

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

*Edice Habilitační a inaugurační spisy, sv. 445*

*ISSN 1213-418X*

**Radek Kubásek**

**POPIS KVALITY SIGNÁLŮ  
V MR TOMOGRAFII**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV TEORETICKÉ A EXPERIMENTÁLNÍ ELEKTROTECHNIKY

**Ing. Radek Kubásek, Ph.D.**

**POPIS KVALITY SIGNÁLŮ V MR TOMOGRAFII**

SIGNAL QUALITY DESCRIPTION IN MR TOMOGRAPHY

TEZE HABILITAČNÍ PRÁCE V OBORU  
TEORETICKÁ ELEKTROTECHNIKA



BRNO 2013

**Klíčová slova:**

MR, NMR, šum, poměr signál šum, SNR, filtrace obrazů, vlnková transformace, banky filtrů, mediánovská filtrace.

**Keywords:**

MR, NMR, noise, signal to noise ratio, SNR, image filtering, wavelet transform, digital filter bank, median filters.

**Originál je uložen:**

UTEE, FEKT, VUT v Brně  
Technická 12  
616 00, Brno

## OBSAH

ÚVOD .....	5
1 CÍLE HABILITACE .....	6
2 ŠUM V MR TOMOGRAFII, KLASIFIKACE A MODELOVÁNÍ.....	7
2.1 Šum, typy šumu a jejich vlastnosti.....	7
2.2 Analýza šumu snímaném MR přijímačem.....	8
2.3 Vliv parametrů měření na snímaný šumový signál.....	17
2.4 Modelování a zdroje šumu v MR tomografu .....	18
3 ZÁVĚR.....	20
LITERATURA.....	21
ABSTRACT.....	23

## Životopis

### Ing. Radek Kubásek, Ph.D.



Narozen	8. srpna 1980 v Ústí nad Orlicí
1998	Ukončeno středoškolské vzdělání
2003	Ukončeno studium na fakultě elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně Obor Elektronika a sdělovací technika
2003 - 2006	Postgraduální studium Obor Teleinformatika
2005 – doposud	Zaměstnanec Ústavu teoretické a experimentální elektrotechniky FEKT VUT v Brně

### Řešené projekty

2006	Řešitel projektu FRVŠ „Generace gradientních magnetických polí v NMR tomografiích“
2006 - 2008	Spoluřešitel projektu GAAV „Měření a simulace vlivu susceptibility a vodivosti v MR tomografiích“
2006 - 2008	Spoluřešitel projektu GAAV „Pohyblivost a vodivost iontů v gelových elektrolytech metodou nukleární magnetické rezonance“
2007 - 2009	Spoluřešitel projektu GAČR „Výzkum nových NMR technik pro studium struktury porézních materiálů“
2005 - 2009	Člen řešitelského týmu Výzkumného záměru „Zdroje, akumulace a optimalizace využití energie v podmínkách trvale udržitelného rozvoje“
2005 - 2009	Člen řešitelského týmu Výzkumného záměru „Elektronické komunikační systémy a technologie nových generací (ELKOM)“
2009 - 2012	Spoluřešitel projektu GAČR „Studium vlastností metamateriálů a mikrovlnných struktur s využitím šumové spektroskopie a magnetické rezonance“

### Pedagogická činnost

2004 - 2012	Vedení a zabezpečení laboratorní výuky předmětů Měření v elektrotechnice. Správa laboratoře
2003 - 2012	Vedení numerických a laboratorních cvičení předmětů Elektrotechnika 1 a Elektrotechnika 2
2007 - 2008	Vedení laboratorních cvičení předmětu Elektrotechnický Seminář
2008 - 2009	Vedení numerických cvičení předmětů Počítače a programování 2
2010 - 2012	Přednášky předmětu Měření v elektrotechnice, KMVA

Vedení bakalářských prací, vedení doktoranda  
Komise pro státní závěrečné zkoušky bakalářského studijního programu  
Oponentní posudky bakalářských a diplomových prací  
Členství v programovém výboru Workskopu TIEF 2008 v Paříži  
Členství v komisi studentské soutěže EEICT  
Oponentní posudky do renomovaných časopisů IEEE.  
Vedení publikovaných studentských prací

## ÚVOD

Principy nukleární magnetické rezonance (MR, NMR) jsou v dnešní době velmi rozšířené v lékařství. Používají se především techniky zobrazování řezů částí lidského těla. Obrazy měřené MR technikami vynikají zejména vysokým kontrastem a rozlišením. Lze také měřicí sekvencí ovlivnit fyzikální veličinu váhovanou v obraze a získat tím obrazy s různou vypovídající hodnotou podle typu vyšetření. Kromě váhování protonovou hustotou se setkáme s váhováním relaxacemi T1 a T2, difúzí a pohybem látek. V biologických a chemických oborech se setkáme s MR spektroskopii a 2D či 3D mikroskopii. V technických oborech se setkáme s MR technikami zkoumání materiálových vlastností různých látek. Výhodou takových MR technik je především citlivost a přesnost měření. Někdy je velkou výhodou možnost měření obrazů rozložení materiálových vlastností.

Ve všech zmíněných oblastech využití MR tomografie a spektroskopie je hlavní sledovanou veličinou kvalita snímaných signálů. Nejčastější popisem z hlediska kvality signálu je poměr signálu k šumu. V technické praxi se používá několik způsobů výpočtu jeho velikosti. Některé způsoby si jsou rovnocenné jiné nikoliv. V oblasti MR tomografie se setkáme především s nízkým poměrem signálu k šumu, kde se jednotlivé metody výpočtu dosti liší. Nejednotnost výpočtu poměru signálu k šumu lze přičíst i neexistenci normy upravující metodiku pro jeho výpočet.

Při zkoumání vlastností signálů je třeba znát vlastnosti šumu, jímž je užitečný signál zatížen. Tepelný šum je obecně považován za hlavní zdroj šumu v přijímací části MR tomografu. Pro takové tvrzení je třeba mít podklady, je třeba provést analýzu snímaného šumu z více hledisek.

Výsledky analýzy šumu jsou užitečné při volbě filtrační techniky k potlačení hladiny šumu. V současné době se používá několik různých filtračních technik. Za dominantní lze označit použití vlnkové transformace s prahováním subpásmových signálů. V lékařství i technických oborech není poměr signálu k šumu jedinou veličinou popisující kvalitu signálu. Další sledované veličiny popisující kvalitu signálu jsou především zkrácení hran v obrazech a změny kontrastu v obraze.

## 1 CÍLE HABILITACE

Cílem habilitační práce je vytvoření ucelené pedagogické práce na téma popis kvalit signálů v MR tomografii. Cíle se dají shrnout do následujících bodů.

- 1) Popsat a analyzovat šum snímaný MR tomografem na ÚPT AVČR v Brně. Uvést potřebné znalosti z teorie popisu stochastických signálů a statistiky. Diskutovat modelování šumu a možné zdroje šumu v MR tomografu.
- 2) Popsat metody odhadu poměru signálu k šumu používaných v elektrotechnice. Zhodnotit jednotlivé metody dle přesnosti a správnosti s ohledem na použití v MR tomografii.
- 3) Popsat další způsoby hodnocení obrazů v MR tomografii.
- 4) Uvést metody pro potlačení šumu z užitečného signálu v oblasti MR tomografie. Diskutovat možnosti zmíněných metod protišumové filtrace.

V současné době chybí komplexnější analýza šumu snímaného MR tomografem na ÚPT AVČR v Brně. Vlastnosti bílého šumu jsou předpokládány nikoli však věrohodně doloženy. Poměr signálu k šumu je v elektrotechnice velmi často používán, jeho definice je ale pouze obecná. Používané metody výpočtu poměru signálu k šumu jsou dosti rozdílné, často až neporovnatelné. V lepším případě se setkáváme s nejednotností ve výpočtu poměru signálu k šumu. V horším případě není vůbec uveden způsob výpočtu poměru signálu k šumu. Tato práce si klade za cíl výše zmíněné problémy řešit a pedagogicky vysvětlit.

## 2 ŠUM V MR TOMOGRAFII, KLASIFIKACE A MODELOVÁNÍ

### 2.1 ŠUM, TYPY ŠUMU A JEJICH VLASTNOSTI

Nejčastěji v přírodě se vyskytující náhodný proces má charakter bílého šumu. Bílý šum má následující vlastnosti: Je stochastický a stacionární. Má nulovou střední hodnotu. Jeho autokorelace je diracovým impulzem a pro nulové posunutí autokorelace odpovídá rozptylu  $R_{xx}(0) = \sigma^2$ , protože má nulovou střední hodnotu. Bílý šum má konstantní hodnotu spektrální hustoty výkonu či modulu spektra.

Značení bílý šum se převzalo z analogie s bílým světlem, které má stejné spektrální vlastnosti. V praxi se setkáme vždy s kmitočtově omezeným spektrem. Pokud by bylo nekonečné, byl by nekonečný i celkový výkon šumu a to je fyzikální nesmysl. Za typický příklad bílého šumu je považován tepelný šum, vnikající na rezistoru s elektrickým odporem  $R$ . Efektivní hodnota šumové napětí  $u_R$  na rezistoru  $R$  je rovno:

$$u_R = \sqrt{4kTBR}, \quad (2.1)$$

kde  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K je Boltzmannova konstanta,  $T$  je absolutní teplota v kelvinech a  $B$  je šířka pásma zkoumaného napětí v hertzech. Rozdělení pravděpodobnosti odpovídá normálnímu (Gaussovu).

Pro další druhy šumu se vžilo značení dle zbarvení, zpravidla vychází ze spektrálních vlastností. Mluvíme o barvě šumu.

Růžový šum, též označovaný jako šum  $1/f$  je šum jehož výkon je nepřímo úměrný kmitočtu, tedy s kmitočtem klesá a to o 3 dB na oktávu. Zpravidla je omezen dolním mezním kmitočtem, jinak by byl výkon stejnosměrné složky teoreticky nekonečný. Setkáme se s ním v audiotechnice a u polovodičových součástek. V polovodičích je nežádoucí a je úměrný poruchám v krystalové mřížce a míře nečistot v polovodiči.

Hnědý, též červený šum má stejné vlastnosti jako šum růžový, ovšem s poklesem 6 dB na oktávu. Je charakteristický pro Braunův pohyb, kde můžeme nalézt i vznik jména hnědý. S hnědou barvou tedy nemá nic společného, má charakter barvy červené.

Modrý šum, zřídka označovaný jako azurový šum je šumem s výkonem stoupajícím v závislosti na kmitočtu, a to o 3 dB na oktávu. Je tedy jakýmsi protějškem šumu růžového. Dobře vystihuje systémy s derivačním charakterem, tedy systémy zesilující vyšší kmitočtové složky.

Fialový či purpurový šum je obdobou modrého šumu s příspěvkem 6 dB na oktávu. Je tedy protějškem šumu hnědému.

Šedý šum je šumem se spektrální hustotou výkonu přesně inverzní kmitočtové charakteristice lidského ucha. Při jeho generování posluchač slyší konstantní hlasitost všech kmitočtových složek. Jeho využití je tedy v elektroakustice.

Oranžový šum se zavedl pro potřeby hudebníků, kdy jeho spektrální hustota výkonu nabývá po částech nulové hodnoty. Dělení je oktávové a odpovídá melodické stupnici. Používá se v audiotechnice, například pro ladění hudebních nástrojů.

Je známo ještě několik dalších typů šumu, které věrně modelují určitý druh ve světě vyskytujícího se procesu. Například zelený či černý šum, viz. [1]. Vzniku různých druhů šumu v polovodičích se podrobně věnují například [2] a [3]. Daleko častěji se setkáme s technikami návrhu obvodů s malým šumovým číslem, viz. [4] a [5], než s návrhem generátorů šumu, viz. [6].

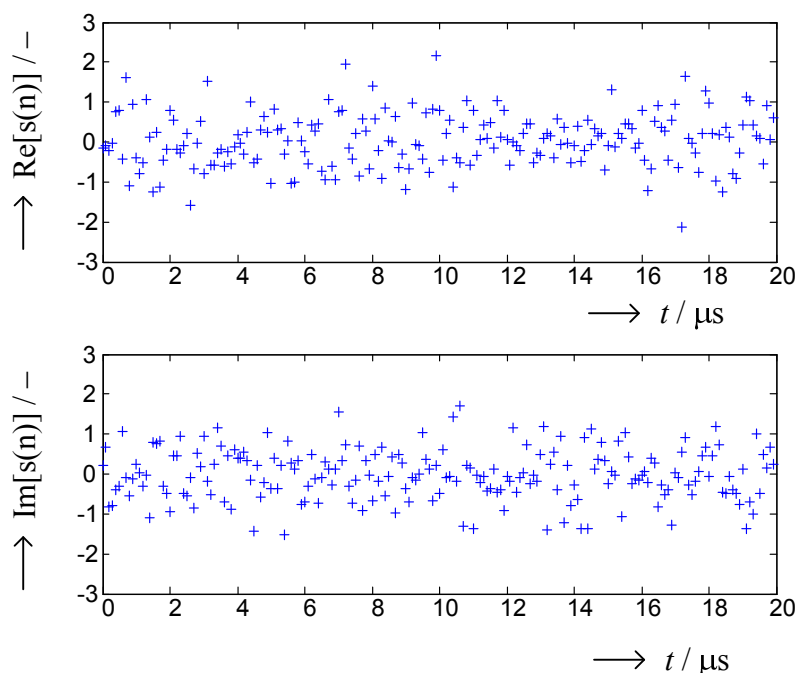


## 2.2 ANALÝZA ŠUMU SNÍMANÉM MR PŘIJÍMAČEM

V této části práce bude popsána analýza šumu, snímaného MR tomografem na ÚPT AVČR v Brně. Podle předpokladů jenž se opírají o dřívější výzkum s jak teoreticky tak prakticky zaměřenými pokusy by snímaný signál měl být zatížen aditivním bílým šumem, popsáným v kapitole 2.1. Na Obr. 2.1 je zobrazena reálná a imaginární část snímaného signálu  $s(n)$  s následujícími parametry měření.

Uvnitř pracovního prostoru tomografu nebyl umístěn žádný měřený vzorek, sondy či jiný materiál. Nebylo provedeno buzení žádným impulzem, pouze jsme snímali signál přijímače. Vzorkovací kmitočet byl nastaven na  $f_{vz} = 10$  kHz. Bylo navzorkováno 16384 vzorků, tj. byl snímán signál po dobu 1,6384 ms. Měřeno bylo na rezonanci jader vodíku  ${}^1\text{H}$ , tj. 198004638 Hz bez offsetu vysílače i přijímače. Nebylo použito průměrování. Zisk přijímače byl nastaven na 0 dB. Byl nastaven nulový útlum útlumového článku přijímače.

Velikost  $s(n)$  není nijak fyzikálně normována, tedy jedná se o bezrozměrnou veličinu, i když velikostně může odpovídat šumovému napětí na vstupu přijímače nebo vlastnímu šumu A/Č převodníku. Protože jsme neprovedli buzení a nebyl umístěn žádný vzorek uvnitř tomografu, můžeme vyloučit příspěvek rezonujících jader vodíku. Jak je často zvykem při zpracování diskretních číslicových signálů, odprostíme se od fyzikálního významu veličiny a budeme ji považovat za bezrozměrnou. Směrodatná odchylka je pro reálnou část signálu  $\sigma_r = 0,639$  a pro imaginární část signálu  $\sigma_i = 0,634$ , je tedy skoro identická.



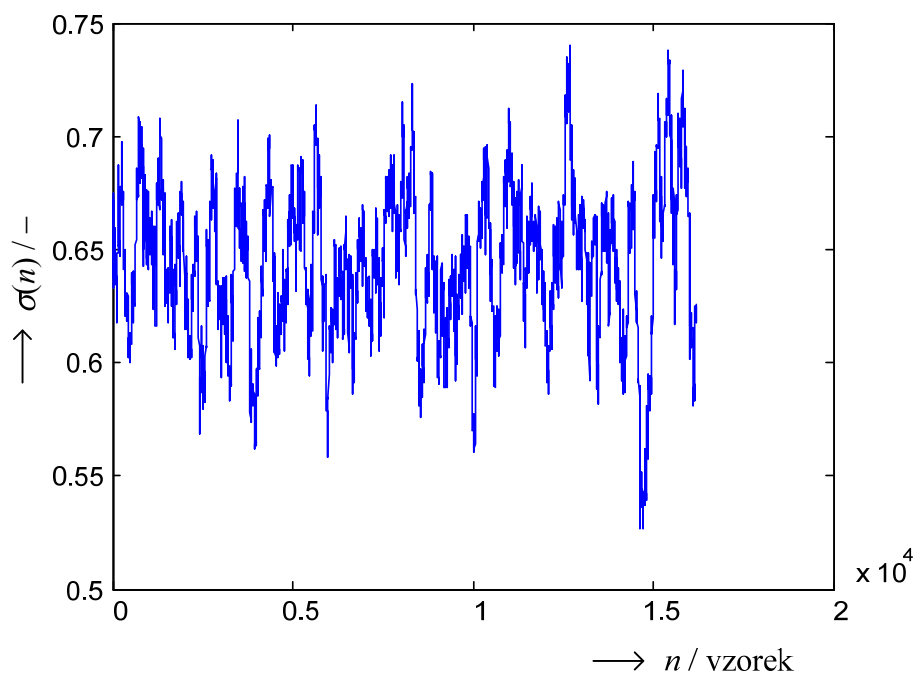
**Obr. 2.1** a) reálná a b) imaginární část signálu  $s(n)$ , prvních 200 vzorků

Tabulka 1 ukazuje momenty reálné a imaginární části dvaceti realizací signálu  $s(j,n)$ . Střední hodnota reálné a imaginární části kolísá okolo nuly se směrodatnou odchylkou 0,004. Podobně směrodatná odchylka reálné a imaginární části kolísají se směrodatnou odchylkou 0,004 kolem své střední hodnoty 0,631. Tabulka 1 ukazuje na rovnocenné statistické vlastnosti reálné a imaginární části signálu  $s(j,n)$  a především ergodicitu signálu  $s(j,n)$ . Všechny realizace signálu  $s(j,n)$  mají stejné vlastnosti. Při zkoumání vlastností signálu  $s(j,n)$  tedy vystačíme pouze s jednou realizací signálu  $s(n)$ .

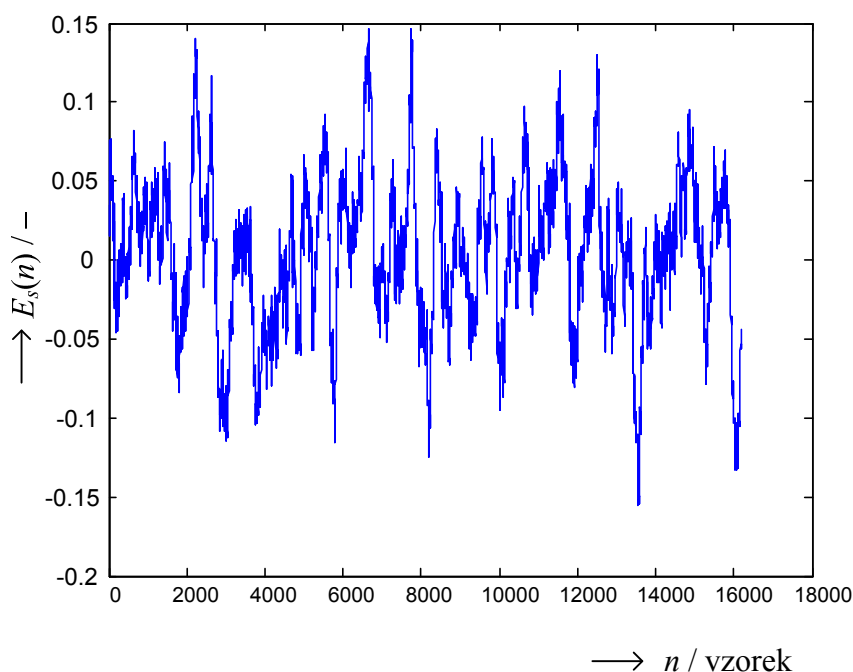
Tabulka 1 Momenty dvaceti realizací signálu  $s(j,n)$

$j$	$\overline{s_r(j,n)}$	$\overline{s_i(j,n)}$	$\sigma_r$	$\sigma_i$
1	0,0055	0,0095	0,6323	0,6373
2	-0,0050	0,0048	0,6343	0,6328
3	0,0006	0,0024	0,6343	0,6413
4	0,0014	0,0027	0,6376	0,6361
5	0,0023	-0,0012	0,6323	0,6322
6	0,0028	0,0002	0,6279	0,6335
7	0,0041	0,0026	0,6374	0,6315
8	-0,0033	0,0050	0,6320	0,6261
9	-0,0005	0,0019	0,6297	0,6295
10	-0,0051	0,0000	0,6273	0,6359
11	0,0026	0,0041	0,6312	0,6380
12	-0,0009	0,0018	0,6337	0,6361
13	0,0061	0,0135	0,6293	0,6287
14	-0,0032	-0,0033	0,6340	0,6333
15	0,0010	0,0043	0,6343	0,6314
16	-0,0038	0,0054	0,6261	0,6311
17	0,0077	0,0015	0,6271	0,6263
18	0,0085	0,0022	0,6257	0,6332
19	0,0018	-0,0005	0,6295	0,6339
20	0,0130	0,0032	0,6305	0,6424

Stacionaritu signálu  $s(n)$  je možno vyšetřit klouzavým momentem, kdy počítáme moment vždy z určité části  $s(n)$ , přičemž tento úsek posouváme od začátku ke konci signálu  $s(n)$ . Na Obr. 2.2 je zobrazena klouzavá směrodatná odchylka signálu  $s(n)$ . Na Obr. 2.3 klouzavá střední hodnota signálu  $s(n)$ . Vždy s oknem délky 200 vzorků. Klouzavá směrodatná odchylka fluktuuje okolo  $\sigma_r$  v rozmezí přesahující 10%  $\sigma_r$ . Střední hodnota pak fluktuuje okolo nuly v rozmezí přibližně jedné pětiny  $\sigma_r$ . I když se to na první pohled nezdá, jedná se o parametry, které nedosahují některé generátory náhodných čísel obecně považovaných za kvalitní viz. [7] až [11]. Výjimku mohou tvořit některé generátory pseudonáhodných čísel, upravující proces generace podle statistických vlastností již vygenerovaného průběhu v minulosti. Při prodlužování délky okna se bude fluktuace směrodatné odchylky i střední hodnoty snižovat.



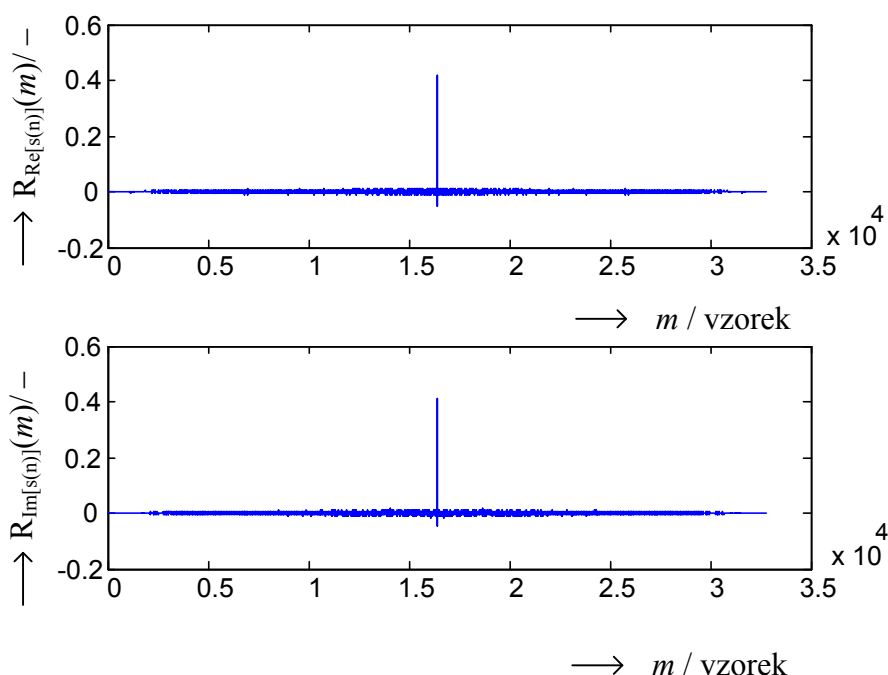
**Obr. 2.2** Klouzavá směrodatná odchylka reálné části  $s(n)$  s délkou okna 200 vzorků



**Obr. 2.3** Klouzavá střední hodnota reálné části  $s(n)$  s délkou okna 200 vzorků

Stochastické vlastnosti snímaného signálu  $s(n)$  se nejlépe ověří kolerační analýzou, viz. [12]. Na Obr. 2.4 je zobrazena autokorelace reálné a imaginární části  $s(n)$ . Oba dva průběhy si jsou velmi podobné. Mají velké maximum v prostředku průběhu, tedy pro nulové posunutí odpovídající kvadrátu směrodatné odchylky  $\sigma^2$  (při téměř nulové střední hodnotě signálu  $s(n)$ ). Signál je pochopitelně sám sobě maximálně podobný. Mimo nulové posunutí obdržíme velmi malou hodnotu autokorelace přibližně 30krát menší hodnoty než  $\sigma^2$ . Autokorelace signálu  $s(n)$  je blízká Diracovu impulzu. S minulostí i budoucností si je signál podobný jen velmi málo. Klesající

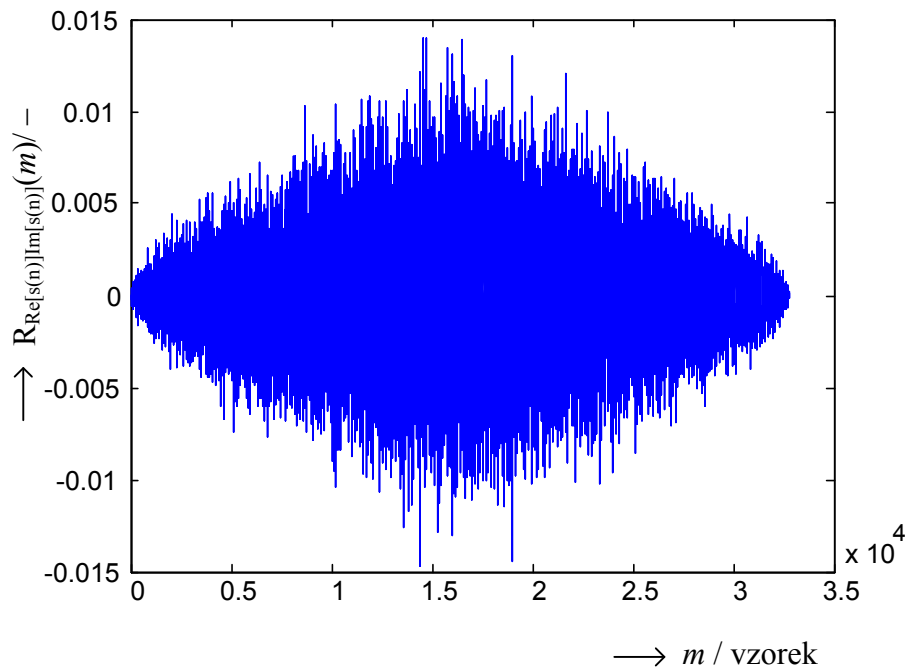
hodnota autokorelace je způsobena postupně menším překrytím, kdy se pro výpočet autokorelace vektor  $s(n)$  doplní nulami. Reálná i imaginární část  $s(n)$  tedy odpovídají stochastickému jevu.



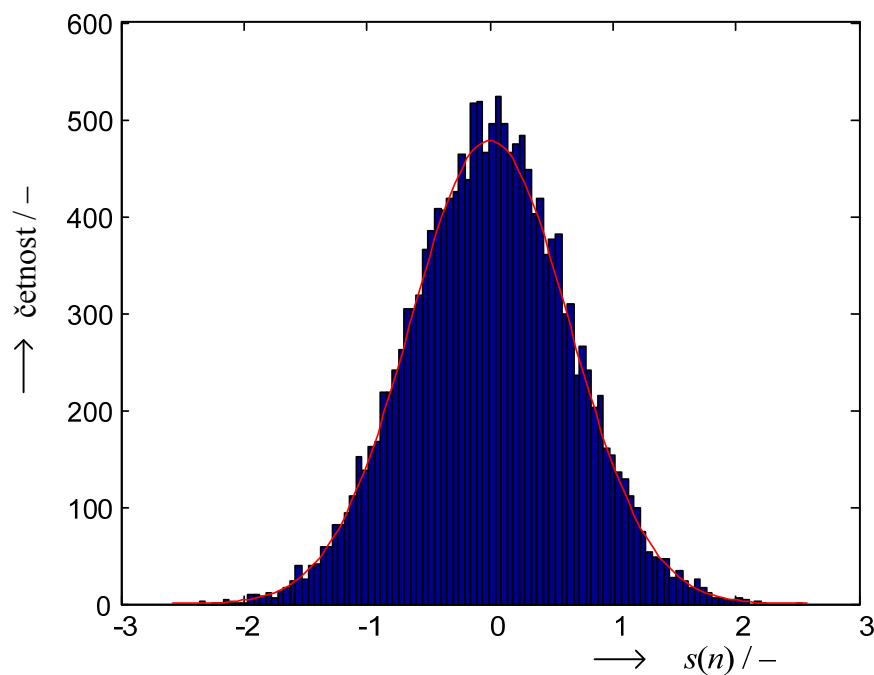
**Obr. 2.4** Autokorelace a) reálné ) imaginární část signálu  $s(n)$

Nyní již víme, že reálnou i imaginární část signálu  $s(n)$  lze považovat za stochastický signál. To ovšem neznamená stochastičnost samotného  $s(n)$ . Reálná a imaginární část si mohou být podobné. Podobnost ale rychle vyloučíme vzájemnou korelací, viz. Obr. 2.5. Pro všechna posunutí není patrná výrazná vzájemná podobnost, maximální hodnota je opět přibližně 30krát menší hodnoty než  $\sigma^2$ . Další možností je autokorelace komplexního  $s(n)$ , tedy použitím komplexního počtu. Zde je výsledek opět totožný, i když hůře reprezentovatelný v grafické podobě. Pokud budeme blíže zkoumat princip kvadraturního snímání signálu v tomografu viz. kap 2.4, zjistíme, že A/Č převodník v podstatě snímá dva signály, originální a o  $90^\circ$  posunutý. Posunutí o  $90^\circ$  představuje  $\frac{1}{2}$  vzorkovací periody. Nabízí se otázka podobnosti reálné a imaginární části  $s(n)$  při posunutí o necelý počet vzorků. Toho můžeme dosáhnout zvýšením vzorkovacího kmitočtu  $s(n)$  viz. [13] až [15]. Při všech pokusech s různými koeficienty převzorkování (zvýšení a snížení vzorkovacího kmitočtu), kdy bylo použito prvočísel a dalších náhodně vybraných čísel do hodnoty 100, obdržíme podobný průběh jako na Obr. 2.5.

Tepelný či bílý šum je charakteristický svým normálním rozdělením. Na Obr. 2.6 je zobrazen histogram reálné části  $s(n)$ . Pro imaginární část  $s(n)$  obdržíme velmi podobný histogram. Pokud máme dostatečný počet vzorků realizace (v našem případě 16384 vzorků), histogram bude kopírovat rozdělení hustoty pravděpodobnosti, pouze na ose y bude četnost výskytu jednotlivých prvků nikoli pravděpodobnost výskytu daného prvku. Při porovnání s normálním rozdělením hustoty pravděpodobnosti s  $\sigma=0,645$ , viz. červený průběh, lze konstatovat velmi podobný charakter rozdělení hustoty pravděpodobnosti  $s(n)$  a podle toho můžeme rozdělení hustoty pravděpodobnosti signálu  $s(n)$  považovat za normální.



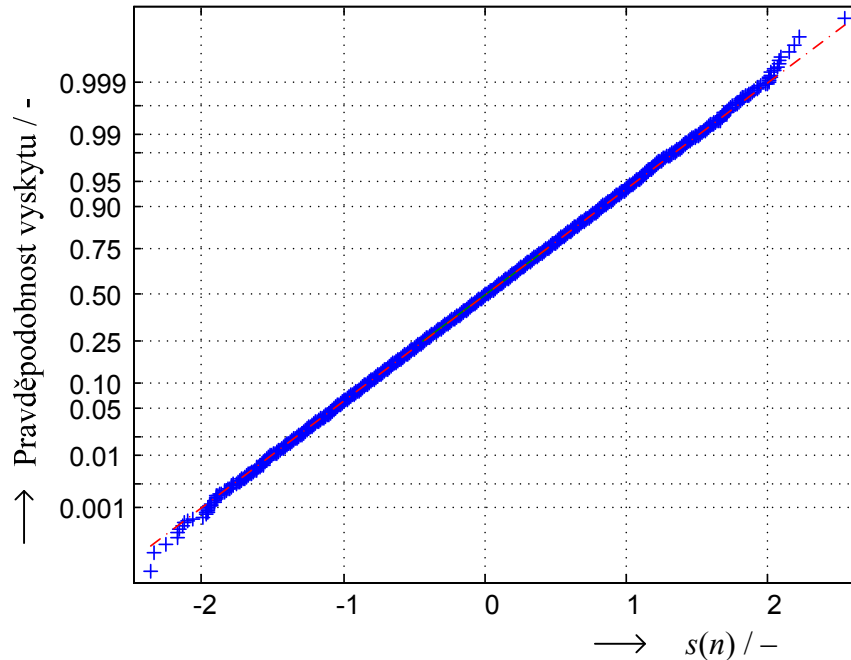
**Obr. 2.5** Korelace reálné a imaginární části  $s(n)$



**Obr. 2.6** Histogram  $s(n)$  a normální rozložení hustoty pravděpodobnosti červeně

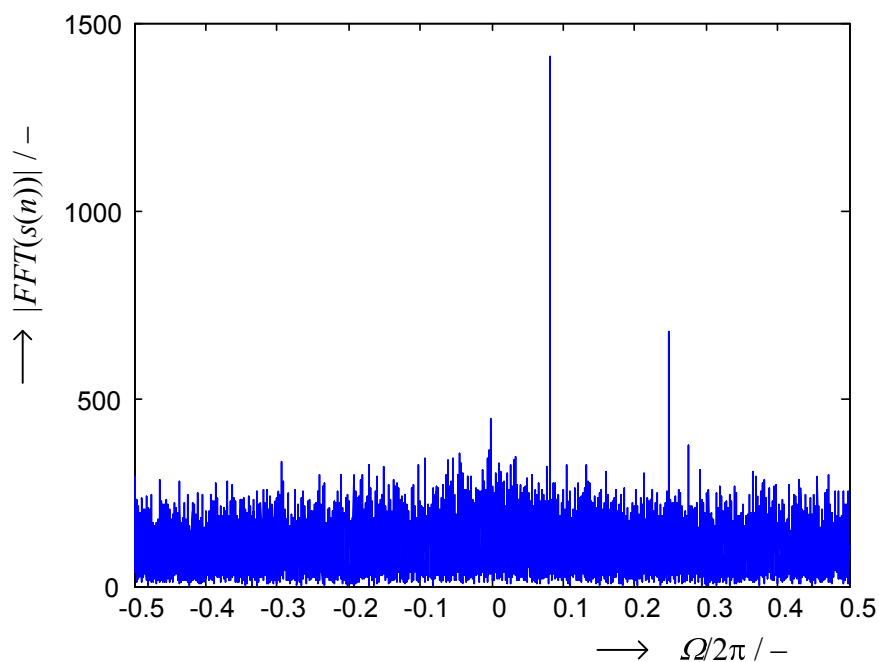
Analýzu rozdělení pravděpodobnosti lze provést vykreslením distribuční funkce  $s(n)$  spočítanou jako integrální pravděpodobnost prvků signálu  $s(n)$  v závislosti na jeho hodnotě, viz. [16] a [17]. Pokud osu  $y$ , tedy integrální pravděpodobnost, vykreslíme v měřítku odpovídající hledanému typu rozložení a bude-li zkoumaný signál tomuto rozložení odpovídat, obdržíme lineární křivku. Pro náš případ obdržíme graf na Obr. 2.7. V mezích pravděpodobnosti výskytu 0,001 až 0,999 je charakteristika téměř ideální, v podstatě přímka. Rozdělení hustoty pravděpodobnosti  $s(n)$  je normální. Prvkům velkých hodnot s pravděpodobností výskytu menší jak 0,001 naše realizace přisuzuje menší pravděpodobnost výskytu než by měla být. Je to ovšem do

jisté míry způsobeno konečným počtem prvků realizace. Při zvýšení počtu vzorků realizace  $s(n)$  obdržíme menší rozdílnost i pro prvky s malou pravděpodobností výskytu. Uvědomme si, že pro realizaci s 16384 vzorky obdržíme, s největší pravděpodobností, 16 prvků  $s(n)$  s pravděpodobností výskytu 0,001 a menší. To je málo na statisticky přesnou identifikaci.

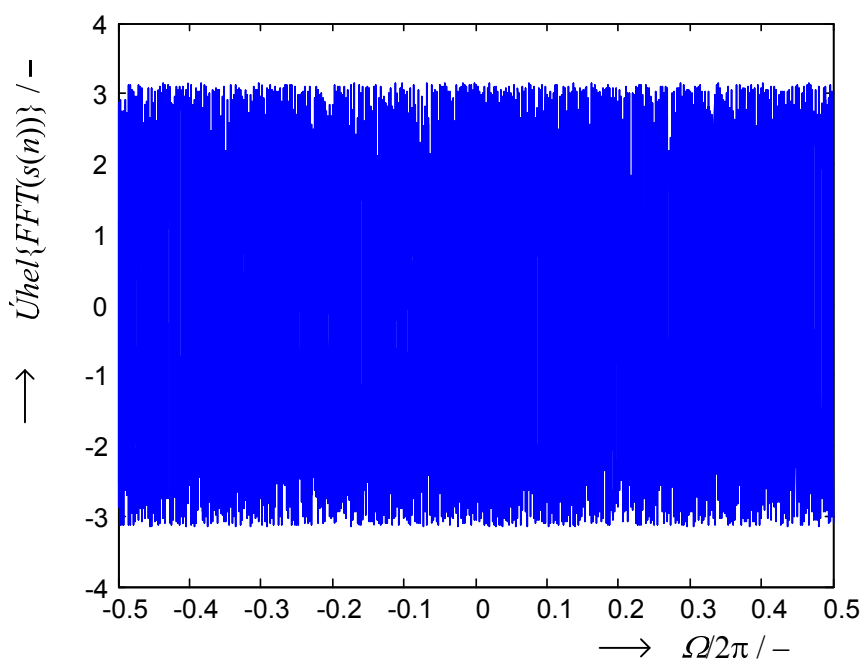


**Obr. 2.7** Podobnost  $s(n)$  k normálnímu rozdělení

Další charakteristickou vlastností bílého šumu je konstantní velikost modulu spektra. Na Obr. 2.8 je zobrazen modul spektra signálu  $s(n)$  odhadnutý pomocí FFT [18]. Modul spektra má konstantní velikost v celém rozsahu kmitočtů normovaného kmitočtu  $\Omega$ . Signál  $s(n)$  je komplexní. Je také patrné slabé rušení na kmitočtech 800 a 2500 Hz. Fáze signálu  $s(n)$  by se teoreticky měla náhodně měnit v celém rozmezí  $\langle -\pi, \pi \rangle$ . Ve skutečnosti tomu tak i je, jak ukazuje Obr. 2.9. Při bližším zkoumání průběhu fáze  $s(n)$ , korelační analýzy a histogramu fáze  $s(n)$  nebyla zjištěna žádná závislost jež by ukazovala na nestochastické chování fáze signálu  $s(n)$ .



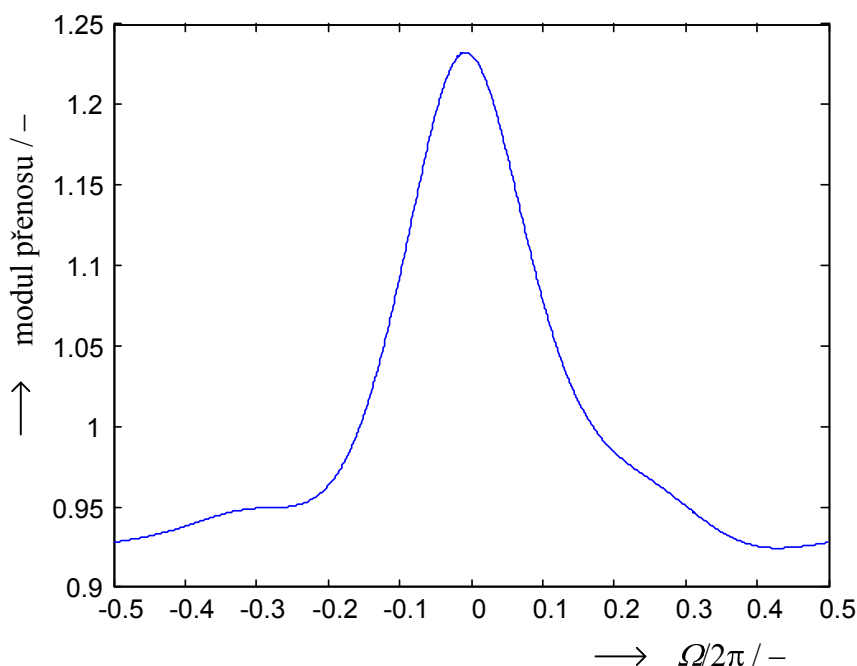
**Obr. 2.8** Odhad modulu spektra  $s(n)$  pomocí FFT



**Obr. 2.9** Odhad fáze modulu spektra  $s(n)$  pomocí FFT

Odhad spektra pomocí FFT nevede k hladkému průběhu, navíc použitím obdélníkového okna a tedy konvoluce jednotlivých harmonických složek s funkcí *sinc* vzniká zkreslení. Při zkoumání náhodných signálů, šumu, by odhad spektra pomocí FFT měl být dostatečně přesný. Přesto je použito i dalšího způsobu, odhadu spektra pomocí AR modelu známého z teorie identifikace systémů [19]. Obr. 2.10 ukazuje modul přenosu získaného AR modelu s  $s(n)$  na výstupu identifikovaného systému. Průběh modulu přenosu indikuje mírné zesílení složek středních kmitočtů a mírné potlačení složek nízkých a vysokých kmitočtů. Bylo použito Burgovy metody

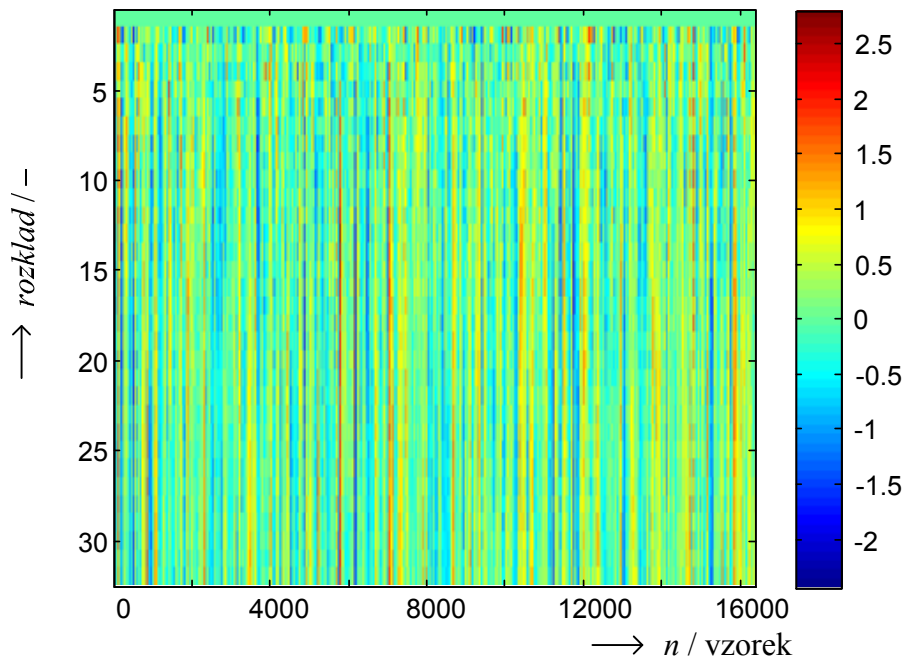
výpočtu AR viz. [20], ovšem vzhledem k velkému počtu vzorků a charakteru  $s(n)$ , další metody výpočtu AR modelu fungují velmi podobně.



**Obr. 2.10** Modul přenosu AR modelu s použitím  $s(n)$ , Burgova metoda

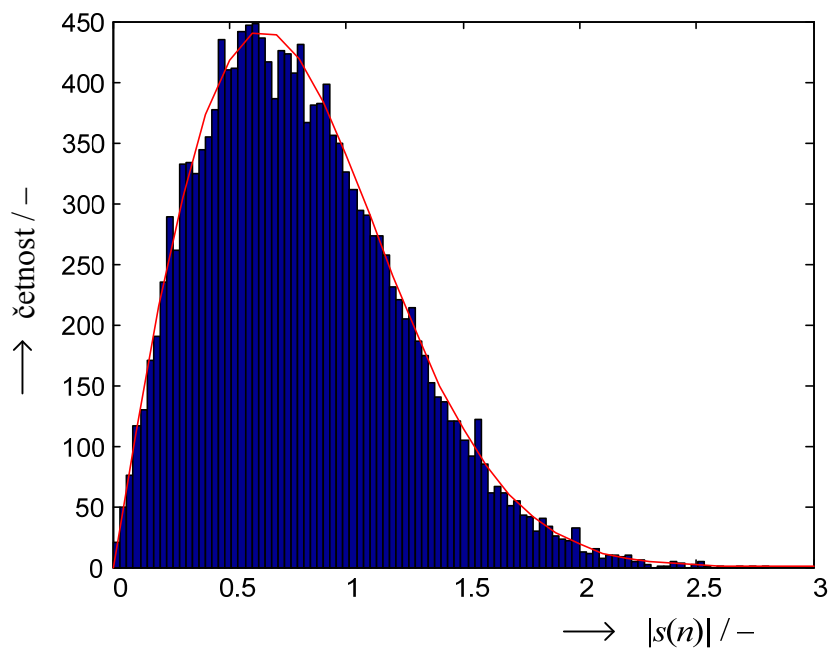
Posledním způsobem zkoumání vlastností  $s(n)$  je analýza pomocí vlnkové transformace. Vlnková transformace má na rozdíl od Fourierovy transformace schopnost rozlišení v časové i kmitočtové oblasti, [21]. Analýzou jednorozměrného signálu obdržíme dvourozměrný signál. Na ose  $x$  se nachází čas, v našem případě číslo vzorku signálu  $s(n)$ . Na ose  $y$  pak číslo rozkladu dyadickým stromem odpovídající kmitočtu. Na Obr. 2.11 je zobrazena analýza signálu  $s(n)$  vlnkovou transformací pomocí vlněk db1 (též haarova vlnka) s použitím 32 rozkladů. Na první pohled je patrná nulová hodnota stejnosměrné složky  $s(n)$ . Dále můžeme konstatovat výskyt všech kmitočtových složek s amplitudou kolísající v celé škále odpovídající směrodatné odchylce  $\sigma$ . Toto je jedna z podmínek stochastičnosti  $s(n)$ . V celém zkoumaném časovém rozpětí, odpovídající 1,6384 ms, se analyzovaný signál  $s(n)$  chová podobně, můžeme usuzovat na stacionaritu  $s(n)$ .





**Obr. 2.11** Analýza  $s(n)$  vlnkovou transformací pomocí vlnek db1, 32 rozkladů

Většina matematických operací mění charakter šumu  $s(n)$ . V MR tomografických zobrazovacích technikách s projekcí je často používanou operací absolutní hodnota signálu. Absolutní hodnota bílého šumu změní normální rozložení hustoty pravděpodobnosti na rozložení Rayleighovo, [22]. Obr. 2.12 zobrazuje histogram  $|s(n)|$  spolu s Rayleighovým rozložením. Je dobře vidět, že histogram věrně kopíruje Rayleighovo rozložení.



**Obr. 2.12** Histogram  $|s(n)|$  a Rayleighovo rozložení hustoty pravděpodobnosti červeně

## 2.3 VLIV PARAMETRŮ MĚŘENÍ NA SNÍMANÝ ŠUMOVÝ SIGNÁL

**Vliv použití buzení** Při použití tvrdého budícího impulzu různých intenzit a délek trvání nebyl zjištěn žádný vliv na šumový signál  $s(n)$ . Žádným vlivem rozumíme nezměněnou hodnotu momentů, distribuční funkce hustoty pravděpodobnosti, korelovanosti, spektra, změnu stacionarity a stochastických vlastností zkoumaných v kapitole 2.2. To ukazuje jednak na nepřítomnost měřeného vzorku a zanedbatelný vliv vodních par či případných nečistot uvnitř pracovního vzorku tomografu. Dále to dokazuje vzájemné odstínění procesu buzení a následného snímání. Nepozorujeme žádné přeslechy i pro nejkratší možnou prodlevu mezi buzením a snímáním, kterou nám dovoluje tomograf nastavit.

**Velikost vzorkovacího kmitočtu** Při zvýšení vzorkovacího kmitočtu se zvětší šířka pásma snímaného signálu  $s(n)$ . Pokud by byl zdrojem šumu pouze tepelný šum pak by dle vztahu (2.1) mělo dojít i k odpovídajícímu zvýšení rozptylu či směrodatné odchylky signálu  $s(n)$ . Pro  $f_{vz} = 10$  kHz obdržíme  $\sigma_{r10kHz} = 0,645$ , pro  $f_{vz} = 100$  kHz pak  $\sigma_{r100kHz} = 1,735$ . Vzájemný poměr  $\sigma_{r100kHz}/\sigma_{r10kHz} = 2,69$ , což je méně než teoretický  $\sqrt{10} = 3,3$  násobek dle (2.1). Podobně se chová velikost šumového signálu  $s(n)$  i pro jiné použité vzorkovací kmitočty  $f_{vz}$ . Snímaný šum  $s(n)$  tedy zřejmě není pouze šumem tepelným. Vliv také bude mít použití různé antialiasingové dolní propusti a převzorkování.

**Počet vzorkovaných hodnot** tedy délka snímání  $s(n)$  nemá, dodejme zcela logicky, žádný vliv na snímaný signál  $s(n)$ . Ovlivníme pouze statistické vlastnosti výpočtu momentů  $s(n)$ , zejména pro malý počet vzorků.

**Vliv offsetu přijímače a vysílače** Nebyl zjištěn žádný vliv nastavení offsetu přijímače a vysílače do hodnoty 1 MHz, tedy pro šířku pásma daleko větší než v jaké se běžně v MR tomografii pohybujeme při zkoumání materiálů, snímání obrazů a podobně. Převod do základního pásma nezatíží  $s(n)$  dalším šumem.

**Vliv průměrování** by pro nekorelovatelný šumový signál  $s(n)$  měl znamenat snížení míry velikosti šumu, zpravidla reprezentovaný směrodatnou odchylkou, na hodnotu  $\sqrt{N}$  krát menší, kde  $N$  je počet průměrování. Například pro  $N = 16$  obdržíme 3,9krát menší směrodatnou odchylku šumu  $s(n)$ . Signál  $s(n)$  je tedy nekorelovaný. Průměrování dobře funguje pro malé  $N$ , pro větší  $N$  se příliš projevuje geometrická závislost  $\sqrt{N}$  a zřejmě také nedokonalá nekorelovanost  $s(n)$  vlivem rušení.

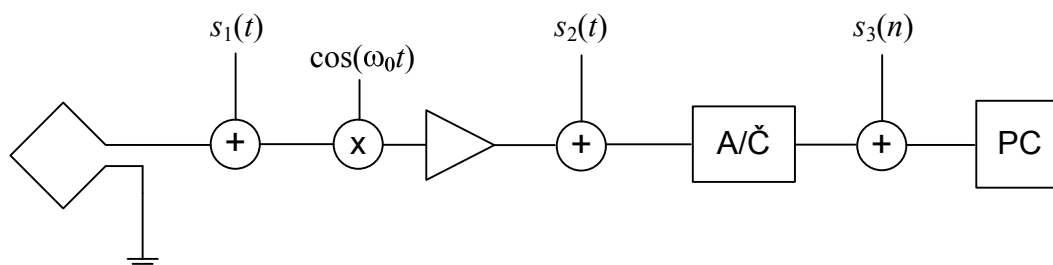
**Vliv zisku přijímače** případně útlumového členu přijímače. Při zvýšení zisku přijímače roste lineárně případně logaritmicky, pokud použijeme vyjádření v dB, velikost šumu  $s(n)$ , tj. jeho směrodatná odchylka. Jedná se o dodatečné zesílení či zeslabení snímaného signálu. Nebyl pozorován další příspěvek šumu k snímanému signálu, a to ani při malých či velkých hodnotách zesílení a útlumu. Zesiluje se pouze vlastní šumový signál  $s(n)$ .

Z výše uvedených poznatků vyplývá, že snímaný šumový signál  $s(n)$  bude vždy charakteru bílého šumu s nulovou střední hodnotou. K jeho popisu nám tedy stačí jediný moment a to jeho směrodatná odchylka, reprezentující míru, velikost snímaného šumu  $s(n)$ . Toto je velmi důležitý poznatek pro zkoumání parametrů snímaného signálu i pro případné techniky potlačení vlivu šumu v MR tomografii. Můžeme toto tvrzení bezesbytku aplikovat na MR tomograf na ÚPT AVČR v Brně. Na ostatních MR zařízeních ovšem můžeme očekávat obdobnou situaci, technické zařízení MR tomografů bývá velmi podobné, zejména co se principu týče. Následující kapitola nás v tomto

tvrzení v podstatě utvrdí, jelikož zjistíme, že šum  $s(n)$  je v podstatě produkován tepelným šumem na vstupu přijímače. Použitím té nejkvalitnější techniky je v MR tomografii samozřejmostí a jedinou cestou dalšího snížení tepelného šumu je snížení absolutní teploty přijímače, což je cesta velmi obtížná a zatím nerealizovaná.

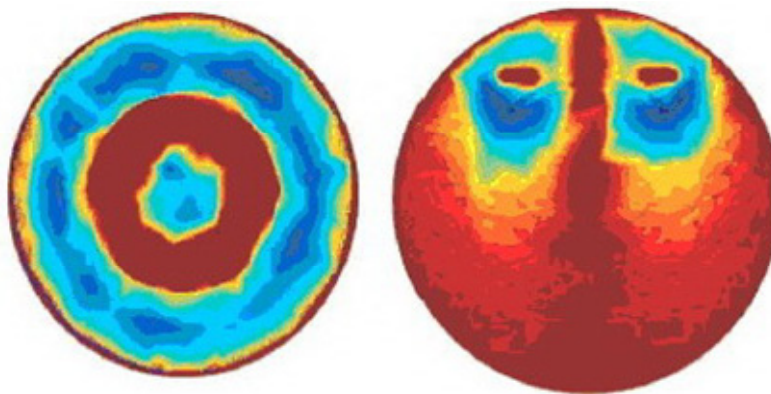
## 2.4 MODELOVÁNÍ A ZDROJE ŠUMU V MR TOMOGRAFU

Blokové schéma modelu vzniku šumu ve snímací části MR tomografu ukazuje Obr. 2.13. Za hlavní možné zdroje šumu ve snímací části MR tomografu lze považovat šum na povrchu snímací cívky MR tomografu a tepelný šum na vedení reprezentovaný  $s_1(t)$ , šum který produkuje přijímací zesilovač  $s_2(t)$  a kvantovací případně další šum při analogově-číslicovém převodu  $s_3(n)$ . Šum ve zkoumaném vzorku vlivem difúze, tepelné nerovnováhy, pohybu a susceptibility, stejně jako artefakty způsobené nehomogenitou pole či vlastnostmi měřící sekvence nejsou brány v úvahu. Tato práce se zabývá pouze vznikem šumu v přijímací části MR tomografu.



**Obr. 2.13** Model vzniku šumu snímací části MR tomografu

Mechanismu vzniku šumu na povrchu snímací cívky tomografu se zeširoka věnují publikace [22] až [26]. Autoři popisují model vzniku šumu. Modelují elektromagnetické vlastnosti cívek pomocí numerických metod a pomocí komerčních programů počítají šumové napětí na povrchu přijímací cívky. Jeden z takových modelů ukazuje Obr. 2.14. Dle zjištěných poznatků inženýři navrhují snímací cívky takových geometrických a elektrických vlastností, aby bylo šumové napětí eliminováno. Poznatky ke konstrukci snímacích cívek jsou vesměs stejné jako poznatky získané obecným pohledem na problematiku a empirickým zkoumáním, například v [27]. Velikost šumového napětí produkovaného snímací cívkou je jistě limitním stavem možností tomografu, ovšem i díky správnému návrhu snímací cívky tomografu lze konstatovat, že v současné době není velikost šumového napětí produkovaného snímací cívkou tím palčivým problémem. Ukazuje se, že zdaleka největší příspěvek ze všech tří zdrojů šumu má přijímací zesilovač.

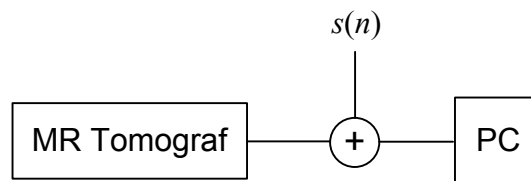


**Obr. 2.14** Mapa šumového napětí na snímací cívce tomografu. Převzato z [22]

Na vstupu přijímacího zesilovače lze očekávat napětí, indukované precesním pohybem protonů jader zkoumaného materiálu, řádově mikrovoltových úrovní. I ty nejkvalitnější zesilovače produkují tepelný šum nemnoho menších úrovní. Například v publikaci [28] je popsána konstrukce přijímacího kanálu tomografu na ÚPT AVČR v Brně. I další prameny, mnohdy zcela automaticky označují přijímací zesilovač tomografu za nejslabší článek měřicího řetězce a určující člen kvality z pohledu šumových vlastností snímaného signálu. Další podrobné informace můžeme nalézt v pramenech [29] až [31].

Poslední příspěvkem je příspěvek šumu při analogově-číslicovém převodu. Příspěvek analogových částí A/Č převodníku můžeme zanedbat, jelikož je signál již zesílen vstupním zesilovačem. Kvantovací šum, viz. [32] a [33], vzniká zaokrouhlováním na určitý počet možných stavů, určený rozlišením převodníku. Pro eliminaci kvantovacího šumu je nutno použít dvanácti a více bitové převodníky. V dřívější době bylo problematické dosáhnout vysokého rozlišení A/Č převodníku, zejména při kombinaci požadované rychlosti a dynamického rozsahu. Použití převodníku s plovoucí desetinnou čárkou je v podstatě nutností. V dnešní době jsou technicky nejvyspělejší A/Č převodníky dostatečně rychlé i přesné a kvantovací ani jiný šum, jímž může A/Č převodník přispět jsou zpravidla zanedbatelné. Vzhledem k tomu, že rozdělení hustoty pravděpodobnosti kvantovacího šumu je rovnoměrné, uniformní, byl by vliv kvantovacího šumu dobře vidět při analýze hustoty rozložení pravděpodobnosti  $s(n)$  v kapitole 2.2. Zde jsme žádné podobnosti s uniformním rozdělením nepozorovali, rozdělení hustoty pravděpodobnosti signálu  $s(n)$  je normální (Gaussovo).

Vzhledem ke zjištěním z této a předchozích dvou kapitol můžeme model zdroje šumu v MR tomografu zjednodušit a použít ten nejjednodušší model aditivního bílého šumu  $s(n)$ . Je přítomen pouze jeden zdroj šumu modelující všechny příspěvky v MR tomografu jak ukazuje Obr. 2.15. V následujících kapitolách budou popsány vlastnosti signálů při zatížení užitečného signálu bílým aditivním šumem.



**Obr. 2.15** Model vzniku šumu v MR tomografu

### 3 ZÁVĚR

V habilitační práci je řešena problematika popisu kvality signálů v MR tomografii. Práce řeší způsoby popisu kvality signálu z hlediska poměru signálu k šumu. Popisuje vlastnosti šumu snímaného MR tomografem.

Provedl jsem analýzu šumu snímaného přijímačem MR tomografu. Analýza ukazuje na přítomnost bílého šumu. Zřejmě se jedná o tepelný šum vzniklý na vstupu přijímacího zesilovače. Snímaný šum je stochastický, ergodický a stacionární, má normální rozložení hustoty pravděpodobnosti. Velikost snímaného šumu ovlivňuje především zvolený vzorkovací kmitočet a zesílení přijímacího zesilovače a útlumového článku. Při všech experimentech realizovaných pomocí MR tomografu můžeme očekávat přítomnost bílého šumu v užitečném signálu. Jeho velikost můžeme změřit stejnou sekvencí s jakou jsme zkoumali měřený vzorek ovšem bez buzení.

V současné době se až na výjimky používá dvou různých metod výpočtu SNR. Pomocí energie signálu a ze spektrálních vlastností signálu, z jeho spektrální hustoty výkonu. Někdy je používán nesprávný způsob výpočtu, zřejmě z důvodů neznalosti velikosti šumu v užitečném signálu. Výpočet pomocí energie signálu je jednodušší a v podstatě vždy porovnatelný. Metoda výpočtu SNR založená na spektrální hustotě výkonu signálu a šumu je složitá především kvůli výpočtu PSD. Existuje mnoho metod odhadu spektrální hustoty výkonu užitečných signálů a šumů. Vypočítaný SNR se tak liší především podle použité metody výpočtu spektrální hustoty výkonu užitečného signálu a šumu.

Filtrační techniky pro potlačení bílého šumu v užitečném signálu jsou velmi dobře rozvinuty. V této práci jsem uvedl srovnání nejpoužívanějších z nich. Metodu filtrace založené na prahování subpásmových signálů s využitím vlnkové transformace, mediánovskou filtraci a filtraci s průměrováním. I přes značně rozvedenou teorii automaticky nastavovaných prahů je nutno subjektivně kontrolovat kvalitu filtrace a případně velikost prahů ručně upravit.

Při transformaci bílého šumu na jiný typ šumu je nutné podrobně analyzovat matematický popis vzniku šumu a určit transformační formuli pro výpočet nových prahů. Pak lze použít techniky protišumové filtrace vyvinuté pro bílý aditivní šum. V práci je popsán způsob filtrace signálu okamžitého kmitočtu. V MR tomografii se setkáváme s Rayleigovým rozložením hustoty pravděpodobnosti při zobrazení modulu obrazu. Je nutno filtrovat komplexní obraz před výpočtem absolutní hodnoty, kde je přítomen bílý šum. Případně vyvinout novou techniku filtrace.

## LITERATURA

- [1] Kolektiv autorů z media college.com : Noise colours and types, internetový článek dostupný na :<http://www.mediacollege.com/audio/noise>
- [2] Boušek, J., Elektronické součástky. Elektronický učební text, [www.feec.vutbr.cz](http://www.feec.vutbr.cz)
- [3] Keen, N. J.: Avalanche Diode Noise Sources at Short Centimeter and Millimeter Wavelengths.; Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on Volume 24, Issue 3, Mar 1976
- [4] George E.: Amplifier techniques for combining low noise, precision, and high-speed performance, IEEE J. Solid-State Circuits, vol. sc-16, no. 6, Dec. 1981
- [5] Motchenbacher C. D. Connelly J. A.: Low-Noise Electronic System Design, Wiley 1993
- [6] Henry T.: The Noise Generator Cookbook (Spiral-bound), Magic Smoke Electronics 2009
- [7] Devroye, L., Non-Uniform Random Variate Generation, Springer-Verlag, 1986.
- [8] Marsaglia, G. and Tsang, W.W., "The Ziggurat Method for Generating Random Variables," Journal of Statistical Software, (2000), 5(8).
- [9] Marsaglia, G. and Tsang, W.W., "A Fast, Easily Implemented Method for Sampling from Decreasing or Symmetric Unimodal Density Functions," SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, (1984), 5(2):349-359
- [10] Knuth, D.E., "Seminumerical Algorithms," Volume 2 of The Art of Computer Programming, 3rd edition Addison-Wesley (1998)
- [11] Park, S.K. and Miller, K.W. "Random Number Generators: Good Ones Are Hard to Find," Communications of the ACM, (1988), 31(10):1192-1201
- [12] Orfanidis, S.J., Optimum Signal Processing. An Introduction. 2nd Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996
- [13] Fliege N. J., Multirate Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, Chichester 1996.
- [14] Crochiere R. E, Rabiner L. R., Multirate digital signal processing, Prentice-Hall, Englewood Cliffs New Jersey 1983.
- [15] Vaidyanathan P. P., Multirate Systems and Filter Banks, Prentice Hall P T R. 1993.
- [16] Bury, K., Statistical Distributions in Engineering, Cambridge University Press, 1999.
- [17] Box, G. E. P., and N. R. Draper, Empirical Model-Building and Response Surfaces, Wiley, 1987.
- [18] Oppenheim, A.V., and R.W. Schaffer. Discrete-Time Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989
- [19] Marple, Jr., S.L., Digital Spectral Analysis with Applications, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1987,
- [20] Narayan, S.S.; Burg, J.P.: Spectral estimation of quasi-periodic data, Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on Volume: 38 Issue: 3 Mar 1990, Pages: 512-518
- [21] Daubechies I., The Wavelet Transform, Time-frequency Localization and Signal Analysis, *IEEE Transactions on Information Theory* 36 (5), 1990: pp. 961 - 1005.
- [22] Rektorys K., Přehled užití matematiky, SNTL Praha, 1963.
- [23] Rojas R., Rodriguez A. O.: A Simple Numerical Method to Compute the Signal-to-Noise Ratio of a Magnetic Resonance Imaging Surface Coil, Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 7, 109, 2009
- [24] Ocegueda, K., A. O. Rodriguez.: A Simple Method to Calculate the Signal-to-Noise Ratio of a Circular Shaped Coil for MRI," Con. Magnetic. Resonance., Vol. 28A 2006
- [25] Li, B. K., Liu F., Weber E., Crozier S.: Hybrid Numerical Techniques for the Modelling of Radiofrequency Coils in MRI," NMR Biom., in press, 2009.
- [26] Rojas R., Rodriguez A. O., Finite-Element Electromagnetic Simulation of a Volume Resonator Coil for MR Neuroimaging," 27<sup>th</sup> IEEE EMBS ., , 2005
- [27] Hoult D. I., Richards R. E.: The Signal-to-Noise Ratio of the Nuclear Magnetic Resonance Experiment," J. Magn. Reson., Vol. 24, 71 {85, 1976

- [28] Kasal, M. Multinukleární měřicí kanál spektrometru NMR. ÚPT ČSAV Brno: 1984. s. 1-110.
- [29] McClain j., Wootan N.: The Magnetic Resonance Amplifier, Internetový článek ke stažení na <http://www.rexresearch.com/mra/1mra.htm>
- [30] Vlaardingerbroek M. T., Den Boer J. A., Magnetic Resonance Imaging, Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [31] Lauterbur P. C.: Magnetic resonance zeugmatography, Pure and Applied Chemistry 40, 1974: pp. 149-157.
- [32] Vích R., Smékal Z., Digitální Filtry, Academia, Praha 2000
- [33] Mitra K. S., Kaiser F. J.: Handbook for Digital Signal Processing, Wiley 1993

## **ABSTRACT**

The magnetic resonance (MR) imaging techniques of tomography and spectroscopy are exploited in many applications. The MR phenomenon can be detected as an electrical signal that will induce in a measuring coil a rotating magnetic moment of the nuclei being measured. This signal is referred to as free induction decay (FID). Since the frequency of an FID signal is identical with the natural frequency of nuclei, the kind of nuclei measured can be established on the basis of signal intensity and the number of nuclei. In the case of commonly used MR spectrometers and tomographs the natural frequency of nuclei and thus also the fundamental frequency of an FID signal is of the order of tens to hundreds of MHz. But the signal spectral band is relatively small with respect to the fundamental frequency, of the order of tens to thousands of Hz. A limiting factor of all MR measuring methods is, above all, the signal-to-noise ratio (SNR) of detected signal. This work describes noise analysis of MR tomograph device in Institute of Scientific Instruments, Academy of Sciences of the Czech Republic. The habilitation work also describes SNR estimation techniques and compare it in several way of accuracy and practicability. Case for 2D signal is also mentioned. Basic de-noising techniques are described and compared.