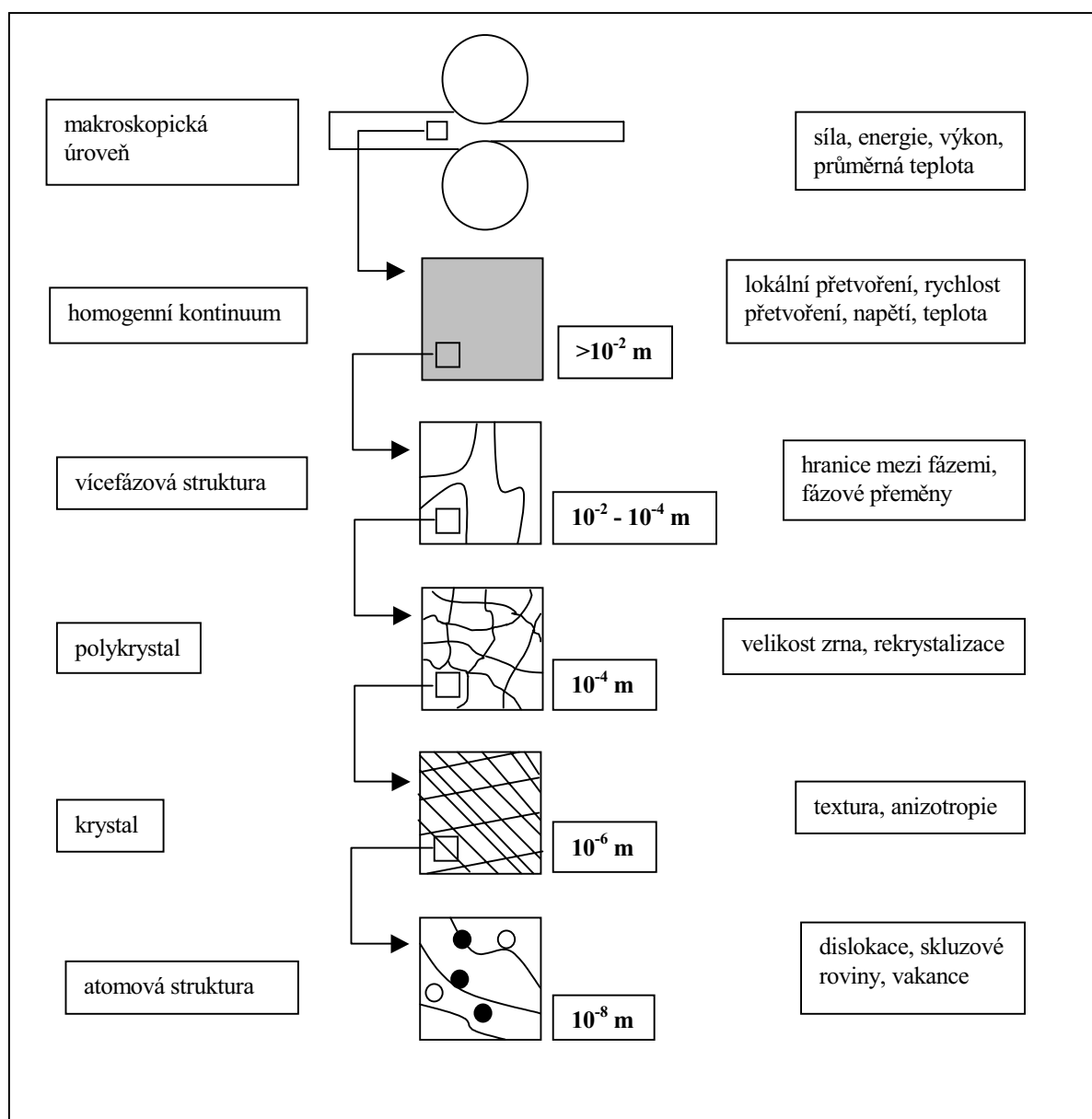
$\mathbf{T}$  neznámé uzlové teploty.

Oba systémy rovnic je třeba řešit paralelně se vzájemnou výměnou relevantních informací, umožňujících sestavení aktuálních podob matic tuhostí  $\mathbf{K}$  a tepelného zatížení  $\mathbf{Q}$ , ovlivněných stavem řešení duální vázané úlohy [13].

#### 3.2 STRUKTURNĚ VÁZANÝ MODEL

Vlastnosti materiálu významnou měrou rozhodují o napěťových a teplotních podmínkách procesu tváření. Při tváření za tepla probíhají v materiálu obecně dva základní, proti sobě působící procesy. Prvním z nich je zpevňování, které je důsledkem růstu hustoty dislokací i koncentrace bodových poruch v mikroobjemech materiálu při jeho plastické deformaci. V důsledku těchto mikrostrukturních změn roste i kritické skluzové napětí a tím v konečném důsledku i makroskopický „odpor“ materiálu proti další plastické deformaci. Druhým, opačně působícím procesem, je uzdravování. Jedná se o soubor tepelně aktivovaných dějů, kterými se materiál

nejprve mikrostrukturně a následně i makroskopicky vrací do nezpevněného stavu, v jakém byl před plastickou deformací. Dynamickými uzdravovacími procesy může být zpevnění odstraněno částečně nebo i úplně ještě v průběhu tvářecího procesu, statické uzdravovací procesy kompenzují zpevnění materiálu po ukončení jeho tváření. To, který proces převládne, závisí jak na vlastnostech materiálu (chemické složení, vnitřní energie, mikrostrukturní parametry), tak i na vnějších termomechanických podmínkách tvářecího procesu (při tváření za tepla je to především teplota, přetvoření, rychlost přetvoření a čas). Dílčí modely mikrostrukturních procesů se v literatuře objevují po desítky let, teprve na začátku 90. let však lze hovořit o jejich systematické integraci do podoby komplexního matematického modelu, umožňujícího popsat spojitý proces strukturních změn během několika etap tvářecího procesu a následného ochlazování až do výsledné struktury a jí odpovídajících mechanických vlastností [23], [24]. Názornou představu o rozdílných úrovních modelování za těchto podmínek dává obr.2, převzatý z [25].



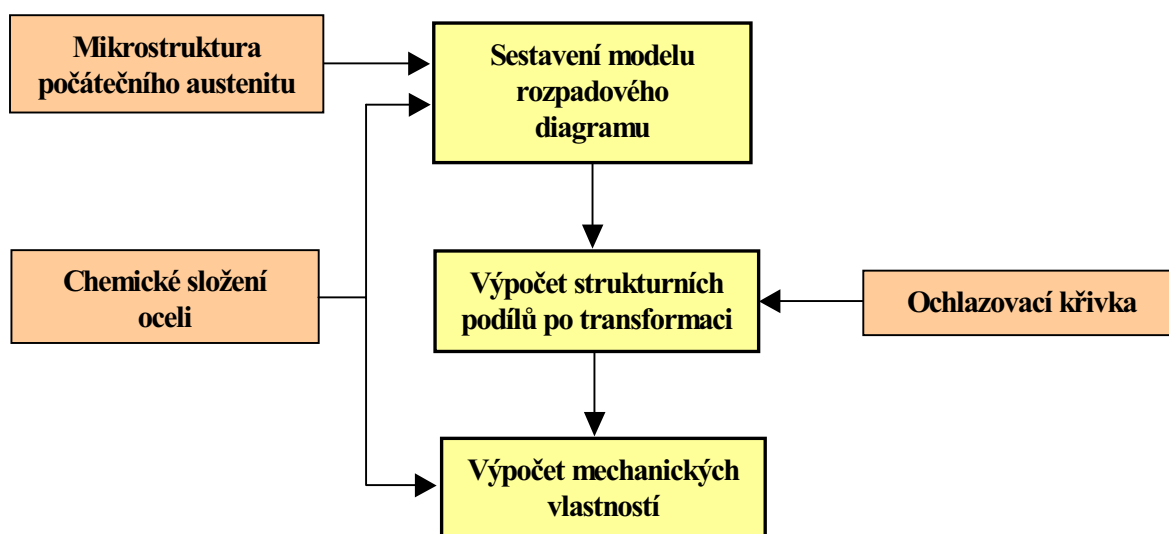
Obr.2 Rozlišovací úrovně strukturně vázaných modelů tváření

Strukturně vázaný model tváření dle obr.2 zahrnuje subsystém popisující silové, energetické a teplotní stavy procesu válcování na rozlišovací úrovni „makroskopické“ nebo „homogenního kontinua“, ale je provázán se souborem fyzikálně metalurgických veličin, které popisují procesy probíhající v materiálu na nižších rozlišovacích úrovních jako je „vícefázová struktura“, „polykrystal“, „krystal“. Jedná se o veličiny jako je velikost zrna, rekrystalizovaný podíl, podíl strukturních fází apod., souhrnně tedy o veličiny fyzikálně metalurgické rozlišovací úrovně. Subsystém popisující změnu vlastností materiálu v průběhu jeho tváření tak umožňuje přímou návaznost na proces ochlazování po ukončení tvářecích operací, který rozhoduje o finálních mechanických vlastnostech produktu.

Jako úplně vázaný strukturní model označujeme takový, u něhož rozvoj mikrostruktury tvářeného materiálu je přímou součástí termomechanického výpočtového modelu každé z následných operací tvářecího procesu. V každém časovém kroku nebo iteraci v rámci jednoho časového kroku pak mohou dynamické odpevňovací procesy ovlivňovat stav mikrostruktury a ten zpětně okamžité hodnoty deformačního odporu a mechanické odezvy tvářeného materiálu.

Formulace takto pojatých výpočtových modelů je v současné době předmětem intenzivního výzkumu, do uživatelsky přijatelné podoby jsou dovedeny spíše dílčí části takových modelů. Jeden z úspěšně prakticky využívaných vznikl i na ústavu mechaniky FSI v rámci doktorské disertace [26]. Jeho cílem bylo modelování procesů, které probíhají v mikrostruktuře oceli a jsou rozhodující pro predikci finálních mechanických vlastností makroobjemu ochlazovaného tělesa. Jak je patrné z obr.3, skládá se výpočtový model ze tří základních submodelů:

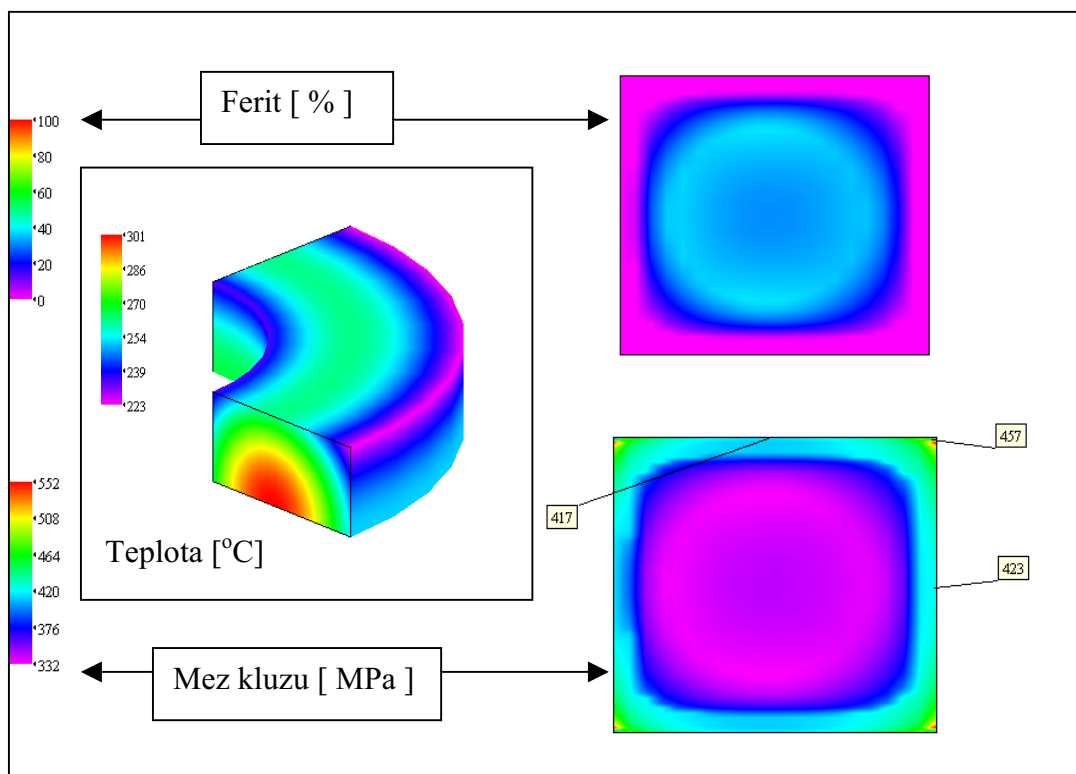
- výpočtový submodel **Rozpadový Diagram**  
Submodel slouží k sestavení modelu rozpadového diagramu oceli z jejího chemického složení a z počátečního rozložení jejích mikrostrukturních parametrů. Model rozpadového diagramu popisuje proces přeměny struktury oceli při jejím ochlazování a vychází z koncepce hybridního rozpadového diagramu navrženého ve [27].
- výpočtový submodel **Strukturní Podíly**  
Submodel slouží k výpočtovému modelování přeměny austenitu na jednotlivé strukturní podíly (ferit, perlit, bainit, martenzit) v jednotlivých uzlech sítě MKP modelového tělesa. Strukturní podíly v daném čase se určují na základě interakce odpovídající části ochlazovací křivky s rozpadovým diagramem pomocí modifikované Avramiho rovnice.



Obr. 3 Schéma výpočtového modelu strukturních změn oceli ochlazovaného tělesa

- výpočtový submodel **Mechanické Vlastnosti**  
Submodel slouží k výpočtu výsledných mechanických vlastností oceli v jednotlivých uzlech sítě MKP modelového tělesa na základě empirických vztahů ze strukturních podílů a časového průběhu teplot v jednotlivých uzlech sítě po ukončení přeměny austenitu.

Jednotlivé modely byly programově realizovány v podobě knihovny výpočtových modulů, komunikujících přes definované datové rozhraní s programy pro analýzu technologických procesů, včetně MKP. Příkladem konkrétní aplikace je predikce strukturních podílů a mechanických vlastností prstence dle obr.4



Obr.4 Predikce finální struktury a mechanických vlastností mezikruhového prstence [26]

## 4 KRITÉRIA TVÁRNÉHO PORUŠOVÁNÍ A JEJICH INTEGRACE DO SIMULAČNÍHO SOFTWARE

Porušování materiálu během technologických operací lze v zásadě hodnotit podle typu procesu ze dvou principiálně odlišných hledisek:

- jako nežádoucí fenomén, který limituje míru přípustných tvarových změn v jednotlivých tvářecích operacích a způsobuje vady, které mohou významně snížit únavovou životnost tvářených produktů,
- jako klíčový proces operací dělení materiálu, který je řízeně využíván k dosažení optimálních výsledků z hlediska produktu, nástrojů i strojního zařízení.

Obě hlediska našla svoji odezvu v požadavcích na schopnosti simulačních programů predikovat nebezpečí vzniku porušení materiálu, případně dokonce simulovat efektivně a přitom dostatečně spolehlivě lomový proces jako dílčí součást globálního, makroskopického a spojitého modelu těles jako objektů technologických operací. Oba typy problémů kladou rozdílné požadavky na potřebnou úroveň výpočtového modelování a jsou proto pojednány v samostatných odstavcích.

### 4.1 PREDIKCE TVÁRNÉHO LOMU

Iniciace tvárného lomu může být limitujícím faktorem řady tvářecích operací. Identifikace podmínek, za nichž může tato situace nastat, byla proto vždy jednou z klíčových otázek při návrhu technologických procesů. Již z doby před nástupem výpočetní techniky pochází množství empirických vztahů, používaných původně v souvislosti s jednoduchými technologickými výpočty. S příchodem prvních simulačních softwarů se proto nabízelo využití těchto vztahů, jejichž platnost však byla často omezena na relativně úzkou aplikační oblast z hlediska typu operací a přípustný rozsah procesních parametrů. Takovým vztahem, používaným v inženýrské praxi je například formulace závislosti mezi mezní hodnotou intenzity přetvoření v okamžiku lomu  $\varepsilon_f$  a ukazatelem stavu napjatosti  $n_\sigma$ , definovaným jako poměr středního (hydrostatického) napětí  $\sigma_m$  a intenzity napětí  $\bar{\sigma}$  podle hypotézy HMM

$$n_\sigma = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \quad (4.1)$$

Podmínka tvárného lomu je navržena ve tvaru

$$\bar{\varepsilon}_f = k_1 \exp(-k_2 n_\sigma), \quad (4.2)$$

kde  $k_1$ ,  $k_2$  jsou konstanty určené ze dvou lomových zkoušek s rozdílným  $n_\sigma$  – v praxi se nejčastěji používá tahová zkouška a zkouška na krutovém plastometru. Tento přístup byl použit při řešení prvních praktických úloh pomocí MKP ve spojitosti s analýzou procesu válcování profilů [14], [28].

Vztahy typu (4.2) zohledňují rozhodující vliv tahové hydrostatické složky napětí na vznik tvárného porušení, nerespektují však historii zatěžování. Fungují proto dostatečně spolehlivě pouze v podmínkách blízkých jednoduchému proporcionálnímu zatěžování. Vliv postupné kumulace poškození v podmínkách obecně proměnné historie polí napjatosti a deformace zohledňují lépe integrální podmínky typu

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} = C1, \quad (4.3)$$

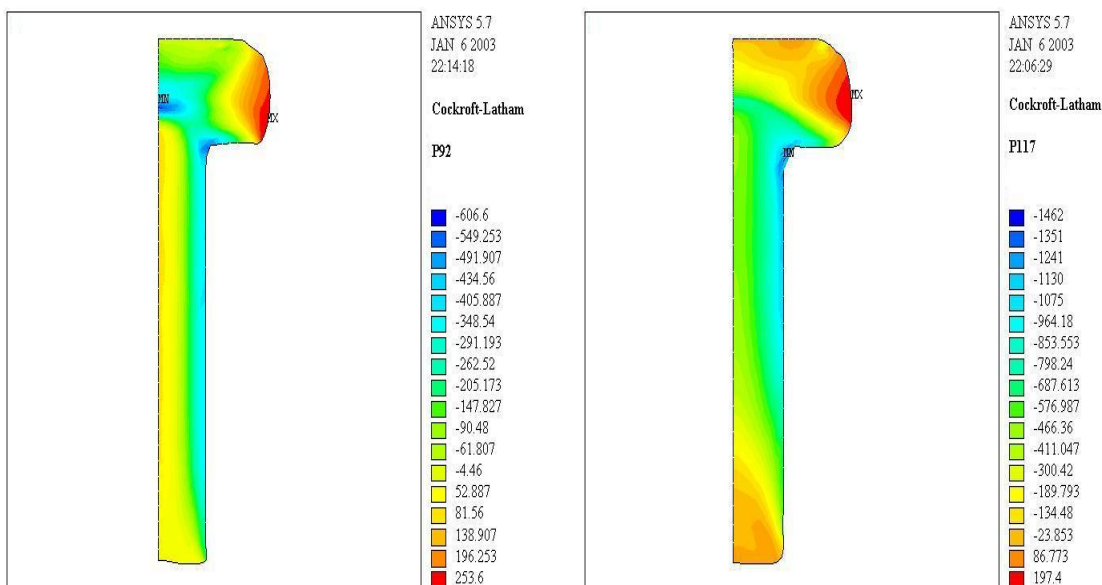
podle které k lomu dojde, když kumulovaná hodnota měrné plastické práce dosáhne limitní hodnoty  $C1$ , která je materiálovou charakteristikou. Tato podmínka ale naopak nebere v úvahu charakter napjatosti, případně znaménko středního napětí  $\sigma_m$ . Postupně byla navržena a prakticky využívána řada modifikací podmínky (4.3), například Cockroft-Latham [29]

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \sigma_1 d\bar{\varepsilon} = C2, \quad (4.4)$$

kde je akcentován vliv maximální tahové složky hlavních napětí nebo dvouparametrická podmínka Oyane [30]

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \left(1 + \frac{\sigma_m}{A\bar{\sigma}}\right) d\bar{\varepsilon} = C. \quad (4.5)$$

Kritické zhodnocení fenomenologických lomových kritérií ve vztahu na simulaci tvářecích procesů bylo podáno v disertační práci [31], vytvořené rovněž na ústavu mechaniky FSI VUT v Brně. Autor v ní navázal na předchozí práce vzniklé na ústavu [32], [33]. Nejčastěji užívaná kritéria nejen kriticky posoudil, ale navrhl a programově zpracoval postup výpočtově-experimentální kalibrace jednotlivých kritérií pro konkrétní materiály. Všechny programové moduly predikce tvárného lomu pro vybraná kritéria byla vytvořena tak, aby umožňovala snadnou komunikaci se zvoleným MKP postprocesorem pomocí definovaného datového rozhraní. V práci [31] byl jako nástroj pro numerickou analýzu zvolen systém Ansys a aplikovatelnost vytvořených modulů byla dokumentována na analýze stěžejních etap výroby šroubů za studena - dopředného protlačování a pěchování hlavy. Na obr.5 je uvedeno srovnání rozložení kritériální veličiny C2 podle podmínky Cockroft-Latham na řezu šroubem M8, vyrobeným z polotovaru různého výchozího průměru: 9,2 a 11,7 mm. Kritické místo se nalézá v souladu s provozními zkušenostmi na vnějším obvodu napěchované hlavy šroubu. Výsledky jednoznačně prokazují, že z hlediska rizika vzniku tvárného lomu při výrobě je vhodnější užívat větší výchozí průměr polotovaru, přestože to vyžaduje použít větší redukce dříku v etapě dopředného protlačování.



Obr.5 Rozložení kritériální veličiny C2 podle podmínky Cockroft-Latham na řezu šroubem M8, vyrobeným z polotovarů různého výchozího průměru: 9,2mm (vlevo) a 11,7mm (vpravo)

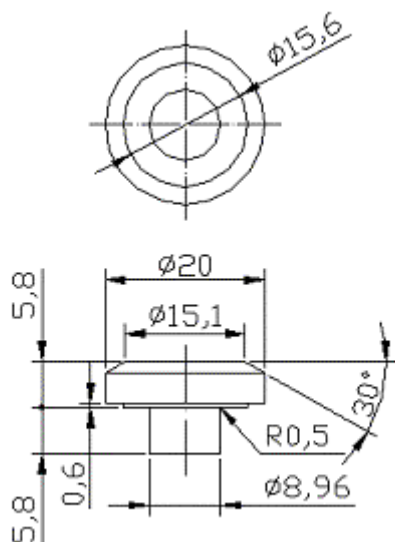
## 4.2 VÝPOČTOVÁ SIMULACE PROCESU DĚLENÍ MATERIÁLU

Dělení materiálu je častou operací v posloupnosti tvářecích procesů. Jeho výpočtová simulace představuje kvalitativně obtížnější problém ve srovnání s předchozím odstavcem, neboť nyní nestačí pouze predikovat počátek lomu a konstatovat jeho nepřipustnost, ale je nutno v simulaci pokračovat etapou vzniku a růstu magistrální trhliny až do rozdělení materiálu na dvě, případně na více částí. Dříve formulované kritériální podmínky tvárného lomu tedy už nestačí použít jako

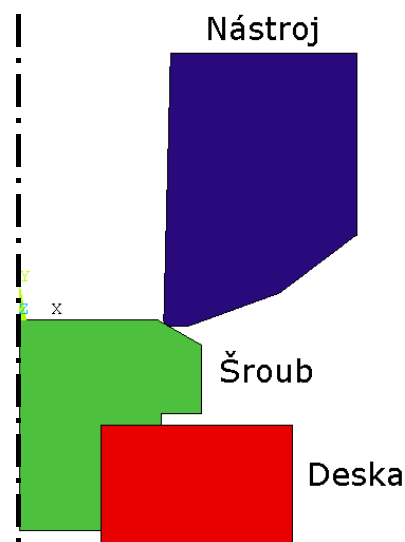


součást postprocesoru konečnoprvkových výsledků, ale musí být plně integrovány do celého procesu řešení daného problému. Rozhodují totiž o průběžných modifikacích sítě konečných prvků, které musí odpovídat geometrii šíření trhliny. Standardním přístupem k řešení tohoto problému je průběžné odmazávání těch konečných prvků, u nichž byly překročeny kritériální podmínky pro vznik trhliny.

Na našem pracovišti byl v posledním období aplikován tento výpočtový model v souvislosti s vývojem komplexního modelu výroby šroubu tvářením za studena [34]. Jednou z jeho významných etap je ořezávání napěchované hlavy šroubu do podoby šestihranu pomocí extrémně namáhaného nástroje - ořezávací matrice, jejíž životnost je jedním z klíčových faktorů efektivity celého procesu. Hlava šroubu a schema oříznutí jsou na obr.6 a 7.



Obr.6 Hlava před oříznutím



Obr.7 Schema ořezávání hlavy šroubu

V souvislosti s dělením materiálu byly testovány tři výpočtové modely tvárného lomu:

- model založený na kritické hodnotě intenzity plastického přetvoření
- modifikovaný Gursonův model [35]
- model EWK [36]

První a nejjednodušší prakticky využitelný model vychází z předpokladu, že kritériální veličinou pro vznik trhliny je lokální hodnota intenzity plastického přetvoření.

Stěžejní myšlenkou druhého modelu je spojení popisu plasticity a poškození materiálu pomocí modifikované plochy plasticity, která zahrnuje vliv existence kulových dutin v materiálu. Původní Gursonův model [37] byl modifikován a doplněn o mechanismus postupného nárůstu objemového podílu dutin. To se děje jak nukleací, tj. vznikem nových dutin, tak nárůstem dutin již existujících. Dalším důležitým doplňkem modelu byla koalescence, spojování dutin v závěrečných fázích rozvoje poškození. Tento model je v literatuře často citován pro úspěšné spojení fenomenologického popisu chování kontinua s konkrétními jevy na úrovni mikrostruktury materiálu. Nevýhodou Gursonova modelu je velké množství – celkem 8 materiálových parametrů, které je nutno pro daný materiál identifikovat.

Model EWK, jehož základní tvar byl navržen Wilkinsem, vychází rovněž z koncepce růstu mikroductin v materiálu, řízeného hodnotou středního napětí, a rozšiřuje ji o vliv smykového modu deformace. Porušení materiálu nastane v okamžiku, kdy kumulativní parametr  $D$ , závislý na dvou příspěvcích poškození  $w_1$  a  $w_2$ , dosáhne limitní hodnoty  $D_c$ . Váhové funkce  $w_1$  a  $w_2$  zde vyjadřují oddělený vliv hydrostatické a deviátorové složky napjatosti a přetvoření

$$D = \int w_1 w_2 d\bar{\epsilon}^p \quad (4.6)$$

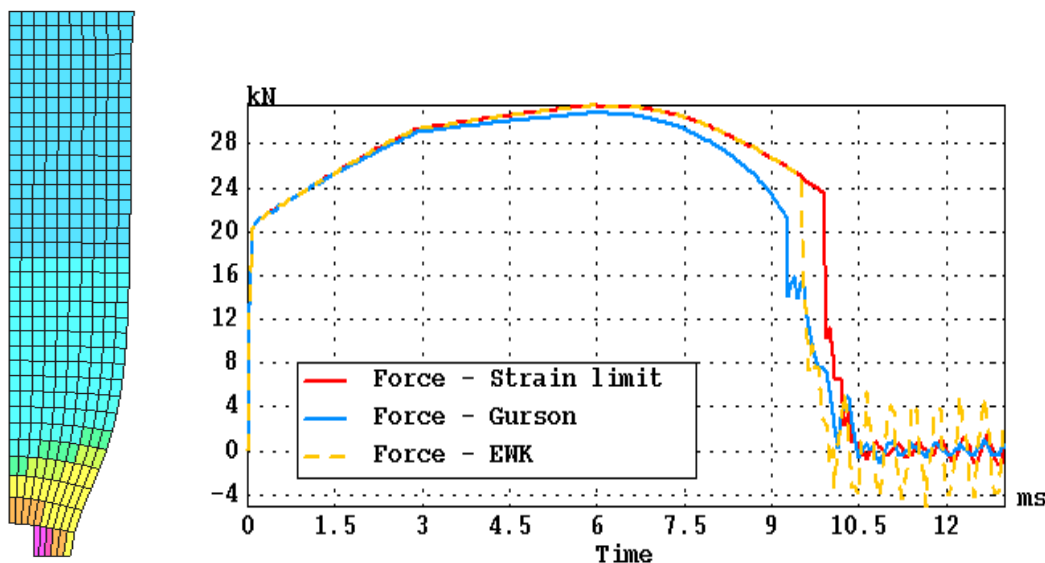
$$\text{kde } w_1 = \left( \frac{1}{1 + a \sigma_m} \right)^\alpha \quad a = -\frac{1}{P_{lim}} \quad (4.7)$$

$$w_2 = (2 - A)^\beta \quad A = \max\left(\frac{S_2}{S_3}, \frac{S_2}{S_1}\right), S_1 \succ S_2 \succ S_3 \quad (4.8)$$

Zde  $S_1, S_2, S_3$ , jsou hlavní složky deviatoru napětí,  $\sigma_m$  hodnota středního napětí,  $P_{lim}$ ,  $\alpha$  a  $\beta$  koeficienty získané z materiálových testů. Pro jejich stanovení je možno v případě nedostatku experimentálních dat vyjít z tabulkových hodnot meze pevnosti a limitní hodnoty plastického přetvoření v okamžiku tvárného lomu taženého vzorku  $\epsilon_f = \ln S_0/S$ , jak je uvedeno v [36].

Uvedené modely tvárného lomu byly testovány při simulaci tahové zkoušky plochého vzorku a dále v podmínkách ořznutí hlavy šroubu dle obr.7. Je patrné, že tyto případy zahrnují proces tvárného porušení materiálu v podstatně odlišných podmínkách charakteru pole napjatosti: tahové v případě prvním, převážně smykové v kombinaci s tlakem v případě druhém.

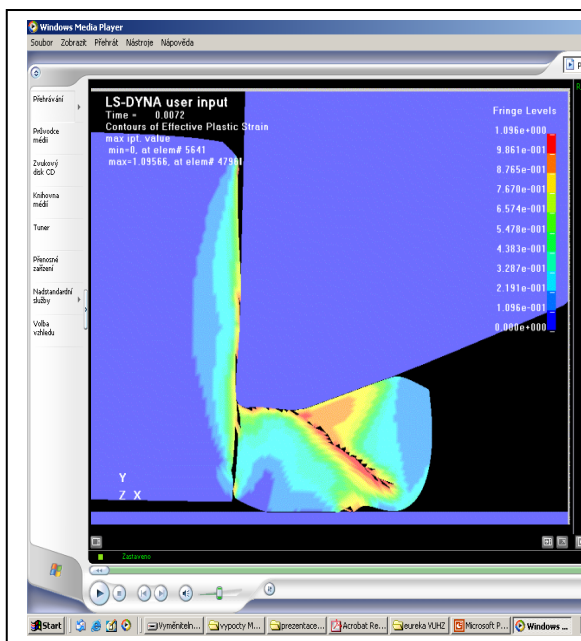
Zatímco v případě simulace tahové zkoušky se podařilo dosáhnout věrohodného průběhu silových a deformačních veličin u všech tří použitých modelů (obr.8), v případě ořzávání byly výsledky rozdílné. Výpočtové výsledky byly v tomto případě srovnávány s realizovanými poloprovozními experimenty ve spolupracující firmě J-VST Brno.



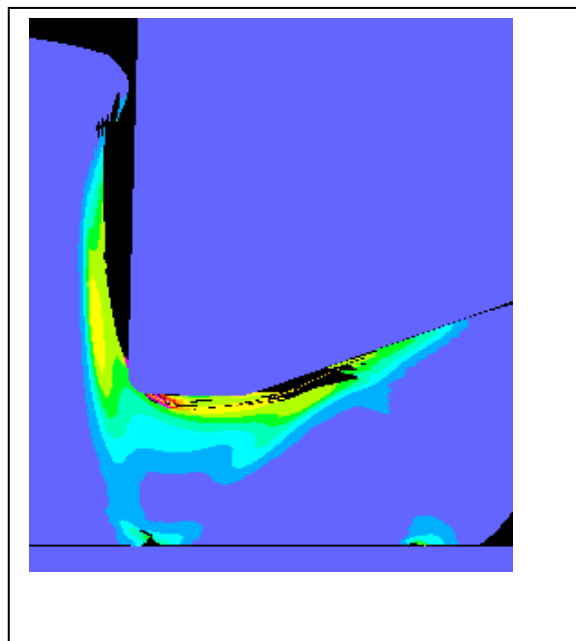
Obr.8 Simulace porušení plochého vzorku tahem

Výsledky ořzávání pro všechny tři modely jsou uvedeny na obr.9-11, metalografický vzorek částečně nastřižené hlavy na obr.12. Na vznikající třisce jsou patrné výrazné plastické kluzové zóny se sítí vznikajících trhlin. Zatímco jednoduchý model limitního plastického přetvoření poskytl poměrně věrohodnou představu o silově-energetických poměrech při ořzávání a globálním charakteru plastického toku ořzávaného materiálu [38], jednotlivé kluzové zóny jsou zde spojeny do širokého pásu kolem jediného šikmé magistrální trhliny – obr.9. Přesnější představu o jednotlivých kluzových zónách a síti trhlin poskytuje model EWK (obr.11), který se ukazuje jako nejuspěšnější v situacích s dominantním smykovým modelem deformace. Naproti

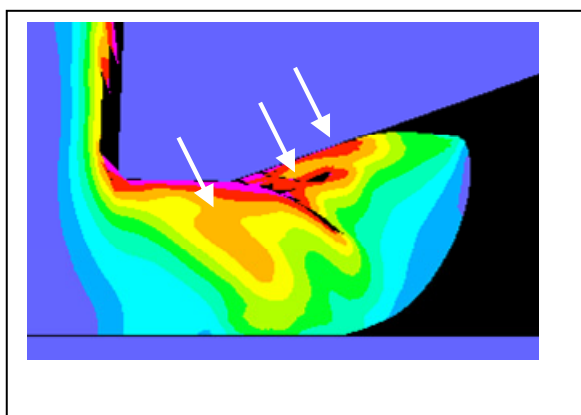
tomu modifikovaný Gursonův model v podobné situaci zcela selhává, jak ukazují výsledky na obr.10: ani při extrémní plastické deformaci není dosaženo limitní podmínky pro koalescenci dutin a vytvoření souvislé trhliny.



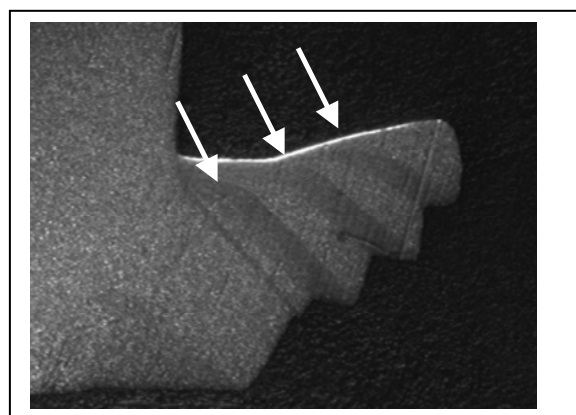
Obr.9 Model max. intenzity přetvoření



Obr.10 Modifikovaný Gursonův model



Obr.11 Model EWK



Obr.12 Experiment

## 5 ZÁVĚR

V přednášce byla prezentována historická východiska a některé směry dalšího rozvoje výpočtové simulace technologických procesů se zvláštním zřetelem na problematiku tváření. Metoda konečných prvků se i v této oblasti prosadila jako standardní nástroj počítačové podpory pro návrh a optimalizaci procesních parametrů a geometrie nástrojů. Prokázal to vývoj posledních let, směřující od speciálních programových produktů výzkumně-vývojového charakteru až ke komerčním produktům současnosti. Ty jsou zaměřeny buď výhradně do oblasti tváření a mají zpravidla charakter pre- a postprocesorů speciálně zaměřen pro uživatele-technologie (DEFORM, FORM2D, -3D, FormFEM, Q-Form, PAM-Stamp) nebo se jedná o tradiční velké multioborově

zaměřené programové celky, které se postupně rozšířily i do oblastí využitelných pro tváření (ANSYS, ABAQUS, ADINA, LS-DYNA, PAM-Crash).

Tento vývoj byl pozorně sledován a paralelně aplikačně rozvíjen i na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky FSI VUT v Brně, včetně vývoje vlastních programových produktů [15], [17]-[19], [26] a tvůrčího využití dostupných komerčních programů. Hlavními aplikačními oblastmi zde byly problémy válcování, zápusťkového kování a dopředného protlačování. Pozornost byla dále věnována porušování materiálu během tvářecího procesu [31]-[33], tepelně a strukturně vázaným problémům [13], [26] a ve spolupráci s Laboratoří přenosů tepla a proudění i netradiční technologii tváření v polotekutém stavu [39].

V nejbližším období bude vývoj zaměřen v rámci pokračujícího mezinárodního projektu EUREKA na simulaci procesu dělení materiálu a dále pak v rámci nově přijatého projektu GAČR na implementaci a využití konzistentní teorie velkých deformací ve tváření. Další rozvoj strukturně vázaných problémů je předmětem nově připravovaného návrhu Výzkumných záměrů. Všechny zmiňované oblasti budou řešeny v úzké spolupráci s posluchači magisterského a doktorského studia Inženýrské mechaniky, což zajistí i nadále úzké sepětí vědeckovýzkumné a pedagogické činnosti.

### Poděkování

Podstatná část prací prezentovaných v této přednášce vznikla za finanční podpory Výzkumného záměru CEZ:J22/98:262100001 a mezinárodního projektu EUREKA FGM-Mag Tool E! 2924

### Literatura

- [1] Sokolovskij, W.W.: Teorija Plastičnosti, Moskva, 1946
- [2] Hill, R.: The Mathematical theory of Plasticity, Oxford, 1950
- [3] Pešina, E.: Základy užité teorie plasticity, Praha, 1966
- [4] Cornfield, G.C., Johnson, R.,H.: Theoretical prediction of plastic flow in hot rolling including the effect of various temperature distribution, J.Iron Steel Inst. 211 (1973), 567
- [5] Lee, C.H., Kobayashi,S.: New solutions to rigid plastic deformation problems using a matrix method, Trans. ASME, J.Eng.Ind. 95 (1973), 865
- [6] Zienkiewicz, O.C., Goodbole, K.: Flow of plastic and visco-plastic solids with special reference to extrusion and forming processes, Int.J.Num.Meth.Eng. 8 (1974), 3
- [7] Green, A.E, Naghdi, P.M.: A general theory of an elastic-plastic continuum, Arch.Ratl. Mech.Anal. 18, (1965), 251
- [8] Bathe, K.-J.: Finite element procedures, Prentice Hall, 1996
- [9] Okrouhlík, M.: Mechanika podajných těles, numerická matematika a superpočítače, Ústav termomechaniky AV ČR, Praha, 1997
- [10] Holzapfel, G.A.: Nonlinear solid mechanics, J.Wiley, 2000
- [11] Simo, J.C.: A framework for finite strain elastoplasticity based on maximum plastic dissipation and the multiplicative decomposition, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng. 66, (1988), 199
- [12] Washizu, K.: Variational methods in elasticity and plasticity, Pergamon Press, 1968
- [13] Petruška,J: An unsteady finite element simulation of plane strain hot rolling, Metallurgy and Foundry Eng.18, (1992), 547
- [14] Macura,P., Petruška,J.: Numerical and experimental simulation of pass rolling, J.Mat.Proc.Tech.60 (1996), 55
- [15] Petruška,J.: Three dimensional simulation of rolling by FE, Proc. Metallurgy East-West'93, p.242-246, October 11-14, 1993, Stará Lesná, Slovakia
- [16] Valas,J., Peša,J., Petruška,J.: Deformace ve válcovací mezeře při válcování Fe - 3% Si za studena, Proc.Int.Conf. Steel Strip'96, pp.230-236, Opava, Sept.17-19, 1996

- [17] Mutale, C.: An unsteady finite element simulation of plane strain hot rolling, Diploma thesis, FSI VUT Brno, 1992
- [18] Hampl, B.: Numerická simulace procesu válcování, Diplomová práce FSI VUT Brno, 1993
- [19] Táborský, J.: Numerická simulace vícenásobného průchodu provalku válcovací stolicí, Diplomová práce FSI VUT Brno, 1995
- [20] Belytschko, T., Chiapetta, R.L., Bartel, H.D.: Efficient large scale non-linear transient analysis by finite elements, *Int.J.Num.Meth.Eng.* 10 (1976), 579
- [21] Petruška, J., Iván, L., Macura, P.: Implicitní a explicitní algoritmus MKP v simulaci objemového tváření, *Sborník Inž. mechanika* 97, Svratka, 12.-15.5.97, str.157-162
- [22] Skalka, P., Janíček, P., Fuis, V., Petruška, J., Pešlová, F., Geprt, M.: Buckling of dynamic brake resistor grid component, *Sborník Inž. mechanika* 2005, Svratka, 9. - 12. 5. 2005, str.279
- [23] Hodgson, P.D.: Microstructure modelling for property prediction and control, *J.Mat.Proc.Tech.* 60 (1996), 27
- [24] Pietrzyk, M.: Through-process modelling of microstructure evolution in hot forming of steels, *J.Mat.Proc.Tech.* 125-126 (2002), 53
- [25] Karhausen, K.F.: Integrierte Prozess- und Gefuegensimulation bei der Warmumformung, *Umformtechnische Schriften*, band 52, Aachen, 1994
- [26] Šimeček, P.: Výpočtové modelování tvářených a následně teplem zpracovávaných těles, *Doktorská disertace, FSI VUT v Brně*, 2003
- [27] Elfmark J.: Matematické modelování tepelného zpracování ocelí, *Hutnické listy* 9 (2000), 5
- [28] Petruška, J., Macura, P.: Pass rolling and material formability - numerical and experimental analysis, *Stroj.čas.* 48 (1997), 1-12
- [29] Cockroft M. G., Latham D. J.: Ductility and the Workability of metals. *J. Inst. Met.* 1968.
- [30] Oyane M., Sato T., Okimoto K., Shima S.: Criteria for ductile fracture and their applications. *Journal of Mechanical Working Technology*, 4 (1980), 65
- [31] Šuta, J.: Predikce porušování kovů při tváření, *Doktorská disertace, FSI VUT v Brně*, 2003
- [32] Petruška, J., Janíček, L.: Computationally-experimental workability determination of compressed cylindrical specimen with surface defect, *J.Mat.Proc.Tech.* 80-81 (1998), 572
- [33] Petruška, J., Janíček, L.: Evaluation of ductile fracture criteria by numerical simulation of compression test, *Stroj.čas.* 50 (1999), 278
- [34] Janíček, L., Petruška, J., Maroš, B., Ruzs, S.: Cold forming of bolts without thermal treatment, *J.Mat.Proc.Tech.* 125-126 (2002), 341
- [35] Tvergaard, V.: Material failure by void growth to coalescence, *Acad.Press, Denmark*, 1990
- [36] Kamoulakos, A.: The ESI-Wilkins-Kamoulakos (EWK) rupture model. In: *Continuum Scale Simulation of Engineering Materials*, Wiley-VCH Verlag, Berlin, 2004
- [37] Gurson, A. L.: Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth, *J.Eng.Mat.Tech.*, 76-Mat-CC, 1977
- [38] Bořkovec, J., Petruška, J., Foret, R.: Numerical Simulation of the Bolt Head Trimming Process, *Inženýrská Mechanika* 2005, str.51, Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005
- [39] Horský, J., Kotrbáček, P., Petruška, J., Řídký, R.: Experimental Study of Semi-Solid Steel Deformation, *International Journal of Forming Processes*, 8 (2005), 63

## Abstract

The technology of forming has a long history starting from heuristic development and empirical knowledge up to solid theoretical base of physics of metals, chemistry, thermomechanics and continuum mechanics, with still increasing influence of mathematics and informatics. Computational prediction of results and optimization of newly designed processes are the demands of these days. Complex problem areas must be addressed in this situation:

- workpiece: flow properties under processing conditions (flow stress as a function of strain, strain rate and temperature), thermal and physical properties, chemical composition and microstructure
- dies and tools: geometry, material and hardness, surface coating and conditions
- interface conditions: surface finish, lubrication, friction, heat transfer
- equipment: force and energy capability, production rate, speed, rigidity, accuracy

The Finite Element Method proved its key position as a prominent numerical method to solve the above mentioned, highly non-linear coupled problems. The development of last years was directed from special research – oriented software towards commercial codes of today. These are either special problem-oriented codes like DEFORM, FORM 2D, 3D, FormFEM, Q-Form, Pan-Stamp, or large multipurpose programs like ANSYS, ABAQUS, Adina, LS-Dyna, Pam-Crash.

This development was closely followed and creatively applied at the Department of Solid Mechanics at the Faculty of Mechanical Engineering of the BUT. Both in-house codes [14], [15], [17] and customized commercial programs were applied here for the simulation of forming processes. Main application areas were the processes of rolling, die forging and forward extrusion. Special attention was given to the material damage during the forming processes [31]-[33], thermally and structurally coupled problems [13], [26], and semisolid forming [39] – the last in cooperation with the Laboratory of Heat Exchange.

In the close future the processes of material cutting will be analyzed as a part of the continuing international EUREKA project. New GACR project will be concentrated to development, implementation and application of consistent theory of large deformation in forming. New development of structurally coupled problems is the aim of newly suggested projects of Research Intentions. All the mentioned areas will be solved in a close cooperation with MSc and PhD students of Engineering Mechanics, which is a guarantee of close interconnection between the research and teaching activities at the BUT.