

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice Habilitační a inaugurační spisy, sv. 209

ISSN 1213-418X

Stanislav Hanus

**MODELOVÁNÍ PO ČÁSTECH
LINEÁRNÍCH SOUSTAV
SOUČASNÝ STAV,
TRENDY VÝVOJE A VÝUKA**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií
Ústav radioelektroniky

Doc. Ing. Stanislav Hanus, CSc.

MODELOVÁNÍ PO ČÁSTECH LINEÁRNÍCH SOUSTAV
Současný stav, trendy vývoje a výuka

SIMULATION OF PIECE WISE LINEAR SYSTEMS
State of the Art, trends and Education

TEZE PŘEDNÁŠKY
K PROFESORSKÉMU JMENOVACÍMU ŘÍZENÍ V OBORU
ELEKTRONIKA A SDĚLOVACÍ TECHNIKA



BRNO 2006

KLÍČOVÁ SLOVA

Modelování, stavový model, transformace, matice, experimentální ověření, kanonický stavový model

KEY WORDS

Simulation, state model, transformation, matrix, experimental verification, canonical state model

OBSAH

<i>Představení autora</i>	4
1 ÚVOD	5
2 KRÁTKÝ POHLED DO HISTORIE	6
3 ZÁKLADNÍ METODY MODELOVÁNÍ	7
3.1 Rozklady obvodových matic	7
3.2 Syntéza rezistivního n-branu	8
4 MODELOVÁNÍ PČL NESETRVAČNÝCH SOUSTAV	10
4.1 Explicitní modely PČL soustav	10
4.2 Implicitní modely PČL soustav	12
5 MODELOVÁNÍ PČL SETRVAČNÝCH SOUSTAV	16
5.1 Obecný stavový popis dynamických soustav	16
5.2 Elementární kanonické stavové modely	16
5.3 Modifikované kanonické stavové modely	18
6 DALŠÍ VÝVOJ V OBLASTI MODELOVÁNÍ PČL SOUSTAV	22
7 VLASTNÍ PŘÍNOS K ROZVOJI OBORU	22
8 ZÁVĚR	25
<i>Použitá literatura</i>	26
<i>Abstract</i>	28



Stanislav Hanus se narodil v roce 1950 v Brně. V letech 1969 až 1974 absolvoval studium na elektrotechnické fakultě VUT v Brně, které ukončil v roce 1974 státní zkouškou s vyznamenáním. Do zaměstnání nastoupil u Správy radiokomunikací Praha, oblastní závod Brno. Od října 1974 pracuje na Ústavu radioelektroniky FEKT VUT v Brně. V roce 1985 získal titul kandidáta technických věd CSc. ve vědním oboru 26-07-9 Radioelektronika. Kandidátskou disertační práci vypracoval na téma „Syntéza dvojbranových mutátorů prvního a druhého řádu“. Od roku 2000 je docentem v oboru Elektronika a sdělovací technika. Habilitační práci vypracoval na téma „Modely po částech lineárních soustav a jejich

experimentální ověření“.

Za svého pedagogického působení na VUT v Brně zavedl do výuky 8 nových předmětů. V roce 2004 zavedl obor „Elektronika a rádiová komunikace“, který byl akreditován v magisterském studijním programu „Elektrotechnika, elektronika, komunikační a řídicí technika“. Pro potřeby studentů napsal nebo byl spoluautorem 15 titulů skript a 17 titulů doplňujících učebních textů. Během své pedagogické činnosti byl vedoucím 58 diplomových prací studentů z nichž 30 bylo hodnoceno známkou výborně a 4 byly oceněny Cenou děkana. Od roku 1996 byl školitelem 10 studentů doktorského studia, z nichž 2 studium řádně ukončili.

V letech 1998 až 2006 byl zástupcem vedoucího Ústavu radioelektroniky FEKT VUT v Brně. Od února 2006 je proděkanem pro magisterské studium na FEKT VUT v Brně.

Vědecká a výzkumná činnost byla od nástupu na VUT v Brně zaměřena jak do oblasti základního tak i aplikovaného výzkumu. V oblasti základního výzkumu se podílel na řešení problematiky syntézy obvodů se speciálními funkčními bloky, v současné době se zabývá návrhem nových PČL stavových modelů a modelováním zvláštních jevů v nelineárních dynamických soustavách. Na řešení této problematiky získal dva grantové projekty GA ČR.

V oblasti aplikovaného výzkumu se zaměřil na modely mobilních sítí a jejich optimalizace (především z pohledu minimalizace C/I) a vyšetřování vzájemné koexistence nejen současných, ale i budoucích mobilních systémů. Na řešení této problematiky získal grantový projekt GA ČR. Řadu dílčích výzkumných projektů z oblasti mobilních komunikací řeší ve spolupráci se společností T-Mobile CZ. V letech 2002 až 2004 byl zodpovědným řešitelem projektů zadaných společností T-Mobile CZ, jejichž cílem bylo nezávislé měření kvality všech mobilních sítí GSM v České republice. V roce 2005 byl požádán skupinou Research and Trials v rámci evropské skupiny T-Mobile o provedení rozboru a testu nového perspektivního mobilního systému čtvrté generace (4G) firmy GO Network z USA.

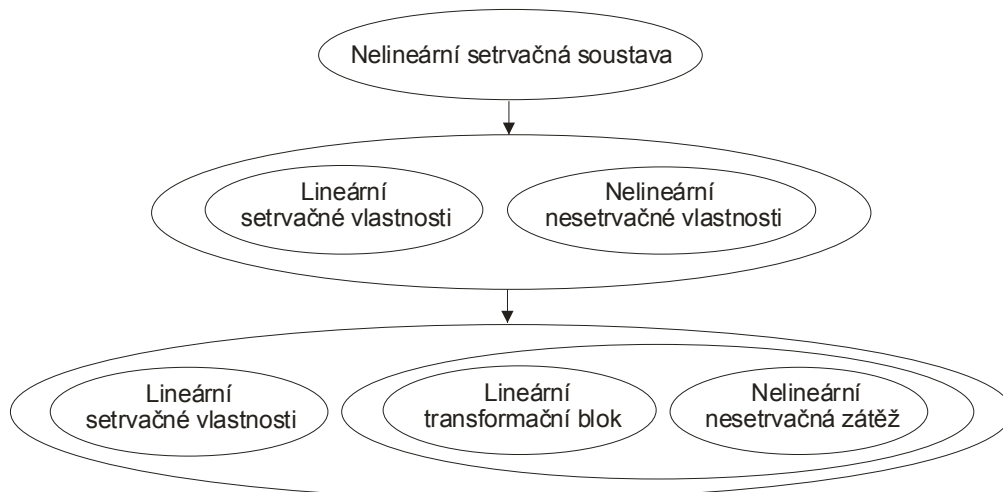
Od roku 1996 je členem redakční rady česko-anglického odborného časopisu „Telekomunikace a podnikání“, nyní Technologies and Prosperity“, se sídlem v Praze a od roku 1998 je členem redakční rady vědeckého časopisu „Radioengineering“. V letech 2001 – 2002 byl členem vědecké rady ministra dopravy a spojů ČR. Dále je členem akademie udělující každoročně křišťálové disky na mezinárodním veletrhu INVEX v oboru informačních technologií. Třikrát byl členem výběrové komise pro udělení telekomunikačních licencí na provoz mobilních sítí v ČR.

1 ÚVOD

Analýza a syntéza lineárních i nelineárních soustav obsahujících setrvačné i nesetrvačné obvody je zkoumána již řadu let. Analytické postupy neboli analýza soustavy umožňuje ze známé obvodové struktury určit vlastnosti soustavy, mimo jiné například požadovaná uzlová napětí, smyčkové proudy, případně stanovit požadované obvodové funkce. Tyto zpravidla jednoznačné postupy současně poskytují do značné míry i názornou představu o možné syntéze analyzované soustavy. Naproti tomu syntetické postupy neboli syntéza soustavy umožňuje ze zadaných, požadovaných vlastností soustavy určit její obvodovou strukturu. Požadované vlastnosti soustavy bývají velice často zadány příslušnou obvodovou funkcí v numerické nebo geometrické formě. Na rozdíl od analytických postupů, lze syntetické postupy obecně označit za mnohoznačné.

V posledních letech je v řadě odvětvích vědy a techniky ve světě věnována stálá pozornost problematice nelineárních dynamických soustav, zejména v souvislosti se studiem některých zvláštních jevů v těchto soustavách, jako jsou bifurkace, chaos, aj. Jedná se zejména o analýzu a modelování chaotického chování elektrických a elektronických soustav, které jsou vhodné pro experimentální ověřování obecných teoretických výsledků. Podrobněji jsou například zkoumány Chuovy obvody reprezentující tzv. třídu C nelineárních autonomních dynamických soustav třetího řádu, které jsou spolu navzájem vázány lineární topologickou konjugací.

Pro tyto účely jsou hledány nové způsoby modelování jejich dynamických vlastností, přičemž se využívá známého členění nelineární setrvačné soustavy ve dvou hierarchických krocích, obr. 1. V prvním kroku se od sebe oddělí setrvačné a nesetrvačné vlastnosti soustavy za zjednodušujícího předpokladu, že setrvačné prvky (kapacitory a induktory) jsou pouze lineární. Do nesetrvačné rezistivní části jsou potom soustředěny nelineární vlastnosti celé soustavy.



Obr.1. Postup modelování nelineární setrvačné soustavy

Vhodnou volbou lineárního setrvačného bloku lze tedy převést syntézu celé nelineární setrvačné soustavy na syntézu nelineárního rezistivního bloku. V případě, kdy lineární setrvačný blok představuje vhodný typ filtru, jsou potom požadavky na tvar charakteristiky nelineárního rezistivního bloku většinou snadno splnitelné. V obecném případě, při modelování složitějších dynamických soustav, ve kterých mohou za určitých okolností vzniknout výše uvedené jevy, je situace komplikovanější. Důsledná aplikace přirozeného rozdělení celé soustavy na lineární setrvačnou a nelineární nesetrvačnou část může vést ke zcela nekonvenčním požadavkům na

vlastnosti nelineárního rezistivního bloku. Požadavky, jako např. uzavřená charakteristika, případně charakteristika složená z několika separátních částí, se mohou jevit jako nerealizovatelné, protože dosud nebyla známa systematická syntéza těchto obvodů (pojem „charakteristika“ je v této souvislosti třeba chápat spíše jako matematickou relaci, která obecně zahrnuje i případy technicky nerealizovatelné).

Při syntéze nelineárního rezistivního obvodu je vhodné od sebe oddělit dvě jeho základní vlastnosti - nelineární a lineární, což odpovídá druhému kroku hierarchického členění celé nelineární soustavy. Nelinearita rezistivního obvodu je soustředěna v nelineárním zatěžovacím bloku, který je obvykle realizován známými nelineárními dvojpóly. Jejich vlastnosti jsou potom transformovány lineárním blokem (v obecném případě aktivním mnohobranem) tak, že jako celek vykazuje rezistivní obvod požadovanou nelinearitu. Vyčlenění nelineárního zatěžovacího bloku známých vlastností tak umožní převést syntézu celého nelineárního rezistivního obvodu na syntézu lineárního transformačního bloku. Uvedený přístup je základem všech dosud známých postupů syntézy nelineárních rezistivních obvodů.

2 KRÁTKÝ POHLED DO HISTORIE

V původních pracích zabývajících se obecně modelováním nelineárních soustav se nejdříve zkoumalo, jakým způsobem transformují tehdy známé lineární funkční bloky monotónní charakteristiky pasivního nelineárního zatěžovacího prvku na vstupní brány obvodu. Podrobně byla rozpracována zejména metoda založená na vlastnostech tzv. afinní transformace. Byly definovány transformační bloky, tzv. afinory prvního a druhého druhu a provedena jejich systematická klasifikace především z geometrického hlediska. *Afinory prvního druhu*, tzv. skalory, rotátory a reflektory, umožňují transformaci charakteristiky nelineárního obvodového prvku na charakteristiku, která mění svoji polohu případně i tvar v rovině určené transformovaným prvkem. Skalory realizují změnu měřítka napětí nebo proudu, anebo obou těchto veličin - odtud název napěťový, proudový a výkonový skalor. Rotátory otáčejí charakteristiku prvku o určitý úhel kolem počátku dané souřadné soustavy, a to beze změny jejího tvaru. Reflektory transformují připojený obvodový prvek na prvek téhož druhu, avšak s charakteristikou, která je osově souměrná s původní charakteristikou podle osy, která prochází počátkem a svírá s vodorovnou osou určitý konstantní úhel. Mezi *afinory druhého druhu* patří mutátory, což jsou transformační mnohobrany, umožňující transformaci obvodových prvků na prvky kvalitativně zcela odlišné (např. rezistor na induktor apod.). Vzhledem k vlastnostem použitých transformací nelze tímto postupem dosáhnout zcela libovolného tvaru výsledné nelineární charakteristiky.

Splnění tohoto požadavku bylo možné dosáhnout teprve postupnou lineární transformací dílčích charakteristik jednotlivých částí nelineárního zatěžovacího bloku, např. nelineárních dvojpólů. Výsledná charakteristika celého rezistivního obvodu se „skládá“ z dílčích postupně transformovaných charakteristik jednotlivých dvojpólů. Naznačený syntetický postup umožňuje tedy vytvářet rozmanitější tvary výsledných charakteristik. Jako dílčích zatěžovacích dvojpólů se zpravidla používá diod, které jsou pro zjednodušení považovány za ideální, tj. s pravouhloú A-V charakteristikou. Pro požadovanou výslednou charakteristiku celého nelineárního rezistivního obvodu je proto velice vhodné použít po částech lineární (dále jen PČL) vyjádření a výsledný obvod realizovat transformací dílčích PČL charakteristik jednotlivých zatěžovacích diod. Technika PČL transformace (někdy též PWL - Piecewise Linear, Piece Wise Linear) se začala výrazněji prosazovat v posledních asi 20 letech a používá se jak při analýze, tak i při syntéze nelineárních obvodů.

K simulaci nelineárních obvodů pro účely analýzy se jeví jako nejvhodnější explicitní popis využívající k vyjádření nespojitostí PČL charakteristik funkce absolutní hodnoty. Na použití explicitního popisu jsou založeny i některé metody syntézy PČL obvodů, z nichž však žádnou

nelze považovat za zcela obecnou z hlediska dosažitelných tvarů charakteristik. Navíc zde vycházejí vztahy mezi parametry PČL charakteristiky a parametry transformačního bloku natolik složité, že nedávají možnost snadného nastavení jejího tvaru. Tuto nevýhodu odstraňuje syntetický postup založený na důsledném implicitním popisu celého nelineárního rezistivního obvodu. Touto metodou, kterou lze aplikovat při syntéze PČL dvojpólů, dvojbranů i mnohobranů, je možné modelovat téměř libovolný tvar PČL charakteristiky u níž je počet bodů zlomu dán počtem zatěžovacích nelineárních prvků, tj. referenčních nebo ideálních diod. Vzhledem k použitému implicitnímu popisu je možné volit zcela nezávisle jednotlivé souřadnice každého bodu zlomu i polohu obou krajních segmentů výsledné PČL charakteristiky.

Sestavení matematických a následně i obvodových modelů PČL soustav, a to nesetračných i setračných (dynamických), je pouze jednou důležitou etapou, které obvykle předchází etapa matematické případně geometrické formulace příslušného požadavku. Využití modelů PČL soustav lze zařadit do tzv. aplikační etapy, ve které mohou být vytvořené modely využity k modelování různých jevů nejen v elektrických, ale i neelektrických soustavách.

3 ZÁKLADNÍ METODY MODELOVÁNÍ

3.1 ROZKLADY OBVODOVÝCH MATIC

V teorii lineárních obvodů se velice často používá pro potřeby analýzy i syntézy metoda rozkladu obvodové matice. Přestože *součtový*, *součinnový*, případně kombinovaný *součtově-součinnový rozklad* libovolné obvodové matice jsou postupy analytické, dosažené výsledky poskytují názornou představu o možnostech syntézy obvodu popsání danou obvodovou maticí. Z uvedených druhů rozkladů je nejobecnější kombinovaný součtově-součinnový rozklad, ve kterém jsou jako zvláštní případy obsaženy jak součtový tak i součinnový rozklad. Výsledky jednotlivých druhů rozkladů lze obecně znázornit blokovým schématem nakresleným na obr. 2, které současně naznačuje způsob realizace výchozí obvodové matice \mathbf{W} .

Pro výsledný obvod a k dílčích obvodů platí maticové rovnice

$$\mathbf{P} = \mathbf{W} \mathbf{X} , \quad (1)$$

$$\mathbf{P}^{(l)} = \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{X}^{(l)} , \quad (2)$$

kde \mathbf{P} , $\mathbf{P}^{(l)} = [\mathbf{P}^{(1)} \dots \mathbf{P}^{(k)}]^T$ jsou matice budících veličin, \mathbf{X} , $\mathbf{X}^{(l)} = [\mathbf{X}^{(1)} \dots \mathbf{X}^{(k)}]^T$ jsou matice vybuzených veličin, \mathbf{W} je libovolná matice výsledného obvodu a $\mathbf{W}^{(l)} = \text{diag} [\mathbf{W}^{(1)} \dots \mathbf{W}^{(k)}]$ představuje libovolné obvodové matice dílčích obvodů. Vlastnosti transformačního mnohobranu jsou dány maticemi \mathbf{D} , \mathbf{C} , \mathbf{L} . Podmínky platné pro jednotlivé druhy rozkladů lze obecně zapsat pomocí rovnice

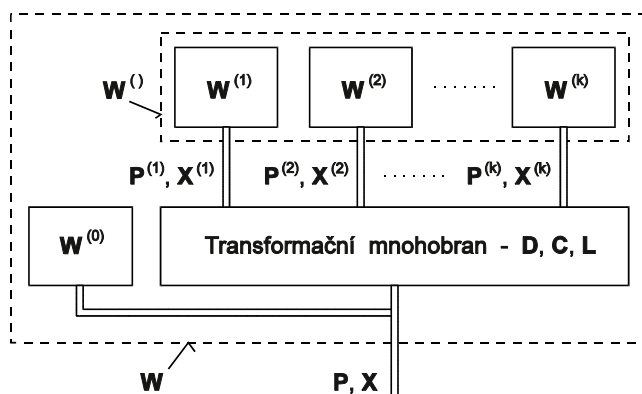
$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{X}^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{W}^{(0)} \\ \mathbf{L} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{(l)} \\ \mathbf{X} \end{bmatrix} , \quad (3)$$

ze které lze s použitím (1) odvodit vztah

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(0)} + \mathbf{D} \left(\mathbf{W}^{(l)-1} - \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{C} . \quad (4)$$

Při aplikaci poznatků vyplývajících z výsledků rozkladů obvodových matic, se při syntéze obvodů postupuje tak, že k zadané obvodové matici výsledného obvodu \mathbf{W} se stanoví nejdříve

obvodové matice $\mathbf{W}^{(i)}$ vhodně zvolených dílčích obvodů. Syntéza požadovaného obvodu potom spočívá v určení matice $\mathbf{W}^{(0)}$ a matic $\mathbf{D}, \mathbf{C}, \mathbf{L}$, ze kterých lze některým ze známých způsobů sestavit příslušný transformační mnohobran.



Obr. 2. Obecná obvodová reprezentace libovolného rozkladu obvodové matice

V některých případech je možné uvažovat blok dílčích obvodů jako jeden celek a na obvod nakreslený na obr. 2 pohlížet jako na rezistivní n -bran, tedy nikoliv v podobě rozkladu výsledné matice, vyjádřeného pomocí dílčích obvodů. Tímto způsobem lze postupovat při syntéze vycházející z obvodových matic, ale také z dvojice matic \mathbf{M}, \mathbf{N} .

3.2 SYNTÉZA REZISTIVNÍHO n -BRANU

Při realizaci rezistivních n -branů se velice často používají vícevstupové zdroje napětí řízené napětím (*MVCVS - Multiple Voltage Controlled Voltage Source*), nazývané napěťové sumační zesilovače, zkráceně sumační zesilovače nebo napěťové sumátory. V dalším textu jsou uvažovány pouze *ideální sumační zesilovače*, charakterizované kmitočtově nezávislými napěťovými přenosy jednotlivých vstupů, nulovým výstupním odporem a nekonečnými vstupními odpory.

Obecné schéma sumačního zesilovače je nakresleno na obr. 3. Jeho výstupní napětí je dáno vztahem

$$U_0 = \sum_{i=1}^m K_i^- U_i^- + \sum_{j=1}^n K_j^+ U_j^+ , \quad (5)$$

kde K_i^- jsou záporné napěťové přenosy a K_j^+ jsou kladné napěťové přenosy. Sumační zesilovač lze realizovat jednoduchým obvodem s operačním zesilovačem, jak je nakresleno na obr. 6. Pro napěťové přenosy platí

$$\left| K_i^- \right| = \frac{R}{R_i^-} , \quad i = 1, 2, \dots, m , \quad (6)$$

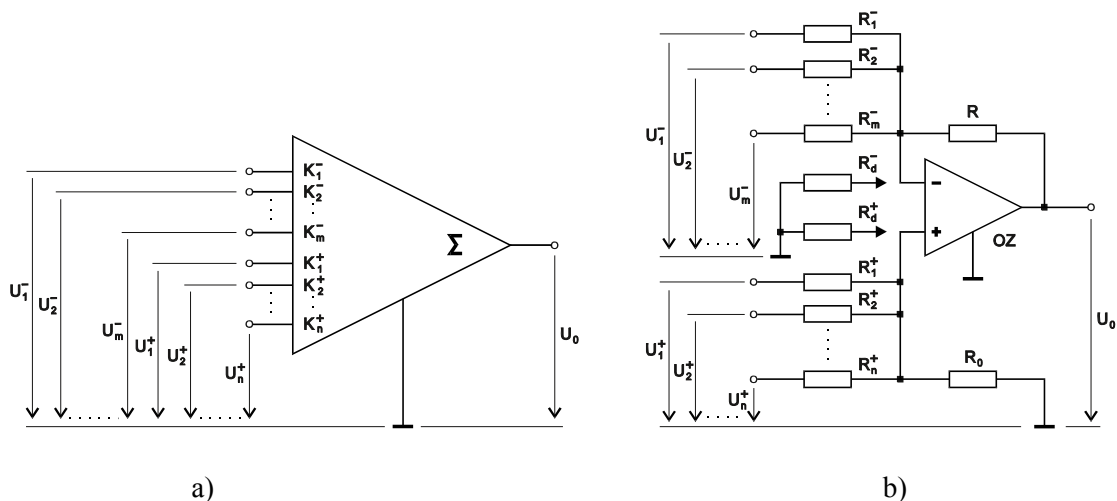
$$K_j^+ = \frac{R_0}{R_j^+} , \quad j = 1, 2, \dots, n . \quad (7)$$

Je-li splněna podmínka

$$\frac{R}{R_d^-} + \sum_{i=1}^m \frac{R}{R_i^-} = \frac{R_0}{R_d^+} + \sum_{j=1}^n \frac{R_0}{R_j^+} , \quad (8)$$

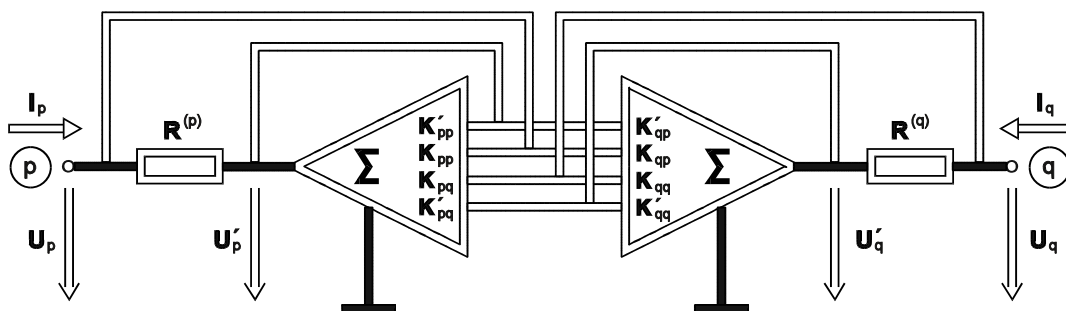
platí pro výstupní napětí vztah

$$U_0 = \sum_{j=1}^n \frac{R_0}{R_j^+} \cdot U_j^+ - \sum_{i=1}^m \frac{R}{R_i^-} \cdot U_i^- . \quad (9)$$



Obr. 3. a) Obecné schéma sumačního zesilovače, b) jeho realizace pomocí operačního zesilovače

Libovolný rezistivní n -bran s p vstupními a q výstupními bránami, popsáný libovolnou obvodovou maticí, lze realizovat obvodem obsahujícím pouze sumační zesilovače a rezistory, jehož obecné symbolické schéma je nakresleno na obr. 4.



Obr. 4. Obecné symbolické schéma rezistivního n -branu se sumačními zesilovači

Jednotlivé prvky schématu, kreslené s dvojitými obrysy, představují vždy celou sadu obvodových prvků. Na obr. 4 je to p a q rezistorů resp. sumačních zesilovačů, z nichž každý může být realizován operačním zesilovačem v zapojení podle obr. 3b. Plně vytažené čáry označují obvody kudy tekou vstupní a výstupní proudy n -branu, dvojitě čáry označují vodiče, kterými neprotéká proud. Matice vstupních a výstupních proudů a napětí mají tvar

$$\mathbf{I}_p = [I_1, \dots, I_p]^T, \quad (10)$$

$$\mathbf{I}_q = [I_{p+1}, \dots, I_{p+q}]^T, \quad (11)$$

$$\mathbf{U}_p = [U_1, \dots, U_p]^T, \quad (12)$$

$$\mathbf{U}_q = [U_{p+1}, \dots, U_{p+q}]^T, \quad (13)$$

přičemž platí

$$p + q = n. \quad (14)$$

Matice rezistorů mají tvar

$$\mathbf{R}^{(p)} = \mathbf{G}^{(p)-1} = \text{diag} [R_1, \dots, R_p], \quad (15)$$

$$\mathbf{R}^{(q)} = \mathbf{G}^{(q)^{-1}} = \text{diag} [R_{p+1}, \dots, R_{p+q}] . \quad (16)$$

Hodnoty odporů jednotlivých rezistorů lze volit vcelku libovolně (mohou být například všechny stejné), musí však splňovat podmínky

$$R_k < R_j^- , \quad R_k < R_j^+ . \quad (17a,b)$$

kde $k=1, 2, \dots, n$ a R_j^- , R_j^+ jsou dány vztahy (6) a (7). Pro výstupní napětí sumačních zesilovačů platí

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}'_p \\ \mathbf{U}'_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pq} \\ \mathbf{K}_{qp} & \mathbf{K}_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{pp} & \mathbf{K}'_{pq} \\ \mathbf{K}'_{qp} & \mathbf{K}'_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_p \\ \mathbf{U}'_q \end{bmatrix} \quad (18)$$

nebo zkráceně

$$\mathbf{U}'_n = \left[\mathbf{K} \mid \mathbf{K}' \right] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n \\ \mathbf{U}'_n \end{bmatrix} . \quad (19)$$

Abychom mohli k dané obvodové matici sestavit ekvivalentní n -bran, nakreslený na obr. 4, je třeba určit matici napěťových přenosů

$$\left[\mathbf{K} \mid \mathbf{K}' \right] = \left[\begin{array}{cc|cc} \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{K}_{pq} & \mathbf{K}'_{pp} & \mathbf{K}'_{pq} \\ \mathbf{K}_{qp} & \mathbf{K}_{qq} & \mathbf{K}'_{qp} & \mathbf{K}'_{qq} \end{array} \right] . \quad (20)$$

Její tvar a velikost jednotlivých prvků závisí na typu výchozí obvodové matice. Výsledné obvodové modely sestavené pomocí hybridní, vodivostní, odporové, případně kaskádní matice n -branu obsahují každý n sumačních zesilovačů a n rezistorů. Poněvadž však výchozí matice napěťových přenosů jsou pro jednotlivé obvodové modely různé, liší se jednotlivá zapojení celkovým počtem vstupů všech sumačních zesilovačů. Nejmenší počet vstupů sumačních zesilovačů, a tím i nejjednodušší zapojení, má obvodový model sestavený z vodivostní matice. Následuje model sestavený z hybridní matice, u něhož platí $q > p$, dále model sestavený z kaskádní matice, model z hybridní matice $q < p$ a konečně největší počet vstupů, a tím i nejsložitější zapojení, má model sestavený z odporové matice.

4 MODELOVÁNÍ PČL NESETRVAČNÝCH SOUSTAV

4.1 EXPLICITNÍ MODEL Y PČL SOUSTAV

Explicitní popis PČL obvodů umožňuje pouze syntézu obvodů popsaných jednoznačnými charakteristikami bez skokových nespojitostí. Implicitní popis tato omezení nemá, a je tedy z tohoto pohledu pro syntézu obvodů výhodnější.

Při explicitním popisu PČL obvodů je možné použít dva způsoby vyjádření příslušné PČL funkce. V prvním případě je PČL funkce po částech lineární v řezech, ve druhém případě se používá globální vyjádření PČL funkce. *Vyjádření PČL funkce po částech lineární v řezech* je výhodné z hlediska snadného stanovení výsledných koeficientů, ale pro funkce více proměnných má některé nevýhody. Ve výsledném tvaru se kromě lineárních kombinací vstupních veličin a absolutních hodnot objevují i jejich součinnové členy, které nelze realizovat lineárním transformačním blokem. *Globální vyjádření PČL funkce* obsahuje ve výsledném tvaru pouze lineární kombinace vstupních proměnných a absolutní hodnoty, koeficienty jsou však vyjádřeny složitějším způsobem. Přesto je tento způsob vyjádření užívanější.

Obecné globální vyjádření spojitě jednoznačné p rozměrné PČL funkce má tvar

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) = b + \mathbf{B}\mathbf{x} + \sum_{i=1}^n c^{(i)} \left| \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \mathbf{x} - \beta^{(i)} \right| , \quad (21)$$

kde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_p]^T$ je matice p nezávisle proměnných. Matice koeficientů $\mathbf{B} = [B_1, B_2, \dots, B_p]$, $\boldsymbol{\alpha}^{(i)} = [\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_p^{(i)}]$ a konstanty $b, c^{(i)}, \beta^{(i)}$, kde $i = 1, 2, \dots, n$ jsou pro danou funkci konkrétní čísla. Číslo n určuje počet částí, ze kterých se PČL funkce skládá.

4.1.1 Modely dvojbranů

Pro popis přenosových funkcí PČL dvojbranů je třeba použít dvě dvojrozměrné PČL funkce, které mají v obecném případě tvar

$$y_1 = b_1 + B_{11}x_1 + B_{12}x_2 + \sum_{k=1}^{n_1} c_1^{(k)} \left| \alpha_{11}^{(k)} x_1 + \alpha_{12}^{(k)} x_2 - \beta_1^{(k)} \right|, \quad (22)$$

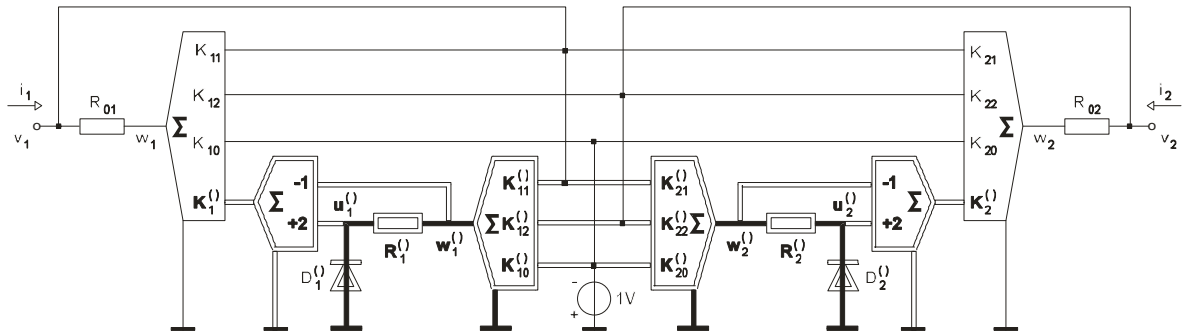
$$y_2 = b_2 + B_{21}x_1 + B_{22}x_2 + \sum_{m=1}^{n_2} c_2^{(m)} \left| \alpha_{21}^{(m)} x_1 + \alpha_{22}^{(m)} x_2 - \beta_2^{(m)} \right|. \quad (23)$$

Obecné proměnné y_1, y_2, x_1, x_2 představují při konkrétním popisu dvojbranu příslušné proudy a napětí jednotlivých bran i_1, i_2, v_1, v_2 . Rovnice (22) a (23) lze tedy pro konkrétní případ volby jednotlivých veličin přepsat, a tím získat popis PČL dvojbranu v admitančním, impedančním, hybridním, kaskádním nebo rozptylovém tvaru. Například pro admitanční model lze po dosažení $y_1 = i_1, y_2 = i_2, x_1 = v_1$ a $x_2 = v_2$ do rovnic (22) a (23) psát

$$i_1 = b_1 + B_{11}v_1 + B_{12}v_2 + \sum_{k=1}^{n_1} c_1^{(k)} \left| \alpha_{11}^{(k)} v_1 + \alpha_{12}^{(k)} v_2 - \beta_1^{(k)} \right|, \quad (24)$$

$$i_2 = b_2 + B_{21}v_1 + B_{22}v_2 + \sum_{m=1}^{n_2} c_2^{(m)} \left| \alpha_{21}^{(m)} v_1 + \alpha_{22}^{(m)} v_2 - \beta_2^{(m)} \right|. \quad (25)$$

Podle kapitoly 3.2, lze z těchto rovnic sestavit admitanční model nakreslený na obr. 5.



Obr. 5. Symbolický tvar admitančního modelu obecného PČL dvojbranu

4.1.2 Modely mnohobranů

Pro popis PČL mnohobranu s p branami je třeba celkem p rovnic (21), u nichž jsou závislé a nezávislé proměnné párové veličiny. Obecný popis PČL p -branu má tedy tvar

$$y_1 = b_1 + B_{11}x_1 + B_{12}x_2 + \dots + B_{1p}x_p + \sum_{k=1}^{n_1} c_1^{(k)} \left| \alpha_{11}^{(k)} x_1 + \alpha_{12}^{(k)} x_2 + \dots + \alpha_{1p}^{(k)} x_p - \beta_1^{(k)} \right|, \quad (26)$$

$$y_2 = b_2 + B_{21}x_1 + B_{22}x_2 + \dots + B_{2p}x_p + \sum_{m=1}^{n_2} c_2^{(m)} \left| \alpha_{21}^{(m)} x_1 + \alpha_{22}^{(m)} x_2 + \dots + \alpha_{2p}^{(m)} x_p - \beta_2^{(m)} \right|, \quad (27)$$

$$\dots$$

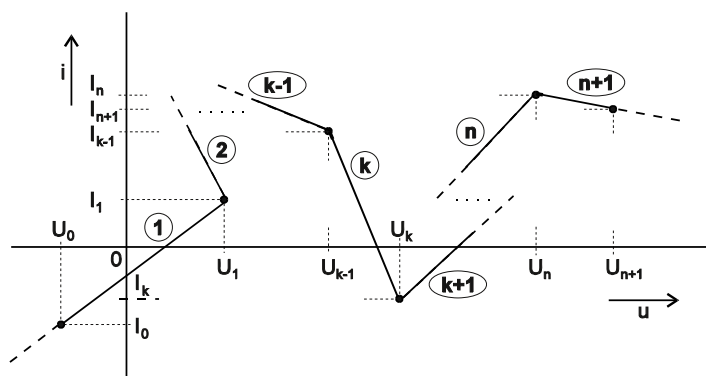
$$y_p = b_p + B_{p1}x_1 + B_{p2}x_2 + \dots + B_{pp}x_p + \sum_{r=1}^{n_p} c_p^{(r)} \left| \alpha_{p1}^{(r)} x_1 + \alpha_{p2}^{(r)} x_2 + \dots + \alpha_{pp}^{(r)} x_p - \beta_p^{(r)} \right|, \quad (28)$$

kde x_1, y_1 resp. $x_2, y_2 \dots$ až x_p, y_p jsou párové veličiny reprezentující napětí a proud příslušné brány. Při známém konkrétním popisu p - branu lze podobně jako u dvojbranu sestavit jeho admitanční, impedanční, hybridní, kaskádní a rozptylový model. Hybridní model bude mít p_1 vstupních a p_2 výstupních bran, přičemž platí $p_1 + p_2 = p$. Pro kaskádní model musí být p sudé číslo, tj. počet vstupních a výstupních bran musí být stejný.

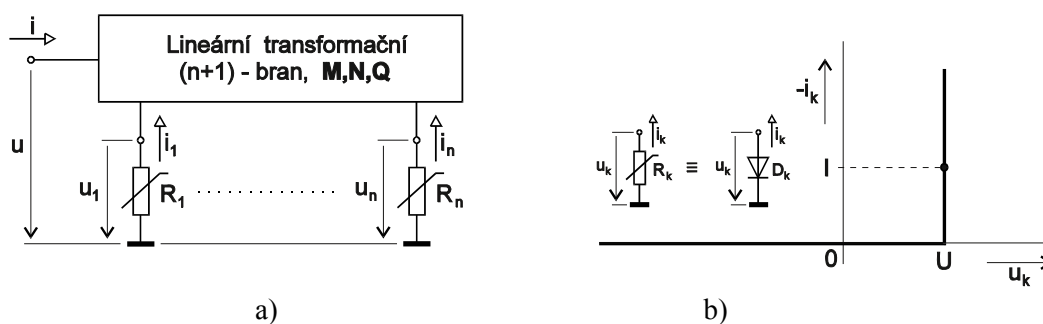
4.2 IMPLICITNÍ MODELY PČL SOUSTAV

4.2.1 Model dvojpólu

Obecný tvar výsledné charakteristiky $i(u)$ nebo $u(i)$ PČL dvojpólu je nakreslený na obr. 6. Jednotlivé body zlomu jsou dány svými souřadnicemi $U_k, I_k, k = (1, 2, \dots, n)$. Pro určení polohy prvního a posledního úseku charakteristiky jsou dány ještě souřadnice jejich libovolných bodů U_0, I_0 a U_{n+1}, I_{n+1} .



Obr. 6. Obecný tvar A-V charakteristiky PČL dvojpólu

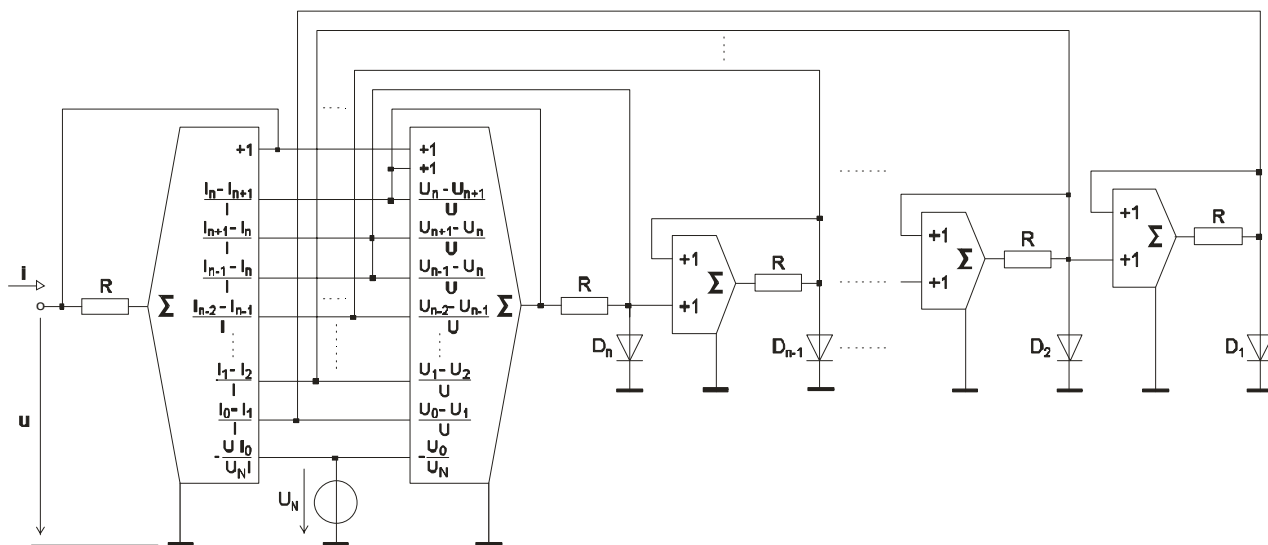


Obr. 7. a) Zjednodušený obvodový model PČL dvojpólu,
b) A-V charakteristika idealizované napěťové referenční diody

Obvodový model pro realizaci této PČL funkce obsahuje lineární transformační $(n + 1)$ -bran zatížený n nelineárními rezistory, jak je nakresleno na obr. 7a. Nelineární rezistory jsou uvažovány jako napěťové referenční diody se základní charakteristikou podle obr. 7b.

Důležitým předpokladem pro sestavení modelu je vzájemná souvislost bodů zlomu výsledné charakteristiky s jednotlivými body zlomu charakteristik dílčích referenčních diod, které jsou postupně spínány od D_1 až po D_n . Dále je třeba zajistit, aby proudy všech již dříve sepnutých

zatěžovacích diod měly konstantní hodnotu $(-I)$ a v průběhu jednoho úseku výsledné charakteristiky se měnil proud pouze u poslední sepnuté diody a napětí pouze u diody následující, a to od nuly v počátečním bodě úseku až po hodnoty $(-I)$ resp. U v koncovém bodě úseku.



Obr. 8. Obvodový model PČL dvojpólu se sumačními zesilovači

Pro obvodový model je vhodná struktura se sumačními zesilovači a jeho syntézu lze provést přímo z matic \mathbf{M} , \mathbf{N} , \mathbf{Q} . Celkové schéma obvodového modelu se sumačními zesilovači je nakresleno na obr. 8. Proudové a napěťové souřadnice jednotlivých bodů zlomu výsledné charakteristiky lze zcela nezávisle nastavit pomocí přenosů dvou hlavních sumačních zesilovačů. Kaskádní spojení zbývajících $n-1$ jednoduchých sumátorů zajišťuje postupné spínání zatěžovacích diod. Pro nastavení nenulových souřadnic U_0 , I_0 slouží nezávislý zdroj napětí U_N . Uvedený postup umožňuje modelovat zcela libovolnou A-V charakteristiku dvojpólu, jejíž tvar je omezen pouze stabilitou celé soustavy. Obecnost výsledků je zaručena implicitním tvarem popisu obou dílčích bloků soustavy (transformačního i zatěžovacího) i výsledné po částech lineární charakteristiky.

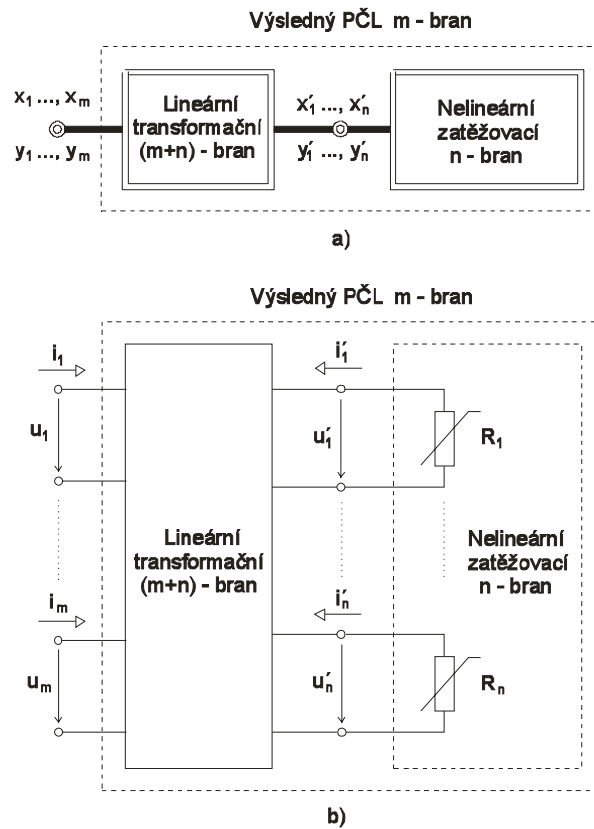
Kromě tohoto základního modelu je možné vytvořit i modifikované modely dvojpólů umožňující modelovat i netradiční tvary charakteristik (např. i uzavřené). Zjednodušení matematického modelu a následně i obvodového modelu se sumačními zesilovači je možné dosáhnout použitím ideálních diod, jejichž pravoúhlá A-V charakteristika má bod zlomu v počátku souřadnic. Tato modifikace umožňuje nejen nastavit libovolný tvar výsledné A-V charakteristiky PČL dvojpólu, ale i zcela nezávisle rozhodnout o existenci jednotlivých bodů zlomu, což určuje typ charakteristiky.

4.2.2 Modely mnohobranů

Výsledky a postupy platné pro dvojpól lze zobecnit pro několik proměnných, tj. pro libovolnou vícedimenzionální charakteristiku PČL mnohobranu. Výsledná soustava představující PČL m -bran je tvořena lineárním transformačním $(m+n)$ -branem zatíženým na n branách nelineárním n -branem, jak je znázorněno na obr. 9.

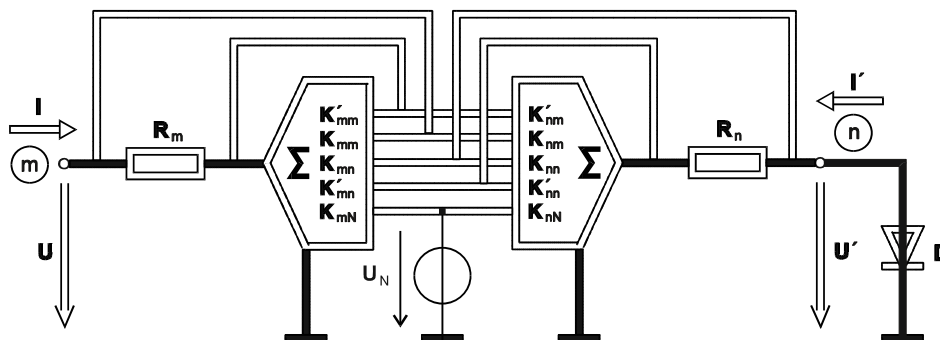
Pro obecný popis soustavy je použito párových proměnných označených $x_1, y_1; x_2, y_2; \dots; x_m, y_m; x'_1, y'_1; x'_2, y'_2; \dots; x'_n, y'_n$. V blokovém schématu jsou již uvažovány konkrétní napětí a proudy, tj. $u_1, i_1; u_2, i_2; \dots; u_m, i_m; u'_1, i'_1; u'_2, i'_2; \dots; u'_n, i'_n$. Nelineární

zatěžovací n - bran je uvažován, podobně jako u předchozích modelů, jako sada nelineárních rezistorů s pravouhlým tvarem charakteristiky, realizovaných buď jako ideální diody nebo obecné referenční diody. Výsledná PČL m - dimenzionální charakteristika obsahuje n bodů zlomu, jejichž poloha je dána souřadnicemi obecných proměnných x_1, x_2, \dots, x_m .



Obr. 9. Soustava představující PČL m - bran:
a) obecné symbolické schéma, b) blokové schéma

Aktivní transformační $(m + n)$ -bran lze popsat v implicitním maticovém tvaru $\tilde{\mathbf{M}} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{N}} \tilde{\mathbf{y}} + \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{0}$, ze kterého je možné odvodit obvodový model se sumačními zesilovači, jehož symbolické schéma je nakresleno na obr. 10. Také v tomto případě má odpovídající obvodový model tu základní vlastnost, že přenosy sumačních zesilovačů u m vnějších bran jsou úměrné souřadnicím jednotlivých bodů zlomu, resp. jejich rozdílů, takže jejich poloha je možné zcela nezávisle nastavit.



Obr. 10. Symbolické schéma obvodového modelu PČL mnohobranu

4.2.3 Rozložený stavový model

Nevýhodou dosud uvedených modelů bylo obtížné určování jednotlivých parametrů pro dané PČL zobrazení, což bylo také hlavním důvodem hledání dalších modifikovaných tvarů stavového modelu. Ze všech zkoumaných možností byl nalezen a vybrán tzv. rozložený parametrický tvar stavového modelu PČL systému, vyjádřený následujícími maticovými rovnicemi

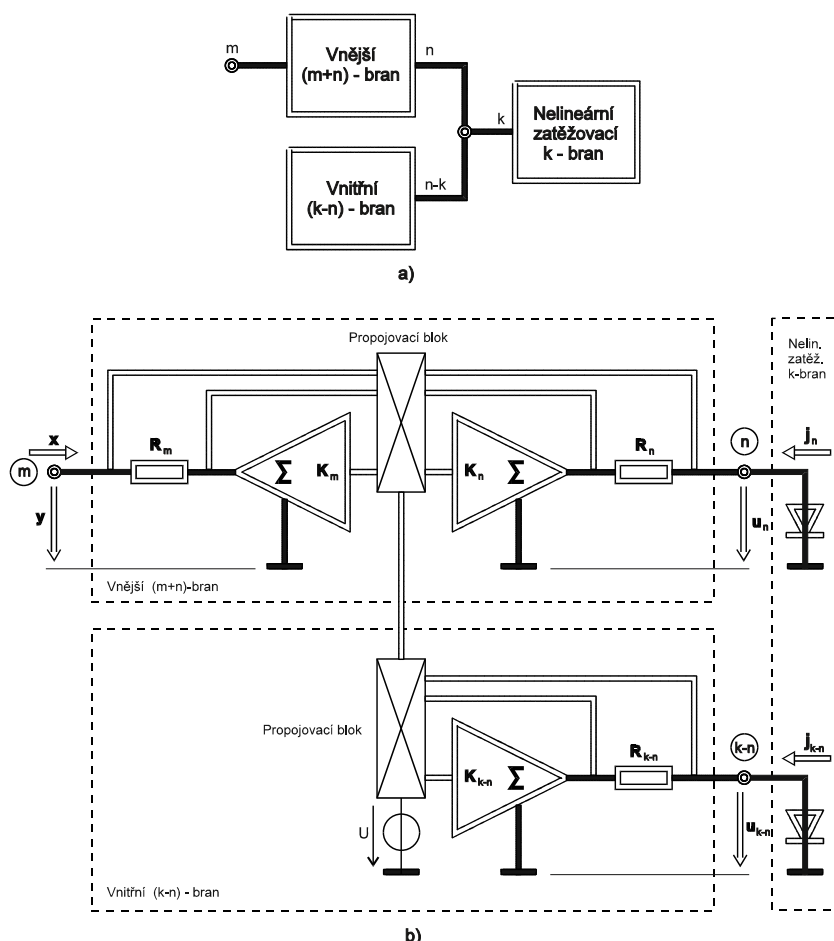
$$\mathbf{y} = \mathbf{A}'\mathbf{u} + \mathbf{B}'\mathbf{j} + \mathbf{f}' , \quad (29)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{C}'\mathbf{u} + \mathbf{D}'\mathbf{j} + \mathbf{g}' , \quad (30)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{M}\mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{j} + \mathbf{q} , \quad (31)$$

přičemž opět platí podmínka lineární komplementarity $\mathbf{u}^T\mathbf{j} = 0$, pro $\mathbf{u} \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{j} \geq \mathbf{0}$. Symbolické i blokové schéma rozloženého implicitního stavového modelu je nakresleno na obr. 11.

Hlavní rozdíl mezi základním a rozloženým tvarem spočívá ve volbě závisle a nezávisle proměnných. Zatímco u základního tvaru je počet závisle proměnných (\mathbf{y}, \mathbf{j}) a nezávisle proměnných (\mathbf{x}, \mathbf{u}) stejný (neboť dvojice \mathbf{x}, \mathbf{y} a \mathbf{u}, \mathbf{j} považujeme za párové veličiny), u rozloženého tvaru je různý, neboť vnější proměnné (\mathbf{y}, \mathbf{x}) jsou uvažovány jako závislé a vnitřní (\mathbf{u}, \mathbf{j}) jako nezávislé.



Obr. 11. Rozložený implicitní stavový model: a) symbolické schéma, b) blokové schéma

Největší výhodou rozloženého stavového modelu je možnost hledat odděleně parametry určující existenci jednotlivých bodů PČL zobrazení a parametry určující jejich souřadnice. Model

může být použit pro stejnosměrnou analýzu obvodů s ideálními diodami, pro dynamickou analýzu nelineárních soustav s nekonvenčním PČL zobrazením i jako prototyp pro přímou syntézu PČL soustav pomocí ideálních diod a sumačních zesilovačů.

5 MODELOVÁNÍ PČL SETRVAČNÝCH SOUSTAV

Zatímco obvodové modely PČL nesetřvačných soustav jsou používány především k modelování jejich PČL charakteristik netradičních nových tvarů, modely PČL setřvačných neboli dynamických soustav využívají PČL obvody zapojené ve zpětné vazbě soustavy, která může být jednoduchá nebo vícenásobná. Naskytá se tak možnost dosáhnout u těchto soustav nových netradičních vlastností a chování, jako např. různých typů chaosů, bifurkací atd.

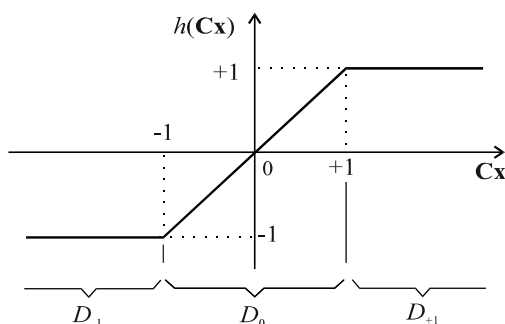
5.1 OBECNÝ STAVOVÝ POPIS DYNAMICKÝCH SOUSTAV

Z lineární neautonomní soustavy je možné vytvořit odpovídající PČL autonomní soustavu tak, že ji doplníme zpětnovazebním blokem s přenosovou charakteristikou vyjádřenou jednoznačnou symetrickou PČL funkcí ve tvaru

$$v = h(\mathbf{C}\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(|\mathbf{C}\mathbf{x} + 1| - |\mathbf{C}\mathbf{x} - 1|) . \quad (32)$$

Její elementární tvar je nakreslen na obr. 12. Charakteristika rozděluje prostor \mathfrak{R}^n dvěma paralelními rovinami $U_{+1}: \mathbf{C}\mathbf{x} = +1$, $U_{-1}: \mathbf{C}\mathbf{x} = -1$ na jednu vnitřní oblast $D_0: (-1 \leq \mathbf{C}\mathbf{x} \leq +1)$ a dvě vnější oblasti $D_{+1}: (\mathbf{C}\mathbf{x} \geq +1)$, $D_{-1}: (\mathbf{C}\mathbf{x} \leq -1)$. Dynamické vlastnosti takové soustavy jsou popsány modifikovanou maticovou rovnicí

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}h(\mathbf{C}\mathbf{x}) . \quad (33)$$



Obr. 12. Jednoznačná symetrická PČL funkce

Příkladem uvažované PČL autonomní soustavy třetího řádu může být soustava nakreslená na obr. 13 (první elementární kanonický tvar).

5.2 ELEMENTÁRNÍ KANONICKÉ STAVOVÉ MODELY

5.2.1 Obecné podmínky lineární topologické konjugace

Dva různé PČL dynamické systémy, jejichž množiny vlastních hodnot příslušných matic pro vnitřní i vnější oblast jsou identické, lze z hlediska jejich dynamického chování považovat za kvalitativně ekvivalentní a jejich vzájemná relace může být vyjádřena pomocí vztahů lineární topologické konjugace.

Uvažujme dva autonomní PČL dynamické systémy patřící do třídy C , každý popsáný maticovou rovnicí v obecném tvaru $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}h(\mathbf{w}^T\mathbf{x})$. Při popisu prvního systému je použito označení matic \mathbf{x} , \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{w} , pro druhý systém $\tilde{\mathbf{x}}$, $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, $\tilde{\mathbf{w}}$. Jestliže kořeny charakteristických polynomů pro vnitřní i vnější oblast jsou u obou systémů stejné, je možné vyjádřit vzájemný vztah těchto systémů základními podmínkami lineární topologické konjugace v implicitním tvaru

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}}, \quad (34)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{A}\mathbf{K}^{-1} = \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{K}}^{-1}, \quad (35)$$

$$\mathbf{K}\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{b}}. \quad (36)$$

Dílicí transformační matice \mathbf{K} a $\tilde{\mathbf{K}}$ jsou definovány obecnými vztahy

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T \\ \mathbf{w}^T\mathbf{A} \\ \mathbf{w}^T\mathbf{A}^2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}^T \\ \tilde{\mathbf{w}}^T\tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\mathbf{w}}^T\tilde{\mathbf{A}}^2 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Nejjednodušší dynamické systémy, které mohou vykazovat požadované chaotické chování, jsou autonomní PČL systémy třetího řádu.

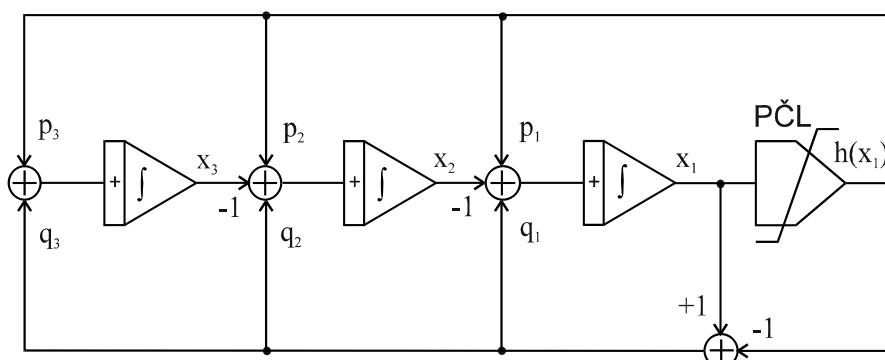
5.2.2 První kanonický tvar

Autonomní systém třetího řádu skládající se ze tří neinvertujících integrátorů, čtyř sumátorů a PČL bloku, jak je nakreslen na obr. 13. Tato struktura vznikla z prvního kanonického stavového modelu neautonomního lineárního systému třetího řádu doplněného o jednoduchý PČL blok zapojený ve zpětné vazbě. Stavové rovnice tohoto modelu mají tvar

$$\frac{dx_1}{dt} = q_1x_1 - x_2 + (p_1 - q_1)h(x_1), \quad (38a)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = q_2x_1 - x_3 + (p_2 - q_2)h(x_1), \quad (38b)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = q_3x_1 + (p_3 - q_3)h(x_1). \quad (38c)$$

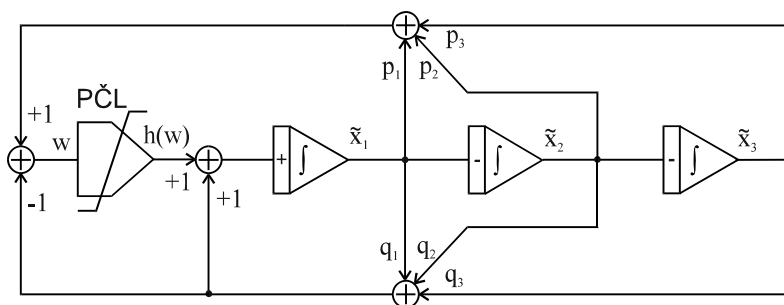


Obr. 13. První kanonický tvar elementárního stavového modelu autonomního PČL dynamického systému třetího řádu (tzv. Analog Computer Structure)

5.2.3 Druhý kanonický tvar

Uvažujme dynamický systém, v jistém smyslu komplementární s prvním kanonickým tvarem, obsahující i stejný počet obvodových prvků, pouze s tím rozdílem, že dva integrátory jsou invertující. Jeho blokové schéma je nakresleno na obr. 14 a představuje druhý kanonický tvar elementárního stavového modelu autonomního PČL systému třetího řádu nazývaný též Follow the Leader Feedback Network. Obsahuje opět zpětnou vazbu realizovanou PČL blokem, jehož přenosová funkce má opět tvar znázorněný na obr. 12.

Pro popis druhého kanonického tvaru stavového modelu jsou všechny použité veličiny i matice označeny vlnovkou, aby byly zřetelné podmínky lineární topologické konjugace obou tvarů elementárních kanonických stavových modelů.



Obr. 14. Druhý kanonický tvar elementárního stavového modelu autonomního PČL dynamického systému třetího řádu

Stavové rovnice tohoto modelu mají tvar

$$\frac{d\tilde{x}_1}{dt} = q_1\tilde{x}_1 + q_2\tilde{x}_2 + q_3\tilde{x}_3 + h(w) \quad , \quad (39a)$$

$$\frac{d\tilde{x}_2}{dt} = -\tilde{x}_1 \quad , \quad (39b)$$

$$\frac{d\tilde{x}_3}{dt} = -\tilde{x}_2 \quad , \quad (39c)$$

kde

$$w = (p_1 - q_1)\tilde{x}_1 + (p_2 - q_2)\tilde{x}_2 + (p_3 - q_3)\tilde{x}_3 \quad . \quad (40)$$

Ze stavových rovnic popisujících první i druhý kanonický tvar lze odvodit další modifikované modely s odlišnou obvodovou strukturou.

5.3 MODIFIKOVANÉ KANONICKÉ STAVOVÉ MODELÝ

Užitím vztahů pro lineární topologickou konjugaci je možné odvodit nové stavové modely. K jejich odvození bylo použito vztahů (34) až (37) a pro srovnání byl zvolen první elementární kanonický tvar, jako nejjednodušší referenční systém.

Pro jednoduchost a názornost matematického popisu i výsledných obvodových modelů jsou uvažovány autonomní PČL systémy třetího řádu.

5.3.1 Modely s blokově diagonální stavovou maticí

Stavová matice těchto modelů obsahuje dvě různé nenulové submatice a má obecný tvar

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc|c} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & 0 \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{a}_{33} \end{array} \right]. \quad (41)$$

Lze odvodit, že mezi prvky submatice ze vztahu (41) a kořeny charakteristického polynomu platí

$$\mathbf{a}_{11} + \mathbf{a}_{22} = v_1 + v_2, \quad (42a)$$

$$\mathbf{a}_{11}\mathbf{a}_{22} - \mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{21} = v_1v_2. \quad (42b)$$

Ve dvou rovnicích (42) jsou celkem čtyři neznámé prvky $\mathbf{a}_{11}, \mathbf{a}_{12}, \mathbf{a}_{21}, \mathbf{a}_{22}$ submatice druhého stupně, z nichž dva můžeme vhodným způsobem zvolit a zbylé dva potom vypočítat. Podle volby jednotlivých prvků dostáváme po výpočtech a úpravách i různé struktury obvodových modelů.

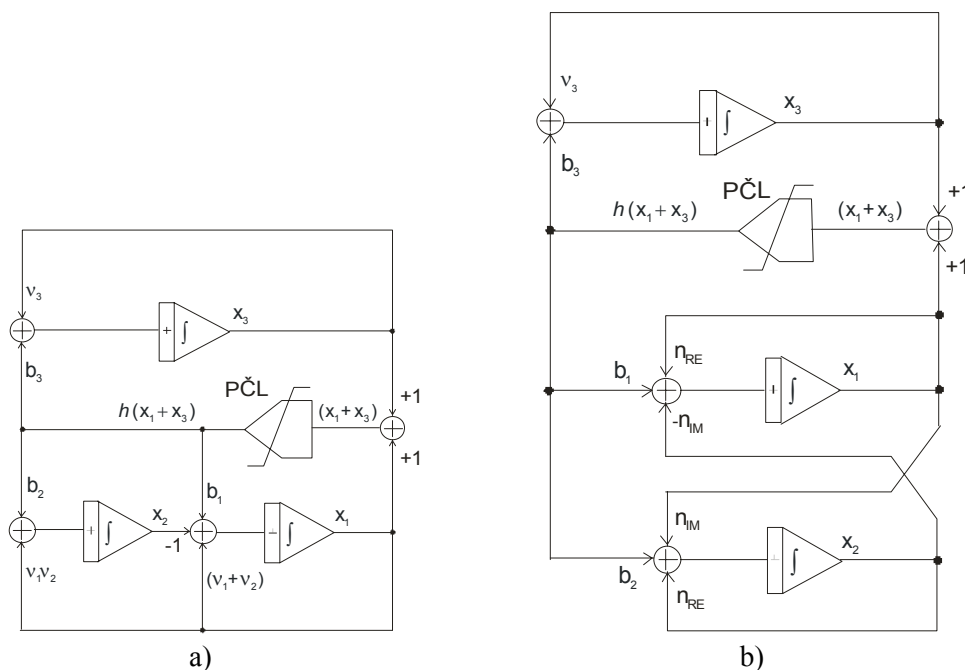
Pro případ „submatice s minimem nenulových prvků“, kdy zvolíme $\mathbf{a}_{12} = -1$ a $\mathbf{a}_{22} = 0$, bude mít výsledná stavová matice tvar

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc|c} v_1 + v_2 & -1 & 0 \\ v_1v_2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & v_3 \end{array} \right]. \quad (43)$$

V případě „submatice se všemi nenulovými prvky“, kdy předpokládáme, že dva kořeny charakteristického polynomu $Q(s)$ jsou komplexně sdružené, lze pro stavovou rovnici psát

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc|c} v_{RE} & -v_{IM} & 0 \\ v_{IM} & v_{RE} & 0 \\ \hline 0 & 0 & v_3 \end{array} \right]. \quad (44)$$

Obvodové modely pro oba uvedené případy jsou nakresleny na obr. 15.



Obr. 15. Obvodový model systému třetího řádu s blokově diagonální stavovou maticí obsahující submatice: a) s minimem nenulových prvků, b) se všemi nenulovými prvky

5.3.2 Modely s blokově trojúhelníkovou stavovou maticí

Tyto modely jsou považovány za modifikaci modelů s blokově diagonální maticí. Rozšíříme-li, blokově diagonální matici o prvky a_{13}, a_{23} , dostáváme blokově horní trojúhelníkovou matici ve tvaru

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \hline 0 & 0 & a_{33} \end{array} \right], \quad (45)$$

která je výchozím bodem pro stanovení dalších nových modelů.

5.3.3 Modely s několika zpětnými vazbami

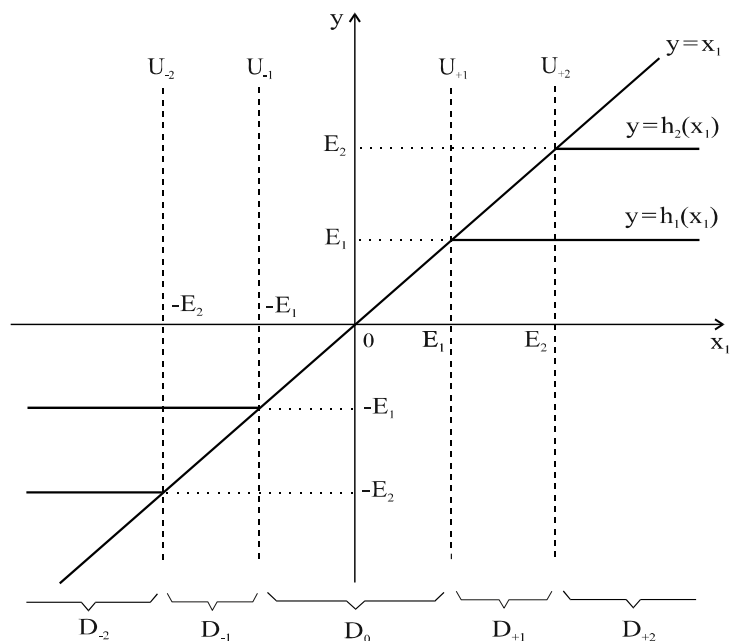
Elementární kanonické stavové modely PČL dynamických systémů třetího řádu mohou být dále zobecněny pro libovolnou zpětnovazební PČL funkci, která však musí být spojitá a lichá, tj. souměrná vůči počátku souřadnic. Taková obecná PČL funkce rozděluje prostor \mathfrak{R}^3 několika páry paralelních rovin na několik symetrických oblastí, ve kterých lze určit příslušné charakteristické polynomy. Obecná stavová rovnice bude v tomto případě rozšířena do tvaru

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{b}_i h_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}), \quad (46)$$

kde $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$, $\mathbf{b}_i \in \mathfrak{R}^3$, $\mathbf{w} \in \mathfrak{R}^3$. Zpětnovazební PČL funkci lze vyjádřit ve tvaru

$$h_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left(\left| \mathbf{w}^T \mathbf{x} + E_i \right| - \left| \mathbf{w}^T \mathbf{x} - E_i \right| \right), \quad (47)$$

kde $i = 1, 2, \dots, k-1$. Pro zvláštní případ, kdy $\mathbf{w}^T \mathbf{x} = x_1$, tj. pro první kanonický tvar elementárního stavového modelu, jsou jednotlivé oblasti znázorněny na obr. 16.



Obr. 16. Průběhy dílčích zpětnovazebních PČL funkcí a znázornění jednotlivých oblastí

Po odvození výsledných stavových rovnic lze sestavit obvodový model systému, který bude obsahovat tři ideální integrátory, tři sumátory a dvě zpětné vazby realizované bloky s dílčími PČL funkcemi $h_1(x_1)$ a $h_2(x_1)$.

Jednoduchými matematickými úpravami lze stavové rovnice přepsat do jiných tvarů, a tak získat další nové modifikované obvodové modely.

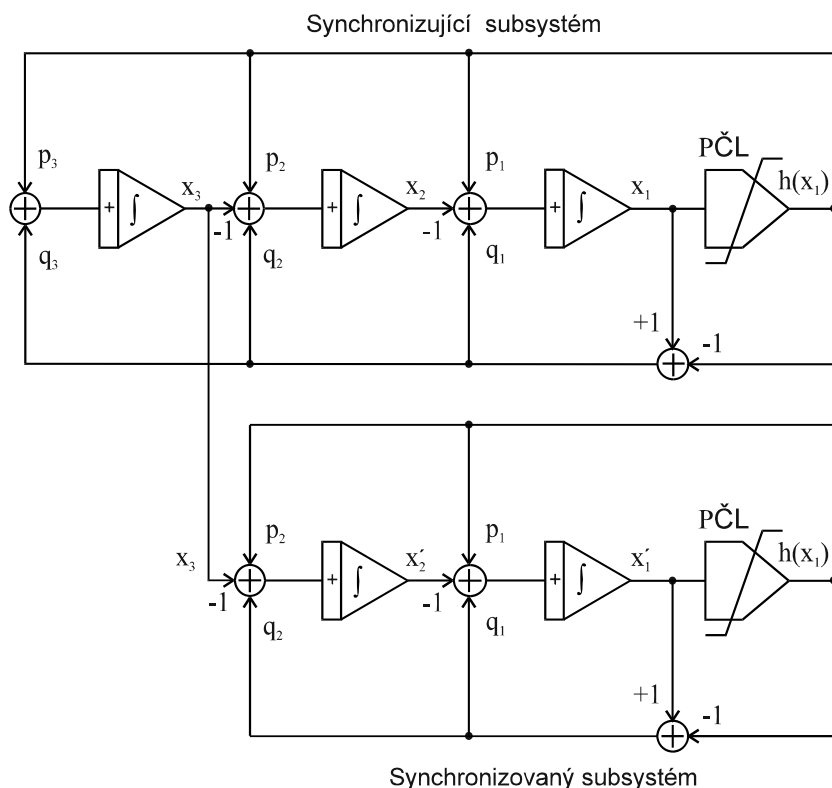
5.3.4 Model se synchronizovaným subsystémem

Modely PČL dynamických soustav lze využít také k sestavení složitějších synchronizovaných systémů využívajících jejich dynamických vlastností (chaotického chování) k maskovanému přenosu signálů. V nejjednodušším případě je takový dynamický systém složený ze dvou subsystémů, a to synchronizujícího (vysílacího) třetího řádu a synchronizovaného (přijímacího) druhého řádu, přičemž synchronizovaný subsystém má identickou konfiguraci jako určitá část synchronizujícího subsystému (např. x_1, x_2 nebo x_1, x_3 nebo x_2, x_3). Nezbytnou podmínkou pro správnou činnost celého systému je stabilita dílčích subsystémů.

Při použití prvního kanonického tvaru elementárního stavového modelu třetího řádu a pro případ subsystému (x_1, x_2) , který jediný je vždy stabilní a tedy i použitelný, je synchronizující subsystém popsán maticemi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} q_1 & -1 & 0 \\ q_2 & 0 & -1 \\ q_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} p_1 - q_1 \\ p_2 - q_2 \\ p_3 - q_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

a odvozený obvodový model má tvar nakreslený na obr. 17.



Obr. 17. Obvodový model se synchronizovaným chaosem využívající první kanonický tvar elementárního stavového modelu třetího řádu (konfigurace x_1, x_2)

6 DALŠÍ VÝVOJ V OBLASTI MODELOVÁNÍ PČL SOUSTAV

Doposud nebyly prozkoumány vlastnosti všech typů stavových modelů uvedených soustav a všechny možnosti jejich optimalizace. Nebyly také ještě plně využity nové implicitní modely po částech lineárních systémů s nekonvenčními tvary charakteristik a možnosti jejich realizace pomocí nových funkčních bloků, případně jejich využití v nejrůznějších aplikacích. Pro všestrannější rozборы těchto soustav nebyla podrobněji rozebrána například geometrická interpretace lineární topologické konjugace. Je třeba také dále pokročit v modelování chaotických a pseudochaotických signálů v časové oblasti (chaos s diskretním časem).

Další vývoj bude proto zřejmě zaměřen na hledání a odvození nových typů modelů nelineárních dynamických soustav, které by bylo možné optimalizovat z hlediska vyšetřování zvláštních jevů v těchto soustavách. U vybraných obvodových modelů (hlediskem bude zřejmě jednoduchost zapojení a tím i snadná realizace) musí být jejich činnost ověřena počítačovou simulací a následně by měly být modely realizovány jako elektronické bloky pracující v napětovém nebo i v proudovém módu. Teprve experimenty s funkčními vzorky jednotlivých modelů naznačí do jaké míry je možné zkoumaný model využít i v praxi, případně zda je nutné model upravit. Teprve po laboratorním praktickém ověření navrženého modelu bude možné provádět analýzu a generování příslušných chaotických signálů.

Dílčí části výše uvedených úkolů se již řeší v rámci grantového projektu GA ČR, jehož vedení jsem převzal po zesnulém prof. Pospíšilovi. Tento projekt navazuje na jiný grantový projekt GA ČR, u kterého jsem byl odpovědným řešitelem. Na řešení projektu se podílejí zaměstnanci Ústavu radioelektroniky, Ústavu mikroelektroniky a Ústavu fyziky. Koncepce tohoto projektu je založena na maximálním zjednodušení popisu zkoumaných nelineárních dynamických soustav, tj. na nalezení různých tvarů stavových modelů a jejich následné optimalizaci. Základním přístupem zůstává rozklad celé soustavy na nelineární zatěžovací blok a lineární transformační blok reprezentující požadované energetické interakce, což je také původním přínosem řešitelů k dané problematice, který byl již dříve publikován na mezinárodním fóru. Teoretické výsledky nových metod modelování jsou ověřovány numerickou simulací na PC převážně pomocí programu MATLAB, v některých případech i P-SPICE, a základními experimenty na laboratorních vzorcích v diskretní i v integrované formě.

7 VLASTNÍ PŘÍNOS K ROZVOJI OBORU

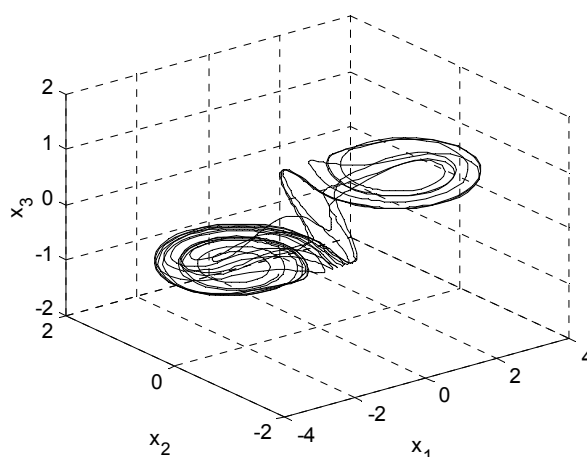
Vlastní přínos k rozvoji oboru Teorie obvodů, jak v oblasti výzkumné tak i pedagogické, uvedu konkrétně v následujících bodech.

Počátkem 80. let minulého století jsem podrobně analyzoval v tehdejší době zcela novou skupinu transformačních bloků nazývaných Afinory druhého druhu. Možnosti jejich matematického popisu a realizace jsem ukázal na příkladech mutátorů 2. řádu, které jsem modeloval pomocí transpozičních čtyřbranů. Tyto mutátory umožňují transformaci připojeného prvku na prvek kvalitativně zcela odlišný, například rezistor na kapacitor, rezistor na induktor, ale také rezistor na dvojný kapacitor, prvek popsany závislostí derivace proudu na integrálu napětí, apod. Tímto postupem lze tedy modelovat nejen známé obvodové prvky, ale i prvky nové, známé pouze teoreticky. Mezi prvními jsem tehdy publikoval možnosti realizace tzv. memristoru (ϕ, q) , který doplňuje základní obvodové prvky rezistor (u, i) , kapacitor (q, u) a induktor (ϕ, i) do ucelené sady prvků popsanych veličinami u, i, q, ϕ . Odborné veřejnosti jsem ve svých publikacích předložil ucelený matematický popis mutátorů 2. řádu a současně i strukturu univerzálního mutátoru, u kterého je možno pouhou záměnou bran a řídicí prvků vytvořit všechny mutátory pro vzájemnou transformaci klasických obvodových prvků. Za nejvyšší ocenění mé práce v této

oblasti považují uvedení mnou dosažených výsledků v doktorské práci prof. Ing. J. Pospíšila, Dr.Sc., který tímto prezentoval jednu z možností využití transpozičních čtyřbranů, které vytvořil.

Za další významný přínos bych označil výsledky, kterých jsem dosáhl při modelování po částech lineárních soustav. Při vytváření nových modelů a jejich optimalizacích je důležitý nejen základní matematický a obvodový model, ale i model modifikovaný, umožňující nejen snadnější pochopení činnosti soustavy, ale i možnosti konkrétní realizace modelu. A právě uvedený metodický postup se mi podařilo aplikovat u několika vybraných modelů až do závěrečného realizačního kroku. Jako jeden z prvních jsem ověřil chování modelu popisující PČL dynamický systém třetího řádu. Celý postup lze stručně uvést v následujícím příkladu.

Ověření dynamických vlastností a chování jednotlivých modelů pomocí počítače se provádí například využitím programů MATLAB a SPICE. Výchozím podkladem pro modelování programem MATLAB je matematický model systému zadaný formou stavových rovnic. Při modelování pomocí programu SPICE je výchozím podkladem obvodový model zadaný ve formě schématu se známými obvodovými prvky resp. bloky. Výsledkem těchto simulací jsou obvykle grafické závislosti mezi jednotlivými stavovými proměnnými.



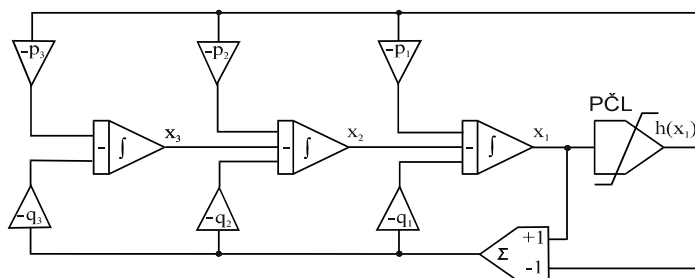
Obr. 18. Vzájemná závislost stavových proměnných prvního kanonického tvaru elementárního stavového modelu třetího řádu definované koeficienty

Při modelování dynamických systémů třetího řádu lze s výhodou využít trojrozměrného zobrazení a znázornit vzájemnou závislost všech tří stavových proměnných v jednom obrázku. Na obr. 18 je uveden příklad závislosti všech tří stavových proměnných prvního kanonického tvaru elementárního stavového modelu třetího řádu. Obrázek byl vytvořen programem MATLAB.

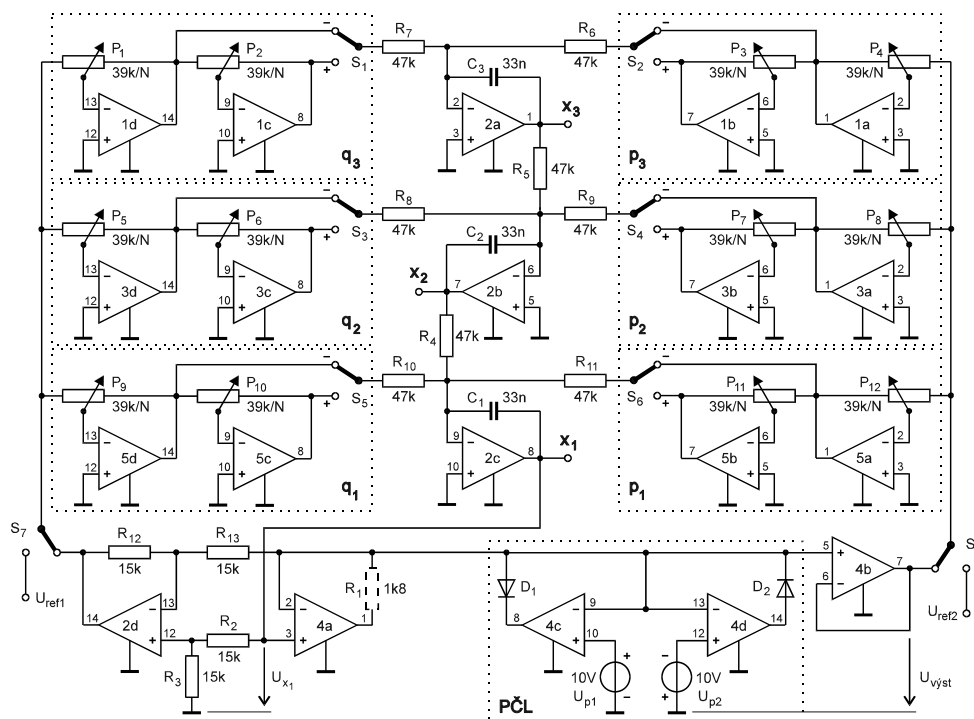
Výchozím bodem pro realizaci modelů PČL dynamických soustav je obvodový model, jehož základními stavebními prvky jsou neinvertující nebo invertující integrátor, sumátor a blok s jednoduchou přenosovou PČL funkcí. Uvedené stavební prvky se však v této podobě dosud běžně nevyrábí, a proto musí být sestaveny z dostupných, běžně vyráběných součástek. Jako nejvhodnější se pro tyto účely jeví použití operačních zesilovačů, s nimiž lze realizovat nejen integrátory, ale s pomocí rezistorové sítě i sumátory s požadovanými přenosovými koeficienty. Obvodový model je proto vhodné překreslit do modifikované podoby, která již lépe naznačuje možnosti realizace jednotlivých stavebních prvků pomocí operačních zesilovačů. Pro uváděný názorný příklad je nejvhodnější první kanonický tvar elementárního stavového modelu třetího řádu, a to pro svoji jednoduchost. Jeho modifikovaný model je nakreslený na obr. 19. Z něj již vyplývá způsob realizace pomocí operačních zesilovačů, obr. 20.

Funkční vzorek umožňuje měřit vzájemné závislosti stavových veličin x_1 , x_2 , x_3 pro různé hodnoty koeficientů p_i , q_i i zkoumat vliv změn tvaru PČL charakteristiky (změnou bodů zlomu)

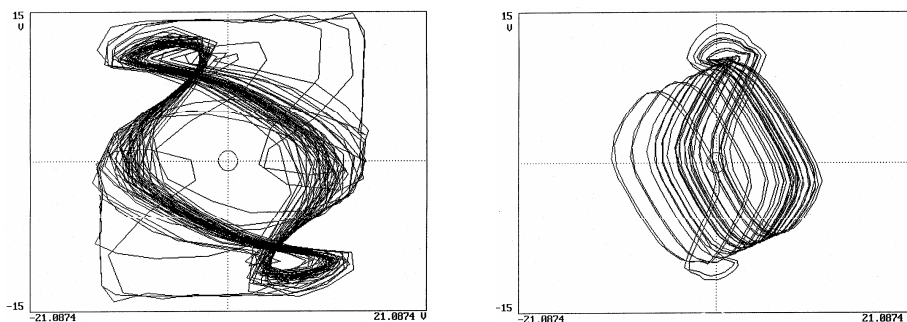
na výsledné dynamické vlastnosti modelu. Zobrazení grafických závislostí je však při použití běžného osciloskopu možné pouze v rovině, tj. lze zobrazovat pouze závislosti mezi libovolnými dvěma stavovými proměnnými. Jako ukázka dosažených výsledků jsou na obr. 21 nakresleny závislosti stavových veličin x_1 , x_3 snímané signálním analyzátelem HP 35665A.



Obr. 19. Modifikovaný obvodový model prvního kanonického tvaru elementárního stavového modelu PČL dynamického systému třetího řádu



Obr. 20. Schéma zapojení funkčního vzorku s analogovým nastavováním koeficientů



Obr. 21. Příklady grafické závislosti stavových veličin x_1 (vodorovná osa) a x_3 (svislá osa) pro různé hodnoty koeficientů p_i , q_i

Kromě uvedeného postupu a ověření modelu na realizovaném funkčním vzorku, byly dalším přínosem publikace popisující digitální nastavování variabilních koeficientů.

Za nejvyšší ocenění dosažených výsledků považuji citaci publikace [26] panem prof. L. Chua, The University of California, Berkeley, který je pokládán za největší vědeckou kapacitu v této oblasti ve světě. Rovněž si velice cením přijetí publikace [22] v nejprestižnějším mezinárodním časopise *International Journal of Chaos Theory and Applications*, zabývajícím se uvedenou problematikou i řady dalších publikací. Souhrnný pohled na problematiku modelů PČL dynamických systémů jsem popsal v článku: HANUS, S. Models of Piece Wise Linear Dynamical Systems, který jsem již odeslal do časopisu IEEE Circuits and Systems.

V neposlední řadě vidím přínos i v pedagogické oblasti, kde v magisterském studijním programu M-EEKR v předmětu Teorie obvodů je zařazena kapitola popisující PČL obvody a způsoby jejich modelování. Studenti magisterského studia jsou seznámeni nejen se základní strukturou těchto obvodů, jejich činnostmi a vlastnostmi, ale jsou informováni i o nejnovějších výsledcích, které jsou v této oblasti dosaženy na našem pracovišti.

Přestože témata doktorských disertačních prací vypsaná z této oblasti teorie obvodů nebyla v posledních letech často vybírána, v současné době se situace pomalu mění a zájem o tato témata mírně vzrůstá. Velice zdařilou disertační práci dokončuje Ing. Jiří Petržela, jehož vedení jsem převzal po zesnulém prof. Pospíšilovi. Zabývá se klasifikací chaosu, jeho modelováním, a to i s využitím PČL obvodů.

8 ZÁVĚR

Modelování různých soustav s využitím PČL matematického popisu je relativně mladou disciplínou v oblasti Teorie obvodů, avšak dosažené výsledky naznačují, že by tato disciplína mohla v blízké budoucnosti proniknout do celé řady technických i netechnických oblastí. Možnosti modelování například chaosu a dalších zvláštních jevů v soustavách popsaných diferenciálními rovnicemi třetího řádu láká již dnes řadu techniků, neboť pracují se soustavami jejichž chování je možné vyjádřit obdobnými matematickými rovnicemi.

Velice zajímavá se jeví dosud neprobádaná oblast modelování PČL soustav vyšších řádů, která by jako zvláštní případ zahrnovala problematiku uvedenou v těchto tezích. Byl bych velice rád, kdyby se této zajímavé problematice věnovalo více výzkumných pracovníků, především z řad mladých doktorandů. Pokud přednáška i obsah těchto tezí alespoň částečně poodhalily zajímavosti a problematiku modelování PČL soustav, splnily svůj účel.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BROWN, R. Generalization of the Chua Equations. *IEEE Transaction Circuits and Systems*, vol. 40, November 1993, p. 878-884.
- [2] BRZOBOHATÝ, J.; POSPÍŠIL, J. Generalized Synthesis of Piecewise Linear Resistive Two-Port. In *Proceedings ECCTD'87*, Paris, 1987, p. 747-752.
- [3] CICHOCKI, A.; OSOWSKI, S. Realization of Resistive n-Port Using Operational Amplifiers. *Electronic Letters*, no. 14, 1978, p. 412-413.
- [4] CORRON, N. J.; HAHS, D. W. A New Approach to Communications Using Chaotic Signals. *IEEE Transaction on CAS, Fundamental Theory and Applications*, vol. 44, no. 5, May 1997.
- [5] HANUS, S. *Syntéza dvojbranových mutátorů prvního a druhého řádu*. Kandidátská disertační práce, FE VUT Brno, 1984.
- [6] HANUS, S. Realization of Third-Order Chaotic Systems Using their Elementary Canonical State Models. In *Proceedings Radioelektronika '97*, Bratislava, p. 44-45.
- [7] HANUS, S. Canonical State Models of Linear and Piecewise-Linear Dynamical Systems. In *Proceedings of the First Electronic Circuits and Systems Conference*, Bratislava, September, 1997, p. 85-87.
- [8] HANUS, S. Realization of Elementary Canonical State Models. In *Proceedings WORKSHOP 97*, Prague. CTU in Prague, TU in Brno, TU in Ostrava, 1997, p. 959-960.
- [9] HANUS, S. Elementary Canonical State Models Using Digital Gains Control. In *Proceedings Radioelektronika '98*, Brno, p. 352 - 354.
- [10] CHUA, L. O. Global Unfolding of Chua's Circuit. *IEICE Transaction Fundamentals*, vol. E76-A, no. 5, May 1993, p. 704-732.
- [11] CHUA, L. O.; KANG, S. M. Section-Wise Piecewise-Linear Functions: Canonical Representation, Properties, and Applications. *IEEE Proceeding*, vol. 65, no. 6, 1977, p. 915-929.
- [12] CHUA, L. O.; LIN, G. N. Canonical Realization of Chua's Circuit Family. *IEEE Transaction on CAS*, vol. 37, 1990, p. 885-902.
- [13] KAHLERT, C.; CHUA, L. O. A Generalized Canonical Piece-Wise-Linear Representation. *IEEE Transaction on CAS*, vol. 37, 1990, p. 373-383.
- [14] KANG, S. M.; CHUA, L. O. A Global Representation of Multidimensional Piece-Wise-Linear Functions with Linear Partitions. *IEEE Transaction on CAS*, vol. 25, 1978, p. 938-940.
- [15] KEVENAAR, T. A. M.; LEENAERTS, D. M. W. A Comparison of Piecewise - Linear Model Descriptions. *IEEE Transaction on CAS I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, no. 12, 1992, p. 996 - 1004.
- [16] PECORA, L. M.; CAROLL, T. L. Synchronizing Chaotic Circuits. *IEEE Transaction on CAS*, vol. 38, 1991, p. 453-456.
- [17] POSPÍŠIL, J. *Rozklady matic a některé jejich aplikace v teorii obvodů*. Knihnice VUT Brno, sv. A-31, Brno, 1986.

- [18] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J. Elementary Canonical State Models of Chua's Circuit Family. *IEEE Transaction on CAS I: Fundamentals*, vol. 43, no. 8, 1996, p. 702 - 705.
- [19] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S. Explicit Circuit Models of Piecewise-Linear Two-Ports. *AMSE Press*, vol. 56, no 1, 1994, p. 1-9.
- [20] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S. Simple Circuit Model of the Absolute-Value Function for the Multi-Dimensional Piecewise-Linear Network Synthesis. *AMSE Press*, vol. 54, no 3, 1994, p. 49-54.
- [21] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S. Explicit Circuit Models of Multi-Dimensional Piecewise-Linear Networks. In *Proceedings ISCAS'94*, London, vol. 6, p. 173-176.
- [22] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S. Multiple Feedback Canonical State Models of Generalized Chua's Circuit Family. *International Journal of Chaos Theory and Applications*, vol. 2, 1997, p. 49-52.
- [23] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S. Modified Canonical State Models of Chua's Circuit Family. In *Proceedings of the First Electronic Circuits and Systems Conference*, Bratislava, September, 1997, p. 15-18.
- [24] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S.; MICHÁLEK, V. Complex State Models of Piecewise - Linear Dynamical Systems. Published by IAAMSAD and the South African Branch of the Academy of Nonlinear Sciences, JAR. In *Proceedings of the International Conference on Systems, Signals, Control and Computers (SSCC'98)*, Durban 1998, vol. III, p. 391 - 392.
- [25] POSPÍŠIL, J.; BRZOBOHATÝ, J.; HANUS, S.; MICHÁLEK, V. Complex Form of State Models of Piecewise - Linear Dynamical Systems. In *Proceedings of the International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA'98)*, Grans - Montana, Switzerland, Sept. 14-17, 1998, p. 1121-1123. ISBN 2-88074-393-1.
- [26] POSPÍŠIL, J.; HANUS, S.; MICHÁLEK, V.; DOSTÁL, T. Relation of Canonical State Models of Linear and Piecewise-Linear Dynamical Systems. In *Proceedings of the Eighteenth IASTED International Conference Modelling, Identification and Control*, February 15-18, 1999, Innsbruck, Austria, p. 388-389.
- [27] PETRŽELA, J.; HANUS, S. On the Optimization of the Specific Class of Chaotic Oscillators. In *Proceedings of the 14th International Electrotechnical and Computer Science Conference ERK 2005*. Portorož, Slovenia: Slovenian Section IEEE, 2005, vol. 14, no. 1, p. 111 - 114. ISSN 1581-4572.
- [28] VAN BOKHOVEN, W. M. G. On the Synthesis of Piecewise Linear n-Port Networks. In *Proceedings ISCAS 84*, Montreal, 1984, p. 1369-1371.
- [29] VAN BOKHOVEN, W. M. G. Piecewise Linear Analysis and Simulation. *Circuit Analysis, Simulation and Design*, A. E. Ruchli, Amsterdam, North-Holland, Ch. 9., 1986.

ABSTRACT

This lecture “Simulation of Piece Wise Linear Systems” deals with a very interesting and important area of circuit theory. In the introduction, the description of the basic problems and mathematical procedures is described.

In following chapters, several basic methods of PWL network synthesis are introduced, e.g. approaches based on explicit and implicit descriptions of the whole system. The corresponding circuit models usually contain active linear transformation blocks loaded by ideal or reference diodes as basic PWL elements. The description of the mathematical and network models is presented, from the simplest circuit form (such as two-terminal element) through a more complicated circuit form (such as a two-port) to the most complex general form (such as n - port).

The Chapter 5 deals with the third-order autonomous dynamical systems, topologically conjugate to Chua’s circuit family. The feedback of these systems is realised by a network with any continuous and odd symmetrical PWL feedback function. The first and second elementary canonical state models are presented in detail. These models represent a suitable tool for the modelling and simulating chaotic phenomena in dynamical PWL systems. They can also be used for synchronised chaos simulation and as prototypes for the practical realisation of all corresponding circuit models. The canonical models with a block-diagonal state matrix and canonical models with a block-triangular state matrix are also introduced in this chapter.

Next direction of development in the area of simulation PWL systems is described in Chapter 6.

The results and author’s contribution to development of area is presented by several short examples. The computer simulation and the first practical realisation of the first canonical state model are presented. The complete circuit models, with the analog and digital control gains, and some results of laboratory experiments for typical chaotic systems are also introduced. As basic building elements operational amplifiers, voltage output digital-to-analog converters and other passive components have been used.

At the conclusion of the lecture author’s contribution to the Simulation of Piece Wise Linear Systems is summarized.