

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice Habilitační a inaugurační spisy, sv. 215

ISSN 1213-418X

Salajka Vlastislav

ANALÝZA KONSTRUKCÍ V INTERAKCI S KAPALINOU

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta stavební

Ústav stavební mechaniky



Ing. Vlastislav Salajka, CSc.

**ANALÝZA KONSTRUKCÍ V INTERAKCI
S KAPALINOU**

**ANALYSIS OF CONSTRUCTIONS INTERACTING
WITH FLUID**

Zkrácená verze habilitační práce

Vědní obor: Teorie a konstrukce staveb



BRNO 2006

KLÍČOVÁ SLOVA

dynamika konstrukcí, metoda konečných prvků, programový systém ANSYS, výpočtový model, interakce kapalina-konstrukce, numerická analýza, modální analýza, harmonická odezva, dynamická odezva konstrukcí, tlakové pulzace v kapalině, kmitání, formát IGES, oběžné kolo, VE, přivaděč

KEY WORDS

dynamics of structures, finite element method, program system ANSYS, computation model, fluid-structure interaction, numerical analysis, modal analysis, harmonic response, structural dynamic response, water pressure pulsations, vibrations, IGES format, turbine runner, HPP, penstock

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Originál práce je uložen v archivu PVO FAST

OBSAH

PŘEDSTAVENÍ AUTORA	4
ÚVOD	6
1 ZÁKLADNÍ PŘEDPOKLADY ŘEŠENÍ ÚLOHY	9
2 MODELOVÁNÍ KAPALINOVÉ OBLASTI KONEČNÝMI PRVKY	11
3 KOMPATIBILNÍ KONEČNÝ PRVEK PRO MODELOVÁNÍ INTERAKCE	12
KONSTRUKCE-KAPALINA	
4 POHYBOVÉ ROVNICE KONSTRUKCE V INTERAKCI S KAPALINOU	13
5 ŘEŠENÍ ROVNIC	14
5.1 Přímá integrace pohybových rovnic	14
5.2 Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitu	15
6 MATICE KAPALINOVÉHO PRVKU	15
6.1 Popis a způsob použití	15
6.2 Výhody a nevýhody formulací prvků – Euler versus Lagrange	16
7 STUDIE CHOVÁNÍ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY UMÍSTĚNÉ	16
V KAPALNÉM PROSTŘEDÍ	
7.1 Vlastní frekvence a tvary kmitu	16
7.2 Přídavná hmotnost kapaliny	17
8 KMITÁNÍ DESKY V NÁDRŽI	18
8.1 Popis experimentu	18
8.2 Výpočet	18
8.3 Výsledky řešení a experimentu	19
9 VLASTNÍ FREKVENCE A TVARY KMITŮ LOPATY OBĚŽNÉHO KOLA	20
KAPLANOVY TURBÍNY GABČÍKOVO	
9.1 Úvodní informace	20
9.2 Výpočtový model	20
9.3 Výsledky výpočtu	21
9.4 Vliv vůle na kmitání lopaty ve vodě	21
9.5 Experimentální model a výsledky experimentu	22
9.6 Porovnání výsledků výpočtu a experimentu	23
10 PŘÍKLADY ŘEŠENÍ REÁLNÝCH DĚL	23
10.1 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů lopaty oběžného kola	24
Kaplanovy turbíny VE Mikšová na vzduchu a ve vodě	
10.2 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola DR turbíny ...	26
10.3 Analýza vlivu vodního prostředí na vlastní kmitání oběžného kola čerpadla PVE .	29
Čierny Váh	
10.4 Oběžné kola Francisovy turbíny vodní elektrárny HPP Burrendong	30
10.5 Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy turbíny Dlouhé Stráně ve vodním ...	32
prostředí	
10.6 Dynamická analýza volné nezabetonované části potrubí přivaděče přečerpávací ..	36
vodní elektrárny Ružín	
11 ZÁVĚRY	39
POUŽITÁ LITERATURA	41
ABSTRAKT	43

PŘEDSTAVENÍ AUTORA

Ing. Vlastislav Salajka, CSc.

Datum a místo narození: 12. 6. 1956 v Opavě, okres Opava

Pracovní zařazení: odborný asistent Ústavu stavební mechaniky
Fakulty stavební v Brně

Vzdělání:

Ing. – 16. 6. 1980 Stavební institut St. Peterburg, fakulta stavební
CSc. – 30. 5. 1986 téma „Finitní metody řešení tenkých desek a úloha
o vlastních hodnotách“, obor: 39-01-9 Mechanika tuhých a poddajných
těles a prostředí, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně



Odborné zaměření:

Statická a dynamická analýza konstrukcí, modelování konstrukcí metodou konečných prvků,
aplikace programových systémů ANSYS, LS-DYNA

Praxe:

Pedagogická praxe

Interní aspirantura – Ústav stavební mechaniky, 1981 – 1984
Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně

Akademický pracovník, odborný asistent na Ústavu stavební mechaniky, 1984 – doposud
Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně

Odborná praxe:

Výzkumný ústav pozemního stavitelství, Ostrava Poruba 1980
zaměstnán jako statik

ČKD Blansko, Výzkumné oddělení vodních turbín – půlroční odborná praxe 1989
zaměstnán jako výzkumný pracovník

Pedagogická činnost

Přednášky

Statika stavebních konstrukcí, Stavební mechanika II, Pružnost a plasticita, Stavební dynamika,
Dynamika, Statická a dynamická analýza konstrukcí, Vybrané statě ze stavební mechaniky,
Statické řešení základových konstrukcí, Počítačové a informační technologie atd.

cvičení

Všechny základní předměty ústavu stavební mechaniky

Vedení diplomových a výchova vědeckých pracovníků

Dvacet výborně klasifikovaných diplomových prací, nyní školitel 7 doktorandů v programu
Konstrukce a dopravní stavby, dva studenti již obhájili práci.

Projekty pro rozvoj fakulty v oblasti výukového procesu

Spoluřešitel projektu FRVŠ A/b – Komplexní pracoviště pro výuku a vizualizace a analýzy
konstrukcí. 1260 tis. CZK, 2003

Řešitel projektu FRVŠ A/b – Inovace a rozvoj počítačových učeben pro výuku mechaniky,
modelování a analýzu konstrukcí. 2500 tis. CZK, 2006

Činnosti související s pedagogickým procesem

Členství v komisi pro státní doktorskou zkoušku, v komisích pro státní závěrečnou zkoušku, člen oborové rady studijního oboru Konstrukce a dopravní stavby apod.

Účast na řešení národního výzkumného úkolu, grantu:

GA ČR 103/93/0635 Neklasické kolejnicové podpory, 1993–1995, spoluřešitel projektu

GA ČR 103/96/1118 Železniční kolej s pevnou jízdni dráhou, 1996–1998, spoluřešitel projektu

PZ – S2 MPO – Regenerace panelových domů, projekt Ministerstva průmyslu a Obchodu, 1997–2000, dílčí tým Statika a dynamika staveb – vedoucí pracovní skupiny

GA ČR 103/97/0186 Odezva stavebních konstrukcí na intenzivní krátkodobé zatížení, 1997–1999, člen týmu

GA ČR 103/99/0944 Teoretická analýza reziduální statické způsobilosti a zajištění statické bezpečnosti panelových domů, 1999–2001, člen týmu

GA ČR 103/00/0093 Statická a dynamická analýza potrubí a válcových nádob v interakci s prostředím, 2000–2002, člen týmu

Výzkumný záměr MSM 261100007 – Teorie, spolehlivost a modely porušení staticky a dynamicky namáhaných stavebních konstrukcí, 1999–2003, člen a později vedoucí dílčího výzkumného týmu DVT STM 2

GAČR 103/02/0990 Výzkum vlivu nesilových účinků a agresivního prostředí na stárnutí historických staveb se zvláštním zaměřením na Karlův most v Praze, 2002–2004, člen týmu

GA ČR č. 105/04/1424 – Odezva technologických konstrukcí a budov na zatížení technickou seismicitou, 2003–2006, spoluřešitel projektu

Výzkumné centrum CIDEAS Centrum integrovaného navrhování progresivních stavebních konstrukcí – 1M6840770001 – 2005–2009, člen týmu

Projekt MPO FT-TA/078 Technologie určení dožití chladících věží a komínů s využitím počtu pravděpodobnosti, 2004–2007, člen týmu

Rozsáhlá spolupráce s praxí v oblasti řešení úloh stavební mechaniky:

Výběr z projektů a realizovaných děl:

Posouzení nosných konstrukcí šachty generátoru PVE Dlouhé Stráně a návrh opatření pro uvedení PVE do provozu po havárii. Lávka pro pěší přes dálnici D5 Cekova, Gera Nord a Gera Sud ZL Kessel (Německo), Projekt seizmického posouzení potrubních tras JE Mochovce. Nový zdroj s paroplynovým cyklem Teplárny Kyjov. Projekt of steel construction One 24-partition aggregate silo (Belgie). Clarifier tank TK-TK-11540 (Holansko). Konstrukce taktického vytyčovacího stožáru TVS-30. Návrh a posouzení přivaděčů VE Matka (Makedonie). Návrh a posouzení ocelové konstrukce tunelového bednění. SO 201 Visutá lávka pro pěší a cyklisty přes Labe, Kmochův ostrov – Zálabí. Seizmické posouzení průmyslového kotle – Bucuresti Vest CCHP Project (Rumunsko). Seizmické posouzení průmyslového kotle – Aluminium De Grece Saint Nicolas Plant (Řecko). Projekt seizmického z odolnění konstrukcí stavebních objektů HVB I a II JE Dukovany.

Publikační, posudková, projekční a výzkumná činnost

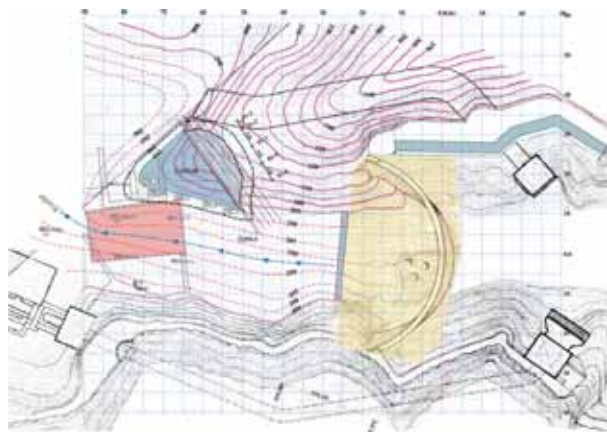
Vědecký časopis 6x, významné inženýrské a architektonické dílo 10x, zahraniční konference 15x, tuzemské konference 85x, odborný časopis 4x, výzkumná zpráva 27x, technické zprávy a posudky 94x, skripta 2x.

ÚVOD

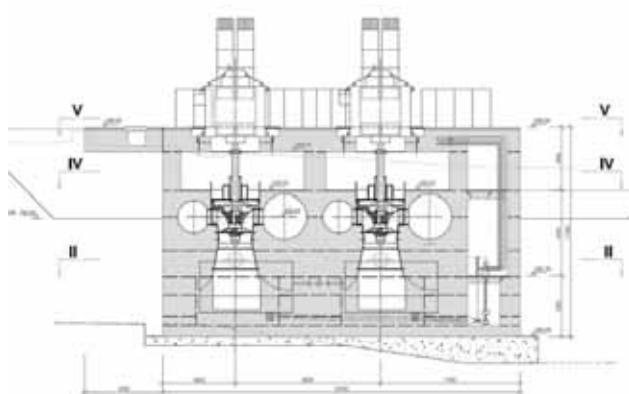
Spolehlivá predikce chování strojní nebo stavební konstrukce se zřetelem na vlivy prostředí v různých návrhových situacích je základní podmínkou provozní spolehlivosti konstrukce. U většiny těchto konstrukcí má podstatný význam spolehlivá charakteristika chování konstrukce daná podrobným popisem jejího pohybu v závislosti na časově proměnných mechanických vlivech prostředí. V současně používané formulaci inženýrské mechaniky jde o stanovení odezvy definované konstrukce nebo její části na zadané časově proměnné mechanické zatížení. Požadovanými odezвовými veličinami nutnými pro posouzení mezních stavů únosnosti a použitelnosti konstrukce jsou přemístění a napětí, resp. veličiny odtud odvozené. Základním prostředkem stanovení odezvy konstrukce je výpočet.

Úloha se v prvním přiblížení formuluje jako řešení dynamické odezvy výpočtového modelu dané konstrukce na explicitně definované vnější budící dynamické účinky. Dynamické účinky mohou být značně různorodé. V podstatě je však rozlišujeme na zatížení silové a kinematické samozřejmě proměnné v čase. Silové dynamické zatížení při řešení stavebních konstrukcí lze rozdělit na zatížení harmonické a obecného charakteru. Harmonické zatížení je vyvoláváno účinky rotujících nevyvážených hmot za provozních podmínek strojních zařízení, účinky proudění kapalin a plynů, opakujícím se dopravním proudem (např. chodci apod.). Ostatní silové zatížení lze posuzovat jako zatížení obecné (rozběh strojů, pojezd vozidel, rázy, výbuchy atd). Kinematické zatížení je vázáno na časově proměnný pohyb částí konstrukcí nejčastěji pohyb základů.

Dynamické zatížení může být definováno jako deterministické, zadané analyticky nebo v tabulkovém tvaru. V obecnosti lze dynamické účinky definovat jako náhodné ve stochastickém smyslu.



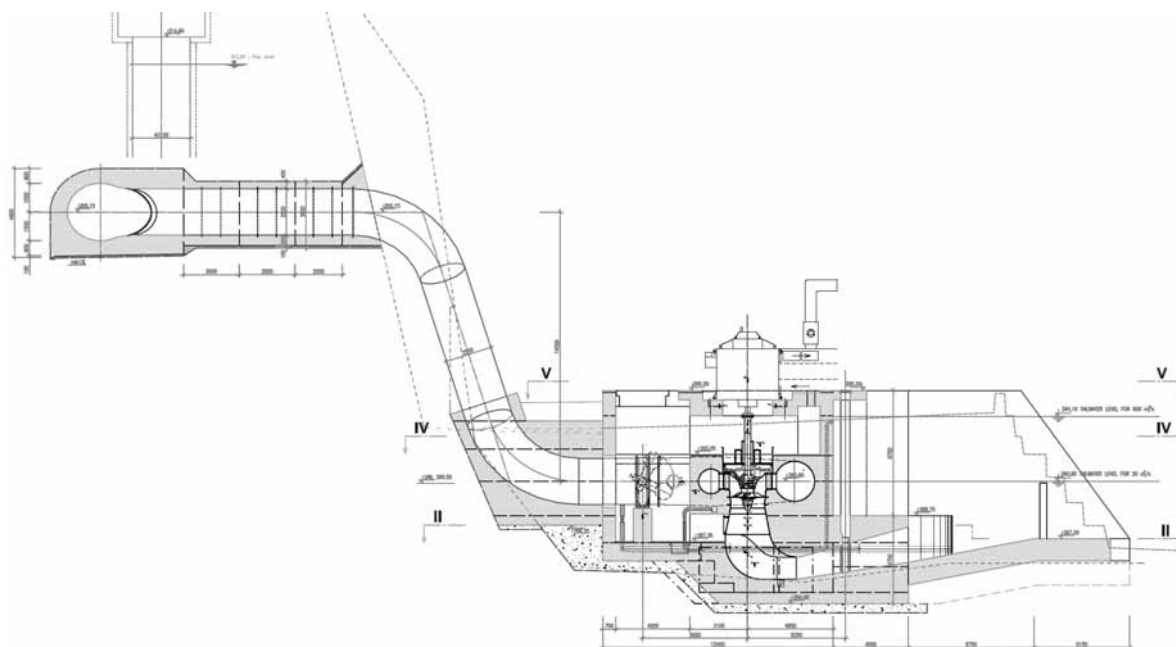
Obr. 1 Situační plán přehrady s vodní elektrárnou



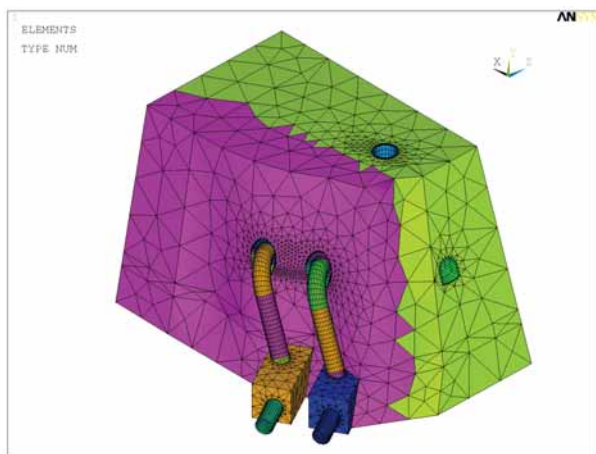
Obr. 2 Příčný řez vodní elektrárnou

Každá konstrukce (stavba, stroj) se nachází v interakci s okolním prostředím. Nejčastěji u stavebních konstrukcí mluvíme o interakci s podzákladem. V těchto případech je vše vázáno na kvalitu určení materiálových vlastností podzákladů. Postup stanovení odezvy se provádí standardními postupy. Existují však situace, kdy zatěžovaná konstrukce je v interakci s kapalnými látkami, jejichž hmotnost významně ovlivňuje odezvu konstrukce. Jedná se o přehradní konstrukce a s nimi spojené vodní elektrárny (obr. 1 až obr. 3), rezervoáry, zdymadla, zásobníky na kapalinu (obr. 6 a obr. 8), potrubní systémy (obr. 7, obr. 9 a obr. 10), nádrže (obr. 11) atd. Kmitající hmotnost kapaliny mění dynamické chování konstrukcí, a tím jejich celkovou odezvu. Korektní výpočet odezvy již není tak jednoduchý. Komplikace nastává, když uvedené konstrukce mají být nebo již jsou realizovány v oblastech s vysokou úrovní seizmického zatížení, anebo účinky dynamického buzení vznikají v kapalině a touto kapalinou jsou přenášeny do konstrukcí. Při seizmickém buzení jsou konstrukce zatěžovány setrvačnými účinky vznikajícími při pohybu

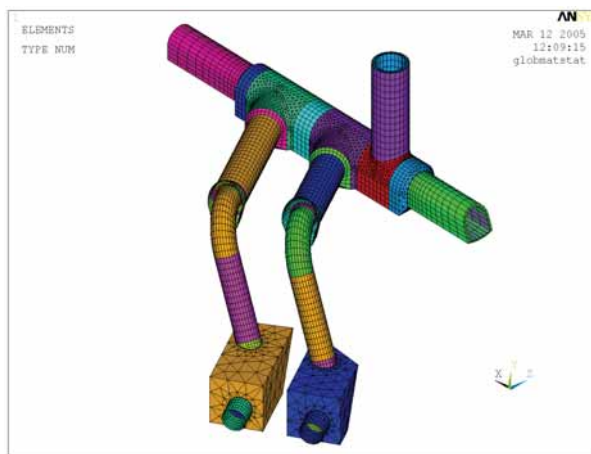
vztaženému vůči klidové poloze. Účinky kapaliny lze postihnout pomocí přídavné hmotnosti kapaliny. Složitější případ nastává, kdy buzení (tlakové pulzace) vzniká přímo v kapalině a šíří se touto kapalinou a nebo je vyvoláno proudící kapalinou. Z praktického hlediska se můžeme setkat s úlohami účinků pulzací v kapalině na vodní stroje (turbíny, čerpadla) potrubí, zásobníky na kapalinu, stavidla atd. V případě vodních strojů a k nim připojených technologií se jedná o složitá rozměrná zařízení, která jsou za provozu v dynamické interakci s nosnými stavebními konstrukcemi. Znalost dynamické odezvy stavebních konstrukcí na účinky kapaliny dovoluje predikovat úroveň namáhání těchto konstrukcí a provést jejich posouzení.



Obr. 3 Podélný řez vodní elektrárnou včetně přívodního kanálu a přiváděče

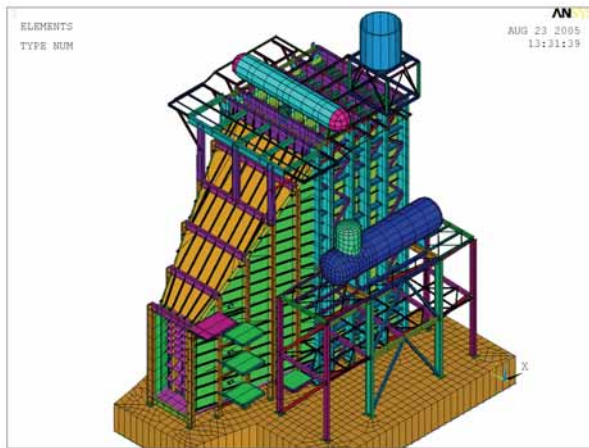


Obr. 4 Přiváděče k vodní elektrárně v horninovém masivu – výpočtový model

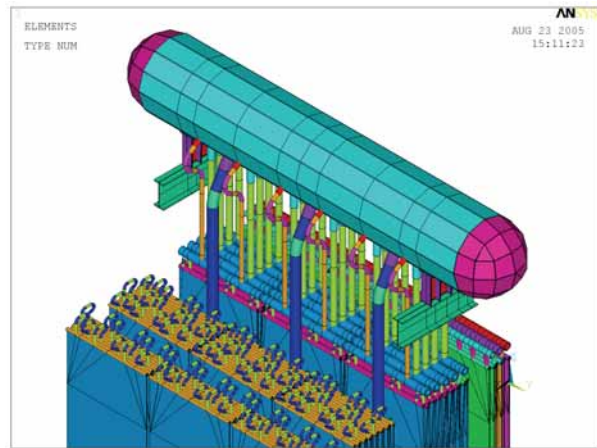


Obr. 5 Železobetonová a ocelová část přiváděčů

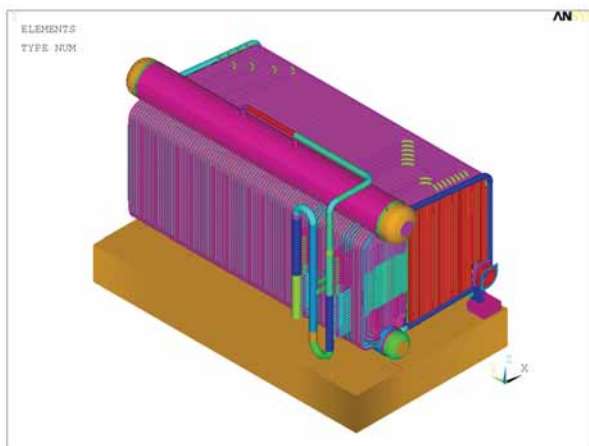
Se zřetel k současné spolehlivosti vstupních dat konstrukce i budícího zatížení se při řešení úlohy vesměs volí deterministický přístup s využitím empirických poznatků. Vzhledem k členitosti konstrukce se její výpočtový model linearizuje a dynamická odezva konstrukce se řeší technikou subkonstrukcí. Interakce subkonstrukcí s hlavní konstrukcí se vyjadřuje zjednodušeně modelováním jen podstatných vazeb subkonstrukcí. Ty subkonstrukce, které jsou ve styku s kapalinou se modelují jako tělesa se zjednodušenou geometrií povrchu. Takto lze snadněji popsat interakci subkonstrukce s vnějším kapalinovým prostředím, řešit odezvu subkonstrukce a následně získat v podstatě explicitní vyjádření buzení hlavní konstrukce.



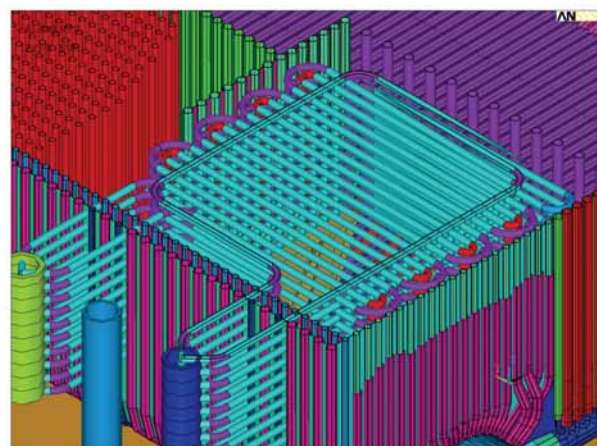
Obr. 6 Průmyslový kotel – výpočtový model



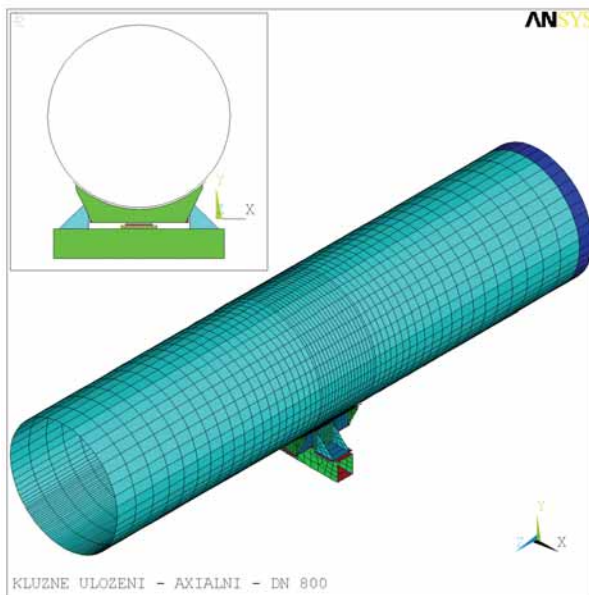
Obr. 7 Pohled na tlakové nádrže a potrubí



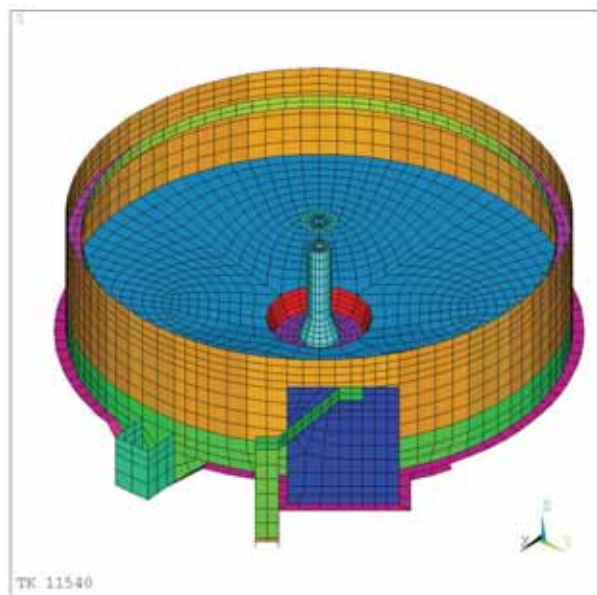
Obr. 8 Průmyslový kotel – výpočtový model



Obr. 9 Řez konstrukcí - pohled na svazky trubek



Obr. 10 Uložení potrubí jaderné elektrárny



Obr. 11 Kruhová nádrž čistící stanice odpadních vod – výpočtový model

Výše uvedený přístup je pro řešení dynamické vibrační odezvy složitých konstrukcí s částmi ve styku s kapalinou typický a je v dnešní praxi i nutný, poněvadž přes řadu zjednodušení při tvorbě výpočtových modelů jak konstrukce, tak i zatížení není řešení dynamické odezvy snadné.

Habilitační práce je věnována teorii a postupu výpočtu frekvenčních a modálních charakteristik konstrukcí v kontaktu s kapalinou nebo ponořených do kapaliny a výpočtu dynamické odezvy konstrukcí na buzení účinky tlakových polí vznikajících v kapalině. V některých případech bylo provedeno srovnání vypočtených hodnot s naměřenými hodnotami na díle. Výpočty vycházejí z požadavků praxe a jsou součástí řešení výzkumných úkolů.

1 ZÁKLADNÍ PŘEDPOKLADY ŘEŠENÍ ÚLOHY

Problém kmitání nosných stavebních konstrukcí v interakci s kapalinou a kmitání např. částí vodních strojů je klasickým příkladem výše uvedené obecné problematiky. Odezva na zatížení proudící vodou se řeší superpozicí odezvy na zatížení při vnuceném přetvoření konstrukce v neomezeném vodním prostředí dané hustoty v klidu a odezvy na spojitě hydrodynamické zatížení explicitně definované pro vodu obtékající nepřetvořenou konstrukci v klidu. V terminologii matematického numerického modelování uvedeného dynamického procesu je pohyb konstrukce popsán vektorem n zobecněných přemístění \mathbf{u} . Inerciální, elastické a disipativní vlastnosti konstrukce jsou popsány čtvercovými maticemi hmotnosti \mathbf{M} , tuhosti \mathbf{K} a tlumení \mathbf{C} , jejichž prvky jsou po linearizaci s obvyklým předpokladem dostatečně malých přemístění konstanty. Zatížení je popsáno vektorem zobecněných sil \mathbf{f} , jehož prvky f_i jsou definovány složitými funkcemi času a zobecněných přemístění, rychlostí a zrychlení. Experimenty naznačují, že tyto funkce f_i lze v prvním přiblížení po linearizaci definovat jako součet funkce času $f_i(t)$ a lineární funkce zobecněných zrychlení $f_i(\ddot{u}_1, \dots, \ddot{u}_n)$, kterou lze vyjádřit jako součin vektoru $\ddot{\mathbf{u}}$ zobecněných zrychlení a čtvercové matice \mathbf{M}_w konstantních součinitelů. Vyšetřovaný dynamický proces (pohyb konstrukce) lze tedy popsat lineární maticovou pohybovou rovnicí

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_w) \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

s příslušnými okrajovými a počátečními podmínkami, kde

- \mathbf{M} - matice hmotnosti diskretizované konstrukce,
- \mathbf{M}_w - matice hmotnosti části diskretizované kapaliny,
- \mathbf{K} - matice tuhosti diskretizované konstrukce,
- \mathbf{C} - matice součinitelů tlumení (disipace energie) diskretizované konstrukce,
- $\mathbf{f}(t)$ - vektor zobecněných sil působících na konstrukci,
- \mathbf{u} - vektor zobecněných přemístění.

Pohybová rovnice (1) je v současné projekční praxi základní rovnicí pro obvyklý způsob výpočtu dynamické odezvy typu vibrační konstrukce ve styku s kapalinou, založený na koncepci tzv. přídavné hmotnosti kapaliny \mathbf{M}_w . Při tomto přístupu se dynamická odezva konstrukce řeší standardním postupem (modální analýzou nebo přímým integrováním pohybových rovnic konstrukce) s použitím výpočtového modelu konstrukce s výpočtovou maticí hmotnosti stanovenou tak, že k matici hmotnosti konstrukce se přičte zvláštním postupem stanovená matice přídavné hmotnosti kapaliny.

Matice přídavné hmotnosti kapaliny vyjadřuje nejvýraznější vliv neproudícího kapalinového prostředí na kmitání modelované konstrukce. Vyjadřuje výhradně inerciální účinky urychlovaných částic kapaliny na kmitající konstrukci, tj. v podstatě tlak neproudící kapaliny na povrch kmitající konstrukce.

Způsoby stanovení přídavné hmotnosti kapaliny v konkrétních úlohách jsou různé – od jednoduchého experimentu s tvarově silně zjednodušeným modelem konstrukce s kapalinou až po podobnostně korektní experimentální modelovou analýzu interagující soustavy konstrukce-

kapalina, resp. od elementárního výpočtu tvaru a rozměrů oblasti spolupůsobící kapaliny dle empirických vztahů až po specializovaná numerická řešení problému s respektováním skutečné geometrie konstrukce a kapalinové oblasti. Profesionální programové systémy na bázi MKP umožňují výpočet matice přídavné hmotnosti kapaliny bez nutnosti hrubého zjednodušení skutečného tvaru jak modelované konstrukce, tak kapalinové oblasti.

Pokročilé programové systémy na bázi MKP obecně znamenají zásadní změnu v praxi řešení dynamické odezvy konstrukce ve styku s kapalinou. O řešení tohoto problému pojednává rozsáhlá literatura, přehled formulací řešení je např. v [2] až [4], [6] až [9]. Nabízí se řešení s přístupem buď podle Lagrange nebo dle Eulera.

U Lagrangeova přístupu se kapalina v definované oblasti v okolí konstrukce modeluje jako těleso se zanedbatelným modulem pružnosti ve smyku a pohyb částic kapaliny se popisuje pohybovými rovnicemi v Lagrangeově tvaru. Kapalinová oblast se vhodně dělí na konečné prvky, uzlová přemístění jsou proměnnými. Nevýhodou tohoto přístupu je, že v pásmu několika významných nižších vlastních frekvencí konstrukce se nachází velmi vysoký počet frekvencí příslušných nevýznamnému kmitání převážně kapalinové oblasti.

Ve druhém případě se dle Eulera nesleduje pohyb částic kapaliny, ale sleduje se buď rozložení tlaku (tlakové pole) nebo rozložení rychlostí (pole rychlostí) v kapalinové oblasti. To znamená, že v kapalinové oblasti rozdělené na konečné prvky jsou proměnnými tlaky nebo rychlosti v uzlových bodech. Interakce kapaliny a tělesa se charakterizuje na společné hranici tlakem nebo normálovou složkou rychlosti (zrychlení).

Soustava programů ANSYS nabízí možnost vyšetřovat vlastní kmity tělesa v kapalině na základě Eulerova přístupu aniž by byla potřeba zvlášť počítat matici přídavných hmotností kapaliny [11].

Navierovy-Stokesovy rovnice vedou na diferenciální vlnovou rovnici [13]

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 p, \quad (2)$$

kteřá popisuje rozdělení tlaku v kapalině za těchto zjednodušujících předpokladů:

- kapalina je stlačitelná (hustota se mění v závislosti na změně tlaku),
- kapalina je izotropní a homogenní,
- kapalina není vazká,
- kapalina je lineárně a dokonale pružná,
- kapalina je trvale v kontaktu s konstrukcí,
- nedochází k proudění,
- průměrná hustota a tlak jsou stálé v celé kapalinové oblasti.

V rovnici (2) c je rychlost šíření zvuku v kapalině

$$c = \sqrt{\frac{k}{\rho_0}}, \quad (3)$$

kde k je objemový modul pružnosti a ρ_0 střední hustota kapaliny. Laplaceův operátor je v (2) zapsán jako druhá mocnina operátoru nabla

$$\nabla() = \mathbf{L}, \quad \mathbf{L} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T. \quad (4)$$

Rovnici (1) lze zapsat v maticovém tvaru

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \mathbf{L}^T (\mathbf{L}p) = 0. \quad (5)$$

Skalární součin rovnice (5) a variace vektoru δp v kapalinové oblasti Ω dává integrální vztah (viz např. [20])

$$\int_{\Omega} \delta p \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega - \int_{\Omega} \delta p \mathbf{L}^T (\mathbf{L}p) d\Omega = 0. \quad (6)$$

Dalšími úpravami získáme

$$\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \delta p \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{L}^T \delta p)(\mathbf{L}p) d\Omega = \int_{\Gamma} \mathbf{n}^T (\delta p \mathbf{L}p) d\Gamma. \quad (7)$$

Povrch oblasti $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, kde Γ_1 je povrch, na kterém je zadán tlak. V úlohách interakce kapaliny povrch Γ_2 představuje oblast styku kapaliny s konstrukcí. Za uvedených zjednodušujících předpokladů [21]

$$\mathbf{n} \cdot \nabla p = -\rho_0 \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}, \quad (8)$$

nebo zapsáno maticově

$$\mathbf{n}^T \mathbf{L}p = -\rho_0 \mathbf{n} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Dosazení rovnice (9) do (7) dává rovnici

$$\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \delta p \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{L}^T \delta p)(\mathbf{L}p) d\Omega = - \int_{\Gamma_2} \rho_0 \delta p \mathbf{n}^T \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \right) d\Gamma_2. \quad (10)$$

2 MODELOVÁNÍ KAPALINOVÉ OBLASTI KONEČNÝMI PRVKY

Konečnému prvku e v kapalinové oblasti přísluší vektor \mathbf{p}_e tlaků v uzlech a vektor \mathbf{u}_e složek uzlových posunutí u_e, v_e, w_e . Označíme-li vektor interpolačních polynomů pro tlakové pole \mathbf{N} a vektor \mathbf{N}' pro pole posunutí, potom platí,

$$p = \mathbf{N}^T \mathbf{p}_e \text{ a } \mathbf{u} = \mathbf{N}'^T \mathbf{u}_e. \quad (11)$$

Dále platí tyto vztahy

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \mathbf{N}^T \ddot{\mathbf{p}}_e, \quad \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mathbf{N}'^T \ddot{\mathbf{u}}_e, \quad \delta p = \mathbf{N}^T \delta \mathbf{p}_e. \quad (12)$$

Pomocí matice

$$\mathbf{B} = \mathbf{L} \mathbf{N}^T \quad (13)$$

a po dosazení předchozích rovnic do rovnice (10) dostáváme rovnici potřebnou v metodě konečných prvků odpovídající rovnici vlnové rovnici (2) ve tvaru

$$\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \delta \mathbf{p}_e^T \mathbf{N} \mathbf{N}^T d\Omega \ddot{\mathbf{p}}_e + \int_{\Omega} \delta \mathbf{p}_e^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} d\Omega \mathbf{p}_e + \int_{\Gamma_2} \rho_0 \delta \mathbf{p}_e^T \mathbf{N} \mathbf{n}^T \mathbf{N}'^T d\Gamma_2 \ddot{\mathbf{u}}_e = 0. \quad (14)$$

Libovolná virtuální změna tlaků v uzlech $\delta \mathbf{p}_e \neq 0$. Potom musí platit následující rovnice

$$\frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N} \mathbf{N}^T d\Omega \ddot{\mathbf{p}}_e + \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{B} d\Omega \mathbf{p}_e + \rho_0 \int_{\Gamma_2} \mathbf{N} \mathbf{n}^T \mathbf{N}'^T d\Gamma_2 \ddot{\mathbf{u}}_e = 0. \quad (15)$$

V této rovnici označíme

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{pe} &= \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} \mathbf{N} \mathbf{N}^T d\Omega, \\ \mathbf{K}_{pe} &= \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{B} d\Omega, \\ \rho_0 \mathbf{R}_e &= \rho_0 \int_{\Gamma_2} \mathbf{N} \mathbf{n}^T \mathbf{N}^T d\Gamma_2, \end{aligned} \quad (16)$$

potom diskretizovaná vlnová rovnice má tvar

$$\mathbf{M}_{pe} \ddot{\mathbf{p}}_e + \mathbf{K}_{pe} \mathbf{p}_e + \rho_0 \mathbf{R}_e^T \ddot{\mathbf{u}}_e = \mathbf{0}. \quad (17)$$

Podle [11] se \mathbf{M}_{pe} nazývá matice hmotnosti kapaliny prvku, \mathbf{K}_{pe} maticí tuhosti kapaliny prvku a $\rho_0 \mathbf{R}_e^T$ matice spřažení kapaliny s konstrukcí prvku.

Je-li uvažována disipace energie, lze ji zohlednit doplněním rovnice (17) o další člen

$$\mathbf{C}_{pe} \dot{\mathbf{p}}_e = \delta \mathbf{p}_e^T \frac{\beta}{c} \int_{\Gamma_2} \mathbf{N} \mathbf{N}^T d\Gamma_2 \dot{\mathbf{p}}_e, \quad (18)$$

kde $\frac{\beta}{c} \int_{\Gamma_2} \mathbf{N} \mathbf{N}^T d\Gamma_2$ je matice tlumení vztažená k hranici kapalinového prvku.

Nakonec rovnice (17) nabývá tvar

$$\mathbf{M}_{pe} \ddot{\mathbf{p}}_e + \mathbf{C}_{pe} \dot{\mathbf{p}}_e + \mathbf{K}_{pe} \mathbf{p}_e + \rho_0 \mathbf{R}_e^T \ddot{\mathbf{u}}_e = \mathbf{0}. \quad (19)$$

3 KOMPATIBILNÍ KONEČNÝ PRVEK PRO MODELOVÁNÍ INTERAKCE KONSTRUKCE-KAPALINA

Pro konečný prvek konstrukce, který je ve styku s kapalinou platí pohybová rovnice

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e = \mathbf{f}_e + \mathbf{f}_{pe}. \quad (20)$$

Zatěžovací vektor \mathbf{f}_{pe} odpovídající působení tlaku na konstrukci v oblasti povrchu Γ_2 . Tento vektor se dá vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{f}_{pe} = \int_{\Gamma_2} \mathbf{N}^T \mathbf{n} \mathbf{N}^T d\Gamma_2 \mathbf{p}_e. \quad (21)$$

Rovnici (20) po dosazení rovnice (21) a vzhledem k rovnici (16) lze zapsat ve tvaru

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e - \mathbf{R}_e \mathbf{p}_e = \mathbf{f}_e. \quad (22)$$

Rovnice (19) a (22) popisují konečně prvkovou diskretizaci interakce konstrukce-kapalina. Sloučením těchto rovnic získáme maticový zápis pohybových rovnic ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{ce} & \mathbf{M}_{pe} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_e \\ \ddot{\mathbf{p}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{pe} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_e \\ \dot{\mathbf{p}}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_e & \mathbf{K}_{ce} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{pe} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_e \\ \mathbf{p}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_e(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (23)$$

Submatice

$$\mathbf{M}_{ce} = \rho_0 \mathbf{R}_{ce}^T, \quad \mathbf{K}_{ce} = -\mathbf{R}_e \quad (24)$$

v rovnici (23) svazují rovnice (17) a (22).

4 POHYBOVÉ ROVNICE KONSTRUKCE V INTERAKCI S KAPALINOU

V případě diskretizované konstrukce a diskretizované kapalinové oblasti, lze z jednotlivých matic prvků sestavit standardními postupy pohybové rovnice pro celou modelovanou konstrukci a modelovanou kapalinovou oblast. Tedy lze jednoduše zapsat

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{Bmatrix}, \quad (25)$$

kde \mathbf{M} - matice hmotnosti diskretizované konstrukce,

\mathbf{K} - matice tuhosti diskretizované konstrukce,

\mathbf{C} - matice tlumení (disipace energie) diskretizované konstrukce,

\mathbf{M}_p - matice hmotnosti kapaliny,

\mathbf{K}_p - matice tuhosti kapaliny,

\mathbf{C}_p - matice tlumení (disipace energie) v kapalině.

\mathbf{M}_c - matice hmotnostních (inerciálních) interakcí,

\mathbf{K}_c - matice tuhostních (elastických) interakcí,

$\mathbf{f}(t)$ - vektor zobecněných sil působících na konstrukci,

$\mathbf{w}(t)$ - vektor zobecněného zatížení v bodech kapalinové oblasti.

Základním problémem při aplikaci (25) je korektní vyjádření disipace energie ve sledované soustavě. Výpočtový program ANSYS neumožňuje potřebné zadání, problém v tomto směru zatím není vyřešen a je nutno použít vhodné aproximace.

Pro porozumění jak zadat okrajové podmínky a zatěžovací vektory v kapalinové oblasti je nutné nejprve definovat fyzikální význam těchto veličin vztažených ke konstrukci. Kinematické okrajové podmínky zahrnují zadané známé hodnoty uzlových posunutí. Přirozené okrajové podmínky zahrnují definované hodnoty prostorových derivací posunutí a jsou ekvivalentní působícímu zatížení. V případě, že na hranici konstrukce nepůsobí síly a ani nejsou definována posunutí, lze říci, že tento stav odpovídá přirozeným okrajovým podmínkám, kdy deformace v materiálu ve směru normály k hranici jsou rovny nule. Na hranici modelu konstrukce, jak posunutí, tak i prostorové derivace posunutí ve směru normály k hranici, mohou být ponechány jako neznámé hodnoty, ale ne zároveň.

V kapalinové oblasti stupně volnosti představují tlak. Prostorové derivace tlaku vztažené k částici kapaliny jsou přímo vázány na zrychlení této částice. Například pro směr x platí

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (26)$$

kde u představuje posun této částice ve směru souřadnice x . Tato rovnice vyjadřuje silovou podmínku rovnováhy nebo jinak také pohybovou rovnici pohybu částice kapaliny. Nachází-li se částice na hranici kapalinové oblasti a v jejímž okolí je povrch hranice definován normálou n vystupující z kapaliny lze výše uvedenou rovnici zobecnit a přepsat ve tvaru

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}. \quad (27)$$

Uvedená rovnice je výchozí rovnicí pro definování interakce kapaliny s konstrukcí v oblasti vzájemného kontaktu. Podmínka spojitosti na rozhraní kapaliny a pevné látky je vázána na současné a stejné posunutí ve směru normály, jak částice kapaliny, tak i částice materiálu konstrukce.

Na hranici kapaliny mohou být zadány jak kinematické, tak i přirozené okrajové podmínky. Současné zavedení těchto podmínek se vylučuje. Zavedení známých hodnot tlaků na hranici

kapaliny (kinematické okrajové podmínky) ovlivňuje neznámé hodnoty zrychlení částic kapaliny. Uzlové „reakce“ odpovídající těmto zavedeným tlakům jsou rovny negativní hodnotě součinu hustoty kapaliny a zrychlení vztažené k částici kapaliny vynásobené nějakou hodnotou plochy povrchu přiřazené k uzlu. Případ, kdy na hranici kapaliny nejsou zadány tlaky, a současně nejsou zadány „kapalinové síly“, odpovídá zavedení přirozených okrajových podmínek, při kterých derivace tlaku v kapalině ve směru normály k povrchu jsou rovny nule. Z uvedeného vyplývá, že zrychlení částic kapaliny ve směru normály jsou rovny nule a můžeme říci, že kapalina je ohraničena nepohyblivou absolutně tuhou stěnou.

Jiný případ přirozených okrajových podmínek lze vysledovat, jestliže pohyby konstrukce na rozhraní kapaliny a konstrukce jsou známé hodnoty. Potom zrychlení částic kapaliny v oblasti kontaktu jsou rovněž známé hodnoty a odpovídající „kapalinové síly“ mohou být vyjádřeny vztahem

$$w(t) = A \frac{\partial p}{\partial n} = -A \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}, \quad (28)$$

kde je:

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = a(t) - \text{zrychlení částice kapaliny v daném uzlu modelu,}$$

A – efektivní plocha přiřazená k uzlu,

ρ – střední hodnota hustoty kapaliny.

Při výpočtu vzniká problém ve vyjádření prvků vektoru zobecněného zatížení $w(t)$ (fluid load – „kapalinové síly“) v uzlech modelu kapalinové oblasti. Buzení je zpravidla popsáno zadáním časově proměnných složek tlaku ve vybraných bodech kapaliny. Pulzace tlaku jsou stanovovány buď na základě experimentů nebo dle teoretických studií. Výpočtový program ale neumožňuje přímé zadání tlaků ve vybraných uzlech uvnitř modelu kapalinové oblasti. Zobecněné zatížení v daném uzlu modelu je dáno vztahem (28).

Vhodnější výraz pro stanovení w lze získat úpravou (28) po zavedení časové změny tlaku v uzlu ve tvaru

$$w(t) = A/c \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (29)$$

kde je (mimo výše uvedeného označení):

c – rychlost zvuku v kapalině,

p – zadaný budicí tlak.

Možnost aplikace programového systému ANSYS v projekční a konstrukční praxi byla posouzena na základě analýzy postupu a výsledků řešení kmitání konkrétního typu oběžných kol Francisovy turbíny. Kmitání bylo vynuceno tlakovými pulzacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola. Řešení vychází z aplikace pohybových rovnic výpočtové soustavy (25) a výrazu pro zobecněné zatížení kapaliny (29). Obdobně byla řešena úloha namáhání ocelové části přivaděče.

5 ŘEŠENÍ ROVNIC

5.1 Přímá integrace pohybových rovnic

Řešíme-li úlohu vynuceného kmitání, je nutno řešit rozsáhlou nesymetrickou soustavu pohybových rovnic (25). Řešení soustavy se nejčastěji provádí s využitím přímé integrace pohybových rovnic se zavedením počátečních podmínek. Jeden z možných postupů integrace byl navržen Newmarkem. Dnes nazývaná Newmarkova metoda patří mezi implicitní integrační

schémata a prvotně vychází z předpokladu průměrné hodnoty aproximace zrychlení v časovém intervalu Δt . Uvedený postup odvodil Bathe [20]. Zienkiewicz [1] popsal, že uvedený postup je nepodmíněně stabilní.

5.2 Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitu

Zobecněný problém vlastních čísel nesymetrického svazku (\mathbf{K}^* , \mathbf{M}^*) vychází ze soustavy homogenních rovnic

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}. \quad (30)$$

Za předpokladu nízké úrovně tlumení můžeme v rovnici (30) zanedbat druhý člen na levé straně rovnice. Potom obdržíme homogenní rovnice netlumené soustavy.

Za předpokladu, že vlastní kmitání je harmonický pohyb, lze zapsat

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\phi} \cos(\omega t). \quad (31)$$

Substitucí rovnice (31) do soustavy homogenních rovnic a drobných úpravách obdržíme rovnici popisující zobecněný problém vlastních čísel ve tvaru

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} - \lambda_i \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\phi}_s \\ \boldsymbol{\phi}_p \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

nebo kompaktněji

$$\mathbf{K}^* \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{M}^* \boldsymbol{\phi}_i \lambda_i.$$

Maticе \mathbf{K}^* a \mathbf{M}^* mohou být nesymetrické a odpovídají matici tuhosti a matici hmotnosti soustavy. Vektor $\boldsymbol{\phi}_i$ je vlastní vektor odpovídající vlastnímu číslu λ_i . Vlastní uhlová frekvence se vyčísluje ze vztahu $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$. Úpravou vlastního vektoru získáme vlastní tvar kmitu.

Uvedená nesymetrická soustava algebraických rovnic je řešena Lanczosovou metodou. Nesymetrická soustava rovnic (32) dosahuje značných rozměrů a samotné řešení je relativně náročné na operační paměť a dobu výpočtu.

6 MATICE KAPALINOVÉHO PRVKU

6.1 Popis a způsob použití

Izoparametrické kapalinové konečné prvky pro řešení uvedeného problému v prostoru jsou označeny v programu ANSYS jako FLUID30. Jedná se o osmiuzlové prvky ve tvaru šestistěny, které mohou být duplikací uzlů převedeny na pětistěny, popřípadě čtyřstěny. Prvek je ve dvou variantách. V základní variantě se jedná o prvek mající v každém uzlu pouze jeden parametr, a to tlak p . Tento prvek lze využít pro modelování kapaliny bez kontaktu s poddajným tělesem. V případě interakce s poddajnými tělesy je nutno použít variantu prvku mající v každém uzlu čtyři stupně volnosti, a to opět tlak p a tři parametry odpovídající složkám posunutí u_x , u_y a u_z . V uzlech, které nejsou v kontaktu s tělesem, se stupně volnosti odpovídající posunutím odeberou. Při vyčíslování jednotlivých členů matic prvku je dostatečná dvoubodová Gaussova integrace. Analogickým prvkem pro řešení 2D úlohy je čtyřuzlový konečný prvek FLUID29. Odvození prvků a jejich popis provedl Kohnke [15] a [16].

Pro zadání vlastností kapaliny je postačující zadat, viz rovnice (3), hustotu kapaliny ρ a rychlost šíření zvuku v kapalině c .

6.2 Výhody a nevýhody formulací prvků – Euler versus Lagrange

Při formulaci konečných prvků se vycházelo z popisu tlakového pole. Na rozdíl od popisu kapaliny jako pevné látky uvedený postup má řadu výhod a dává se mu přednost. Podrobnosti týkající se odvození konečných prvků na bázi Lagrangeova popisu a jejich vlastností jsou uvedeny například v [1], [12], [17] a [18].

Zásadní rozdíl ve formulacích lze spatřit v tom, že použití Eulerovy formulace je výhodné při řešení úlohy, kdy buzení vzniká přímo v kapalině, přenáší se touto kapalinou, a tato kapalina dynamicky zatěžuje sledovanou konstrukci. Lagrangova formulace je naopak výhodná při řešení úlohy, kdy konstrukce je buzena přímo (nejčastěji seizmicitou) a je v interakci s kapalinou popř. kapalina je uvnitř konstrukce.

7 STUDIE CHOVÁNÍ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY UMÍSTĚNÉ V KAPALNÉM PROSTŘEDÍ

7.1 Vlastní frekvence a tvary kmitu

Byla vybrána úloha, při které je sledováno chování nekonečně dlouhé válcové skořepiny umístěné centricky v nekonečně dlouhém válci vyplněném kapalinou. Tuto úlohu lze zjednodušeně řešit jako úlohu rovinnou, tj. skořepina je modelována jako prsteneček. Střední poloměr válcové skořepiny (prstence) je 0,254 m a tloušťka skořepiny je 0,00635 m. Vnější poloměr kapalinové oblasti je proměnný.

Číslo vlny	Frekvence [Hz]						
	Analytické řešení	PE/V	ANSYS 72 prvků	Diference %	PE/V	ANSYS 36 prvků	Diference %
0	3221,1	-	3223,7	0,08	-	3230,2	0,28
1		72	0	0	36	0	0
2	65,4	36	65,5	0,15	18	65,6	0,31
3	185,0	18	185,1	0,05	9	185,7	0,38
4	354,7	14,2	354,8	0,03	7,2	355,9	0,34

Tab. 1

Číslo vlny	Délka vlny [m]	Frekvence [Hz]	Délka vlny [m]	Frekvence [Hz]		
		Analytické řešení		Úzký pás prvků	Široký pás prvků	
2	0,798	65,4	42,6	35,8	30,7	37,8
3	0,532	185,0	-	-	107,2	117,5
4	0,399	354,7	6,69	227,9	233,1	242,7,
5	0,319	573,6	-	-	408,0	415,4
6	0,266	841,5	2,57	592,7	632,5	637,1
7	0,228	1158,3			806,7	909,3

Tab. 2

Nejprve byla prověřena přesnost náhradního modelu skořepiny. Skořepina je zjednodušeně modelována rovinným prutovým prvkem BEAM3. Skořepina byla po obvodu nejprve dělena na 36 prvků a poté na 72 prvků. Jednotlivé tvary jsou označeny podle počtu „vln“ písmenem *N*. Násobnost frekvencí a tvarů kmitu je odstraněna zavedením vazebních rovnic. Některé vlastní

frekvence jsou uvedeny v tabulce 1 a porovnány s analytickým řešením (např. v [25]). V tabulce sloupec PE/V označuje počet prvků na vlnu.

Výsledky řešení skořepiny umístěné ve válci s kapalinou jsou uvedeny v tab. 2 pro dva případy rozměru válce. V prvním případě kapalinová oblast vnějšího průměru 0,3504 m sestává ze dvou vrstev prvků a v druhém případě průměru 4,0964 m ze sedmi vrstev. Výsledky řešení jsou opět srovnávány s analytickým řešením, kdy kapalinová oblast není na vnějším okraji omezena. Kapalina byla modelována rovinným prvkem FLUID29. Dále bylo zkoumáno, jakým způsobem jsou ovlivňovány vlastní frekvence a tvary kmitu prstence v širokém válci kapaliny (širokém pásu kapalinových prvků) při zavedení okrajové podmínky nulového tlaku v kapalině na vnějším okraji kapalinové oblasti.

7.2 Přídavná hmotnost kapaliny

V případě vlastního tvaru, kdy $N = 1$ vlastní tvar odpovídá přemístění trubky jako tuhého tělesa v kapalině. Pro tento případ existuje analytické řešení v uzavřeném tvaru pro získání přídavné hmoty kapaliny a to za předpokladu určitých zjednodušení, viz [26]:

1. trubka i válec jsou absolutně tuhá tělesa,
2. kapalina je nestlačitelná, nevazká a neproudící.

Odvozený vztah pro výpočet přídavné hmotnosti se uvádí takto:

$$m_a = \rho_o \pi r_i^2 \left[\frac{1 + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2} \right], \quad (33)$$

kde r_i je vnitřní poloměr kapalinové oblasti (poloměr válcové skořepiny) a r_o je vnější poloměr kapalinové oblasti (poloměr válce kapaliny).

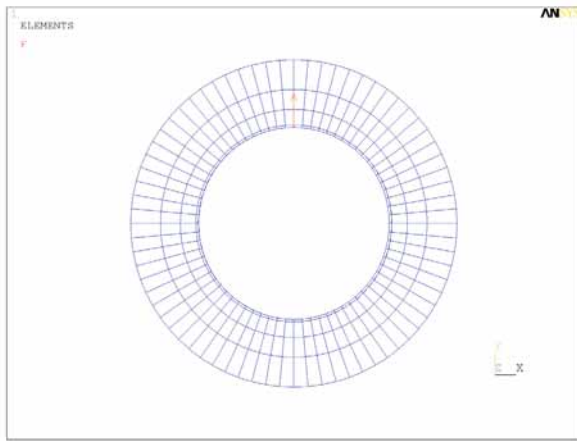
Přídavná hmotnost pro případ vlastního tvaru $N = 1$	
Poměr poloměrů kapalinové oblasti	Poměr přídavné hmotnosti kapaliny
1,5	2,6000
2	1,6667
4	1,1333
8	1,0317
16	1,0078
40	1,0013

Tab. 3

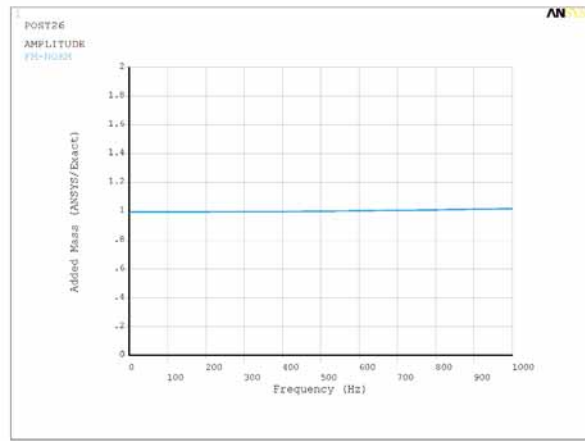
V tabulce 3 jsou analytické hodnoty přídavné hmotnosti kapaliny pro různé poměry poloměrů. Přídavná hmotnost kapaliny je vyjádřena poměrem přídavné hmotnosti kapaliny ve válcích konečných průměrů vztažené k přídavné hmotnosti kapaliny válce nekonečného průměru.

Bylo testováno, jak přídavná hmotnost kapaliny při tvaru kmitu $N = 1$ závisí na budící frekvenci. Rovněž byl sledován vliv velikosti kapalinové oblasti, citlivost na tuhost a hmotnost válcové skořepiny a dále vliv stlačitelnosti kapaliny.

Pro testování byl sestaven rovinný výpočtový model, kde válcová skořepina byla stejných rozměrů jako v předchozí úloze a opět modelována prutovými prvky BEAM3. Kapalinová oblast vnějšího průměru 0,42886 m byla modelována třemi vrstvami prvků FLUID29, viz obr. 12. Tuhost skořepiny byla řízena modulem pružnosti a tuhost kapaliny rychlostí šíření zvuku v kapalině. Kroužek (skořepina) byl buzen harmonickou silou. Z odezvy byly odečteny hodnoty výchylky v místě a směru buzení. Byly dopočítány rychlosti a zrychlení. Na základě hodnot zrychlení byly vyčísleny přídavné hmotnosti kapaliny pro jednotlivé budící frekvence a porovnány s teoretickým řešením. Jako ukázka je na obr. 13 uvedeno řešení, kdy kapalina je téměř nestlačitelná, kdy skořepina je téměř tuhá a téměř nehmotná. Jedná se o poměr vypočtené přídavné hmotnosti kapaliny vyčíslené v programu ANSYS postupem uvedeným výše k analytickému řešení. Z výsledků bylo zjištěno, že numerické řešení v oblasti od 0 do 1000 Hz je zatíženo chybou ne větší než 1,9 %. V řešené oblasti do 500 Hz je chyba řešení pouze 0,6 %.



Obr. 12 Celkový výpočtový model



Obr. 13 Poměr hmotností – ANSYS/Teoretická hmotnost

8 KMITÁNÍ DESKY V NÁDRŽI

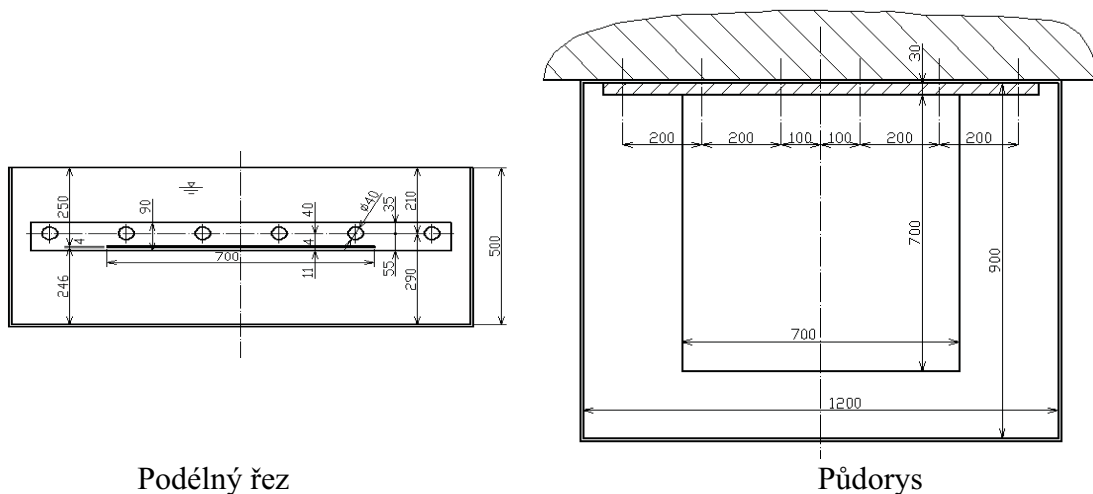
Pro získání zkušeností a představ o přesnosti řešení podle výše uvedených vztahů byl proveden experiment zkoumající kmitání desky v nádrži s kapalinou a porovnán s výpočty.

8.1 Popis experimentu

Experimentální měření bylo provedeno ve zkušebně ČKD Blansko. Jedná se o vlastní kmitání vodorovně umístěné tenké desky v nádrži. Buzení kmitání desky bylo provedeno úderem dřevěnou tyčí a získaný signál byl vyhodnocen signálním analyzátozem. Měření bylo provedeno pro tři případy:

- nádoba je prázdná,
- kapalina je v úrovni desky,
- hladina kapaliny je 150 mm nad úrovní desky.

Rovněž byly určeny vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu při buzení elektrodynamickým budičem ve zvolených zatěžovacích bodech (podrobnosti viz [27]).



Obr. 14 Výkres nádrže s ocelovou deskou

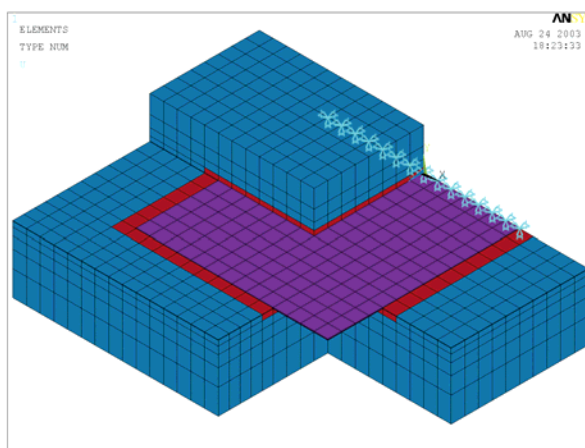
8.2 Výpočet

Deska tloušťky 4 mm je rozdělena na 14x14 prvků SHELL63, popřípadě 14x14x2 prvků SOLID45. Struktura modelu kapalinové oblasti a desky je znázorněna na obr. 15. V úrovni hladiny tlak $p = 0$. Celkový model sestává z 5016 prvků propojených v 6000 uzlech.

8.3 Výsledky řešení a experimentu

Bylo vyčísleno 15 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu pro případ kmitání desky bez kapaliny a desky s kapalinou, jejíž hladina je v úrovni desky. Přičemž byl sledován vliv výběru prvku a formulace matice hmotností na výsledky řešení. Hodnoty pro prvních pět vlastních frekvencí jsou uvedeny v tabulce 4 pro tyto varianty výpočtu:

- K63 – skořepinový prvek SHELL63 s konzistentní maticí hmotností,
- S63 – skořepinový prvek SHELL63 s ekvivalentně soustředěnými hmotnostmi,
- S43 – skořepinový prvek SHELL43 s ekvivalentně soustředěnými hmotnostmi,
- S43 – skořepinový prvek SHELL43 s ekvivalentně soustředěnými hmotnostmi,
- K45 – skořepinový prvek SOLID45 s konzistentní maticí hmotností,
- S45 – skořepinový prvek SOLID45 s ekvivalentně soustředěnými hmotnostmi,
- K45a – varianta K45 s kapalinou v úrovni dolní plochy desky,
- K45b – varianta K45 s kapalinou v úrovni horní plochy desky.



Obr. 15 Struktura modelu desky včetně kapaliny

Deska pod hladinou byla modelována prvky SOLID45 s konzistentní maticí hmotností.

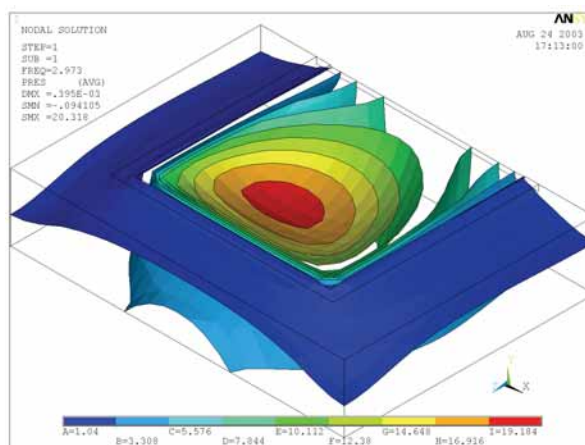
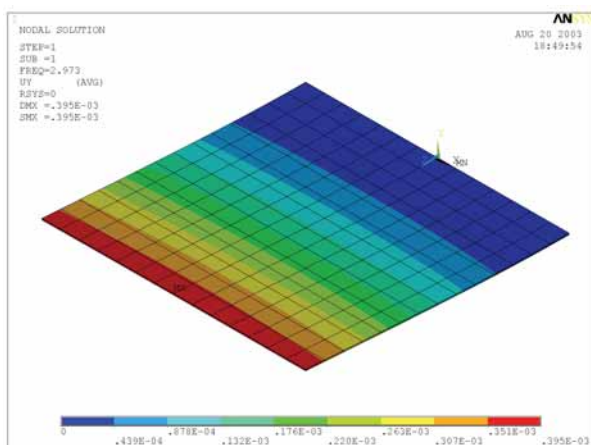
Č. f r e k.	Deska bez kapaliny [Hz]						Deska na hladině [Hz]				Deska 150 mm pod hladinou [Hz]	
	Výpočet					Měření	Výpočet			Měření	Výpočet K45	Měření
	K63	S63	S43	K45	S45		K63	K45a	K45b			
1	7,06	7,04	7,05	7,14	7,12	8,2	3,07	2,97	2,66	3,5	2,36	2,6
2	17,32	17,23	17,22	18,03	17,92	17,5	9,83	9,76	8,78	9,3	7,77	7,1
3	43,34	42,88	43,14	44,40	43,75	49,1	21,29	20,84	19,39	24,0	16,78	14,3
4	55,33	54,53	54,60	58,07	56,86	53,8	34,65	34,51	31,78	30,8	27,78	20,1
5	63,10	62,38	62,46	68,40	67,19	63,1	38,27	39,28	36,10	35,3	31,43	25,1

Tab. 4

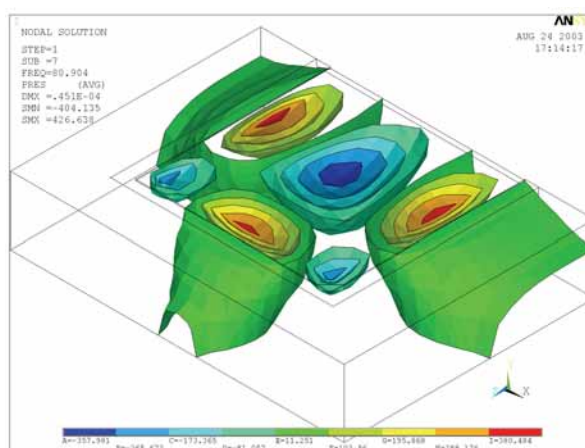
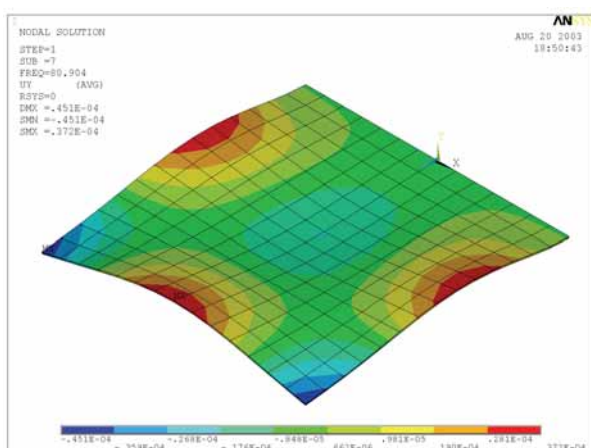
K45	1-1		2-2		3-3		4-4		5-5	
	Měř.	Výp.	Měř.	Výp.	Měř.	Výp.	Měř.	Výp.	Měř.	Výp.
Aa/v	0,427	0,416	0,516	0,541	0,489	0,469	0,572	0,594	0,559	0,574
Ab/v		0,373		0,487		0,437		0,547		0,528
B/v	0,317	0,331	0,406	0,431	0,291	0,378	0,374	0,478	0,398	0,460

Tab. 5

V tabulce 5 je uvedena poměrná změna vlastních frekvencí f_k/f_v , kde f_k je frekvence desky s kapalinou a f_v frekvence desky ve vakuu, pro vzájemně přiřazené tvary kmitu. Pro ilustraci je uveden vlastní tvar kmitu desky v kontaktu s kapalinou v úrovni hladiny (var. K45a) a modální tlaky v kapalině, viz. obr. 16. Obdobně pro desku (var K45) 150 mm pod hladinou kapaliny je zobrazen na obr. 17 vlastní tvar kmitu a modální tlaky v kapalině.



Obr. 16 Varianta K45a – deska na hladině – první tvar kmitu a modální tlaky v kapalině



Obr. 17 Varianta K45 – deska 150 mm pod hladinou – sedmý tvar kmitu a modální tlaky v kapalině

9 VLASTNÍ FREKVENCE A TVARY KMITŮ LOPATY OBĚŽNÉHO KOLA KAPLANOVY TURBÍNY GABČÍKOVO

9.1 Úvodní informace

Životnost lopaty oběžného kola (OK) Kaplanovy turbíny je vedle únavových vlastností lopaty určena především odezvou lopaty na časově proměnlivé účinky interagujícího vodního prostředí za provozu turbíny. Pro predikci reálného dynamického chování lopaty je nutno stanovit vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů lopaty ve vodě. V minulosti byla tato úloha řešena s použitím experimentálně stanovených korekčních součinitelů nebo výpočtem vlastních frekvencí a tvarů kmitů metodou konečných prvků s uvážením spolukmitající hmotnosti vody.

9.2 Výpočtový model

Předmětem analýzy byla lopata oběžného kola Kaplanovy turbíny, rozměrově přepočtená na jednotkový průměr oběžného kola. Výpočtový model lopaty určený pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů byl vytvořen dle daných souřadnic povrchu lopaty s podrobným tvarováním oblasti přechodu listu lopaty do příruby a čepu lopaty. Lopata byla modelována prostorovými osmiuzlovými konečnými prvky (SOLID45) (obr. 18). Vazba příruby a čepu na velmi tuhý náboj oběžného kola se modeluje jako dokonalé vetknutí čepu do nehybného náboje oběžného kola. Model sestává z 1428 prvků lokalizovaných 718 uzly a má 1524 stupňů volnosti.

Při řešení vlastního kmitání lopaty v kapalině model řešené konstrukce zahrnoval dále definovanou oblast kapaliny nad i pod lopatou a radiální vůli mezi lopatou a stěnou komory.

V daném případě nebylo nutné modelovat úplné oběžné kolo a bylo využito cyklické symetrie. Kapalínová oblast nad i pod lopatou – modelovaná osmiuzlovými prvky FLUID30 – má pak tvar válcových segmentů (obr. 19). Oblast sestává z 4204 prvků.

Úplný výpočtový model sestává z 5632 prvků se 3404 uzly a má 4015 stupňů volnosti.

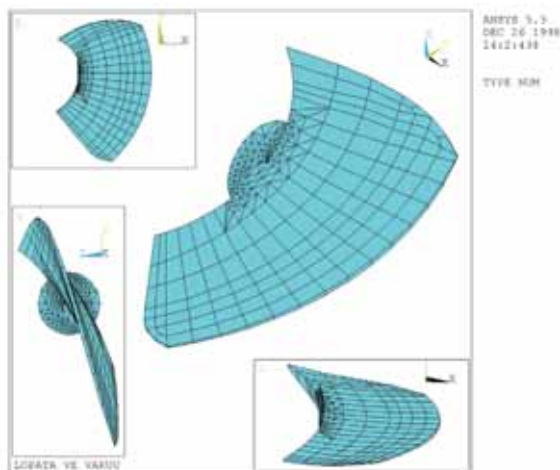
9.3 Výsledky výpočtu

Bylo řešeno vlastní kmitání lopaty OK ve vakuu a ve vodě. V tab. 6 je uvedeno osm vlastních frekvencí lopaty ve vodním prostředí prakticky bez radiální vůle.

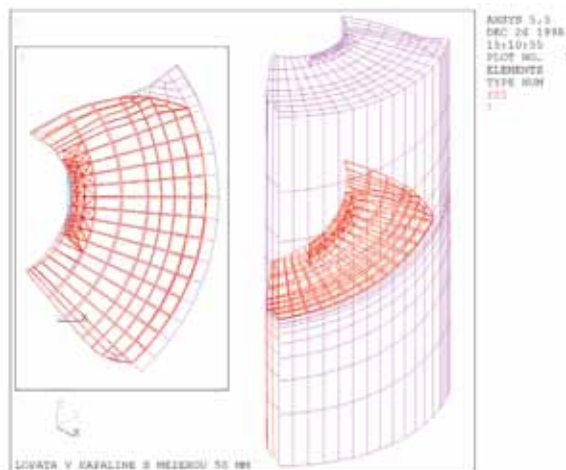
Interakce lopaty s obklopujícím vodním prostředím způsobuje snížení vlastních frekvencí lopaty, vlastní tvary se vlivem prostředí mění nevýznamně.

Vlastní frekvence [Hz]						
Číslo <i>i</i>	Ve vakuu	V kapalině				
		Bez vůle	S vůlí			
			2 mm	5 mm	10 mm	50 mm
1	183,98	82,45	91,97	97,22	100,76	107,96
2	241,01	126,87	136,60	142,65	147,07	156,32
3	323,03	193,48	203,42	209,43	213,56	221,44
4	430,43	278,60	289,37	295,35	297,26	297,33
5	482,68	298,33	298,30	298,89	301,31	308,55
6	597,42	320,00	328,61	332,77	335,21	339,67
7	628,01	418,16	428,73	435,79	440,76	449,18
8	757,70	502,87	512,77	517,97	521,20	528,65

Tab. 6



Obr. 18 Lopata ve vakuu – výpočtový model



Obr. 19 Lopata v kapalině s radiální vůle 50 mm – výpočtový model

9.4 Vliv vůle na kmitání lopaty ve vodě

Pro analýzu vlivu radiální vůle mezi lopatou oběžného kola a komorou oběžného kola byl výpočtový model doplněn o další kapalinové prvky rozšiřující celý válcový segment kapalinové oblasti o velikost vůle v radiálním směru. Tento model sestává z 5902 prvků a 3708 uzlů se 4260

stupni volnosti (obr. 19). V tab. 6 jsou uvedeny vypočtené vlastní frekvence pro velikosti radiální vůle 2 mm, 5 mm, 10 mm a 50 mm.

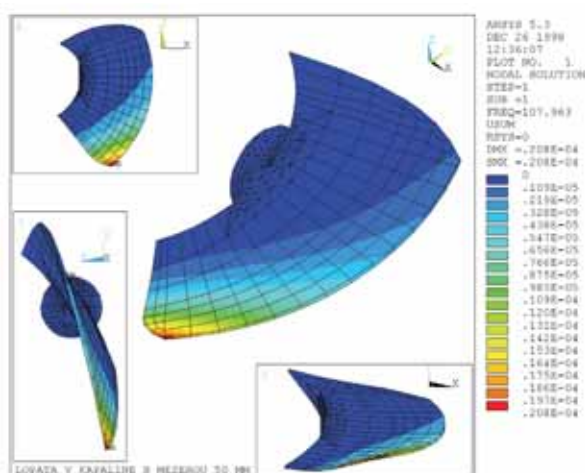
Dva vybrané vlastní tvary kmitů lopaty ve vodním prostředí s radiální vůlí 50 mm jsou zobrazeny v na obr. 20 a obr. 21.

Snížení frekvence vlastního kmitání vlivem vody lze vyjádřit součinitelem vlivu vody φ_i , $i = 1, 2, \dots$ definovaného poměrem

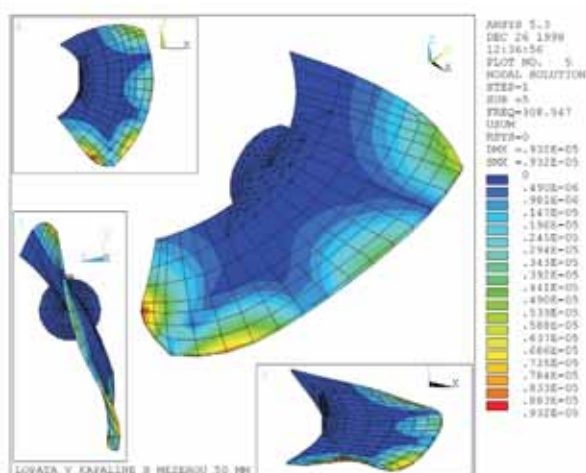
$$\varphi_i = f_{i-voda} / f_i, \quad (34)$$

kde f_{i-voda} je i -tá vlastní frekvence ve vodním prostředí, f_i je i -tá vlastní frekvence ve vakuu.

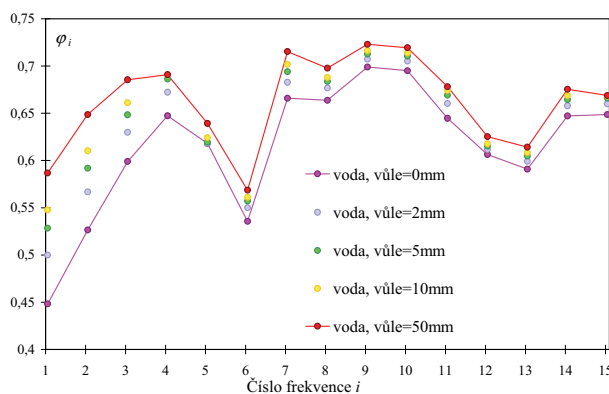
Hodnoty součinitele φ_i , $i = 1, \dots, 8$ jsou pro vyšetřované velikosti vůle znázorněny grafem obr. 22. Vzhledem k variabilitě hodnot součinitele φ_i pro jednotlivá čísla i byly vypočítány hodnoty poměrných odchylek součinitele vlivu vody φ_i , $i = 1, \dots, 15$ pro kmitání lopat s vůlí vůči kmitání lopat bez vůle.



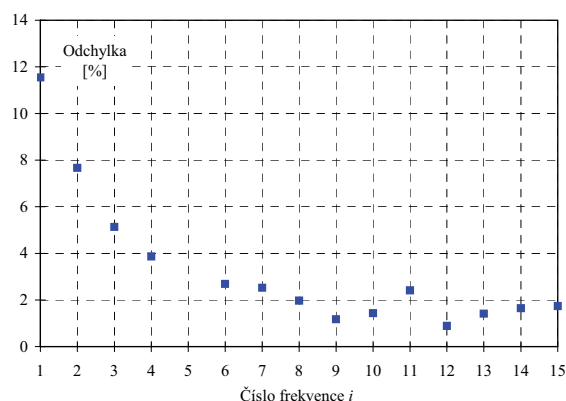
Obr. 20 První vlastní tvar kmitu – rad. vůle 50 mm – $f_1 = 107,963$ Hz



Obr. 21 Pátý vlastní tvar kmitu – rad. vůle 50 mm – $f_5 = 308,547$ Hz



Obr. 22



Obr. 23

Pro praxi je důležitá oblast vůlí 0 mm až 2 mm. Pro případ vůle 2 mm jsou poměrné odchylky součinitele vlivu vody znázorněny na obr. 23. Součinitel vlivu vody φ_1 při kmitání lopaty s vůlí 2 mm je o cca 12% větší než při kmitání lopaty bez vůle.

9.5 Experimentální model a výsledky experimentu

K zjištění vlastních frekvencí lopat na vzduchu a ve vodě měřením (viz [28]) byl použit model oběžného kola Kaplanovy turbíny 4-K-156 o průměru 400 mm. Oběžné kolo bylo připevněno na

dno válcové nádoby. Kmitání lopat bylo buzeno elektrodynamickým budičem a měřeno akcelerometrem. Kmitání bylo rovněž buzeno rázy a vlastní frekvence byly určeny z odezvy. K tomuto účelu bylo použito frekvenčního analyzátoru. Vlastní frekvence byly odečítány ze spekter obrazovky analyzátoru resp. ze souřadnicového zapisovače.

9.6 Porovnání výsledků výpočtu a experimentu

Posouzení vlivu vody na vlastní kmitání lopaty stanovené výpočtem a experimentálně je provedeno pro radiální vůli mezi lopatou a komorou oběžného kola s velikostí 0,1 % průměru oběžného kola. Pro posouzení věrohodnosti výsledků výpočtového řešení vlastního kmitání lopaty ve vodě stačilo vyšetřit odchylky hodnot součinitelů vlivu vody na vlastní kmitání lopaty stanovených výpočtem a experimentálně.

Součinitelé vlivu vodního prostředí φ_i pro pět nejnižších tvarů kmitu určené výpočtem a experimentálně na modelu oběžného kola [28] a jejich poměrné odchylky jsou uvedeny v tab. 7.

i	1	2	3	4	5
Výpočet φ_i	0,474	0,547	0,614	0,659	0,618
Experiment φ_i	0,475	0,554	0,605	0,639	0,656
Poměrná odchylka [%]	-0,21	-1,27	1,46	3,03	-6,14

Tab. 7

Poměrné odchylky součinitelů vlivu vody φ_i stanovené na základě výsledků výpočtu a experimentu jsou velmi malé, v případě prvních tří vlastních frekvencí jsou menší než 2 %. Výpočty vlastního kmitání lopaty v kapalině poskytují věrohodné výsledky i pro případ kapalinou vyplněných spár mezi kmitajícím tělesem a obklopující konstrukcí.

10 PŘÍKLADY ŘEŠENÍ REÁLNÝCH DĚL

Zásadní změnu v praxi řešení dynamické odezvy konstrukce ve styku s kapalinou umožnila aplikace profesionálních programových systémů jako jsou například ANSYS, SYSTUS, COSMOS, ADINA apod. Výrazně se zjednodušuje vytváření výpočtových modelů – odpadá nutnost hrubého zjednodušování tvaru konstrukčních částí ve styku s kapalinou. Prakticky přesné geometrické rozměry včetně povrchů ve tvaru složitých ploch prostorových konstrukcí lze přenést z prostředí CAD systémů bez výrazných komplikací do uvedených systémů. V současné době se problémy přenášejí z oblasti formulace řešení a zdoluhavého vývoje výpočtových postupů do daleko atraktivnější (z hlediska praxe) oblastí optimalizace výpočtového modelu.

K získání potřebné jistoty při rutinní aplikaci systému ANSYS pro řešení úloh uvedeného typu přispěly poznatky z výše uvedených analýz a celé řady provedených výpočtů v rámci řešení různých dílčích úkolů. Některé z výsledků jsou popsány ve zprávách [10], [32], [33], [35] až [37], [41] až [43]. Jde především o oblast testování programu z hlediska jeho poskytovaných možností, stability řešení, nároků na hardware a výpočtový čas. Každý výpočet je vázán na přípravu vstupních dat, samotnou realizaci výpočtů, zpracování a posouzení výsledků výpočtů.

S využitím programu ANSYS byla řešena řada konkrétních úloh praxe. Realizované výpočty vždy zahrnují výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitů. Srovnává se účinek kapaliny na vlastní frekvence a tvary kmitu. Podle povahy zadání byly následně provedeny výpočty ustálené odezvy na harmonické buzení a/nebo výpočty v časové oblasti na buzení pulzacemi vznikajícími v oblasti kapaliny.

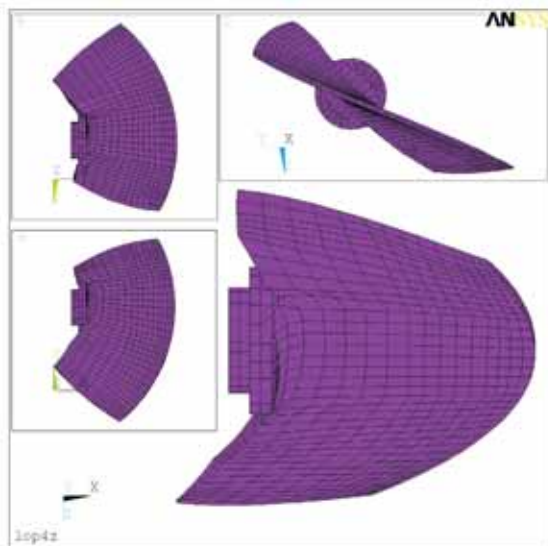
Jedná se o šest níže uvedených úloh. Řešení každé přináší nové poznatky a zkušenosti.

10.1 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů lopaty oběžného kola Kaplanovy turbíny VE Mikšová na vzduchu a ve vodě

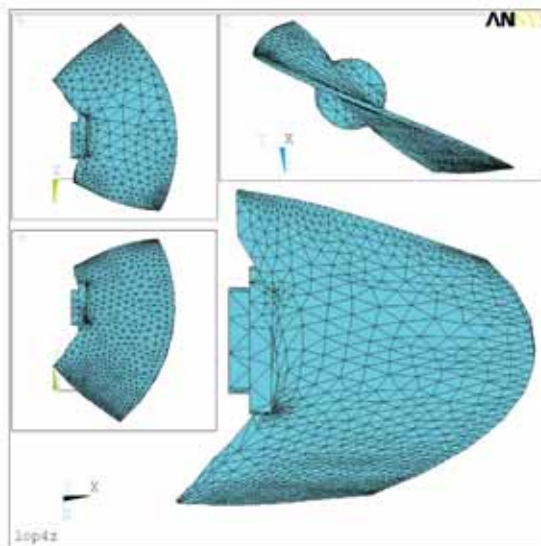
Jako první z provedených významnějších úloh je uváděn výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů lopaty oběžného kola Kaplanovy turbíny VE Mikšová na vzduchu a ve vodě. Jedná se o pětilopátkové kolo Kaplanovy turbíny. Tato úloha je zajímavá tím, že porovnává výpočty jedné lopaty modelované různými konečnými prvky a účinek kapaliny. Postupně se řeší tatáž úloha se všemi pěti lopatami oběžného kola v kapalině. Byl otestován přenos geometrie lopaty pomocí formátu IGES do ANSYSu.

10.1.1 Popis oběžného kola Kaplanovy turbíny

Průměr pětilopátkového kola je 4800 mm. Byla uvažována předepsaná radiální vůle mezi oběžnými lopatami a stěnou komory oběžného kola. Výpočtový model lopaty určený pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů systémem ANSYS 5.5.2 (model **S1**, resp. **S2**) byl vytvořen dle souboru dat popisující geometrii lopaty (ve formátu IGES). Oběžná lopata byla modelována s podrobným tvarováním oblasti přechodu listu lopaty do příruby a čepu lopaty. Vazba příruby a čepu s konstrukcí náboje oběžného kola se modeluje jako dokonalé vetknutí. Náboj oběžného kola a všechny s ním související části se modelují jako celistvé nehybné tuhé těleso. Výpočtový model **S1** byl vytvořen s použitím osmiuzlových konečných prvků typu SOLID45, model **S2** se liší pouze použitím desetiuzlových tetrahedrických prvků typu SOLID92.



Obr. 24 Výpočtový model **S1** – šestistěny – 8 uzlů

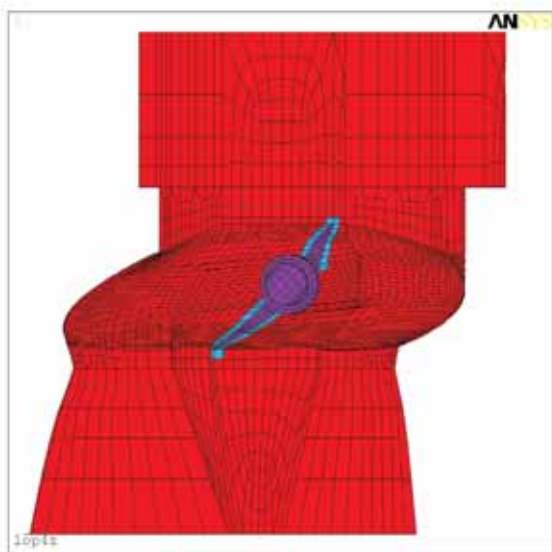


Obr. 25 Výpočtový model **S2** – čtyřstěny – 10 uzlů

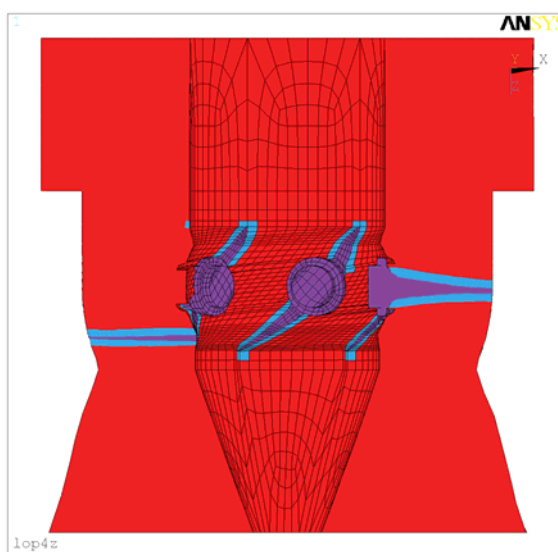
Úplný model řešené konstrukce (model **S5**) zahrnoval všech pět oběžných lopat (model **S1**) a definovanou oblast kapaliny nad i pod lopatami a vrstvu kapaliny v mezeře vlivem radiální vůle mezi lopatami a stěnou komory. Hranice kapalinové oblasti byly radiálně definovány nehybnými povrchy horní části savky, komory oběžného kola, zavřených rozváděcích lopat, víka turbíny a náboje oběžného kola s kuželem. Axiálně byly hranice kapalinové oblasti tvořeny povrchem turbínového víka a horizontální rovinou na úrovni konce kužele náboje. V oblasti komory oběžného kola byla geometrie hraničních povrchů přesně dodržena, ve vzdálenějších oblastech byla geometrie povrchů zjednodušena na odstupňované válcové a horizontální rovinné plochy. Kapalinová oblast byla modelována s použitím prvků typu FLUID30.

Před konečným výpočtem s úplným modelem (v roce 1999 byl tento výpočet na hranici dostupného hardware) byly provedeny časově méně náročné výpočty se zjednodušenými modely. Model **S3** byl vytvořen jako segmentový. Zahrnoval jednu oběžnou lopatu a dvoupětinnový

prostorově tvarovaný segment kapalinové oblasti. Model S4 zahrnuje jednu oběžnou lopatu a úplnou kapalinovou oblast.



Obr. 26 Výpočtový model S3



Obr. 27 Výpočtový model S5 – řez

Model	S1	S2	S3	S4	S5
Počet prvků celkem	1950	4802	19433	45470	53270
Počet uzlových bodů	2745	9836	21970	57800	57800
Počet stupňů volnosti	8094	29415	27931	57324	89700

Tab. 8 Charakteristiky modelů

10.1.2 Výpočet vlastních frekvencí oběžné lopaty na vzduchu a ve vodě

Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů oběžné lopaty na vzduchu byly počítány blokovou Lanczosovou metodou s použitím výpočtových modelů S1 a S2. Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů oběžné lopaty ve vodě byly počítány s použitím výpočtových modelů S3, S4 a S5.

Hodnoty čtyř nejnižších vlastních frekvencí všech modelů jsou uvedeny v tabulce 9.

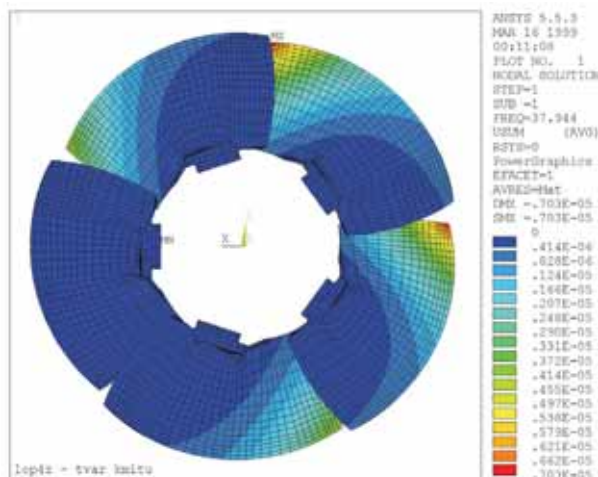
Vlastní frekvence oběžných lopat turbíny VE Mikšová na vzduchu a ve vodě									
Model	S1	S2	S3	S4	S5				
	f_r	f_r	f_r	f_r	f_{r-1}	f_{r-2}	f_{r-3}	f_{r-4}	f_{r-5}
r	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1	74,146	74,476	38,355	38,292	37,944	37,950	38,301	38,305	38,784
2	102,03	102,14	61,921	61,902	61,194	61,768	61,769	62,638	62,638
3	139,50	139,07	92,978	92,862	92,451	92,453	93,022	93,023	93,786
4	160,27	152,83	106,72	106,76	106,49	106,78	107,01	–	–

Tab. 9

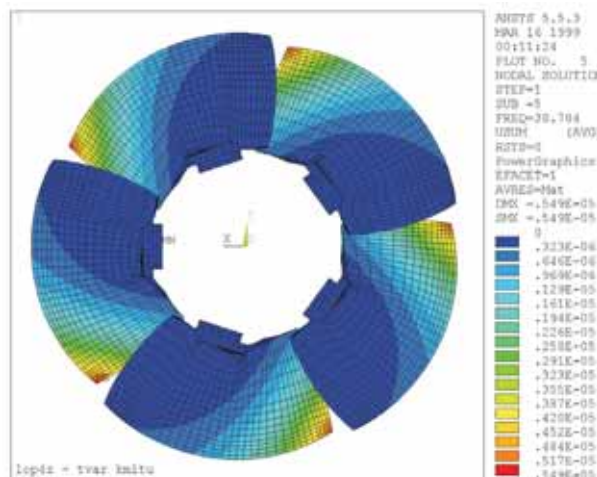
10.1.3 Poměry vlastních frekvencí oběžných lopat ve vodě a na vzduchu

V níže uvedené tabulce 10 jsou uvedeny vypočítané mezní a průměrné hodnoty poměrů odpovídajících vlastních frekvencí oběžné lopaty turbíny VE Mikšová ve vodě a na vzduchu. Tyto

poměry se označují jako součinitelé vlivu vodního prostředí a používají se v projekční praxi pro kvalifikovaný odhad korekce hodnot vlastních frekvencí na vzduchu se zřetelem ke vlivu vody. V tabulce jsou pro orientační srovnání uvedeny hodnoty součinitelů vodního prostředí, získané experimentálně [28] na jiném typu Kaplanovy lopaty.



Obr. 28 Tvar kmitu – s kapalinou – S5
 $f_{1-1} = 37,944$ Hz



Obr. 29 Tvar kmitu – s kapalinou – S5
 $f_{1-5} = 38,784$ Hz

Součinitelé vlivu vodního prostředí lopaty OK turbíny VE Mikšová			
r	Mezní φ_r	Průměr	(Experiment [28] typ 4-K-156)
1	0,509–0,523	0,516	(0,475 tj. –9,2 %)
2	0,599–0,614	0,606	(0,554 tj. –9,1 %)
3	0,663–0,674	0,668	(0,605 tj. –9,1 %)

Tab. 10

10.1.4 Závěr

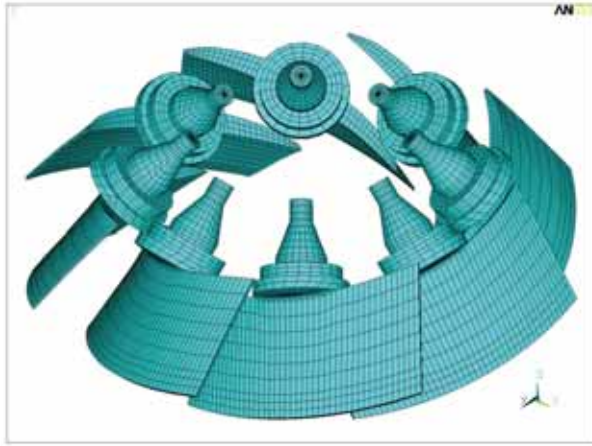
Výpočtem byly stanoveny vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů oběžné lopaty Kaplanovy turbíny VE Mikšová na vzduchu a ve vodním prostředí. Úplný výpočtový model zahrnoval tuhý náboj oběžného kola se všemi (pěti) lopatami a kapalinovou oblast s hranicemi respektujícími geometrii komory oběžného kola a radiální vůli mezi lopatami oběžného kola a povrchem komory oběžného kola. Provedený výpočet byl ověřen experimenty, výsledky výpočtu lze označit jako spolehlivé.

10.2 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola DR turbíny

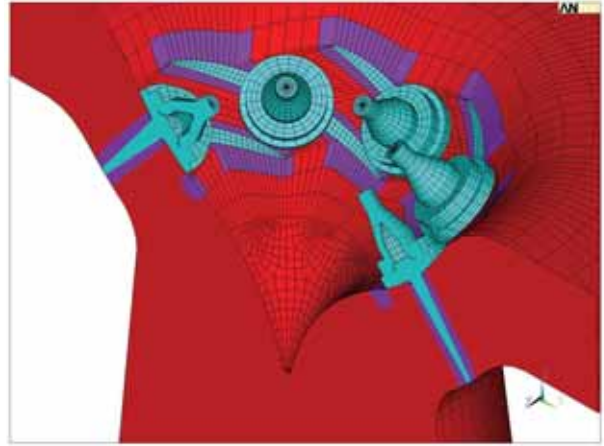
Další úloha je opět věnovaná výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola Deriazovy reverzní turbíny. Jedná se o oběžné kolo s osmi lopatami. Tentokrát se zkoumá vliv změny zesílení lopaty na vlastní frekvence na vzduchu a ve vodě. Výpočty bylo odzkoušeno řešení konstrukcí s násobnými a dále velmi blízkými frekvencemi. Přenos dat pomocí IGES se stal rutinním.

10.2.1 Výpočtové modely

Průměr osmilopatového oběžného kola Deriazovy reverzní turbíny je 5800 mm. Uvažuje se předepsaná radiální vůle mezi oběžnými lopatami a stěnou komory oběžného kola 5 mm. Výpočty byly provedeny pro dvě alternativy profilu lopaty – původní profil (P) a zesílený profil (Z).



Obr. 30 Výpočtový model všech osmi lopat



Obr. 31 Úplný výpočtový model – svislý řez

Výpočtový model lopaty **P** byl vytvořen na základě souboru dat ve formátu IGES. Oběžná lopata byla modelována s podrobným tvarováním oblasti přechodu listu lopaty do příruby a čepu lopaty.

Modelování vazby přírub lopaty a čepu simuluje kontakt povrchů u předepjatého šroubového spoje s možností rozevírání přírub. Kluzné uložení čepu v konstrukci náboje oběžného kola se modeluje s použitím radiálních vazeb uzlů modelu. Torzní tuhost vazby příruby čepu na nehybnou páku se modeluje zavedením torzních vazeb uzlů na obvodu příruby. Axiální tuhost uložení příruby lopaty v konstrukci náboje oběžného kola se modeluje zavedením axiálních vazeb uzlů modelu příruby. Náboj oběžného kola a všechny s ním související části se modelují jako nehybné tuhé těleso. Výpočtový model **P** byl vytvořen pomocí osmiuzlových prvků typu SOLID45. Celkem bylo použito 2811 konečných prvků lokalizovaných 3942 uzly s 11754 stupni volnosti.

Výpočtový model **P8** zahrnuje všech osm lopat profilu **P** uložených v náboji oběžného kola. Struktura modelu **P8** je patrná z obr. 30. Celkem bylo použito 22488 konečných prvků lokalizovaných 31536 uzly s 94032 stupni volnosti.

Úplný model řešené konstrukce (model **P8K**) zahrnoval všech osm oběžných lopat a definovanou oblast kapaliny nad i pod lopatami a vrstvu kapaliny v mezeře vlivem radiální vůle mezi lopatami a stěnou komory. Hranice kapalinové oblasti byly definovány nehybnými povrchy savky, komory oběžného kola, zavřených rozváděcích lopat, víka a lopatkových kruhů turbíny a náboje oběžného kola s kuzelem. Axiálně byly hranice kapalinové oblasti tvořeny povrchem horního lopatkového kruhu a turbínového víka a horizontální rovinou pod koncem kuzele náboje. Geometrie hraničních povrchů daná výkresy byla přesně dodržena. Výpočtový model **P8K** byl vytvořen s použitím konečných prvků typu SOLID45 (22488 prvků) a prvků FLUID30 (49904 prvků). Celkem bylo použito 72392 prvků lokalizovaných 82975 uzly se 150958 stupni volnosti. Na obr. 31 je zobrazena středová část svislého řezu modelu.

Geometrické uspořádání výpočtových modelů se zesílenou lopatou **Z**, **Z8** a **Z8K** je shodné s předchozími modely **P**, **P8** a **P8K**. Liší se pouze tloušťkou lopat.

10.2.2 Výpočet vlastních frekvencí oběžných lopat na vzduchu a ve vodě

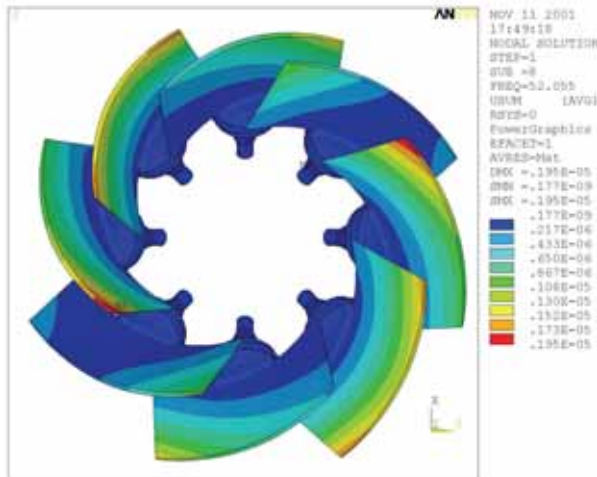
Hodnoty tří nejnižších vlastních frekvencí stanovené na modelu lopaty **P** a **Z** na vzduchu jsou uvedeny v tabulce 11.

Hodnoty 20 nižších vlastních frekvencí modelu tuhého oběžného kola s osmi lopatami původního profilu **P** ve vodě stanovené na modelu **P8K** jsou uvedeny v [35]. Jde v podstatě o sadu osminásobných vlastních frekvencí lopaty **P**. Řešení lze globálně považovat za stabilní, hodnoty tří nejnižších vlastních frekvencí stejného řádu se liší nejvýše o 7,7 % vzhledem ke střední hodnotě. Osmý vlastní tvar kmitu první skupiny tvarů modelu **P8K** je uveden na obr. 32.

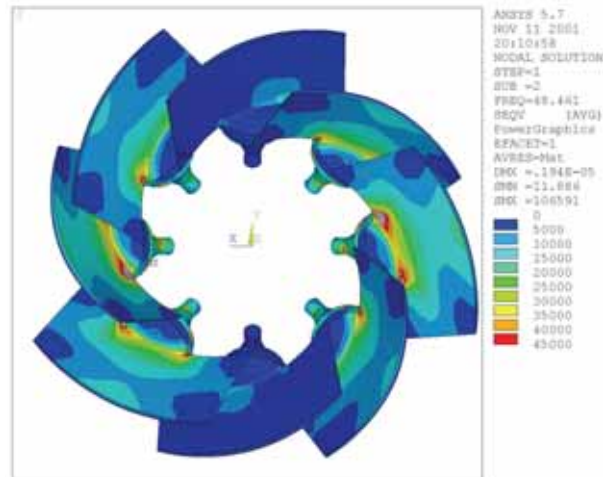
Profil	Původní P na vzduchu	Zesílený Z na vzduchu	Původní P8K ve vodě	Zesílený Z8K ve vodě
r	Frekvence f_r	Frekvence f_r	Frekvence f_r	Frekvence f_r
	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1	86,83	91,14	49,67	52,74
2	97,64	104,34	66,30	71,54
3	151,62	163,65	112,07	122,47

Tab. 11 Vlastní frekvence oběžných lopat DR-turbíny na vzduchu a ve vodě

V případě modelu **Z8K** bylo vypočteno 22 nižších vlastních frekvencí. Hodnoty frekvencí jsou uvedeny v [35]. Jde opět o sadu osminásobných vlastních frekvencí lopaty **Z**. Hodnoty tří nejnižších vlastních frekvencí stejného řádu se liší nejvýše o 7,4 % vzhledem ke střední hodnotě. Střední hodnoty tří nejnižších skupin vlastních frekvencí oběžných lopatek DR-turbíny ve vodě jsou uvedeny v tabulce 11. Pole modálních srovnávacích napětí σ_{HMH} odpovídající druhému vlastnímu tvaru kmitu patřící do první skupiny tvarů (osminásobná frekvence) modelu soustavy lopat **P8K** je zobrazeno na obr. 33.



Obr. 32 Tvar kmitu ve vodě – **P8K**
 $f_{1-8} = 52,055$ Hz



Obr. 33 Modální napjatost – tvar kmitu
ve vodě – **P8K** – $f_{1-2} = 48,461$ Hz

Původní profil lopaty				Zesílený profil lopaty			
r	Vlastní frekvence na vzduchu [Hz]	Součinitelé vlivu prostředí		r	Vlastní frekvence na vzduchu [Hz]	Součinitelé vlivu prostředí	
		Mezní hodnoty	Průměr			Mezní hodnoty	Průměr
1	86,83	0,5532–0,5995	0,5720	1	91,14	0,5592–0,6073	0,5787
2	97,64	0,6265–0,7108	0,6790	2	104,34	0,6348–0,7185	0,6856
3	151,62	0,7334–0,7473	0,7391	3	163,65	0,7427–0,7554	0,7484

Tab. 12 Součinitelé vlivu vodního prostředí lopat DR-turbíny

10.2.3 Poměry vlastních frekvencí oběžných lopat ve vodě a na vzduchu

V tabulce 12 jsou pro oběžné lopaty obou profilů (**P**, **Z**) uvedeny hodnoty poměrů odpovídajících vlastních frekvencí oběžných lopat DR-turbíny ve vodě a na vzduchu.

10.2.4 Závěr

Výpočtem byly stanoveny vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů dvou alternativ oběžné lopaty Deriazovy reverzní turbíny na vzduchu a ve vodním prostředí. Alternativy se v podstatě lišily tloušťkou profilu. Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů lopat ve vodním prostředí se řešily s úplným výpočtovým modelem. Model zahrnoval tuhý náboj oběžného kola se všemi lopatami a kapalinovou oblast s hranicemi respektujícími přesně geometrii oblasti komory oběžného kola a savky a danou radiální vůli mezi lopatami oběžného kola a povrchem komory oběžného kola. Výpočtem byly stanoveny hodnoty součinitelů vlivu vodního prostředí lopat daného typu DR-turbíny.

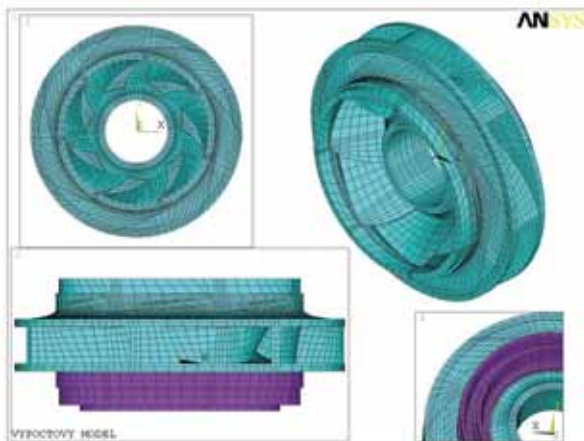
10.3 Analýza vlivu vodního prostředí na vlastní kmitání oběžného kola čerpadla PVE Čierny Váh

Třetí v pořadí je úloha týkající se analýzy vlivu vodního prostředí na vlastní kmitání oběžného kola čerpadla pro PVE Čierny Váh. V tomto případě byl vytvořen z hlediska modelování velmi složitý výpočtový model oběžného kola se sedmi lopatkami a kapalinovým prostředím. Při modelování byl dodržen požadavek, aby všechny prvky byly ve tvaru šestistěnu (výjimečně pětistěnu s devíti hranami).

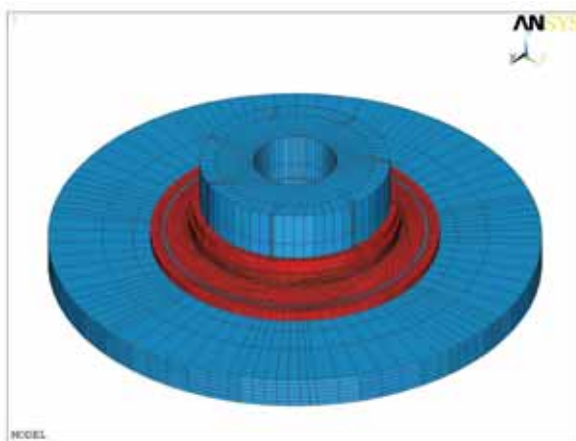
10.3.1 Výpočtový model oběžného kola

Výpočtový model oběžného kola byl sestaven s použitím výkresové dokumentace ČKD Blansko, předaných datových souborů CAD oběžného kola a dalších informací.

První model zahrnuje pouze vlastní oběžné kolo čerpadla s přišroubovaným prstencem labyrintové ucpávky, obr. 34. Druhý model, označený v dalším jako „úplný“ (obr. 35), zahrnuje mimo vlastní oběžné kolo čerpadla s přišroubovaným prstencem labyrintové ucpávky kapalinové prostředí a vhodně volené tuhé omezující okolí. Je určen pro podrobnou dynamickou a hydroelastickou analýzu a proto byl vytvořen bez využití cyklické symetrie konstrukce, s plným využitím mezních možností stávajících výpočetních prostředků (ANSYS 5.5, PC Pentium II 400 MHz (512 MB RAM, 13,4 GB HDD)).



Obr. 34 Výpočtový model oběžného kola



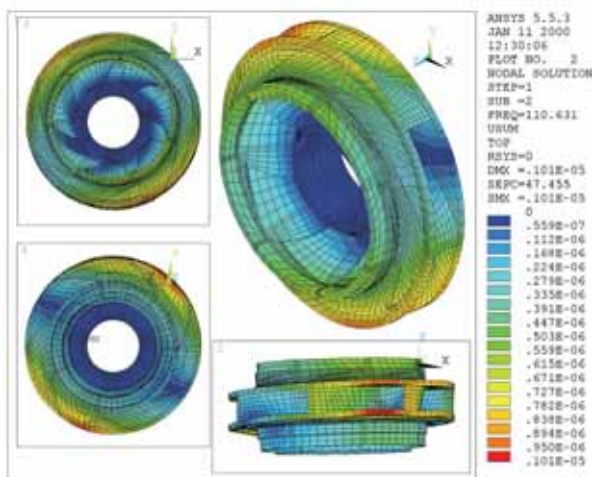
Obr. 35 Úplný výpočtový model

Vlastní oběžné kolo je na velmi tuhý hřídel čerpadla usazeno s montážním přesahem. Vazba oběžného kola na hřídel se proto modeluje jako dokonalé vetknutí. Jsou modelovány všechny tvarové podrobnosti povrchu oběžného kola včetně labyrintů. Přesně jsou modelovány rovněž všechny protiplochy na „statoru“, včetně respektování spár v labyrintech.

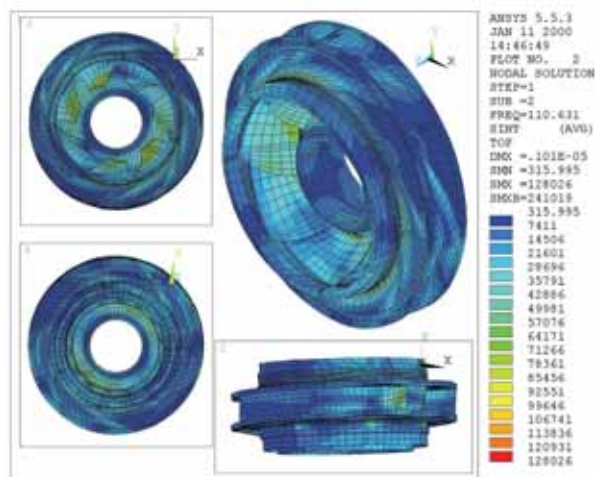
Úplný výpočtový model byl vytvořen s použitím 47124 osmiuzlových prvků (SOLID45 a FLUID30), lokalizovaných 53312 uzly se 118794 stupni volnosti.

10.3.2 Výsledky výpočtů

Výpočtem byly nejdříve stanoveny vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů modelu oběžného kola bez uvažování vlivu vodního prostředí. Základní vlastní frekvence modelu je 194,8 Hz (diskový vlastní tvar kmitu, jedna uzlová linie). Následně bylo výpočtem stanoveno prvních patnáct vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů modelu oběžného kola ve vodním prostředí. Nejnižší vlastní frekvence modelu je 42,7 Hz s dominantními přemístěními v axiálním směru. Teprve druhý vlastní tvar kmitu oběžného kola ve vodě s frekvencí 110,6 Hz odpovídá prvnímu tvaru kmitu oběžného kola na vzduchu. Tento tvar kmitu je zobrazen na obr. 36. Na obr. 37 jsou zobrazena pole modálních intenzit napětí. Neočekávané snížení nejnižší hodnoty vlastní frekvence je zřejmě způsobeno přišroubovaným prstencem labyrintové ucpávky.



Obr. 36 Tvar kmitu oběž. kola ve vodě
 $f_2 = 110,631$ Hz



Obr. 37 Modální napjatost σ_{INT} oběž. kola
 $f_2 = 110,631$ Hz

10.3.3 Závěr

Byl proveden výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola akumulčního čerpadla ve vodním prostředí a výsledky byly porovnány s výsledky výpočtů vlastní kmitání oběžného kola ve vzduchu. Interakce kmitajícího oběžného kola s okolním vodním prostředím snižuje vlastní frekvence oběžného kola v zásadě v daném pořadí, charakter příslušných vlastních tvarů kmitů se mění nevýznamně. Analýza ukázala na možnost značného vlivu horního labyrintu na pořadí vlastních frekvencí ve spektru.

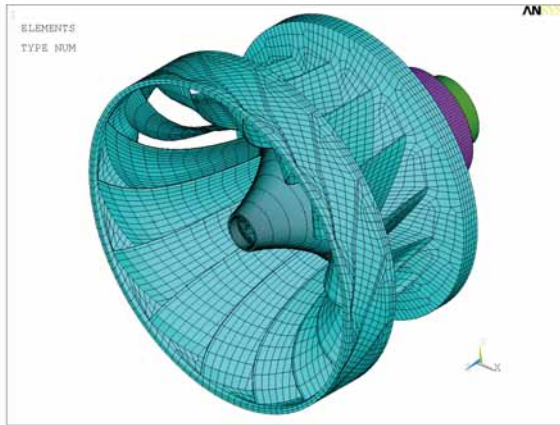
Uvedený výpočet byl jedním z prvních, kdy byl vytvářen relativně topologicky komplikovaný model pouze z prvků ve tvaru šestistěnu. Zkušenosti se způsobem modelování byly mnohokrát využity při modelování obdobných modelů.

10.4 Oběžné kola Francisovy turbíny vodní elektrárny HPP Burrendong

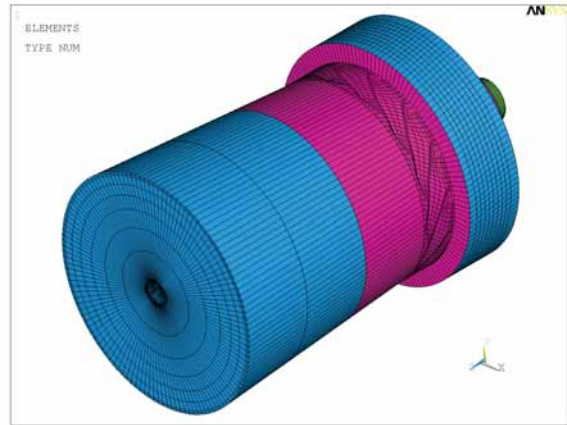
Vodní elektrárna HPP Burrendong v přehradě stejného názvu je na řece Macquarie nedaleko města Wellington v Novém Jižním Walesu v Australii. Jsou instalovány dvě identické turbíny pro pohon generátoru. Hřídel je umístěn horizontálně. V úloze, kde se řeší čtrnáctilopatkové oběžné kolo byla provedena prakticky poprvé odezva v časové oblasti na buzení pulzacemi v mezilopatkovém prostoru. Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitů se již stalo samozřejmostí a není zde uváděn.

10.4.1 Výpočtový model řešené soustavy

Výpočtový model soustavy zahrnuje geometricky velmi podrobně modelované vlastní oběžné kolo vázané přírubou s přibližně modelovaným poddajným turbínovým hřídelem. Hřídel je vetknut do nehybného tuhého základu. Oběžné kolo bylo modelováno 24782 prvky SOLID45.



Obr. 38 Výpočtový model oběžného kola



Obr. 39 Úplný výpočtový model

Kapalinová oblast má velmi podrobně modelované hraniční povrchy. Hranice kapalinové oblasti jsou axiálně tvořeny přesně modelovaným povrchem turbínového víka a horizontální rovinou v savce (volná hladina), v dostatečné úrovni od konce věnce i kužele náboje oběžného kola. V oblasti rozváděcích lopatek, vstupu do oběžného kola, labyrintů a nad oběžným kolem byla geometrie hraničních povrchů přesně dodržena. Části konstrukce turbíny tvořící hraniční povrchy jsou uvažovány jako tuhé, nehybné. Kapalinová oblast byla modelována s použitím 43211 prvků typu FLUID30. Úplný výpočtový model soustavy oběžné kolo - kapalina byl sestaven s použitím celkem 67993 konečných prvků, lokalizovaných 73871 uzly s 168284 stupni volnosti.

10.4.2 Výpočtový model zatížení soustavy

Řeší se kmitání výpočtové soustavy vynucené pulzacemi tlaku v oblasti vstupu do oběžného kola. Na základě předcházejících studií [39] může být tlak v oblasti vstupních hran oběžných lopatek popsán vztahem

$$p(\varphi, t) = p_b \sin(N \varphi + 2 \pi f k z t) \quad (35)$$

v závislosti na polohovém úhlu φ a čase t . Ve vztahu značí p_b amplitudu pulzací, f otáčkovou frekvenci oběžného kola, z počet rozváděcích lopat, N a k jsou celá čísla charakterizující pulzace. Po výšce oběžných lopatek se uvažuje stálé rozložení tlakových pulzací. Zobecněné zatížení (44) lze pak vyjádřit vztahem

$$w(t) = A/c p_b 2 \pi f z k \cos(N \varphi + 2 \pi f k z t). \quad (36)$$

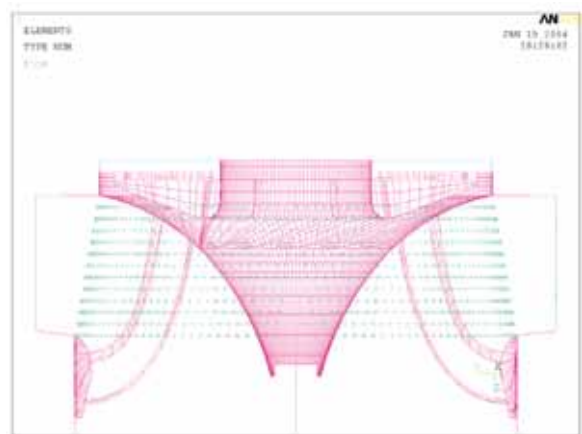
Odezva soustavy se řešila pro tři typické varianty [39]:

- var1: $k = 1$ $N = -6$ $z = 20$ $f = 5$ Hz,
- var2: $k = 1$ $N = 8$ $z = 20$ $f = 5$ Hz,
- var3: $k = 2$ $N = 2$ $z = 20$ $f = 5$ Hz.

Zobecněné zatížení bylo zavedeno v uzlech kapalinového modelu na myšlené kuželové ploše v oblasti vstupu do oběžného kola. Po obvodě bylo rovnoměrně rozloženo 28 uzlů (počet oběžných lopat je 14). Soustava příslušných vektorů zatížení je zobrazena na obr. 40.

10.4.3 Výpočet odezvy soustavy

Odezva byla řešena jako přechodový proces v intervalu 0 až 2 s. Kritériem bylo ustálení pole tlaku v oblasti zavedení zobecněného zatížení na vstupu do oběžného kola.

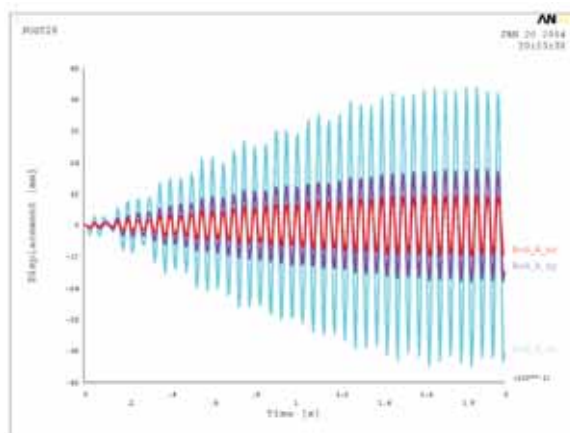
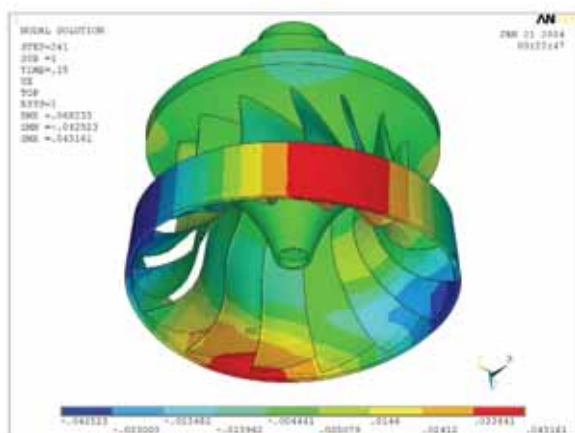


Obr. 40 Místa přiložení zatížení

Byla získána pole přemístění (obr. 41) a pole napětí v oběžném kole a pole tlaků v kapalinové oblasti na vstupu do oběžného kola. Pro jednotlivé časové okamžiky. Byly zkoumány časové průběhy složek přemístění a napětí. Zajímavé jsou výsledky řešení odezvy pro zatížení var3 (obr. 42). Zřejmě zde dochází k rezonančnímu kmitání soustavy oběžné kolo – kapalinová oblast.

10.4.4 Závěry

Byla prostudována problematika numerického řešení dynamické odezvy oběžného kola Francisovy turbíny ve vodním prostředí na pulzace tlaku v souvislosti s posouzením možnosti výpočtů tohoto typu s použitím profesionálního programového systému ANSYS.



Obr. 41 Axiál. přemístění $u_z - t = 150$ ms – var3 Obr. 42 Časový průběh složek posunutí – var3

Se zřetelem k aplikacím byl zejména prostudován způsob formulace vstupních údajů o zatížení oběžného kola časově proměnnými složkami tlaku uvnitř kapalinové oblasti. Zatížení je nutno vyjádřit pomocí časové změny tlaku. Řešení odezvy pro daný průběh tlaku lze získat iteračním postupem.

Odezvu je vesměs nutno řešit jako odezvu přechodovou. Reálná je přitom pouze aplikace konečných prvků formulovaných pro přímý popis tlakového pole v kapalinové oblasti. Pulzace tlaku v kapalinové oblasti po obvodě na vstupním průměru oběžného kola byly popsány v závislosti na polohovém úhlu a čase. Byly stanoveny časové průběhy polí přemístění a napjatosti oběžného kola a pole tlaku v kapalinové oblasti. Ve vybraných bodech byly stanoveny časové průběhy napětí a přemístění oběžného kola a tlaku v kapalině.

Ukázalo se, že řešení odezvy přímou integrací pohybových rovnic je schůdné z hlediska nároků na v té době dostupnou výpočetní techniku.

10.5 Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy turbíny Dlouhé Stráně ve vodním prostředí

Oběžné kolo přečerpávací vodní elektrárny Dlouhé stráně je již více než deset let v provozu. Provoz byl průběžně sledován a bylo získáno mnoho poznatků o provozních podmínkách kola a jeho provozních vlastnostech. Uvažuje se o projektu modernizace s cílem zlepšit účinnost oběžného kola a umožnit zvýšení výkonu soustrojí. V souladu s těmito záměry je nutno posoudit poznatky z provozu a stanovit zbytkovou únavovou životnost kola. Nezbytnou podmínkou je podrobná analýza dynamických vlastností oběžného kola, zejména se zřetelem k vibracím.

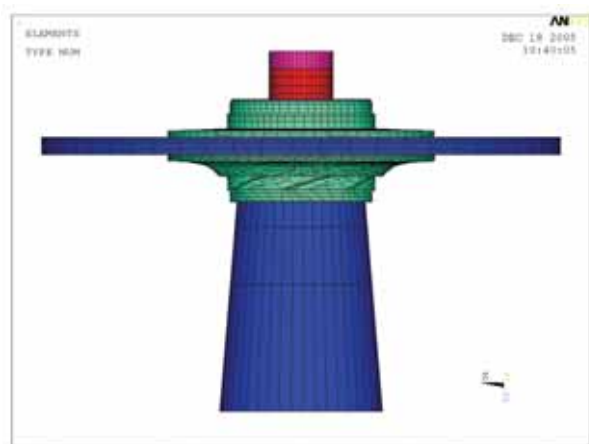
10.5.1 Výpočtový model řešené soustavy

Výpočtový model soustavy zahrnuje geometricky velmi podrobně modelované vlastní oběžné kolo vázané přírubou s přibližně modelovaným hřídelem. Hřídel je pružně vetknut do nehybného

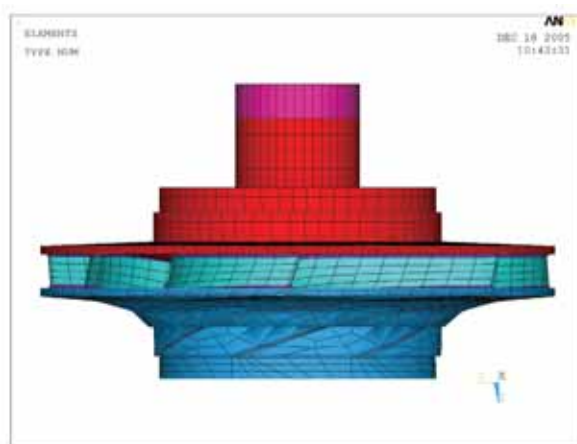
tuhého základu. Tuhost je volena tak, aby nejnižší frekvence kola v kapalině byla kolem 11,5 Hz. Celé oběžné kolo bylo modelováno 10689 prvky SOLID45.

Kapalinová oblast má velmi podrobně modelované hraniční povrchy. V oblasti rozváděcích lopatek, vstupu do oběžného kola, labyrintů a nad oběžným kolem byla geometrie hraničních povrchů přesně dodržena, ve vzdálenějších oblastech byla geometrie povrchů zjednodušena na válcové a kuželové plochy. Části konstrukce turbíny tvořící hraniční povrchy jsou uvažovány jako tuhé, nehybné.

Kapalinová oblast byla modelována s použitím 12138 prvků typu FLUID30. Úplný výpočtový model soustavy oběžné kolo – kapalina je tvořen celkem 22827 prvky, lokalizovanými 25193 uzly s 59875 stupni volnosti. Struktura úplného výpočtového modelu soustavy je patrná ze zobrazení na obr. 43. Výpočtový model oběžného kola je zobrazen na obr. 44.



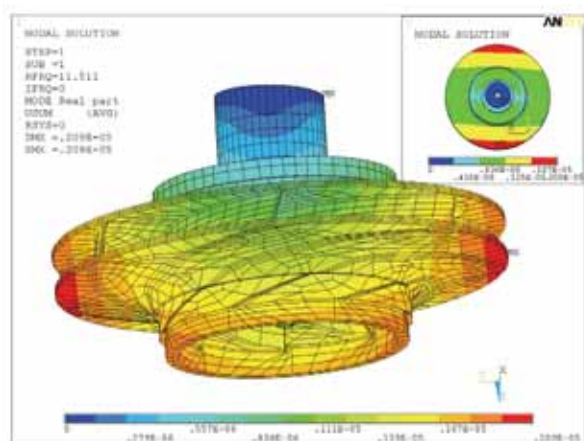
Obr. 43 Celkový výpočtový model



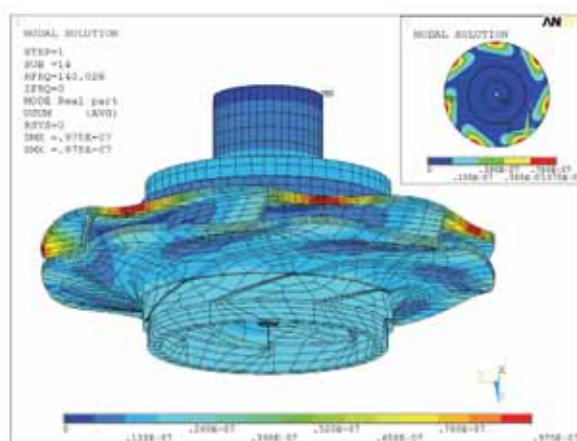
Obr. 44 Model oběžného kola

10.5.2 Výpočet vlastních frekvencí oběžného kola na vzduchu a ve vodním prostředí

Bylo vypočítáno 100 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů v rozsahu do 2150 Hz v případě oběžného kola na vzduchu a 100 vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů v rozsahu do 887 Hz v případě oběžného kola ve vodním prostředí.



Obr. 45 První tvar kmitu – ve vodě –
 $f_1 = 11,511$ Hz



Obr. 46 Čtrnáctý tvar kmitu – ve vodě –
 $f_{14} = 140,026$ Hz

10.5.3 Výpočet vynuceného kmitání oběžného kola

Pro určení napjatosti v oběžném kole byl proveden výpočet vynuceného kmitání. Vynucené kmitání je vyvoláno tlakovými pulzacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola. Pulzace tlaku

v kapalinové oblasti jsou popsány zadanými kvaziperiodickými funkcemi v závislosti na polohovém úhlu a čase. Počet lopatek oběžného kola (7) a počet předrozváděcích lopatek (20) předurčuje průběh funkce buzení a dále ovlivňuje dělení sítě prvků v oblasti buzení. Kmitání výpočtové soustavy je buzeno rotujícím časově proměnným tlakovým polem v mezilopatkovém prostoru. Pulzace tlaku se zavádějí v oblasti vstupu do oběžného kola. V této oblasti dělení na prvky musí souhlasit se zadávaným průběhem funkce buzení. Pro analýzu namáhání oběžného kola lze zatížení modelovat dvousložkovým tlakovým polem na válcové ploše na vstupu do oběžného kola. Plocha je horizontálně omezena hranami věnce a náboje kola. Na svislých povrchových přímkách plochy lze tlak uvažovat jako konstantní. Na základě teorie a předcházejících studií [39] a výsledků měření na díle [40] lze v daném případě tlakové pulzace v oblasti vstupních hran oběžných lopatek popsat vztahem

$$p(\varphi, t) = p_b[\cos(2\pi f_0 z t - k_1 \varphi) + \cos(2\pi f_0 z t - k_2 \varphi)], \quad (37)$$

kde

- t - čas v intervalu buzení,
- $\varphi = 0 - 2\pi$ rad - polohový úhel přímky válcové plochy,
- $p_b = 1.10^5$ Pa - základní amplituda tlaku na vstupní ploše kola,
- $f_0 = 7,14283$ Hz - otáčková frekvence oběžného kola,
- $z = 20$ - počet rozváděcích lopatek,
- $k_1 = 1$ - počet uzlových průměrů (primární složka),
- $k_2 = 8$ - počet uzlových průměrů (sekundární složka).

Pro výpočet v programu ANSYS se zadává zatížení odvozené ze zrychlení a [m.s⁻²] částic vody v bodech definované válcové plochy jako „fluid load“ [N.m⁻¹] dle vztahu (viz rovnice (29))

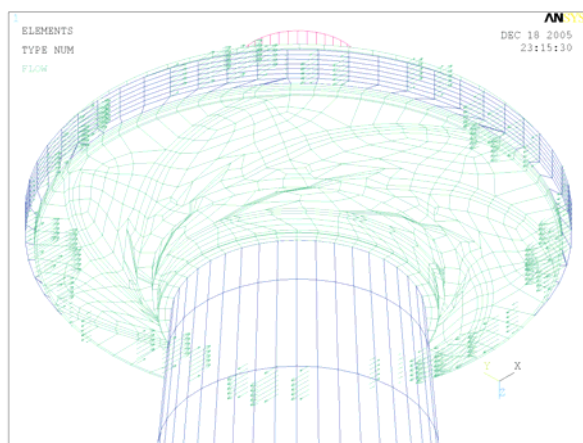
$$FL = -q_{FL} [\sin(2\pi f_0 z t - k_1 \varphi) + \sin(2\pi f_0 z t - k_2 \varphi)] \quad (38)$$

$$q_{FL} = A (p_b 2\pi f_0 z / c)$$

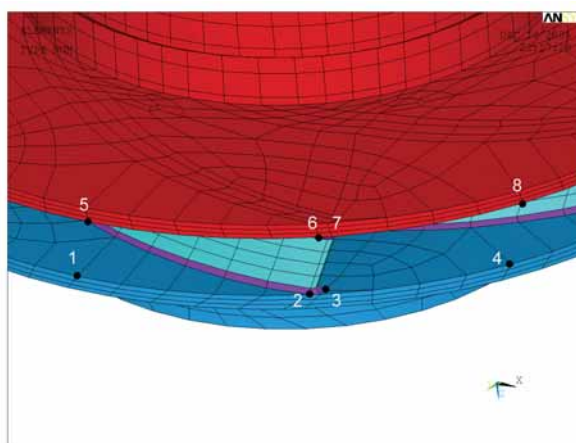
kde

- $A = -m^2$ - zdrojová plocha přiřazená uvažovanému bodu,
- $c = 1250$ m.s⁻¹ - lokální rychlost zvuku.

Zobecněné zatížení bylo zavedeno v uzlech kapalinového modelu na myšlené ploše v oblasti vstupu do oběžného kola. Soustava příslušných vektorů zatížení je zobrazena na obr. 47.



Obr. 47 Zobrazení vektorů zatížení



Obr. 48 Poloha vybraných uzlů

Pro daný časový průběh zobecněného zatížení se řeší odezva výpočtové soustavy jako přechodový proces v intervalu 0 až 1,26 s. Výpočtem se získává pole přemístění a pole napětí v běžném kole a pole tlaků v kapalinové oblasti. Pro volené uzly v oblasti vstupu kanálu oběžného kola se stanovily časové průběhy vybraných veličin. Polohy uzlů 1 až 8 jsou patrné z obr. 48. Výpočty byly provedeny pro čtyři případy, lišící se formálně budící frekvencí f_p tlakového pole.

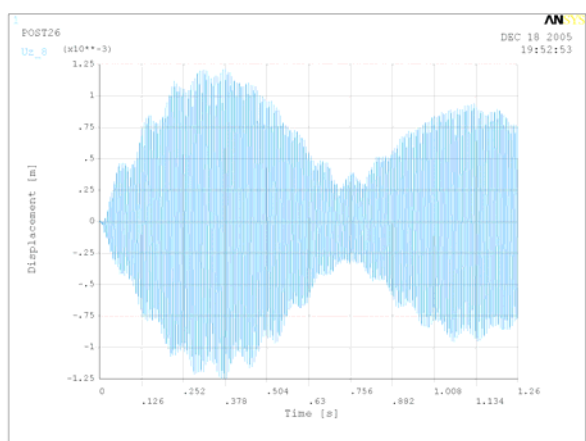
Fakticky ale jde o řešení s cílem posoudit vliv možných odchylek ve výpočtu vlastních frekvencí oběžného kola.

Případ 1: $f_0 = 7,14283$ Hz, $f_p = 142,857$ Hz Počítá se s nominální otáčkovou frekvencí oběžného kola, frekvence f_p leží v oblasti několika vlastních frekvencí oběžného kola s výraznými vlastními tvary.

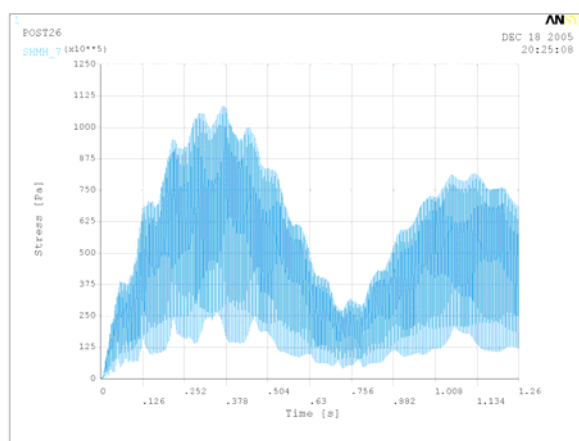
Případ 2: $f_0 = 7,00130$ Hz, $f_p = 140,026$ Hz – Simuluje se případ, kdy by se frekvence f_p shodovala se 14. vlastní frekvencí oběžného kola.

Případ 3: $f_0 = 7,33475$ Hz, $f_p = 146,695$ Hz – Simuluje se případ, kdy by se frekvence f_p shodovala s 16. vlastní frekvencí oběžného kola.

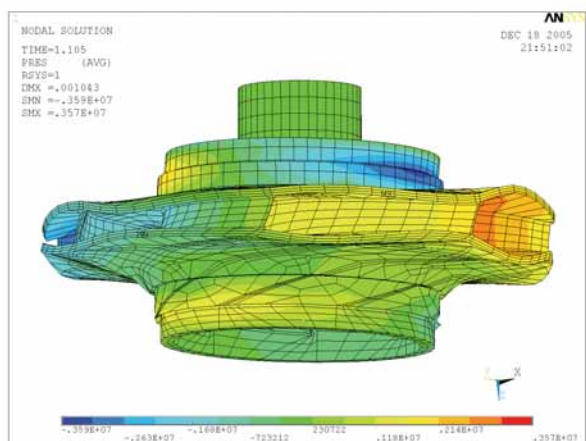
Případ 4: $f_0 = 7,62350$ Hz, $f_p = 152,470$ Hz – Simuluje se případ, kdy by se frekvence f_p shodovala s 18. vlastní frekvencí oběžného kola.



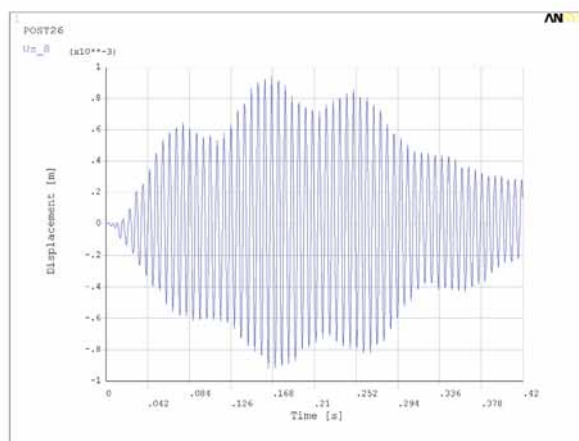
Obr. 49 Časový průběh odezvy – posunutí u_z v bodě 8 – případ 1



Obr. 50 Časový průběh odezvy – napětí σ_{HMH} v bodě 7 – případ 1



Obr. 51 Časový snímek pole složek posunutí $u_z - t = 1,105$ s – případ 1



Obr. 52 Časový průběh odezvy – posunutí u_z v bodě 8 – případ 3

10.5.4 Závěry

Výpočtem byly stanoveny vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů oběžného kola na vzduchu a ve vodě. U oběžného kola ve vodě jsou v oblasti 140 Hz až 152 Hz nejméně dvě vlastní frekvence s tvary kmitů, které jsou z hlediska charakteru namáhání oběžných lopat velmi nepříznivé. Podobný stav je ve frekvenční oblasti 206 Hz až 209 Hz. Nepříznivý vlastní tvar přísluší rovněž vlastní frekvenci 124 Hz.

Dále se řešilo kmitání oběžného kola vynuceného kvaziperiodickými tlakovými pulzacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola. Výpočtem byly získány časové průběhy polí výchylek kmitání, dynamických složek napětí a pole tlaku v kapalinové oblasti, odpovídající vstupním údajům. Vypočtené hodnoty dynamických složek napětí jsou potřebné pro posouzení únavové životnosti. Z výsledků odvozené odhady životnosti jsou velmi citlivé na předpokládanou amplitudu tlakových pulzací a úroveň efektivního tlumení.

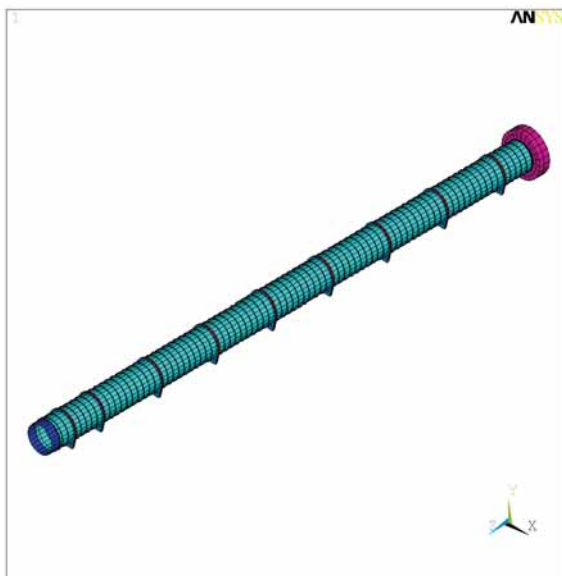
Poznatky z průběhů výpočtů na stávající výpočetní technice prokazují, že při dostatečné časové rezervě pro výpočty lze výpočtový model vytvořit a bezproblémově analyzovat i s několikanásobně jemnější diskretizací. To se ukazuje jako nutné v případě, že výsledky výpočtů polí dynamických složek napětí budou tvořit podklad pro posuzování životnosti oběžného kola. Malá změna napětí zde může znamenat řádovou změnu v životnosti.

Výpočty prokazují pro praxi velmi důležitý poznatek, že vyhovující výsledky lze získat přepočtem okamžité odezvy s použitím poměru zadané amplitudy tlaku a vhodně vážené hodnoty příslušného odezvového tlaku v téže oblasti.

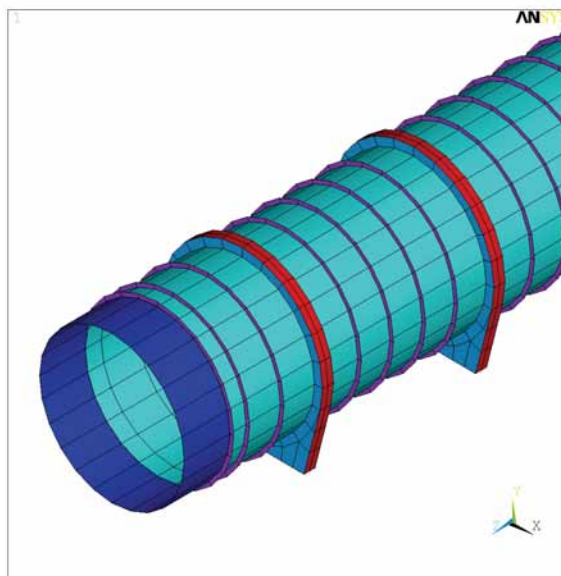
10.6 Dynamická analýza volné nezabetonované části potrubí přivaděče přečerpávací vodní elektrárny Ružín

10.6.1 Úvod

Jako poslední úloha se uvádí dynamická analýza volné nezabetonované části potrubí přivaděče přečerpávací vodní elektrárny Ružín. Problém řešení odezvy přivaděče PVE Ružín na pulzace tlaku vody je klasickým příkladem obecného problému analýzy kmitání ocelových konstrukcí ve styku s kapalinou. Cílem výpočtů je odhad únavové životnosti nezabetonované části přivaděče.



Obr. 53 Nezabetonovaný úsek potrubí přivaděče



Obr. 54 Dolní část potrubí

10.6.2 Výpočtový model

Sestavený podrobný výpočtový model zahrnuje nezabetonovanou ocelovou část potrubí a kapalinovou oblast. Vtoková část přivaděče se zabetonovanými potrubími a kalhotovým kusem se modeluje zjednodušeně jako dokonale tuhý a nehybný blok s válcovým kanálem délky 48 m. Navazuje prakticky nezabetonovaná část přivaděče - volné potrubí délky 126 m (pouze počáteční sekce potrubí je v délce 2,62 m zabetonována ve vtokové části). Koncová sekce volného potrubí je opatřena dilatační vložkou. Navazující část přivaděče se zabetonovaným potrubím, kalhotovým

kusem a odbočnicemi na dvě soustrojí se modeluje jako dokonale tuhý a nehybný blok s válcovým kanálem délky 98 m s koncovým zúžením simulujícím okrajové podmínky. Model kapaliny zahrnuje oblast volného a zabetonovaného potrubí v délce kanálu 272 m.

Výpočtový model volného potrubí ve formě válcové skořepiny s výztužnými prstenci a devíti sedlovými podporami (obr. 53) byl vytvořen s použitím skořepinových prvků typu SHELL43. Prostorovými prvky SOLID45 byl modelován betonový kotevní prstenec na počátku potrubí u vtoku. Prvky SURF154 bylo modelováno uložení betonového kotevního prstence v hornině. Prvky COMBIN14 modelují uložení sedlových podpor s válečky. Dilatační vložka byla modelována tak, že koncový řez volného potrubí byl radiálně vázán na krátkou skořepinu (prvky SHELL43) modelující okrajový úsek navazujícího zabetonovaného potrubí (viz obr. 54). Výpočtový model kapalinové oblasti byl vytvořen s použitím prvků typu FLUID30.

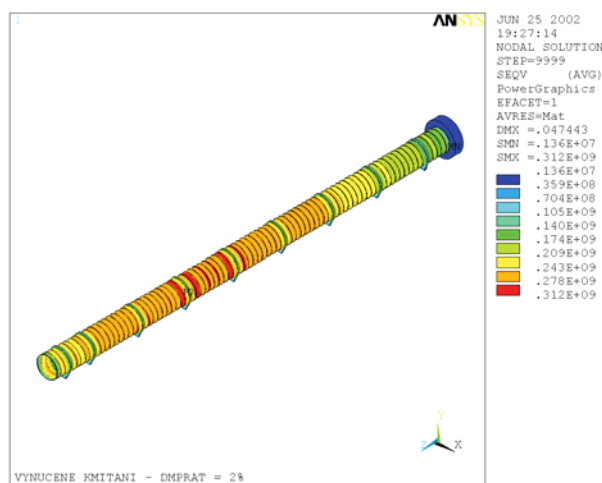
Výpočtový model úplné soustavy je vytvořen s použitím celkem 18088 prvků, lokalizovaných 19429 uzlovými body s 44823 stupni volnosti.

10.6.3 Výpočet vlastních frekvencí potrubí s vodou

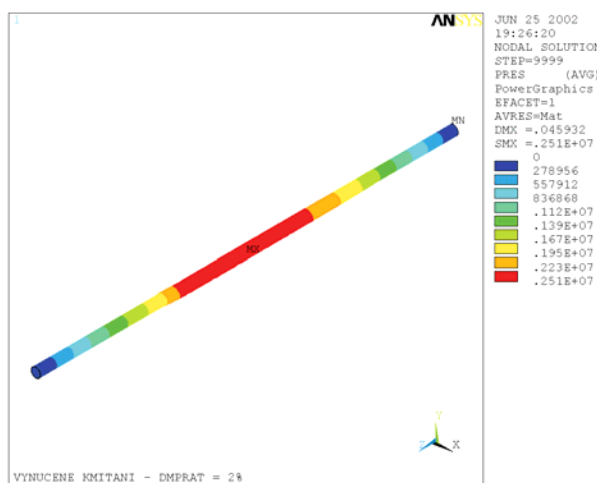
Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů soustavy potrubí s vodou byly stanoveny pro dva mezní případy. V prvním případě jsou rozvaděče obou turbín zavřeny, druhý případ odpovídá režimu obou turbín v provozu. Hodnoty pěti nejnižších vlastních frekvencí modelu potrubí s vodou jsou uvedeny v tab. 13. Vlastní tvary příslušné frekvencím s označením V vykazují dominantní modální odezvy v kapalinové oblasti. Vlastní tvary příslušné vlastním frekvencím s označením O vykazují dominantní modální odezvy vlastního potrubí.

r	Rozvaděče zavřeny – RZ		Rozvaděče otevřeny – RO	
1	0,848 Hz	V	1,207 Hz	V
2	2,057 Hz	V	2,611 Hz	V
3	3,287 Hz	V	3,331 Hz	O
4	3,543 Hz	O	3,964 Hz	V
5	4,724 Hz	V	4,737 Hz	O

Tab. 13



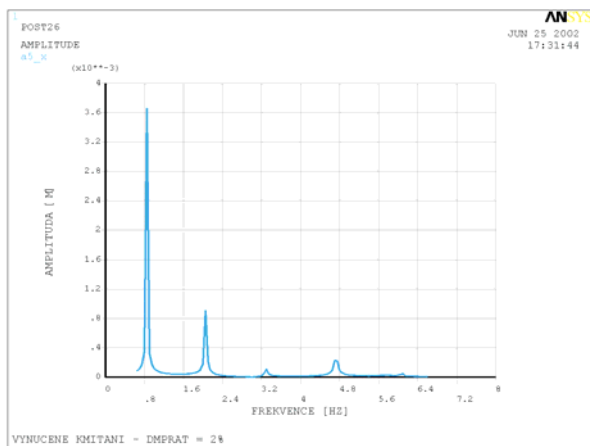
Obr. 55 Rezonanční kmitání 1,207 Hz – RO
tlumení 2% – napětí σ_{HMH}



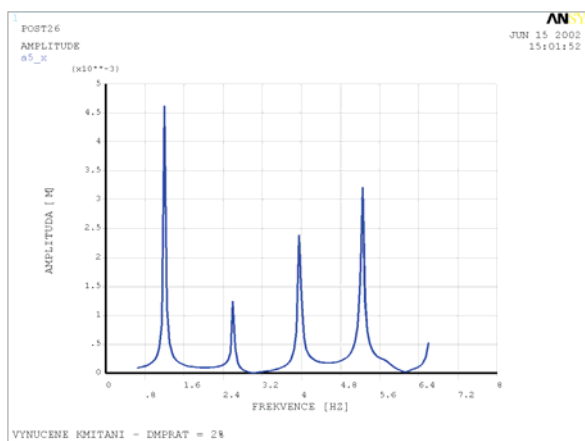
Obr. 56 Rezonanční kmitání 1,207 Hz – RO
tlumení 2% – tlakové pole p

10.6.4 Výpočet vynuceného kmitání potrubí s vodou

Analyzuje se kmitání přivaděče buzené za provozu periodickými pulzacemi tlaku v oblasti rozvaděče turbín. Odezva se řeší jako kmitání globálního modelu soustavy potrubí s vodou vynuceného harmonickou změnou tlaku s amplitudou 60 kPa v koncovém průřezu potrubí u turbín. Odezvy ve formě polí přemístění, napětí a tlaků se řeší pro dva mezní případy. V prvním případě jsou rozvaděče obou turbín teoreticky zavřeny, druhý případ odpovídá režimu obou turbín v provozu. Ukázky grafické prezentace výsledků řešení rezonanční odezvy pro frekvenci 1,207 Hz v případě otevřených rozvaděčů obou turbin jsou na obr. 55 a obr. 56.

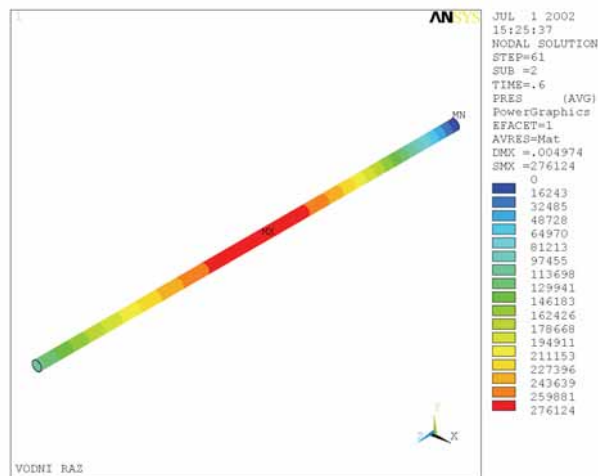


Obr. 57 A-F charakteristika – bod a5 – posunutí směr x – tlumení 2% – RZ

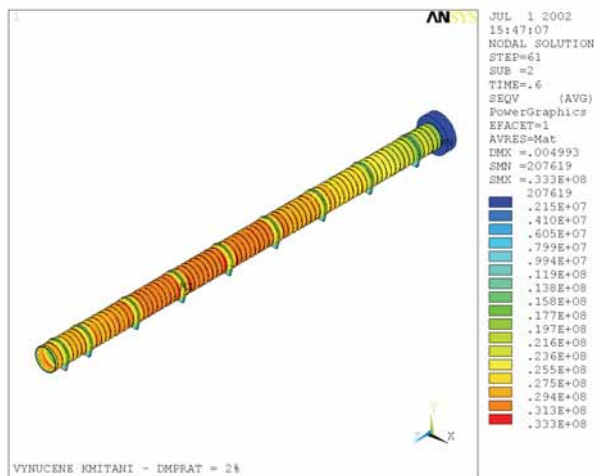


Obr. 58 A-F charakteristika – bod a5 – posunutí směr x – tlumení 2% – RO

Pro vybraná místa na povrchu modelu volného potrubí byly počítány amplitudově–frekvenční charakteristiky v pásmu předpokládaných budících frekvencí v mezích 0,6 Hz až 6,4 Hz. Na obr. 57 je ukázka amplitudově–frekvenční charakteristiky pro radiální přemístění bodu na boku potrubí (v řezu 62 m od vtoku) v případě, kdy jsou rozvaděče zavřeny. Ukázka charakteristiky pro případ provozu obou turbín pro stejný bod je na obr. 58.



Obr. 59 Tlakové pole – $t = 0,6$ s



Obr. 60 Pole srovnávacích napětí σ_{HMH} – $t = 0,6$ s

11. 6.5 Odezva potrubí na zatížení vodním rázem

Analyzuje se dynamická odezva přivaděče na zatížení vodním rázem při poruchovém odstavení obou turbín. Proces zavření rozvaděčů se simuluje tvarovaným tlakovým pulzem v koncovém průřezu ekvivalentního potrubí u turbín. Maximální hodnota tlaku se odečte z projektované linie maximálního tlaku od vodního rázu (0,309 MPa dle [42]). Doba trvání pulzu odpovídá základní

vlastní periodě kmitání soustavy potrubí – voda. Odezva se řeší přímou integrací pohybových rovnic soustavy. Ukázky výsledků řešení přechodové odezvy pro případ otevřených rozváděčů jsou na obr. 59 a obr. 60. Odezva byla řešena pro hodnotu poměrného útlumu 2%.

10. 6.6 Závěr

Byla provedena numerická dynamická analýza volné nezabetonované části potrubí přiváděče PVE Ružín. Dle technické dokumentace byl pro analýzu vytvořen komplexní výpočtový model zahrnující potrubí a celou interagující kapalinovou oblast (vodu v hydraulickém kanálu). Byl proveden samostatný statický výpočet dílčího podrobného modelu úseku volného potrubí a byla stanovena místa maximálních napětí. Bylo odzkoušeno statické řešení úlohy, kdy je zadán hydrostatický tlak přímo v kapalině.

Byl proveden výpočet významných vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů soustavy potrubí - kapalina (voda) s uvažováním dvou mezních případů okrajových podmínek. Stanovila se pole modálních posuvů a napětí pro volnou nezabetonovanou část potrubí a pole tlaků v kapalině. Znalost spektra vlastních frekvencí a tvarů kmitů umožňuje kvalitativní analýzu dynamického chování přiváděče.

Byla stanovena odezva potrubí na zatížení pulzacemi tlaku v kapalině v prostoru turbín. Odezva se řešila jako vynucené tlumené ustálené kmitání soustavy potrubí - kapalina buzené harmonickými změnami tlaku v koncovém průřezu modelovaného hydraulického kanálu s uvažováním dvou mezních případů okrajových podmínek. Pro pravděpodobné případy rezonančního kmitání se stanovila pole amplitud posuvů a napětí v potrubí a pole amplitud tlaku v kapalinové oblasti. Pro devět volených řezů potrubí se stanovily amplitudově - frekvenční charakteristiky.

Byl proveden výpočet odezvy modelu potrubí s vodou na zatížení tvarovaným tlakovým impulzem v koncovém průřezu ekvivalentního potrubí. Výpočtem se simuluje proces vodního rázu při poruchovém odstavení obou turbín. Náročným výpočtem se ověřila funkce výpočtového modelu. Řešení dynamické odezvy přiváděče PVE Ružín na pulzace tlaku vody je klasickým příkladem obecného problému analýzy kmitání ocelových konstrukcí ve styku s kapalinou. Na základě provedených výpočtů se určila pravděpodobná kritická místa potrubí, která budou osazena snímači deformace (tenzometry), přemístění a tlaku. Výpočty byly provedeny s použitím programového systému ANSYS verze 6.0 na platformě Windows 2000.

11 ZÁVĚRY

Popsaná problematika řešení interakce konstrukce s kapalinou vychází z Eulerova přístupu, kdy se kapalina popisuje pomocí tlakového pole, které na hranici s konstrukcí interaguje formou zrychlení částic kapaliny a zrychlení hranice tělesa. Všechny výpočty vycházejí z řešení soustavy pohybových rovnic (25) a jsou provedeny v programovém systému ANSYS.

Byly provedeny studie chování válcové skořepiny v kapalném prostředí, které potvrdily vynikající shodu s teoretickým řešením, kdy je kapalina modelovaná jako nestlačitelná.

V rámci výzkumu bylo sledováno vlastní kmitání ocelové tenké desky umístěné v prázdné nádrži. Výsledky experimentálního měření byly porovnány s výpočty. Výpočtem získané hodnoty frekvencí jsou ve shodě s experimentálním měřením. Tato studie ukázala, že uvedený postup lze aplikovat na řešení úloh z praxe.

Obdobným způsobem další studie změny vlastních frekvencí a tvarů kmitu Kaplanovy lopaty ve vakuu a ve vodě prokázala vhodnost použití výpočtů pro řešení oběžných kol turbín. Součástí studie byla analýza změny frekvencí lopaty v kapalině v závislosti na radiální vůli mezi lopatou oběžného kola a komorou oběžného kola. Výsledky výpočtů byly porovnány s experimentálním

měření na modelu oběžného kola. Shoda součinitelů vlivu vody potvrdila, že výpočet vlastního kmitání lopaty v kapalině poskytuje věrohodné výsledky i pro případ kapalinou vyplněných spár mezi kmitajícím tělesem a obklopující konstrukcí.

Byla sestavena řada komplexních prostorových výpočtových modelů oběžných kol včetně okolního vodního prostředí. Při vytváření modelů se dodržoval požadavek, aby všechny konečné prvky jak konstrukce, tak i kapaliny byly ve tvaru šestistěny. Ukázalo se, že vytvoření takovýchto modelů není rutinní záležitostí. Určitou pomoc poskytuje možnost přenosu základní geometrie (speciálně komplikovaně zakřivených ploch) z CAD programů do programu ANSYS. Byl otestován přenos pomocí formátu IGES.

Jako první je uváděna úloha věnovaná výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžné lopaty Kaplanovy turbíny VE Mikšová na vzduchu a ve vodním prostředí. Při výpočtu byla použita řada výpočtových modelů lišících se výběrem konečných prvků a rozsahem modelů. Výpočet ukázal, že pětinasobné frekvence kola s pěti lopatami bez účinků kapaliny a v případě lopat v kapalině se štěpí na pět blízkých frekvencí, které se však liší relativně málo. Provedený výpočet byl ověřen experimenty, výsledky výpočtu lze označit jako spolehlivé.

Další úloha se týkala výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů dvou alternativ oběžné lopaty Deriazovy reverzní turbíny na vzduchu a ve vodním prostředí. Alternativy se v podstatě lišily tloušťkou profilu. Výpočtový model pro každou alternativu profilu lopaty byl vytvořen ve třech variantách. Výpočtem byly stanoveny pravděpodobné hodnoty součinitelů vlivu vodního prostředí lopat daného typu DR-turbíny.

V rámci zadání byl proveden výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola akumulčního čerpadla pro PVE Černý Váh ve vodním prostředí a výsledky byly porovnány s výsledky výpočtů vlastního kmitání oběžného kola ve vzduchu. Interakce kmitajícího oběžného kola s okolním vodním prostředím snižuje vlastní frekvence oběžného kola v zásadě v daném pořadí, charakter příslušných vlastních tvarů kmitů se mění nevýznamně. Analýza ukázala na možnost značného vlivu horního labyrintu na pořadí vlastních frekvencí ve spektru.

Při analýze oběžného kola Francisovy turbíny vodní elektrárny Burrendong byly opět vyčísleny vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů na vzduchu a ve vodě. Výsledky výpočtů byly využity při určování dynamického chování oběžného kola za provozu. Dále byla prostudována problematika numerického řešení dynamické odezvy oběžného kola Francisovy turbíny ve vodním prostředí na pulzace tlaku v souvislosti s posouzením možnosti výpočtů tohoto typu pro potřebu projekce a konstrukce s použitím profesionálního programového systému ANSYS.

Možnost praktické aplikace programového systému ANSYS byla posouzena na základě analýzy postupu a výsledků řešení kmitání oběžného kola Francisovy turbíny vynuceného tlakovými pulzacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola. Pulzace tlaku v kapalinové oblasti po obvodě na vstupním průměru oběžného kola byly popsány v závislosti na polohovém úhlu a čase. Odezva oběžného kola na dané buzení byla řešena jako odezva přechodová. Výpočty s dokumentací byly provedeny pro tři vybrané případy zatížení. Ve všech případech byly výpočtem bez problémů získány všechny potřebné informace o odezvě analyzované soustavy oběžné kolo – kapalina.

Nejvýznamnější poznatky z analýzy výsledků výpočtů se týkají formulace vstupních údajů o zatížení oběžného kola časově proměnnými složkami tlaku $p(t)$ uvnitř kapalinové oblasti. Se zřetelem k aplikacím byl zejména prostudován způsob formulace vstupních údajů o zatížení oběžného kola časově proměnnými složkami tlaku uvnitř kapalinové oblasti.

Pátá úloha byla věnována výpočtu kmitání oběžného kola Francisovy turbíny Dlouhé stráně ve vodním prostředí. Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů oběžného kola ve vodě byl proveden bez jakýchkoliv problémů. Všechny analýzy kmitání oběžného kola ve vodě vynuceného kvaziperiodickými tlakovými pulzacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola proběhly bez

problémů, spolehlivost vlastních výpočtů je vysoká a zaručená. Výpočet vynuceného kmitání je velmi náročný jak na čas, tak na výpočetní techniku. Přesto, lze konstatovat, že při řešení vynuceného kmitání lze v současné době vytvořit a použít výpočtové modely oběžných kol s několikanásobně větším počtem prvků.

Poznatky z výpočtů potvrzují nutnost řešit odezvu výpočtové soustavy na zatížení pulzacemi tlaku ve vhodných variantách. Spektrum vyšších vlastních frekvencí je velmi husté a při aplikaci dané budicí frekvence bez odchylek nelze očekávat spolehlivé výsledky. Jedna z možností variantních výpočtů byla použita při řešení daného problému.

Výpočty ale prokazují pro praxi velmi důležitý poznatek, že vyhovující výsledky lze získat přepočtem okamžité odezvy s použitím poměru zadané amplitudy tlaku a vhodně vážené hodnoty příslušného odezvového tlaku v téže oblasti.

Byla provedena numerická dynamická analýza volné nezabetonované části potrubí přivaděče PVE Ružín. Byl vytvořen komplexní výpočtový model zahrnující potrubí a celou interagující kapalinovou oblast (vodu v hydraulickém kanálu).

Byl proveden výpočet významných vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů soustavy potrubí – kapalina (voda) v modelovaném hydraulickém kanálu s uvažováním dvou mezních případů okrajových podmínek.

Byla stanovena odezva potrubí na zatížení pulzacemi tlaku v kapalině v prostoru turbín. Odezva se řešila jako vynucené tlumené ustálené kmitání soustavy potrubí – kapalina buzené harmonickými změnami tlaku v koncovém průřezu modelovaného hydraulického kanálu.

Byl proveden výpočet odezvy modelu potrubí s vodou na zatížení tvarovaným tlakovým impulzem v koncovém průřezu ekvivalentního potrubí. Výpočtem se simuluje proces vodního rázu při poruchovém odstavení obou turbín.

Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitů s využitím Lanczosova algoritmu aplikovaného na zobecněný problém vlastních hodnot s nesymetrickými maticemi je z hlediska organizace výpočtu v současné době rutinní záležitostí.

Při řešení ustálené odezvy na harmonické buzení lze umístit zdroj buzení do oblasti kapaliny a získat odezvu v definovaném frekvenčním spektru. U rozsáhlejších modelů je výpočet proveditelný, ale značně pomalý. V každém frekvenčním kroku je nutno eliminací řešit nesymetrickou soustavu rovnic. Triangulace matice vyžaduje velkou operační paměť a velký diskový prostor.

Řešení odezvy na obecný případ buzení (řešily se úlohy s buzením pulzacemi v kapalinovém prostředí) lze v současné době bez obtíží provést. Řešení se provádí přímou integrací pohybových rovnic.

Všechny výpočty jsou zatím vždy časově náročné a vyžadují velkou operační paměť a velký diskový prostor. Přesto lze konstatovat, že výpočty tohoto typu programovým systémem ANSYS pro praktickou potřebu projekce a konstrukce vodních strojů jsou běžně proveditelné a přijatelné se zřetelem jak k časovým, tak finančním nárokům.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method in Engineering Science. Mc-Gray-Hill Company, London, U.K., 3rd edition, 1977.
- [2] Zienkiewicz, O. C., Bettess, P., Kelly, D. W. The Finite Element Method for Determining Fluid Loadings on Rigid Structures Two and Three – Dimensional Formulations. In: Numerical Methods in Offshore Engineering, John Wiley, Chichester, 1978.

- [3] Hartz, B. J., Schmid, G. Finite Element Solution for Field Equations with Application to Virtual Mass Coefficients in Two and Three Dimensions. *Quarterly Journal of the University of Washington, College of Engineering*, 1969, pp 20–26.
- [4] Pironneau, O. *Finite element methods for fluids*. Masson-Wiley 1989.
- [5] Novotný, J., Salajka, V., Štěpánek, P. Dynamická interakce tekutin a tělesa. Výzkumná zpráva podle HS 214779 Brno 1989, 41 stran.
- [6] Zienkiewicz, O.C., Nath, B. Earthquake Hydrodynamic Pressures on Arch Dams – An Electric Analogue Solution. *Proc. Inst. of Civil Engineers*, 25, 1963, pp. 165-176.
- [7] Mavis, F.T. Virtual Mass of Cylinders in Water. *Proc. ASCE, J. Hydraulics Division* Vol. 98, No 1, January 1972, pp. 319–323.
- [8] Zienkiewicz, O. C., Bettess, P. Fluid-structure Dynamic Interaction and Wave Forces. An introduction to Numerical Treatment. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 13, 1978, pp.1–16.
- [9] Kanický, V., Rohovský, K. *Teorie a praxe seismických výpočtů nádrží*. Brno, KSB, 1986.
- [10] Novotný, J., Salajka, V. Analýza interakce kapaliny a tělesa programovým systémem ANSYS. Závěrečná zpráva grantového projektu GA/103/93/2012. Brno, 1993, 58 stran.
- [11] ANSYS® User's Manual for Revision 5.0, Vol. I – IV. SASI, Houston 1992.
- [12] Woyak, D. B. *Acoustics and Fluid-Structure Interaction*. Jordan, Apostol, Ritter Associates, Inc., North Kingstown RI, Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, PA, 1992.
- [13] Kinsler, L. E., and Frey, A. R. *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley & Sons, Inc., 1962.
- [14] Bettess, P. More on Infinite Elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, 1980, pp. 1613–1626.
- [15] Kohnke, P. C. *ANSYS Theoretical Manual, Revision 4.3*. Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, Pennsylvania, 1987.
- [16] Kohnke, P. C. *ANSYS User's Manual – Revision 5.0 – Theory*. Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, FA, 1992.
- [17] Kalinowski, A. J. Fluid-Structure Interaction Using Finite Elements. *Proceedings of the 5th NAVY-NASTRAN Colloquium*, 1974, pp. 71–86.
- [18] Everstine, G. C., Schroeder, E. A., Marcus, M. S. The Dynamic Analysis of Submerged Structures. *NASTRAN: User's Experience*, NASA TMX-3278, 1975 , pp. 419, 429.
- [19] Hamdi, M.A., Ousset, Y., Verchéry, G. A Displacement Method for the Analysis of Vibrations of Coupled Fluid-structure Systems. *Int. J. Num. Meth. Eng*, Vol. 13, 1978.
- [20] Bathe, K. J., *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996.
- [21] Zienkiewicz, D. C. and Newton, R. E. Coupled Vibrations of a Structure Submerged in a Compressible Fluid. *Proceedings of the Symposium on Finite Element Techniques*, University of Stuttgart, Germany, June 1969, 6/10–6/12.
- [22] Craggs, A. Finite Element Model for Acoustically Lined Rooms. *II Journal of Sound & Vibration*, Vol. 108, No.2, 1986, pp. 327–337.
- [23] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. *The finite element method*. Vol. 3: Fluid dynamics. Oxford, Butterworth - Heinemann, 2000.
- [24] Rajakumar, C. and Rogers, C. R. The Lanczos Algorithm Applied to Unsymmetric Generalized Eigenvalue Problem. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 32, pp. 1009–1026, 1992.
- [25] Schroeder, E. A., Marcus, M. S. Finite Element Solutions of Fluid-Structure Interaction Problems. 46th Shock and Vibration Symposium, San Diego, 1975.
- [26] Blevins, R. D. *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Robert E. Kroegeer Publishing Company, Malabar, FL, 1979.
- [27] Musil, J. Měření vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů čtvercové jednostranně vetknuté tenké desky. Interní zpráva VÚ ČKD Blansko – 4 VUM 9921-908, květen 1990.
- [28] Půlpitel, L. Měření na dynamickém modelu Kaplanovy turbíny. Výzkumná zpráva č. 4 VUM 9962-158, Blansko, ČKD Blansko 1989.

- [29] Kanický, V., Salajka, V. Studie vlivu kapalného prostředí na vlastní kmitání těles. In: Interakce a zpětné vazby '94. Ústav termomechaniky AV ČR, Praha, 1994, 10 p.
- [30] Salajka, V. Kmitání tenké desky ponořené v kapalině. In: sborník 2nd Users' Meeting, říjen 1994, Nové město na Moravě, SVS FEM Brno, 1994, str.105-112.
- [31] Salajka, V. Příspěvek k aplikaci systému ANSYS při řešení problémů interakce konstrukce a kapaliny. In: sborník 3th ANSYS Users' Meeting, říjen 1995, Horní Bečva v Beskydech, SVS FEM Brno, 1995, 11 stran.
- [32] Kanický, V., Salajka, V. Analýza vlivu vodního prostředí na vlastní kmitání lopatek vodních strojů. Výzkumná zpráva pro ČKD Blansko, KDV/150/98/1, Brno 1998, 105 stran.
- [33] Kanický, V., Salajka, V. Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů lopaty oběžného kola Kaplanovy turbíny VE Mikšová ve vakuu a ve vodě. Výzkumná zpráva pro ČKD Blansko, a.s., KDV/162/99, Brno 1999, 66 stran.
- [34] Salajka, V., Kanický, V. Natural Vibration of Five Blade Kaplan Turbine Runner in Water. In: Sborník Colloquium Dynamics of Machines 2000, Ústav termomechaniky AV ČR, Praha, únor 2000, str. 187–192.
- [35] Kanický, V. Salajka, V. Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů lopat oběžného kola DR-turbíny. Zpráva pro ČKD Blansko Strojírny, a.s., KDV/209/01, 2001, Brno, 58 stran včetně příloh.
- [36] Kanický, V., Salajka, V. Analýza vlivu vodního prostředí na vlastní kmitání oběžného kola čerpadla. Výzkumná zpráva pro ČKD Blansko, a.s., KDV/166/99, Brno 1999, 46 stran.
- [37] Kanický, V., Salajka, V. Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy turbíny vynuceného tlakovými pulzacemi ve vodním prostředí. Výzkumná zpráva pro ČKD Blansko Engineering, a.s., 12/2003 Brno, 13 stran + 91 stran příloh.
- [38] Salajka, V., Kanický, V. Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy turbíny vynuceného tlakovými pulzacemi ve vodním prostředí. In: Sborník 12. ANSYS Users' Meeting, 30. září – 1. října 2004 na Hrubé Skále, c)2003 SVS FEM s.r.o.
- [39] Koutník, J. Tlakové pulzace – zatížení rotoru. (Sdělení.) ČKD Blansko Engineering, 2003.
- [40] Čepa, Z., Půlpitel, L. PVE Dlouhé Stráně TG 2. Měření axiálních vibrací náboje oběžného kola pomocí laseru. (Tech. zpráva 2004-60-006-0598.) ČKD Blansko Engineering, 12/2004.
- [41] Kanický, V., Salajka, V., Kala, J., Varner, M. Výpočet kmitání oběžného kola Francisovy turbíny Dlouhé Stráně ve vodním prostředí. Výzkumná zpráva FSI, odbor fluidního inženýrství, KDV/309/05, Brno 11/2005, 11 stran + 136 stran příloh.
- [42] Koutník, J., Bina, J. Stanovení linie maximálního tlaku od vodního rázu po délce přivaděče PVE Ružín I – Slovensko. Zpráva 4-PVT-0554, ČKD Blansko Engineering, a.s., 12/2001.
- [43] Kanický, V. Salajka, V. Přivaděč PVE Ružín – Část 2 – Dynamický výpočet volné nezabetonované části potrubí. Zpráva pro ČKD Blansko Engineering, a.s., KDV, 2002, Brno, 12 stran + 218 stran příloh.

ABSTRACT

The presented work deals with the numerical dynamic analysis of mechanical constructions interacting with fluid. The work contains in a condensed form both the knowledge and experience of the author, gained in the course of eighteen years of activities in researching and solving fluid-structure interaction problems essential for the successful realization of many waterpower engineering projects. The work concerns problems, in which both the structural and fluid responses of a complex construction to mechanical actions are strongly coupled. Particularly, there are treated problems, in which the structural dynamic response to actions is significantly affected by the presence of the fluid surrounding the structure.

The main attention is concentrated on vibrational response of water turbine runners, as these problems predominate in both the service reliability and service life assessment of the runner design. The work presents the evolution of the way of solving that problem from the level of SAP

IV finite element method based program describing the dynamic behaviour of a runner blade by introducing experimentally determined correction factors up to the level of the complex solution of the generalized problem of the runner using multiphysical ANSYS program package.

In order to help to understand the development of finite element computation models for the solution of presented problems using ANSYS program, the basic theoretical background of the fluid-structure interaction analysis is summarized in the introductory part of the work. The fundamental equations describing the given problem are presented, together with the simplifying assumptions adopted for the intended application. The formulation of fluid finite elements is discussed, considering both pressure (Euler) and displacement (Lagrange) approaches. For the solution of selected problems published in the work the pressure formulation is applied. The equations of motion of the structure-fluid dynamical system are presented, together with methods of equation integration.

The application of the ANSYS program started with the modal analysis of structures, for which analytical solutions were available. Then followed the solution of simple parts, models of which have been investigated in the laboratory (e.g. beams, plates). An extended program of laboratory experiments with the Kaplan turbine runner model has provided data useful for the verification of modal analyses using models including even minute details (e.g. sealing labyrinths, runner blade - chamber wall clearances). A series of modal analyses of runners of Kaplan turbines has been accomplished. Modified computation models have been used in order to investigate details of modeling (e.g. boundary conditions, minimum extent of modeled machine segment, discretization level, type of elements, IGES format geometric data transfer). The experimental data related to natural frequencies of blades in air and in water enabled the verification of computations (e.g. waterpower plants Gabčíkovo, Mikšová).

The research project concerning modal properties of the Deriaz reversible turbine runner in many design variants contributed significantly to the formulation of rules for optimizing the selection of the extent of the computation model. The modal analysis of the runner for the storage pump power plant Čierny Váh has required an extremely complicated precisely discretized computation model. Among others, valuable knowledge concerning the effects of labyrinth sealings has been obtained. It should be noted, that every single analyzed problem has contributed principally to the systematic improvement of applying finite element analysis techniques.

The extended dynamic analysis of the Francis turbine runner for the HPP Burrendong has required the detailed solution of forced vibration problems. Particularly analysis of forced vibrations of the runner due to water pressure pulsations generated in the flow by the interaction of guide vanes and runner blades has been requested. The commonly used analysis involving a set of equivalent exciting forces has been replaced by an advanced iterative procedure based on introducing field of fluid pressure fluctuations in the inlet zone of the runner. Besides the problem of the proper formulation of the excitation pressure - time history, the main problem consisted in developing input data for the analysis, as pressure pulsations cannot be directly inputted. Both problems have been solved, so that the next series of even more advanced dynamic analyses of the runner of the high-head Francis reversible turbine for the storage pump power plant Dlouhé Stráně has been successfully completed.

As a representative problem of dynamic analyses of penstocks, there is described the analysis of the branched steel penstock for the two reversible turbines of the storage pump power plant Ružín. Three main problems have been investigated as follows: the modeling of boundary conditions corresponding to the closed or open turbine distributor, modeling of operational pressure pulsations at the spiral case inlet, and modeling of the water hammer event.