

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

*Edice Habilitační a inaugurační spisy, sv. 227*

*ISSN 1213-418X*

**Jarmila Dědková**

**METODY REKONSTRUKCE OBRAZU  
ZALOŽENÉ NA ELEKTRICKÉ  
IMPEDANČNÍ TOMOGRAFII**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav teoretické a experimentální elektrotechniky

**Doc. Ing. Jarmila Dědková, CSc.**

**METODY REKONSTRUKCE OBRAZU  
ZALOŽENÉ NA ELEKTRICKÉ IMPEDANČNÍ TOMOGRAFII**

**IMAGE RECONSTRUCTION METHODS  
BASED ON ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY**

Teze přednášky k profesorskému jmenovacímu řízení  
v oboru  
Teoretická elektrotechnika



BRNO 2007

## KLÍČOVÁ SLOVA

Rekonstrukce obrazu, elektrická impedanční tomografie, metoda konečných prvků, inverzní úloha, deterministické metody, stochastické a heuristické metody.

## KEY WORDS

Image reconstruction, electrical impedance tomography, finite element method, inverse problem, deterministic methods, stochastic and heuristic methods.



**Jarmila Dědková** se narodila v roce 1959 ve Znojmě. Vysokoškolské studium absolvovala v roce 1983 na FE VUT v Brně, obor *Přenos a rozvod energie v elektrických sítích*. V roce 1983 byla přijata na dvouletý studijní pobyt na FEI VUT, ústav teoretické a experimentální elektrotechniky, během něhož absolvovala a státní závěrečnou zkouškou ukončila postgraduální studium na VUT v Brně, obor pedagogika. V letech 1985 až 1990 na ústavu teoretické a experimentální elektrotechniky úspěšně ukončila interní vědeckou aspiranturu v oboru *Teoretická elektrotechnika* obhajobou disertační práce *Příspěvek k metodě povrchových nábojů*.

Od roku 1990 byla na stejném ústavu zaměstnána jako odborná asistentka, podílela se na výuce předmětů *Teorie obvodů*, *Teoretická elektrotechnika* (cvičení), *Elektromagnetismus* a *Užitý elektromagnetismus* (přednášky, cvičení), *Inženýrské výpočty v jazyku C* (počítačová cvičení), *Numerické metody řešení integrálních rovnic elektromagnetického pole* (přednášky). Od roku 1994 do 2002 byla členkou komise pro souhrnné zkoušky, předmět *Teoretická elektrotechnika*.

V roce 2001 obhájila na FEKT VUT v Brně habilitační práci *Výpočet elektrických polí v prostředí se ztrátami* v oboru *Teoretická elektrotechnika* a od té doby zde působí jako docentka. Je garantem předmětu *Elektrotechnický seminář* bakalářského studia a předmětu *Modelování elektromagnetických polí* navazujícího magisterského studia. Dále se podílí na výuce předmětů *Elektrotechnika 1*, *Elektrotechnika 2*, dosud vedla 5 semestrálních a 2 ročníkové projekty, dvě diplomové a jednu bakalářskou práci, byla školitelem jednoho doktoranda s úspěšně obhájenou disertační prací. V současné době vede 4 bakalářské práce, od roku 2002 je členkou komise pro státní závěrečné zkoušky v oboru *Elektronika a sdělovací technika*. Od roku 2004 do 2007 byla členkou oborové rady doktorského studia, obor *Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika*. Od téhož roku je předsedkyní oborové rady doktorského programu oboru *Teoretická elektrotechnika*.

Ve vědeckovýzkumné činnosti se zabývá vývojem numerických metod pro modelování polí na počítačích, optimalizací a řešením inverzních úloh elektromagnetických polí. V letech 1990 až 2001 se podílela na vývoji programového systému BMEP pro modelování 3D polí metodou povrchových nábojů a na vývoji programových systémů MEP a MMAP pro modelování 2D polí metodou konečných prvků (výpočet elektrostatických polí, elektrických polí ve ztrátovém prostředí, magnetických stacionárních a harmonicky proměnných polí). Tyto programy byly využity jak pro účely výzkumné tak pedagogické, a to ve výuce cvičení předmětu *Elektromagnetismus*. Další vědecko-výzkumné aktivity souvisí s požadavky praxe, zejména ze spolupráce s EJV a IVEP Brno (později ABB EJV a.s.) většinou formou hospodářské činnosti, dále spoluúčastí na řešení projektů GAČR, spoluúčastí nebo řešením projektů FRVŠ.

Od 2001 je její vědecká práce zaměřena na vývoj metod rekonstrukce obrazů a řešení inverzních úloh pro elektrickou impedanční tomografii, je zapojena do řešení výzkumného záměru FEKT.

V letech 1999 až 2003 byla členkou akademického senátu FEI VUT v Brně, pracovala ve funkci předsedkyně legislativní komise. Od roku 2003 je proděkankou FEKT VUT v Brně pro bakalářské studium a členkou VR FEKT, od roku 2006 je statutárním zástupcem děkana FEKT VUT v Brně.

## Obsah

<b>1. ÚVOD.....</b>	<b>5</b>
<b>2. ELEKTRICKÁ IMPEDANČNÍ TOMOGRAFIE.....</b>	<b>5</b>
2.1 Základní princip EIT .....	6
2.2 Matematická formulace EIT.....	6
2.3 Dopředné řešení a inverzní úloha.....	7
<b>3. METODY DETERMINISTICKÉ.....</b>	<b>8</b>
3.1 Tichonovova regularizace .....	8
3.2 Metoda totální variace s algoritmem PD-IPM .....	10
3.3 Adaptivně řízený proces regularizace .....	10
<b>4. METODY STOCHASTICKÉ .....</b>	<b>11</b>
4.1 Metoda diferenciální evoluce .....	12
4.2 Metoda řízené selekce .....	14
4.3 Testování algoritmů při detekci poruch v kovu .....	15
<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>16</b>
<b>POUŽITÁ LITERATURA.....</b>	<b>17</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>20</b>

# 1. ÚVOD

Problematika rekonstrukce obrazu spočívá v nalezení přesného rozložení neznámé veličiny v prostoru zkoumaného objektu. Jednou z možností, kterou lze k uvedenému procesu využít jsou postupy rekonstrukce obrazu založené na elektrické impedanční tomografii (EIT), která zaznamenala v poslední době velmi široké uplatnění v řadě praktických aplikací. Techniky využívající výše popsaný postup mohou být využity principiálně ve třech oblastech, a to v medicínském a průmyslovém zobrazování a v geofyzikálním mapování [1].

V medicíně vykazují tkáně a orgány různou hodnotu resistivity [2], a proto mohou být zobrazeny pomocí elektrické tomografie. Dále mohou některé orgány měnit svoji resistivitu během své fyzikální aktivity, poskytují tak funkční zobrazování. Medicínské zobrazování bez narušení tkání může být využito především k detekci anomálií jako je plicní embolie, k monitorování funkce plic, srdce a krevního oběhu [3], [4], [5], [6], [7], [8], k detekci aktivit mozku [9], [10], [11], k detekci výronů krve [12], [13], [14], k zobrazování žaludku [15], [16], ale také například k detekci rakoviny prsu.

Aplikace EIT v průmyslu zahrnují zobrazování nádob k míchání směsí, toků kapalin v trubkách [17], [18], [19], ke zjišťování různých druhů defektů jako jsou praskliny nebo trhliny a ke zjištění koroze ve výrobních materiálech [20], [21], a mnoho dalších.

Geofyzikální snímání obrazů je velmi dobře vyvinuto a existuje mnoho aplikací jak výzkumných tak na komerčních úrovních [22]. Používá se pro mapování podzemních ložisek vodivých plynů umístěných blízko pod povrchem země, umožňuje také získání informací o porositě skal nebo o zlomech ve formacích vrstev podloží.

Metody EIT jsou pro jejich široké uplatnění jak ve fyzikálních tak biologických vědách na mnoha světových pracovištích neustále vyvíjeny a vylepšovány.

## 2. ELEKTRICKÁ IMPEDANČNÍ TOMOGRAFIE

EIT je ve své podstatě založena na vyhodnocení impedivity objektu z hodnot napětí a proudu naměřených na elektrodách připojených k povrchu zkoumaného objektu. V dalším budeme předpokládat pouze elektrický vodivé prostředí popsané konduktivitou (S/m). Proces vyhodnocení konduktivity objektu z naměřených hodnot se nazývá tomografická rekonstrukce obrazu. Soubory naměřených hodnot proudů a napětí jsou vázány s konduktivitou objektu známými fyzikálními zákony [23]. Matematický postup, kterým získáme pro známou hodnotu konduktivity a zadaný proud hodnoty napětí na povrchu elektrod se nazývá dopředné řešení. Naproti tomu inverzní úlohou označíme postup, kterým k zadanému proudu a naměřeným hodnotám napětí získáme neznámé rozložení konduktivity. Tento postup není pro obecné případy známý.

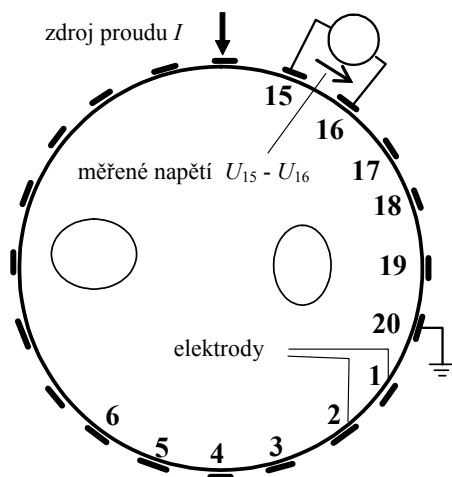
Široce aplikovanou metodou při procesu rekonstrukce je nelineární metoda nejmenších čtverců. Tímto postupem hledáme takové rozložení konduktivity v objektu, které řešením dopředné úlohy dává hodnoty napětí odpovídající hodnotám naměřeným. Pomocí optimalizačních technik je možné dosáhnout požadovaných výsledků. Z matematického hlediska lze tento postup charakterizovat jako nelineární inverzní problém. Úlohou je rekonstruovat koeficienty eliptické parciální diferenciální rovnice (v našem případě konduktivitu) z dat na hranici objektu. Tento problém je velmi špatně podmíněný v tom smyslu, že malé změny měřených dat mohou zapříčinit libovolně velké chyby v hodnotách konduktivity získané rekonstrukcí. Vývoj technik rekonstrukce z matematického pohledu začíná publikací Calderona [24], kde je poprvé zmíněna jednoznačnost inverzní úlohy EIT. Následují další publikace [25], [26], [27], [28] o jednoznačnosti inverzních problémů pro isotropní prostředí. Na druhé straně bylo také demonstrováno, že problém není jednoznačný pro prostředí s anizotropním rozložením konduktivity [29], [30].

V důsledku špatné podmíněnosti inverzní úlohy je nutné optimalizační proces použitý pro rekonstrukci modifikovat speciálními technikami, aby bylo dosaženo stabilního řešení. V praktických případech, takové špatně podmíněné úlohy vznikají u určitého rozložení konduktivity, pro které jsou odpovídající naměřené hodnoty extrémně malé [31], a mohou být proto ovlivněny šumem měření. Takové modely rozložení konduktivity, pro které jsou měřené hodnoty zatíženy velkou nejistotou, mají za následek získání neodpovídajících výsledků rekonstrukce.

Zvláštní postupy, nazývané regularizační techniky, jsou použity k eliminaci popsanych nežádoucích modelů rozložení v hledaných obrazech. Jejich použití je ekvivalentní zavedení apriorní informace do procesu rekonstrukce. Většina běžných regularizačních metod předpokládá, že řešení inverzní úlohy musí být z matematického hlediska dáno hladkou funkcí. Takové techniky zajišťují stabilitu inverzní úlohy, ale ovlivňují schopnost popisu strmosti odchylky hledaných parametrů. V mnoha aplikacích EIT jsou popsány fyzikální parametry měřených objektů nehladkými průběhy. Rekonstrukce takových profilů konduktivity pomocí tradičních regularizačních technik dává neuspokojivé výsledky. V těchto případech by měly být použity odlišné vstupní informace. Informace, která může být zahrnuta do procesu rekonstrukce, je např. znalost tvaru rozhraní dvou kontrastů (obrys orgánů v biomedicínckém zobrazování), nebo jednoduše znalost očekávané strmosti změny konduktivity (na rozhraní dvou prostředí). Zavedení dodatečných informací do procesu rekonstrukce, které odpovídají specifické situaci, může způsobit vylepšení výsledků. Techniky pro začlenění popsanych forem strukturální vstupní informace jsou velmi aktuální [32], [33], a jsou předmětem aktivního výzkumu.

## 2.1 Základní princip EIT

Jak již bylo uvedeno princip rekonstrukce je založen na vyhodnocení fyzikálních



vlastností objektu z naměřených hodnot napětí na elektrodách přiložených k povrchu objektu. Napětí je buzeno malým střídavým proudem na předem stanovených elektrodách a na zbývajících elektrodách se měří odpovídající napětí, viz obr. 1. Počet variant získaných naměřených napětí je dán počtem variant proudového buzení, tzv. proudovými vzory, a určuje stupeň rozlišení rekonstruovaného obrazu. Při použití většího počtu elektrodoých párů je možné dosáhnout většího prostorového rozlišení rekonstruované veličiny jak na ploše příčného řezu, tak v objemu při rekonstrukci trojrozměrných obrazů. Je ověřeno, že výsledky rekonstrukce závisí také na uspořádání proudového buzení tzv. proudových vzorů.

Obr. 1: Uspořádání pro měření

## 2.2 Matematická formulace EIT

K získání hledaného prostorového rozložení fyzikálních parametrů (konduktivity či resistivity, permitivity, permeability) uvnitř objektu z naměřených hodnot napětí a proudu na jeho povrchu se používají různé matematické postupy, které mohou být založeny na deterministickém nebo heuristickém přístupu, genetických algoritmech či teorii pravděpodobnosti.

Základní teorie impedanční tomografie je podrobně popsána např. v [34]. Princip EIT je velmi jednoduchý. Jak již bylo uvedeno, na elektrody umístěné na povrchu zkoumaného

objektu se přivede proud a změří se napětí na stejných nebo dalších elektrodách. Rozložení impedivity uvnitř objektu je potom počítáno z hodnot budících proudů a naměřeného napětí. Obvykle je zapotřebí provést sadu měření ke spolehlivému určení obrazu daného objektu.

Napětí bývá buzeno proudem o amplitudě cca 10 mA, a to stejnosměrným nebo střídavým o nízkém kmitočtu v rozsahu 10 – 100 kHz. Použití střídavých budících proudů umožňuje eliminovat efekt polarizace. Pokud je kmitočet budících proudů dostatečně nízký je možné problém EIT klasifikovat jako kvazistatickou úlohu.

Pro jednoduchost budeme dále uvažovat pouze objekty charakterizované rozložením konduktivity  $\sigma$ . Protože uvnitř zkoumaného objektu neleží žádné zdroje (všechny leží na hraniční ploše ve formě aplikovaných proudů), bude výsledné pole popsáno rovnicí kontinuity pro skalární potenciál  $U$

$$\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} U) = 0 \quad (1)$$

Řešení rovnice (1) musí vyhovovat Dirichletově a Neumannově podmínce na hranici oblasti.

### 2.3 Dopředné řešení a inverzní úloha

Připomeňme, že klasickou *dopřednou úlohou* rozumíme nalezení jednoznačného výsledku použitím známého fyzikálního modelu. Úlohy tohoto typu mají obvykle jednoznačné řešení, které je necitlivé k malým změnám ve vstupních datech, jedná se o dobře podmíněné úlohy. Opakem je tzv. *inverzní úloha*, kterou můžeme chápat jako hledání příčiny daného efektu. Takovéto inverzní problémy nemají vždy jednoznačné a stabilní řešení a malé změny ve vstupních datech mohou způsobit velké změny ve výsledném řešení.

Matematický postup pro rekonstrukci hledaného rozložení konduktivity je následující. Rovnice (1) spolu s úplným elektrodovým systémem popsaným v [34] se diskretizuje metodou konečných prvků (FEM, *Finite Element Method*) obvyklým postupem [35]. Předpokládejme objekt se sítí NE konečných prvků a NU uzlů. Potenciál  $U$  v rovnici (1) vyjádříme pomocí jeho uzlových hodnot a aproximačních funkcí  $W_j$

$$U = \sum_{NU} U_j W_j(x, y) \quad (2)$$

Aplikací Galerkinovy metody na (1) a integrací per partes dostaneme

$$\int_{\Omega} \sigma \operatorname{grad} W_i \cdot \operatorname{grad} U \, d\Omega = 0,$$

kde  $U$  jsou uzlové potenciály a  $\sigma$  je objemová konduktivita v S/m. Dopředná úloha je popsána systémem NU rovnic pro uzlové potenciály

$$G U = F \quad (3)$$

kde  $G$  je matice soustavy, jejíž koeficienty  $g_{ik}$  jsou dány součtem příspěvků od všech elementů ( $e$ ) se společným uzlem  $i$

$$\Delta g_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega} \sigma^{(e)} \operatorname{grad} W_i^{(e)} \cdot \operatorname{grad} W_j^{(e)} \, d\Omega. \quad (4)$$

Řešením dopředné úlohy dané rovnicí (3) dostaneme pro známé rozložení konduktivity  $\sigma$  potenciál  $U$ . Znovu připomeňme, že tato úloha je z matematického hlediska úlohou velmi dobře podmíněnou. Naopak získání neznámého rozložení konduktivity  $\sigma$  ze známých (naměřených) napětí – rekonstrukce obrazu - se klasifikuje jako úloha inverzní a je velmi špatně podmíněná.

Princip rekonstrukce spočívá v minimalizaci vhodně formulované účelové funkce  $\Psi(\sigma)$ . Jedním z nejznámějších a nejrozšířenějších postupů je minimalizace kvadratické



normy difference mezi měřenými hodnotami napětí na rozhraní příslušného objektu a vypočtenými hodnotami napětí (metoda nejmenších čtverců).

Účelovou funkci lze potom popsat

$$\Psi(\sigma) = \frac{1}{2} \sum \|U_M - U_{FEM}(\sigma)\|^2. \quad (5)$$

Zde  $\sigma$  je vektor NE neznámých konduktivit na prvcích sítě FEM,  $U_M$  je vektor měřených napětí na povrchu zkoumaného objektu,  $U_{FEM}(\sigma)$  je korespondující vektor napětí počítaných dopřednou úlohou k danému rozložení  $\sigma$ .

Chyba rekonstrukce vycházející ze znalosti skutečného rozložení vodivosti je definována

$$Err = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{NE} (\sigma(i) - \sigma_{orig}(i))^2}{\sum_{i=1}^{NE} (\sigma_{orig}(i))^2}} 100 \%$$

kde  $\sigma$  a  $\sigma_{orig}$  je rekonstruované a známé rozložení vodivosti, NE počet prvků sítě.

Obecně platí, že problém rekonstrukce obrazu nehomogenního prostředí je nelineární inverzní problém. Doposud bylo navrženo velké množství různých postupů a metod k řešení popsané problematiky rekonstrukce. Jejich cílem je získat co nejefektivněji stabilní řešení s požadovanou přesností výsledků rekonstrukce. Přestože každá z navržených metod vykazuje specifické žádoucí vlastnosti, mají všechny tyto metody také řadu nevýhod a omezení.

Vývojem metod pro EIT se v současné době zabývá řada výzkumných pracovníků na mnoha světových pracovištích jako je například Technická universita ve Varšavě v Polsku [36], Universita v Kuopio ve Finsku [37] nebo Oxford Brookes University v Anglii [38]. Metody používané v současnosti k numerickému řešení inverzních problémů mohou být rozděleny v principu na *deterministické* a *stochastické*.

### 3. METODY DETERMINISTICKÉ

Postup deterministických metod je založen na tzv. regularizaci; proces minimalizace musí být modifikován s cílem získat stabilní řešení. Tato modifikace spočívá v zavedení dalšího matematického členu, díky kterému se daný systém stává méně citlivý k malým změnám vstupních dat získaných měření. Řešení tohoto nového problému sice aproximuje hledané řešení původního problému s větší odchylkou, ale stává se stabilnějším. Mezi metody, které se v současné době nejčastěji používají k rekonstrukci obrazů pomocí EIT, patří Tichonovova metoda (TRM, *Tikhonov Regularization Method*) velmi podrobně diskutovaná např. v [39] nebo metoda založená na regularizaci Totální variací [38].

#### 3.1 Tichonovova regularizace

Princip standardní Tichonovovy metody regularizace spočívá v doplnění účelové funkce  $\Psi(\sigma)$  podle (5) o regularizační člen

$$\Psi(\sigma) = \frac{1}{2} \sum \|U_M - U_{FEM}(\sigma)\|^2 + \alpha \|R\sigma\|^2, \quad (6)$$

kde  $\alpha$  je parametr regularizace,  $R$  je čtvercová regularizační matice, jejíž význam bude dále vysvětlen.  $U_M$  a  $U_{FEM}$  jsou vektory naměřených napětí a napětí vypočtených pomocí FEM dopřednou úlohou.

V procesu rekonstrukce pak hledáme takový vektor  $\sigma$ , který minimalizuje účelovou funkci (6). Z matematického hlediska je tato úloha nelineární a nejčastěji se pro minimalizaci používá iteračních metod jako je například Gauss–Newtonův rekurzivní algoritmus.

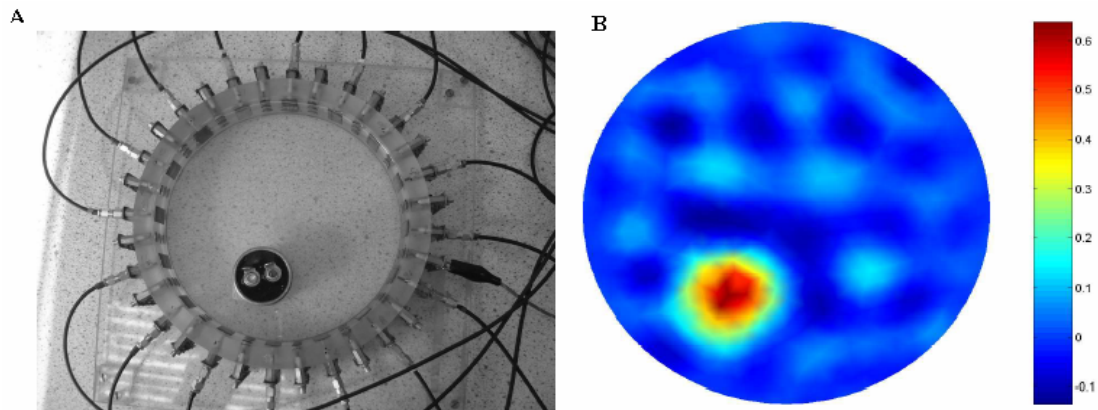
Pro hledaný vektor konduktivity  $\sigma$  je algoritmus dán výrazem

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i + (J_i^T J_i + \alpha R^T R)^{-1} (J_i^T (U_M - U_{FEM}(\sigma)) - \alpha R^T R \sigma_i), \quad (7)$$

kde Jacobián

$$J_i = \frac{\partial U_i}{\partial \sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_{i1}}{\partial \sigma_1}; & \frac{\partial U_{i1}}{\partial \sigma_2}; & \dots & \frac{\partial U_{i1}}{\partial \sigma_{NE}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial U_{CPi}}{\partial \sigma_1}; & \frac{\partial U_{CPi}}{\partial \sigma_2}; & \dots & \frac{\partial U_{CPi}}{\partial \sigma_{NE}} \end{bmatrix},$$

vyjadřuje citlivost potenciálů elektrod na změnu konduktivity daného elementu. Jacobián může být počítán velmi efektivně např. využitím principu reciprocity [40]. Význam ostatních členů v (7) je stejný jako v (6).



**Obr. 2: Příklad rekonstrukce obrazu pomocí TRM**

Na obr. 2A je uveden příklad zapojení snímacích elektrod pro měření a na obr. 2B je ukázka rekonstruovaného obrazu pomocí Tichonovovy metody. Výhodou TRM je poměrně rychlá konvergence, prakticky po deseti iteračních krocích je dosaženo ustálených hodnot. Nevýhodou uvedeného postupu je, že stabilita a přesnost řešení je velmi citlivá na volbu regularizačního parametru  $\alpha$  a také na počáteční hodnotu hledaného vektoru  $\sigma$ .

Přestože použití TRM významně zvyšuje stabilitu optimalizačního procesu pro optimálně zvolené parametry  $\alpha$  a počáteční  $\sigma$ , často můžeme pozorovat oscilace ve výsledcích zejména v okolí podoblastí se skokovou změnou  $\sigma$ . Z tohoto důvodu byly rozpracovány další techniky, jejichž cílem je tyto nedostatky odstranit.

### 3.2 Metoda totální variace s algoritmem PD-IPM

Jednou z metod, která odstraňuje nevýhody TRM uvedené v předchozím odstavci, je regularizace Totální variací (TV, *Total Variation*), která zaujímá velkou roli při řešení inverzních problémů. Její hlavní výhodou je, že umí efektivně potlačit šum a zachytit ostré obrysy objektu bez oscilací. Hlavní obtíž spočívá v tom, že se k řešení používá Eulerova rovnice, která je nelineární s rychle se měnícími koeficienty. Původní metoda totální variace byla modifikována do různých podob.

K rekonstrukci hodnot hledaného rozložení  $\sigma$  minimalizujeme účelovou funkci  $\Psi(\sigma)$

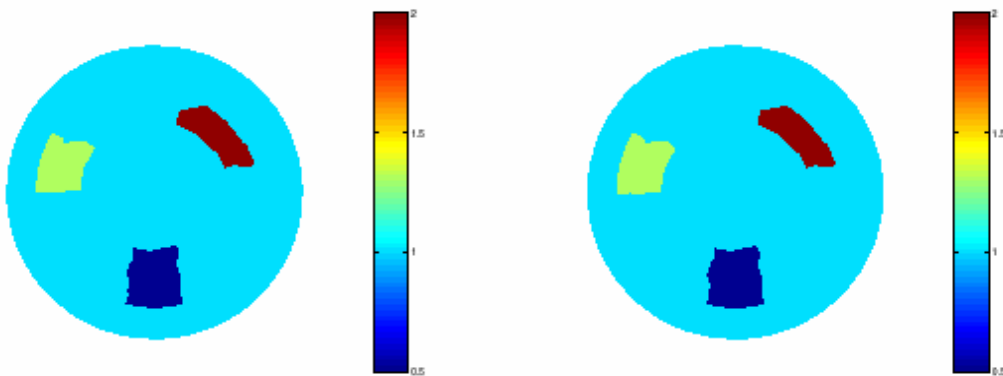
$$\Psi(\sigma) = \frac{1}{2} \sum \|U_M - U_{FEM}(\sigma)\|^2 + \alpha TV_\beta, \quad (8)$$

kde  $U_M$ ,  $U_{FEM}$ , jsou vektory naměřených napětí a napětí vypočtených pomocí FEM,  $\alpha$  je parametr regularizace, a

$$TV_\beta = \sum_{NE} \int |\text{grad } \sigma| d\Omega = \sum \sqrt{\|R\sigma\|^2 + \beta}. \quad (9)$$

Zde  $R$  je vhodná regularizační matice a  $\beta$  je parametr vyjadřující vliv na hladkost průběhu účelové funkce  $\Psi(\sigma)$ .

Jednou z možných variant je modifikace, jenž vznikla doplněním původní metody o algoritmus PD-IPM (*Primal Dual Interior Point Method*). K nalezení rozložení  $\sigma$  lze použít algoritmus sestavený v souladu s postupem popsáním v [38]. PD-IPM algoritmus je založen na interpolaci mezi metodou Lagged Diffusivity a Newtonovou metodou. Na začátku se algoritmus chová jako Lagged Diffusivity metoda, která dobře konverguje. Při přibližování se k výsledku se algoritmus začne chovat jako Newtonova metoda, která má rychlou lokální konvergenci.



Obr. 3: Rekonstrukce obrazu pomocí TV PD-IPM

Příklad rekonstrukce obrazu pomocí PD-IPM algoritmu je uveden na obr. 3. Vlevo je testované rozložení konduktivity. Vpravo je rekonstruovaný obraz pomocí TV PD-IPM algoritmu po dvaceti krocích. Test byl proveden bez uvažování šumu v naměřených hodnotách. Z obrázku je patrné, že pomocí algoritmu PD-IPM bylo za daných podmínek dosaženo dokonalé rekonstrukce

### 3.3 Adaptivně řízený proces regularizace

Volba parametru regularizace  $\alpha$  je vždy kompromisem mezi přesností a stabilitou rekonstrukce, přičemž přesnost je nepřímo úměrná velikosti  $\alpha$ . Dynamickou adaptací velikosti tohoto parametru podmíněnosti soustavy lze dosáhnout z hlediska stability i rychlosti

přesnějších výsledků procesu rekonstrukce. Algoritmus vycházející z TRM, jehož aplikací získáme výsledky s chybou rekonstrukce o téměř 12% nižší viz [48], můžeme popsat

#### *Inicializace proměnných*

*načtení/simulace naměřených potenciálů*

*volba výchozího vektoru vodivosti  $\sigma_0$  a parametru regularizace  $\alpha_0$*

*nastavení velké počáteční hodnoty pro  $\Psi_0(\sigma)=1E6$*

#### *Sestavení regularizační matice $R$*

##### *opakuji*

*Řešení soustavy lineárních rovnic pro proudové vzory*

*Vyhodnocení chyby rekonstrukce  $\Psi_i(\sigma)$*

*Vyhodnocení stability procesu rekonstrukce  $\epsilon'_i = \Psi_i(\sigma) / \Psi_{i-1}(\sigma)$*

*if  $\epsilon'_i > 0$  then **/\*\* chyba se zmenšuje – stabilní proces rekonstrukce \*\*/\*\****

*Výpočet Jacobiánu  $J_{i+1}$*

*Znížení hodnoty parametru regularizace  $\alpha_{i+1} = \alpha_i * \epsilon'_i$*

*else **/\*\* chyba se zvětšuje – špatná podmíněnost \*\*/\*\****

*Použij Jacobián z předešlého kroku  $J_{i+1} = J_i$*

*Zvýšení hodnoty parametru regularizace  $\alpha_{i+1} = \alpha_i * \epsilon'_i$*

*endif*

*Výpočet nového vektoru vodivosti  $\sigma_{i+1}$*

*Sestavení nové regularizační matice  $R$*

***pokud  $\Psi_i(\sigma) < \epsilon$***

V algoritmu bylo ke zvýšení stability rekonstrukce použito adaptivního řízení parametru regularizace  $\alpha$  i výpočtu Jacobiánu  $J_i$  v závislosti na poměru chyby rekonstrukce na dvou po sobě následujících iteračních krocích.

Při implementaci popsaného algoritmu se kromě adaptivního řízení parametru regularizace  $\alpha$  kladl zvláštní důraz i na zabudování tzv. úplného elektrodového systému, který se vyznačuje tím, že uvažuje kontaktní impedanci i přemostňující efekt elektrod. Jeho implementace byla provedena pomocí speciálních (tzv. kontaktních) FEM elementů a doplňujících vazebních podmínek.

## **4. METODY STOCHASTICKÉ**

Metody stochastické založené na využití teorie pravděpodobnosti, statistiky, heuristických metod (metoda pokus-omyl) nebo genetických algoritmů, na rozdíl od metod deterministických zpracovávají hledané parametry jako náhodné veličiny. Podstata metod a jejich použití je popsána např. v [41], [42]. Stochastické postupy při minimalizaci účelové funkce mohou být využity i v systému, který se nevykazuje zcela striktním pravděpodobnostním chováním, jak bude dále uvedeno.

Deterministické metody, jako je Newtonova metoda, metoda největšího spádu, nebo metoda sdružených gradientů, jsou většinou založeny na výpočtu prvních nebo druhých

derivací (Jacobián, Hessián). Hlavní nevýhodou těchto algoritmů je, že mohou konvergovat do lokálního extrému, ze kterého se již nedostanou k extrému globálnímu. Stochastické metody nejsou založeny na výpočtu derivací, a proto mohou lokální extrém opustit, popřípadě se do něj vůbec nedostat. V posledních letech se v mnoha technických oborech velmi rozšířilo používání speciální skupiny stochastických metod, a to evolučních výpočetních technik, mezi které patří také neuronové sítě. Podstatou neuronových sítí je využití neurofyziologických poznatků o způsobu fungování lidského mozku při řešení optimalizačních úloh. Jak již bylo řečeno, gradientní metody mají nevýhodu předčasné konvergence k lokálnímu extrému. Další velkou výhodou stochastických metod je, že nám umožňují bez dalších modifikací pracovat s funkcemi, které neumíme analyticky popsat, ale jsme schopni pouze vyhodnotit funkční hodnotu v libovolném bodě.

Mezi stochastické metody patří např. algoritmy jako simulované žíhání, metoda adaptivního prohledávání, stochastická metoda větví a mezí, nebo moderní evoluční techniky. Evoluční algoritmy patří mezi nejrychleji se rozvíjející obory umělé inteligence, příkladem evolučních algoritmů jsou algoritmus SOMA (*Self Organizing Migration Algorithm*), diferenciální evoluce (DEA, *Differential Evolution Algorithm*), umělé neuronové sítě (*Artificial Neural Networks*), optimalizace mravenčí kolonií (*Ant Colony Optimization*), metoda imunologického systému (*Immunology System Method*) a především nejčastěji používané algoritmy genetické.

Genetické algoritmy jsou speciálními případy algoritmů stochastických, jsou však většinou popisovány odděleně, neboť jejich princip je založen na využití zákonů biologie a genetiky; hledání optima je na základě přirozeného výběru, speciální mutace, křížení. Proto je také princip genetických algoritmů srozumitelný. Podobně jako neuronové sítě, genetické algoritmy rovněž nepředpokládají statistické rozdělení. Jejich název je odvozen ze skutečnosti, že se řídí evolučním procesem „přežití nejprizpůsobivějšího“. Jednoduše řečeno, srovná se větší počet modelů, tyto modely se upravují v sérii iterací, čímž se nalezne nejlepší model pro zadanou úlohu. Mezi metodami panují určité odlišnosti. Obecně však platí, že modely se upravují v každém kroku křížením, mutací a klonováním.

Jako u všech modelovacích metod je zde prvním krokem určit cíl, nebo celkový cíl modelu. Pak je třeba vybrat míru pro vyhodnocení, jak model vyhovuje našim požadavkům. Přípustné řešení v optimalizační úloze nazýváme jedinec. Genu pak odpovídá složka vektoru přípustného řešení, v aplikacích na počítači (zpravidla binární reprezentace) je však výhodnější pracovat s genem jako s jedním bitem. Chromozom neboli jedinec je tedy kolekce genů, která bývá reprezentována jako bitový řetězec pevné délky. Populací rozumíme soubor jedinců, množinu jedinců vygenerovaných ve stejné iteraci nazýváme generací. Funkci úspěšnosti (určující nějakým způsobem pravděpodobnost, že se jedinec dožije své reprodukce) je prezentována účelovou funkcí dané optimalizace. K operacím s geny se používají tzv. genetické operátory jako operátor selekce, křížení, mutace, nahrazení.

Předností algoritmů založených na uvedených metodách je, že většinou neuvážnou v lokálním extrému, vždy poskytnou nějaké řešení i pro úlohy jinými metodami neřešitelnými, jsou snadno implementovatelné a vhodné pro paralelní zpracování. Jejich nevýhodou je, že není žádná záruka, že nalezené řešení je optimální, mohou být velmi pomalé (pokud nejsou dobře navrženy reprezentace jedinců a operátory křížení a mutace), vyžadují vhodné nastavení většího množství parametrů algoritmu, vyžadují také výkonově náročné počítačové zpracování.

## **4.1 Metoda diferenciální evoluce**

Diferenciální evoluce je poměrně nový typ evolučního algoritmu [45]. Jeho princip je podobný algoritmům genetickým, s nimiž má mnoho společných rysů - tvorba potomků (zde je potomek vytvářen z více (4) rodičů, a ne ze 2 jak je tomu u genetických algoritmů),

používání generací, mutací apod. Činnost a kvalita diferenciální evoluce je ovlivněna jejími řídicími parametry stejně jako u ostatních evolučních algoritmů.

Diferenciální evoluce [46] jako optimalizační algoritmus si klade za cíl v krocích zvaných “generace” nalézt extrém účelové funkce. V tomto duchu provádí šlechtění populace jedinců.

Algoritmus k rekonstrukci obrazu konduktivity  $\sigma$  vycházející z principů DEA

### *Inicializace proměnných*

*Volba počtu generací ( $G=150$ )*

*Počet jedinců (individuů) v dané generaci ( $I=50$ )*

### *Vytvoření počáteční generace jedinců*

*Přirazením nahodilé hodnoty vodivosti*

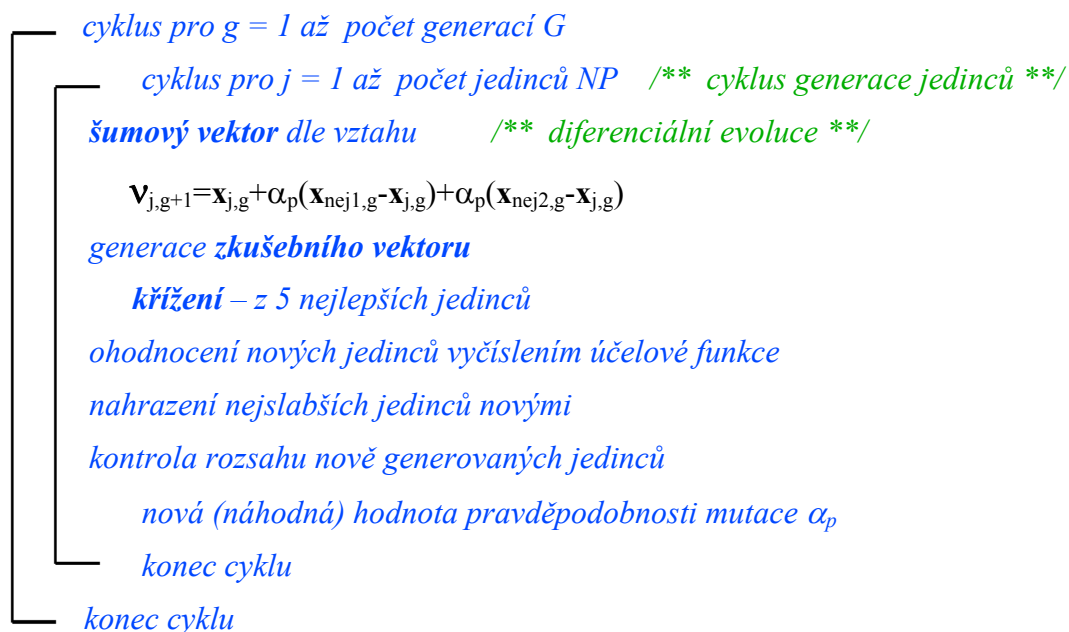
*prvkům FE sítě v rozsahu 0 až  $\sigma_{max}$*

*Jedinec (vektor vodivosti) je tvořen množinou všech prvků FE sítě*

### *Ohodnocení jedinců*

*Řešení soustavy rovnic (FEM) pro všechny jedince a*

*jejich následné ohodnocení vyčíslením účelové funkce:*



V uvedeném algoritmu, na rozdíl od obecného [46], je zesílen vliv nejlepších jedinců předešlé generace na následující populaci. Při tvorbě diferenčního vektoru se totiž uvažuje rozdíl mezi cílovým vektorem a nejlepšími jedinci stávající generace, a ne mezi náhodně vybranými vektory. Navíc se nově vytvořený vektor porovnává s vektorem vzniklým z náhodné kombinace nejlepších jedinců stávající populace. Volba náhodné hodnoty koeficientu pravděpodobnosti mutace  $\alpha_p$  zajišťuje v jednotlivých cyklech variabilitu při generaci nových vektorů (jedinců).

Předností algoritmu je, že neuváže v lokálním extrému a poskytne řešení i pro úlohy jinými metodami neřešitelnými. Je poměrně snadno implementovatelný a vhodný pro paralelní zpracování. Nevýhodou je, že nalezené řešení nemusí být optimální a vyžaduje výkonově náročné počítačové zpracování.

## 4.2 Metoda řízené selekce

Pro řešení optimalizačních úloh byla vyvinuta řada problémově specifických metod a algoritmů, jejichž podstatu lze nalézt např. v [42]. Přestože byla publikovaná řada algoritmů a metod [48], nelze jednoznačně říci, která z metod je obecně nejefektivnější. Jejich úspěšnost závisí na konkrétní aplikaci a nastavení různých parametrů algoritmů. Objevují se pokusy o konstrukci hybridních metod, které kombinují myšlenky několika heuristických přístupů [49]. Dále bude navržen deterministicko-heuristický postup, který lze aplikovat na optimalizaci účelové funkce  $\Psi(\sigma)$  dané (6). Postupu je nazván metodou řízené selekce (Controlled Selection Algorithm) v souladu s principem. Uvažujme homogenní oblast s konstantní konduktivitou  $\sigma_H$  ve které je potřeba identifikovat nehomogenity tj. jejich polohu a počet. Předpokládáme, že se vlastnosti nehomogenit  $\sigma_L$  výrazně liší od vlastností okolního prostředí  $\sigma_H \neq \sigma_L$ . Celkový počet elementů FEM sítě označíme NE, NC bude označovat počet nehomogenit. Počáteční hodnota konduktivity všech elementů se nastaví na  $\sigma_H$ . V průběhu cyklu se mění konduktivita každého prvku na  $\sigma_L$ , přičemž se vyhodnocuje a zaznamenává hodnota účelové funkce  $\Psi_i(\sigma)$ . Na konci cyklu se změní hodnota  $\sigma_H$  na  $\sigma_L$  u všech těch elementů, kde účelová funkce  $\Psi_i(\sigma)$  vykazovala výrazné minimum. Počet modifikovaných elementů se zaznamená. Na rozdíl od prvního cyklu se v druhém cyklu testy účelové funkce  $\Psi_i(\sigma)$  provádí již na síti elementů s modifikovanou konduktivitou. Postup se opakuje až do ustálení počtu modifikací (NC). Algoritmus řízené selekce navržený k identifikaci poruch (trhlin a dutin) v materiálech

### Inicializace proměnných

*načtení/simulace naměřených potenciálů*

*nastavení výchozího vektoru konduktivity  $\sigma_o = \{\sigma_H\}$*

*nastavení kritéria  $\varepsilon$  pro hodnocení  $\Psi_i(\sigma)$ ,  $NC=0$ ,  $\{EL\_index\}=0$*

Opakuj

*pro  $i=1..NE$  opakuj*

$\sigma\_elem(i) = \sigma_L$  */\*\* změna vodivosti elementu \*\*/*

$\sigma\_elem\{EL\_index\} = \sigma_L$  */\*\* modifikace z předešlých cyklů \*\*/*

*Řešení soustavy lineárních rovnic pro proudové vzory*

*Vyhodnocení potenciálů elektrod*

*Vyhodnocení chyby rekonstrukce  $\{\Psi_i(\sigma)\}$*

$\sigma\_elem(i) = \sigma_H$  */\*\* obnovení konduktivit elementu \*\*/*

*konec cyklu*

*pro  $i=1..NE$  opakuj*

*if  $\Psi_i < \varepsilon$  pak* */\*\* test modifikace elementů \*\*/*

$\sigma\_elem(i) = \sigma_L$

$NC = NC + 1$

$EL\_index(NC) = i$  */\*\* uložení vektoru modifikací \*\*/*

*endif*

*konec cyklu*

*pokud  $\Delta NC > 1$*

Výhodou algoritmu je jednoduchost procesu rekonstrukce, nevýhodou značná náročnost na strojový čas, která by mohla být snížena nasazením paralelních počítačových architektur.

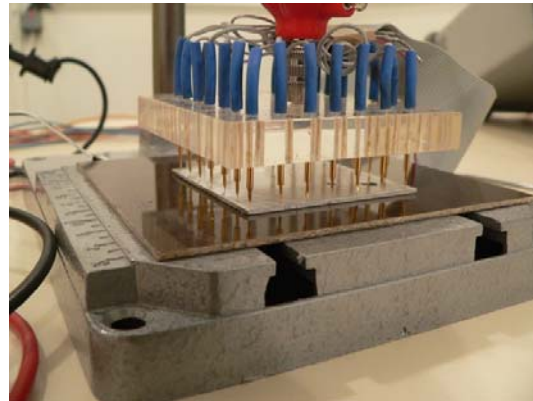
### 4.3 Testování algoritmů při detekci poruch v kovu

Pro ověření nových variant výše popsaných algoritmů bylo realizován experiment, jehož cílem bylo stanovit rozložení poruch v Al vzorku čtvercového tvaru 55x55 mm, tloušťky 1.5mm (obr. 4). Ve vzorku byly vytvořeny 3 poruchy (díry) podle obrázku. Po obvodu vzorku bylo rozmístěno 24 pozlacených elektrod s definovaným přitlakem (obr. 5). Elektrody byly rozmístěny rovnoměrně po obvodu čtverce 50x50 mm, na každé straně bylo 7 elektrod. Při měření napětí byla napájena vždy jedna dvojice protilehlých elektrod proudem 1,8 A a následně byla změřena napětí po obvodu vzorku ( $U_{1,2}$ ,  $U_{2,3}$ , ...,  $U_{24,1}$ ). Pro zmenšení nejistoty měření bylo provedeno 15 měření a výsledné hodnoty byla stanoveny průměrem. Protože budící proud nebyl pro každou dvojici elektrod stejný, hodnoty rozdílů potenciálů byly přepočteny na proud 2A.

Před procesem rekonstrukce, stejně jako v případě nevodivého tělesa v elektrolytu, proběhlo ověření numerického modelu pro dopřednou úlohu porovnáním naměřených a vypočtených hodnot.



Obr. 4: Al vzorek

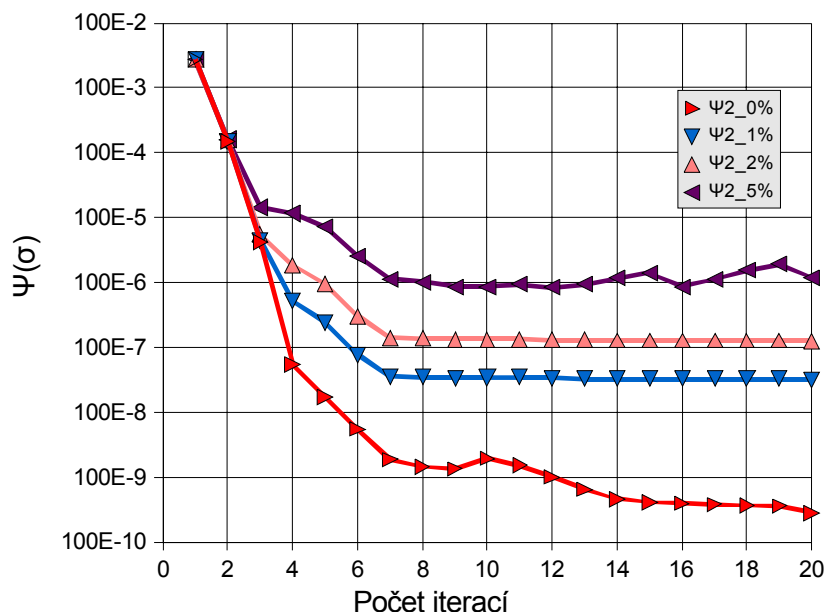


Obr. 5: Al vzorek s měřícími elektrodami

V absolutních hodnotách byli největší hodnoty rozdílů potenciálů naměřeny pro ty dvojice elektrod, kde jedna z nich byla budící. Pro tyto dvojice byl naměřený potenciálový rozdíl o 4 až 5 řádů větší. Příčinou tohoto rozdílu je přechodový odpor elektrod. Z naměřených hodnot potenciálů a z hodnot získaných numerickou simulací byla vypočtena hodnota  $0.15 \Omega$ . Finální FEM model byl o tuto hodnotu přechodového odporu korigován. Přes veškerou snahu získat co nejpřesnější hodnoty měřených napětí pro zpětnou rekonstrukci, byla shoda mezi experimentem a numerickou simulací přijatelná pouze pro oblast budících elektrod.

Vzhledem k celkové úrovni chyby měření nebylo možné experimentálně získané data použít k rekonstrukci. Ta byla prováděna jen na základě dat získaných simulací. Nepřesnost měření byla rovněž simulována pomocí náhodného generátoru s omezenou úrovní nepřesnosti 1%, 2% a 5%. Grafy průběhů účelové funkce v průběhu rekonstrukce jsou pro ilustraci na obr.6. Vyznačují se počátečním strmým poklesem na který navazuje úsek stagnace, což svědčí o špatné podmíněnosti soustavy. Pravděpodobnost detekce poruch umístěných ve větší vzdálenosti od elektrod s rostoucí úrovní nepřesnosti měřených napětí výrazně klesá.





Obr. 6: Průběh účelové funkce během rekonstrukce

## ZÁVĚR

Využití numerických metod v technických aplikacích s bouřlivým rozvojem možností výpočetní techniky a standardního softwarového vybavení nabývá stále většího významu. Počítačové modelování umožňuje v současné době získat poměrně přesné simulace rozmanitých fyzikálních modelů z různých oblastí technické praxe. Výsledky simulací prezentované tabelárně či graficky jednoznačně podporují možnost hlubšího pochopení fyzikálních zákonitostí a jevů a jejich využití k různým účelům. Numerické modelování má význam jak při analýze fyzikálních úloh v souvislosti s hledáním příčin nežádoucích jevů, tak při syntéze uplatňující se především při návrhu funkčních zařízení s předem stanovenými parametry.

Využití numerických modelů při řešení inverzních úloh pro elektrickou impedanční tomografii je jen jedním z mnoha příkladů elektrotechnické praxe. Tato metoda jako jedna z mála je neinvazivní metodou rekonstrukce obrazu. Zpracování a analýza signálů, jimiž rozumíme např. rozložení konduktivit biologických tkání nebo výskyt různých druhů nehomogenit v materiálech, jsou nezbytnou součástí moderní biomedicínské diagnostiky.

Hledání nových stabilních postupů vedoucích k získání spolehlivých výsledků rekonstrukce má proto neustále velký význam. Využití EIT k rekonstrukci rozložení konduktivit s sebou nese řadu problémů, zejména vliv rušení, nízká úroveň signálu, lokalita nehomogenit, apod.. Proto je nutné hledat takové postupy k rekonstrukci obrazu, které umožní zmíněné problémy potlačit či odstranit. Jsou to například vhodné modifikace stávajících deterministických metod a aplikace efektivních algoritmů založených na metodách stochastických. Použití nových postupů vede k dosažení kvalitativně lepších výsledků, než při tradičních způsobech rekonstrukce obrazu.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] WEBSTER, G.: Electrical Impedance Tomography. Adam Higler, 1990.
- [2] BARBER, C., BROWN, B.H.: Applied potential tomography. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 17:723–733, 1984.
- [3] HARRIS, N.,D., BARBER, C., BROWN, B.H.: Continuous monitoring of lung ventilation with electrical impedance tomography. *Med. Biol. Soc.*, p. 1754–1755, 1992.
- [4] FREICHS, I., HAHN, G., HELLIGE, G.: Thoracic electrical impedance tomographic measurements during volume controlled ventilation-effects of tidal volume and positive end-expiratory pressure. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 18:763–773, 2000.
- [5] KUNST, W., A., VONK NOORDEGRAAF, A., HOEKSTRA, O., S.,POSTMUS, P. E., DE VRIES, P., M., J., M.: Ventilation and perfusion imaging by electrical impedance tomography: A comparison with radionuclide scanning. *Physiol. Meas.*, vol. 19, p. 481–490, 1998.
- [6] EYUBOGLU, B.M., BROWN, B.,H., BARBER, C.: In vivo imaging of cardiac related impedance changes. *IEEE Eng. Med. Biol. Mag.*, 8:39–45, 1989.
- [7] NEWELL, J.,C., ISAACSON, D., CHENEY, M., SAULNIER, G., J. GISSER, D.,G., GOBLE, J.,C.,COOK, R.,D., EDIC, P.,M.: Impedance images of the chest. *Proc 14th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society*, p. 1752–1753, 1992.
- [8] KERROUCHE, N., McLEOD, C., N., LIONHEART, W.,R.,B.: Time series of EIT chest images using singular value decomposition and Fourier transform. *Physiol Meas*, vol. 22, p.147–157, 2001.
- [9] HOLDER, D.,S.: Electrical impedance tomography of brain function. *Brain Topography*, vol 5, p. 87–93, 1992.
- [10] GIBSON, A., BAYFORD, R., H., HOLDER, D., S.: Two-dimensional finite element modeling of neonatal head. *Physiol Meas.*, 21:45–52, 2000.
- [11] POLYDORIES, N., LIONHEART, W.,R.,B.: A MATLAB based toolkit for three dimensional electrical impedance tomography: A contribution to the EIDORS project. *Meas. Sci. Technol.*, 2002.
- [12] SAIDLER, R.,J., FOX, R.A., VAN KANN, F.,J., ATTILIOUZEL, Z.: Estimating volumes of intra-abdominal blood using electrical impedance imaging. In *Proc. 14th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society*, p. 1750–1751, 1992.
- [13] MURPHY, D., BURTON, P., COMBS, R., TARASSENKO, L., ROLFE, P. : Impedance imaging in the newborn. *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, vol. 8, p.A131–A140, 1987.
- [14] BROWN, B.,H., BARBER, C., SEAGAR, A.D.: Applied potential tomography: Possible clinical applications. *Clin. Phys. Physiol Meas.*, vol. 6, p.109–121, 1985.
- [15] SMALLWOOD, R.,H., NOUR, S., MANGNALL, Y., SMYTHE, A., BROWN, B.,H.: Impedance imaging and gastric motility. In *Proc. 14th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society*, p. 247–260, 1992.
- [16] SMALLWOOD, R.,H., MANGNALL, Y., LEATHARD, A., D.: Transport of gastric contents. *Physiol Meas*, vol. 15, p.175–188, 1994.
- [17] DICKIN, F., WANG., M.: Electrical resistance tomography for process tomography. *Meas. Sci. Tech.*, vol. 7, p. 247–260, 1996.
- [18] MANN, R., DICKIN, F., WANG., M., DZAKOWSKI, R., H., WILLIAMS, R., A., EDWARDS, R.,B., FORREST, A., E., HOLDEN, P., J.: Application of electrical resistance tomography to interrogate mixing processes at plant scale. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 52, p. 293–302, 1997.

- [19] JONES, O.,C., LIN, J. T., OVACIK, L., SHU, H.: Impedance imaging relative to gas-liquid systems. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 141, p. 159–176, 1993.
- [20] ALESSANDRINI, G., RONDI, L.: Stable determination of a crack in a planar inhomogeneous conductor. *SIAM J. Math. Anal.*, vol. 30, p. 326–340, 1998.
- [21] FRIEDMAN, A., VOGELIUS, M.: Determining cracks by boundary measurements. *Indiana University Mathematics Journal*, vol. 38, p. 527–556, 1989.
- [22] LOKE, M.,H.: *Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies*, 1997.
- [23] SOMERSALO, E., CHENEY, M., ISAACSON, D. Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography. *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 52, 1992, p. 1023-1040.
- [24] CALDERÓN, A., P.: On an inverse boundary problem. In *Seminar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics*, pages 65–73. W.H. Meyer and M.A. Raupp, Brazilian Math. Society, Rio de Janeiro, 1980.
- [25] SYLVESTER, J., UHLMAN, G.: A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem. *Ann. Math.*, 125:153–169, 1987.
- [26] RAMM, A.,G.: A simple proof of the uniqueness theorem in impedance tomography. *Appl. Math. Lett.*, 1:287–290, 1988.
- [27] KOHN, R., VOGELIUS, M.: Determining conductivity by boundary measurements. *Commun. Pure Appl. Math.*, 37:289–298, 1984.
- [28] NACHMAN, A., I.: Global uniqueness for a two-dimensional inverse boundary value problem. *Annals of Math.*, 143:71–96, 1996.
- [29] SYLVESTER, J.: An anisotropic inverse boundary value problem. *Commun. Pure Appl. Math.*, 43:201–232, 1990.
- [30] LIONHEART, W.,R.,B.: Conformal uniqueness results in anisotropic electrical impedance imaging. *Inverse Problems*, 13:125–134, 1997.
- [31] BRECKON, W., R.: *Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography*. PhD thesis, Oxford Brookes Polytechnic, 1990.
- [32] VAUHKONEN, M.: *Electrical impedance tomography and prior information*. PhD thesis, Department of Applied Physics, Kuopio University, 1997.
- [33] KOLEHMAINEN, V.: *Novel Approaches to Image Reconstruction in Diffusion Tomography*. PhD thesis, Department of Applied Physics - Kuopio University, 2001.
- [34] CHENEY, M., ISAACSON, D., NEWELL, J., C. *Electrical impedance tomography*. *SIAM Rev.*, vol. 41, no. 1, 1999, p. 85-101.
- [35] DĚDEK, L., DĚDKOVÁ, J.: *Elektromagnetismus*. Brno: VUTIUM Publishing, 2000. 232 pages. ISBN 80-214-1548-7.
- [36] SIKORA, J.: *Algorytmy numeryczne w tomografii impedancyjnej i wiroprądowej*. Warszawa : Oficyna Wydawn. Politechn. Warszawskiej, 2000. - 212 pages. ISBN 83-7207-160-8.
- [37] VAUHKONEN, M.: *Electrical impedance tomography and prior information*. Kuopio University Publications C. Natural and Environmental Sciences 62. 1997.110 pages. ISBN 951-781-700-2.
- [38] BORSIC, A. *Regularization methods for imaging from electrical measurement*. PhD. Thesis, Oxford Brookes University, 2002.
- [39] VAUHKONEN, M., VADÁSZ, D., KARJALAINEN, P. A., SOMERSALO, E., KAIPIO, J. P. Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography. *IEEE Trans. Med. Eng.*, 1998, vol. 17, p. 285-293.

- [40] BRANDSTÄTTER, B. Jacobian calculation for electrical impedance tomography based on the reciprocity principle. IEEE Transaction on Magnetics, 2003, vol. 39, no. 3, p.1309-1312.
- [41] OLMI, R., BINI, M., PRIORI, S. A genetic algorithm approach to image reconstruction in electrical impedance tomography. IEEE Trans. Evol. Comp., 2000, vol. 4, p. 83-88.
- [42] MICHALEWICZ, Z. Genetic algorithms + Data Structure=Evolution Programs. 2nd ed. Springer Verlag Berlin, 1994.
- [43] YORKEY, T. J., WEBSTER, J. G., TOMKINS, W. J. Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography. IEEE Trans. Biomed. Eng., 1987, vol. 34, p. 843-852.
- [44] RAO, L., HE, R., WANG, Y., YAN, W., BAI, J., YE, D. An efficient improvement of modified Newton-Raphson algorithm for electrical impedance tomography. IEEE Transaction on Magnetics, 1999, vol. 35, p. 1562-1565.
- [45] PRICE, K., V., STORN, R., M., LAMPINEN, J., A. Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization. Berlin : Springer, 2005.
- [46] ZELINKA, I., Aplikovaná informatika. Brno: VUTIUM, 1999.
- [47] KORTE, B., VYGEN, J. Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms. Springer, 2000.
- [48] BACHOREC, T., DEDKOVA, J. Image Reconstruction Based on Deterministic and Heuristic Approach. Radioengineering, ISSN 1210-2512, 2006, Vol. 15, No 3, p. 20-25.
- [49] CHARALAMBIDES, CH., A. Combinatorial Methods in Discrete Distributions. New Jersey: John Wiley and Sons, 2005.
- [50] COOK, W., J., CUNNINGHAM, W., H., PULLEZBLANK, A., S. Combinatorial Optimization, New Jersey: John Wiley and Sons, 1997.

## **ABSTRACT**

The aim of this paper is to provide a survey of the recent development in new algorithms and techniques to solve the electrical impedance tomography (EIT) inverse problem. The EIT problem is nonlinear and ill-posed. The optimization necessitates algorithms that impose regularization and some prior information constraint. The regularization techniques vary in their complexity. The modified Newton-Raphson method with the Tikhonov regularization and the differential evolution algorithm are proposed to obtain high-quality reconstruction in EIT problems. There are presented and discussed new algorithms based on both deterministic and heuristic methods, which can be used during reconstruction process. It would be very worth to try another new ways of an effective and an absolutely stable reconstruction of the conductivity distribution with the highest accuracy. It can be tested for example an apposite combination of certain heuristic technique with the widely known method Total Variation Primal Dual-Interior Point Method, or new variant of methods based on Genetic Algorithm.