

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

*Edice PhD Thesis, sv. 626*

*ISSN 1213-4198*

*thesis* IS

*Ing. Daniel Himr*

Řešení nelineárních  
hydraulických sítí

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ENERGETICKÝ ÚSTAV

Odbor fluidního inženýrství Victora Kaplana

Ing. Daniel HIMR

**ŘEŠENÍ NELINEÁRNÍCH HYDRAULICKÝCH SÍTÍ**

SOLUTION OF NON-LINEAR HYDRAULIC NETWORKS

Zkrácená verze PhD Thesis

Obor: Konstrukční a procesní inženýrství  
Školitel: Prof. Ing. František Pochylý, CSc.  
Oponenti: Prof. RNDr. Milada Kozubková, CSc.  
Prof. RNDr. Jan Šklíba, CSc.  
doc. Ing. Branislav Knížat, Ph.D.  
Datum obhajoby: 3. 6. 2011

**Klíčová slova:** 1D proudění, hydraulický systém, rychlost zvuku, Lax-Wendroff, numerický útlum

**Key words:** 1D flow, hydraulic system, sound speed, Lax-Wendroff, numerical damping

**Místo uložení práce:** VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství

# OBSAH

<b>1 ÚVOD</b> .....	<b>5</b>
<b>2 ZÁKLADNÍ ODVOZENÍ</b> .....	<b>6</b>
2.1 Rovnice kontinuity .....	6
2.2 Rovnice silové rovnováhy .....	7
<b>3 RYCHLOST ZVUKU</b> .....	<b>8</b>
<b>4 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ</b> .....	<b>10</b>
4.1 Okrajové podmínky .....	10
<b>5 NUMERICKÁ VISKOZITA</b> .....	<b>12</b>
<b>6 EXPERIMENT</b> .....	<b>16</b>
<b>7 PROGRAM RÁZ</b> .....	<b>19</b>
<b>8 ZÁVĚR</b> .....	<b>20</b>
<b>REFERENCE</b> .....	<b>22</b>
<b>SYMBOLIKA</b> .....	<b>23</b>
<b>CURRICULUM VITAE</b> .....	<b>24</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>25</b>



# 1 ÚVOD

Proudění v potrubí je jedním ze složitých problémů v praktických aplikacích hydromechaniky. Základní rovnice lze zjednodušit na jednorozměrný případ, protože dominantní složka rychlosti je ve směru osy trubky, nicméně vyvstávají specifické komplikace.

První a nejvíce zřejmá je složitost potrubního systému, který může být zcela libovolně větvený a může se skládat z rozličných prvků. Namátkou lze vyjmenovat několik nejdůležitějších: čerpadlo, turbína, ventil, vyrovnávací nádrž, plynový akumulátor, spoj více trubek a nesmí být opomenuta vlastní trubka.

Potrubí může sestávat z trubek různých průměrů, délek, materiálů, mají vlastní tloušťku a drsnost stěny, která se pohybuje při změnách tlaku a ne vždy je tento pohyb zanedbatelný. Při výpočtech je tedy nezbytné uvažovat také interakci mezi kapalinou a stěnou potrubí.

Výše uvedený nástin situace vede na hyperbolický problém soustavy parciálních diferenciálních rovnic, které mají nenulovou pravou stranu. Jedná se o tzv. nehomogenní soustavu. Existují různé numerické přístupy k řešení. Pravděpodobně nejpoužívanější je *metoda charakteristik* [17], ale jsou i další např. *metody Beam – Warming* [10], *Lax – Friedrich, Richtmyerova, Godunova* [11] atd.

V této práci je však využita *metoda Lax – Wendroff*, která nabízí určité výhody. Jednou z nich je možnost jednoduchého zavedení proměnné rychlosti zvuku v závislosti na tlaku. Dále vnáší do výpočtu *numerickou viskozitu*, kterou lze využít k popisu *druhé viskozity* kapaliny.

Cílem práce bylo matematické odvození vytvoření algoritmu pro výpočet nestacionárního proudění v potrubních sítích na základě *metody Lax – Wendroff* a také vytvoření počítačového programu, pomocí kterého bude možné tento algoritmus snadno aplikovat na konkrétní úlohu.

Stávající softwary (*Flowmaster* [4], *SimHydraulics* [12] a *SIMSEN* [3]) určené pro řešení problematiky proudění kapalin nenabízí možnost proměnné rychlosti zvuku během výpočtu v závislosti na statickém tlaku.

## 2 ZÁKLADNÍ ODVOZENÍ

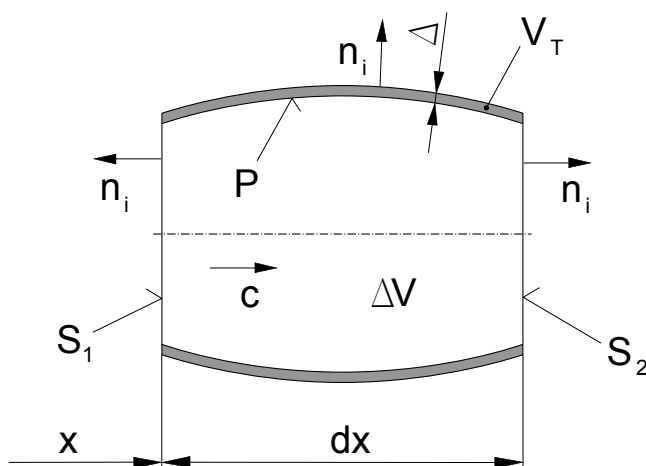
Při matematickém popisu problému se vychází ze základních rovnic: zákony o zachování hmoty a energie. Postupným zaváděním různých předpokladů se upraví na problematiku jednodimenzionálního proudění kapaliny, které lze předpokládat v potrubním systému. V rovnicích dále je využita Einsteinova sumační symbolika.

### 2.1 ROVNICE KONTINUITY

Rovnice (1) je jedním z možných zápisů rovnice kontinuity. Její řešení lze omezit na úsek tenkostěnného potrubí o elementární délce  $dx$ , kterým protéká kapalina podle obr. 1.

$$\frac{d}{dt} \iiint_{\Delta V} \rho dV = 0 \quad (1)$$

Potrubí je tenkostěnné a pružné, takže se mění jeho objem v závislosti na tlaku. Dále lze předpokládat, že axiální složka rychlosti je dominantní, a tedy je možné uvažovat problém jako jednodimenzionální.



Obrázek 1: Element trubky

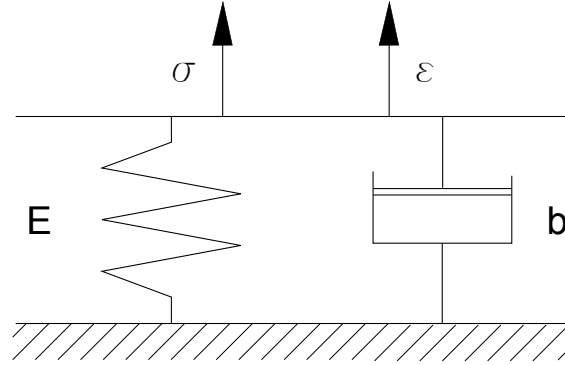
Za těchto předpokladů je tedy možné (1) upravit na (2), ve které integrál přes plochu  $P$  popisuje chování stěny potrubí. Má nulovou hodnotu, pokud je tlak nezávislý na čase.

$$\frac{1}{v_0^2} \frac{dp(\alpha)}{dt} S + \rho(\alpha) \frac{\partial Q}{\partial x} + \rho(\alpha) \frac{\iint_P c_i n_i dS}{dx} = 0 \quad (2)$$

Při omezení řešení na potrubí kruhového průřezu platí:

$$\iint_P c_i n_i dS = \frac{\pi D^2}{2} \frac{d\varepsilon}{dt} dx \quad (3)$$

Doposud byl postup totožný s postupem uvedeném v [14]. Podle [13] je možné popsat chování stěny trubky pomocí *Voigtova modelu tělesa* (někdy zvaném *Kelvinův*), viz obr. 2.



Obrázek 2: Voigtův (Kelvinův) model tělesa

Výsledný tvar rovnice kontinuity pro tekutinu v pružném tenkostěnném potrubí kruhového průřezu je:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{k}{S} \frac{\partial Q}{\partial x} = km \quad (4)$$

Kde na pravé straně se vyskytuje modul pružnosti  $k$  a paměťová funkce  $m$ , jejíž hodnota závisí na historii tlakových změn. Při konstantním tlaku je rovna nule.

$$k = \left\{ \frac{1}{\rho v_0^2} + \frac{D}{E\Delta} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E}{b}\Delta t\right) \right] \right\}^{-1} \quad (5)$$

$$m = -\frac{D}{b\Delta} \left[ \int_{\Delta t}^t \frac{dp(t-\tau)}{d\tau} \exp\left(-\frac{E}{b}\tau\right) d\tau + p(0) \exp\left(-\frac{E}{b}t\right) \right] \quad (6)$$

## 2.2 ROVNICE SILOVÉ ROVNOVÁHY

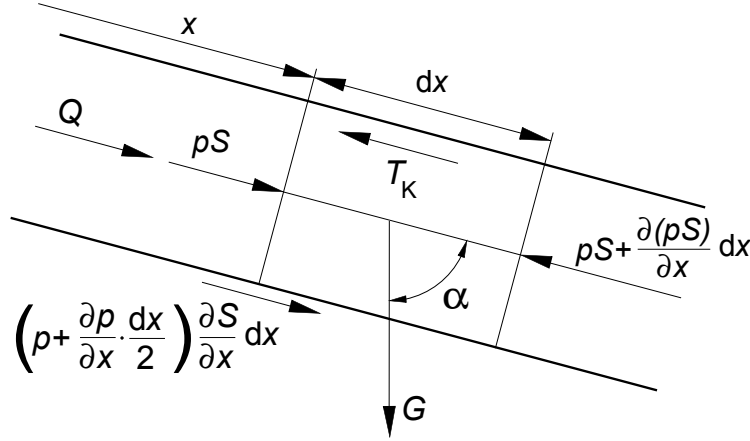
Rovnice silové rovnováhy může být opět odvozena na elementu potrubí podle [15] a obr. 3. Vychází se z *Navier-Stokesovy rovnice* (7), jejíž úpravou na jednorozměrné proudění vznikne (8).



$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x_j} c_j = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial c_j}{\partial x_j} \right) + \nu \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (7)$$

$$Sg \cos \alpha = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{S}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2DS} Q |Q| \quad (8)$$

Ztráty jsou reprezentovány součinitelem délkových ztrát  $\lambda$ , který může být vyčíslen podle Churchilla v závislosti na Reynoldsově čísle, průměru potrubí a drsnosti stěny. Tento vztah je platný pro všechny typy proudění.



Obrázek 3: Síly v kapalině [15]

### 3 RYCHLOST ZVUKU

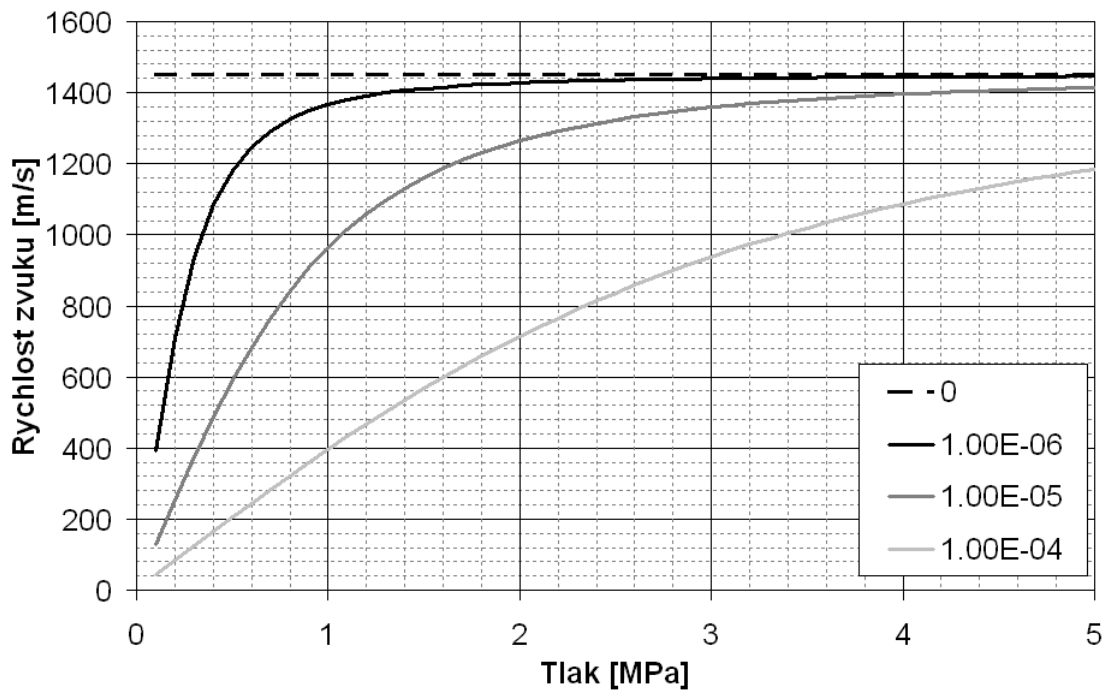
Důležitou veličinou je rychlost zvuku v daném systému. Kromě druhu kapaliny je závislá také na vlastnostech potrubí, ve kterém proudí (tento vliv je podrobně rozebrán v [16]) a také na plynu, který proudí společně s kapalinou a vytváří s ní směs. Nejedná se o rozpuštěný plyn, nýbrž o rozptýlený (tento jev je popsán v [8]).

Zatímco pružné potrubí způsobuje pokles rychlosti zvuku o konstantní hodnotu, tak plyn způsobuje, že je závislá na statickém tlaku. Příklad této závislosti je uveden na obr. 4, který ilustruje závislost rychlosti zvuku ve vodě na statickém tlaku pro různé obsahy vzduchu. Graf je vykreslen podle rovnice (9).

$$v_0 = \sqrt{\frac{K_s}{\rho_s}} \quad (9)$$

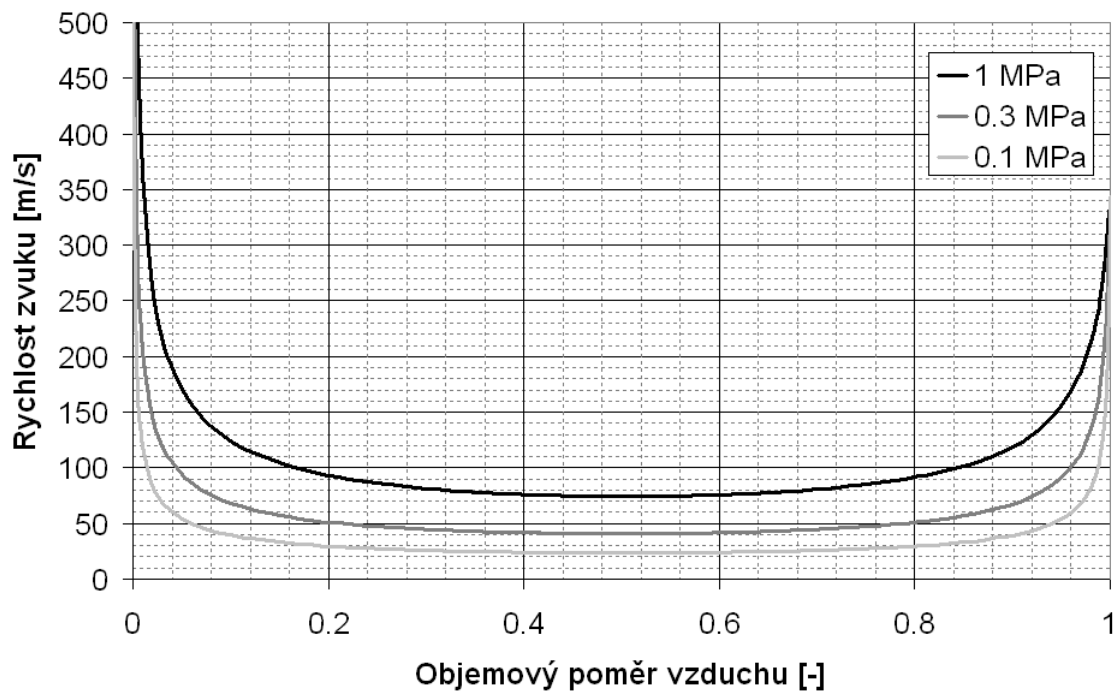
$$K_s = \frac{[(1 - M_p)p + M_p r T \rho] v_{0k}^2 \kappa p \rho}{v_{0k}^2 \rho^2 M_p r T + \kappa p^2 (1 - M_p)} \quad (10)$$

$$\rho_s = \frac{\rho \cdot p}{(1 - M_p)p + M_p r T \rho} \quad (11)$$



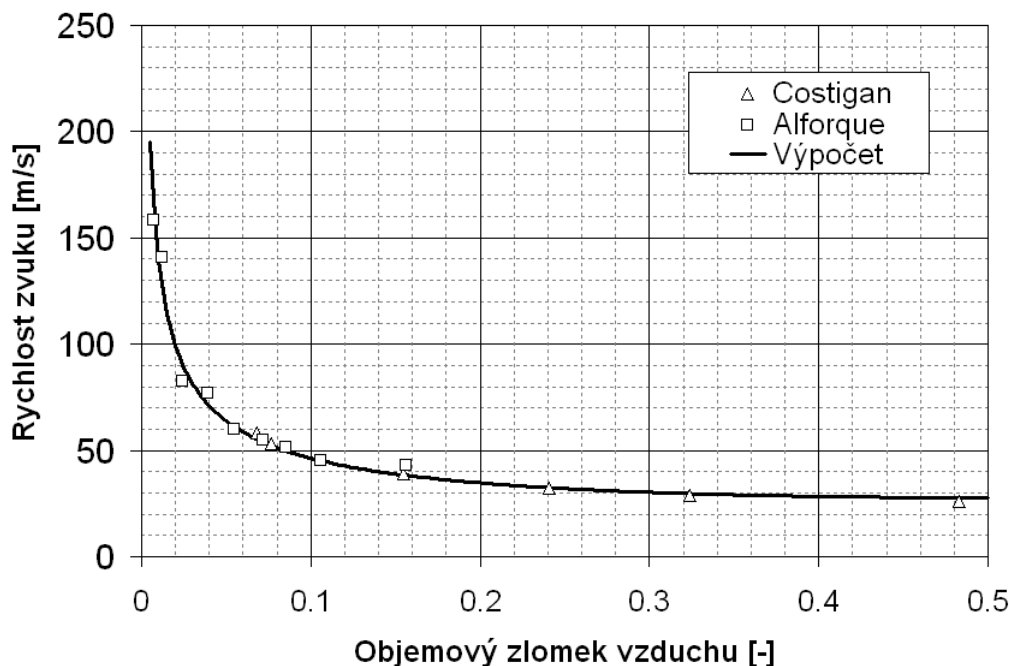
Obrázek 4: Závislost rychlosti zvuku pro různé hm. zlomky vzduchu [8]

Závislost pro konstantní tlak a proměnné množství vzduchu je na obr. 5. Opět se jedná o vykreslení funkce (9), kde hmotnostní poměr vzduchu  $M_p$  je přepočítán na objemový.



Obrázek 5: Závislost rychlosti zvuku při konstantním statickém tlaku [8]

Z obrázku 6 je patrné, že výsledná funkční závislost dobře koresponduje s experimenty, které jsou popsány v [1] a [2].



Obrázek 6: Rychlost zvuku – porovnání s experimentem [9]

## 4 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

Není známo analytické řešení soustavy rovnic (4) a (8), a proto je nutné využít numerický přístup. Existuje celá řada matematických postupů a jedním z nich je metoda *Lax – Wendroff*. Jedná se o jednokrokovou metodu založenou na *Taylorově rozvoji* funkce, jak popisuje rovnice (12), ve které se zanedbává člen  $O(\Delta t^3)$ .

$$f(x_j, t_{k+1}) = f(x_j, t_k) + \Delta t \frac{\partial f(x_j, t_k)}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 f(x_j, t_k)}{\partial t^2} + O(\Delta t^3) \quad (12)$$

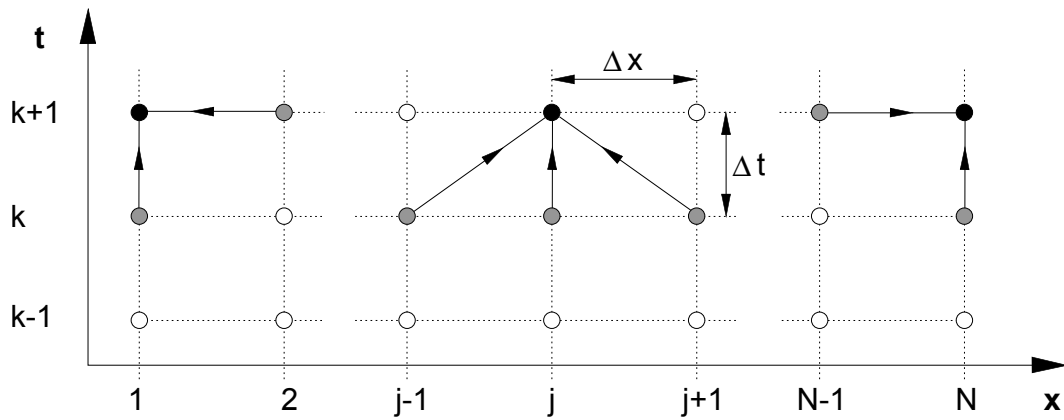
K řešení hodnoty v následujícím kroku je potřebné znát hodnoty ve třech bodech z předchozího časového kroku, viz obr. 7.

Musí být splněna podmínka stability, kterou je nerovnice (13). To je také důvod, proč byla pro řešení vybrána právě tato metoda. Umožňuje totiž uvažovat proměnnou rychlost zvuku bez dodatečných úprav metody.

$$\Delta t \leq \left| \frac{\Delta x}{v_0} \right| \quad (13)$$

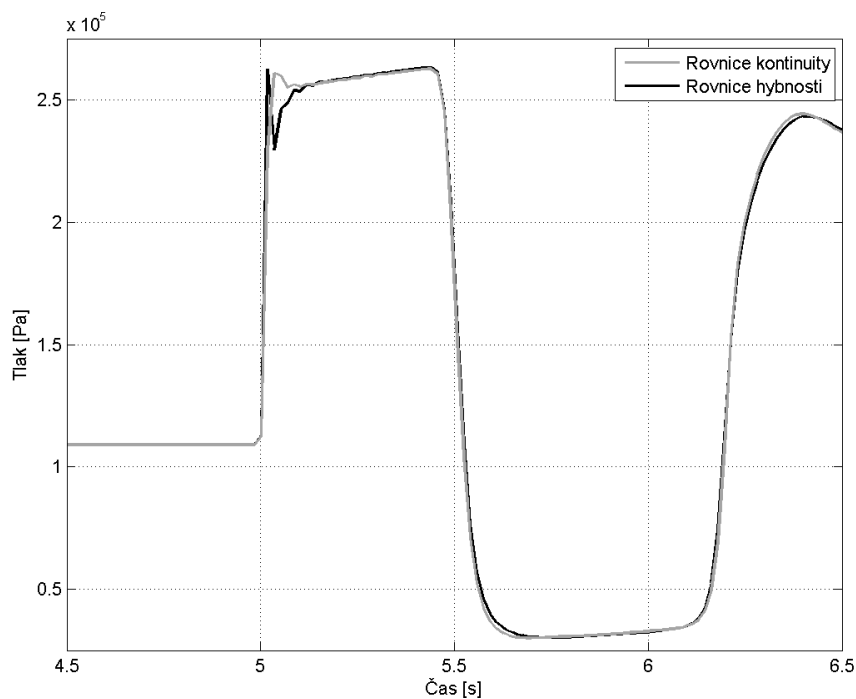
### 4.1 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Aby bylo řešení jednoznačně dané, tak musí být definovány okrajové podmínky. Těmi mohou být přímo hodnoty tlaku či průtoku nebo funkce popisující chování jednotlivých hydraulických prvků, které jsou spojeny potrubním systémem.



Obrázek 7: Numerické schéma

Okrajové body nejsou řešeny metodou *Lax – Wendroff*, ale prostými diferenciemi vycházejícími přímo z (4) nebo z (8). K řešení může být využita pouze jedna z uvedených rovnic, protože druhou rovnicí tvoří okrajová podmínka. Porovnání výpočtu s pomocí rovnice hybnosti a rovnicí kontinuity je na obr. 8, ze kterého vyplývá, že řešení je přibližně stejné.



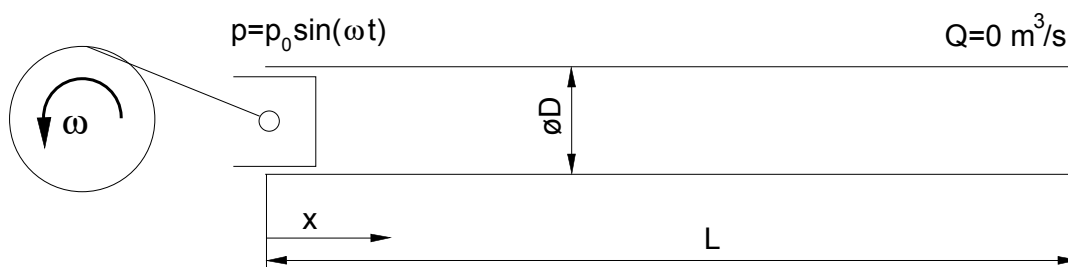
Obrázek 8: Provnání výpočtu pomocí rovnice kontinuity a hybnosti

## 5 NUMERICKÁ VISKOZITA

Metoda *Lax – Wendroff* má numerický útlum, který vzniká v důsledku zanedbání vyšších derivací v *Taylorově rozvoji*, viz (12). Tím vzniká chyba řešení, která způsobuje tlumení, jež je patrné z amplitudově – frekvenční charakteristiky v následujícím příkladu.

Obrázek 9 znázorňuje slepou dokonale tuhou trubku, která je zcela vyplněna vodou a na jejímž počátku je umístěn generátor tlakových pulsů. Kompletní popis je následující:

Délka:	$L = 380 \text{ m}$
Průměr:	$D = 0,3 \text{ m}$
Hustota kapaliny:	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
Rychlost zvuku:	$v_0 = 1000 \text{ m/s}$
Amplituda buzení:	$p_0 = 100 \text{ kPa}$
Průtok na konci potrubí:	$Q(380) = 0 \text{ m}^3/\text{s}$



Obrázek 9: Buzení potrubí

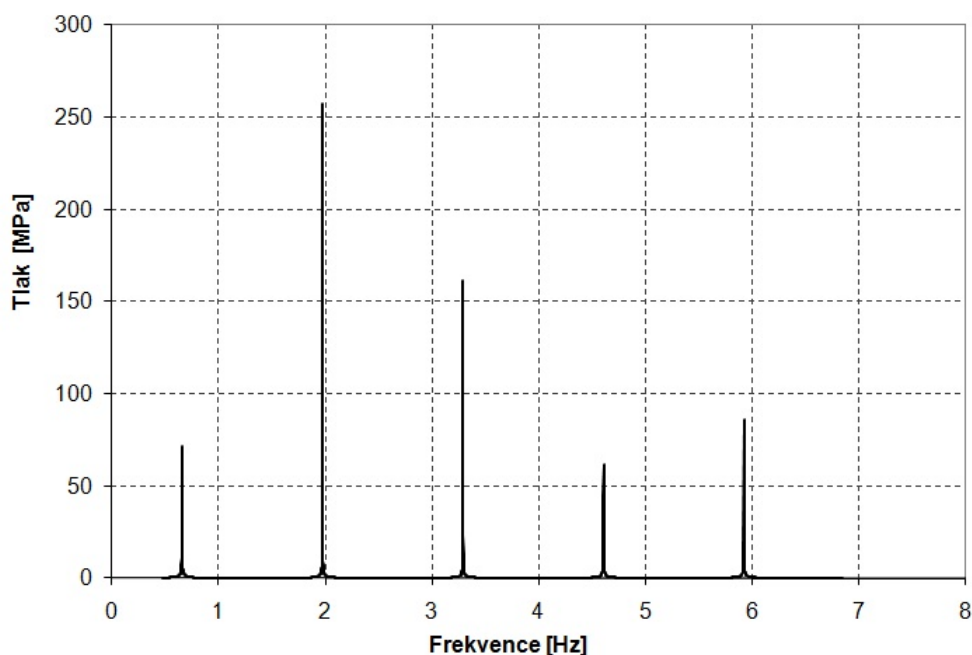
Jelikož není uvažováno žádné tlumení (ať už vlivem tření nebo stlačitelnosti kapaliny), měla by frekvenčně – amplitudová charakteristika vypadat stejně jak na obr. 10. Protože má metoda *Lax – Wendroff* numerický útlum, jak již bylo vysvětleno výše, odpovídá F-A charakteristika tlumenému systému obr. 11.

Útlum je závislý, kromě frekvence, také na délkovém a časovém kroku numerické metody. Délkový krok  $\Delta x$  je definován počtem řešených bodů  $N$  a délkou trubky  $L$ , viz obrázek 7.

$$\Delta x = \frac{L}{N - 1} \quad (14)$$

Časový krok  $\Delta t$  musí splňovat nerovnici (13). Aby byla velikost časového kroku jednoznačně určena, je vhodné zavést součinitel časového kroku  $c_k$ , jehož hodnota se nachází v rozmezí  $(0; 1)$ .

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_0} \cdot c_k \quad (15)$$



Obrázek 10: F-A charakteristika netlumeného systému

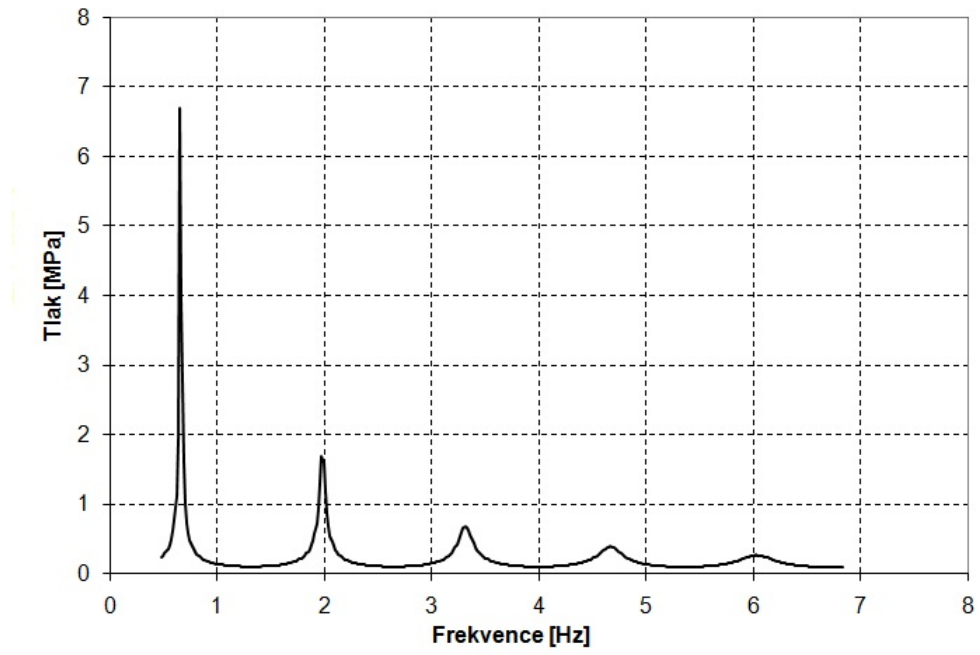
Pokud se dosadí za  $\Delta x$  ze (14), vznikne vztah pro velikost časového kroku, který je závislý na počtu bodů a součiniteli časového kroku:

$$\Delta t = \frac{L}{v_0} \cdot \frac{c_k}{N - 1} \quad (16)$$

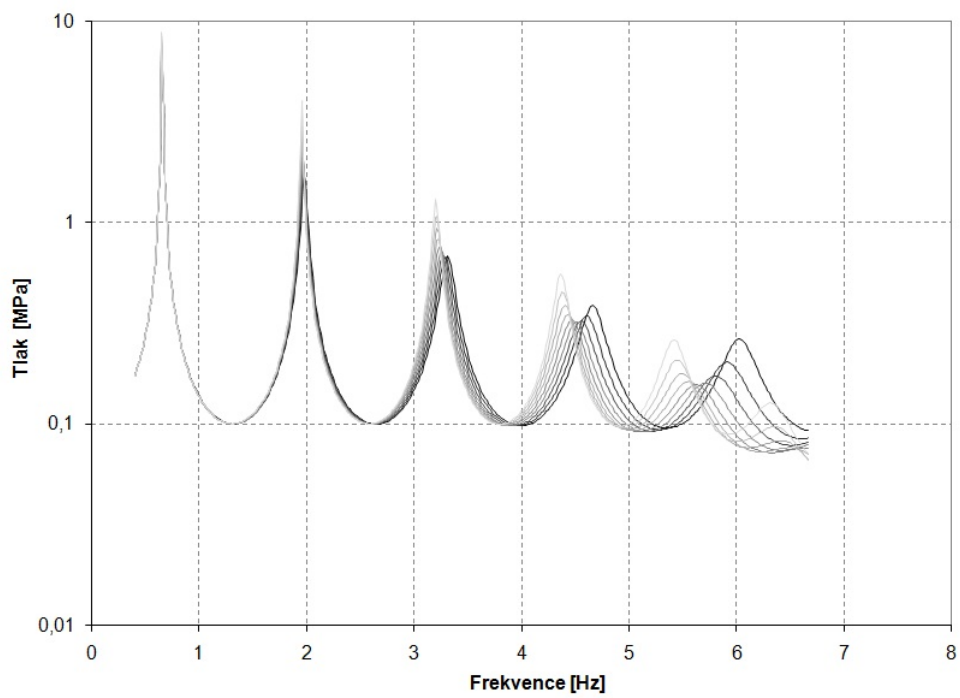
Pro každou volbu  $c_k$  a  $N$  má metoda *Lax – Wedroff* odlišný útlum, který mění F-A charakteristiku uvedeného systému. Příklad je na obr. 12. Obrázek 13 dokládá, že zároveň dochází k fázovému posuvu tlakové odezvy na konci trubky ( $x = L = 380$  m). I to je důsledek viskozity, ať už se jedná o numerickou nebo skutečnou.

Pro stanovení velikosti numerického útlumu a jeho závislosti na délkovém a časovém kroku, byl vytvořen numerický model podle obr. 9, ve kterém se měnil počet bodů (délkový krok) a časový krok. Pro každou volbu  $c_k$  a  $N$  byla vytvořena frekvenčně – amplitudová charakteristika tak, že se stanovila tlaková odezva na konci potrubí pro různé frekvence buzení.

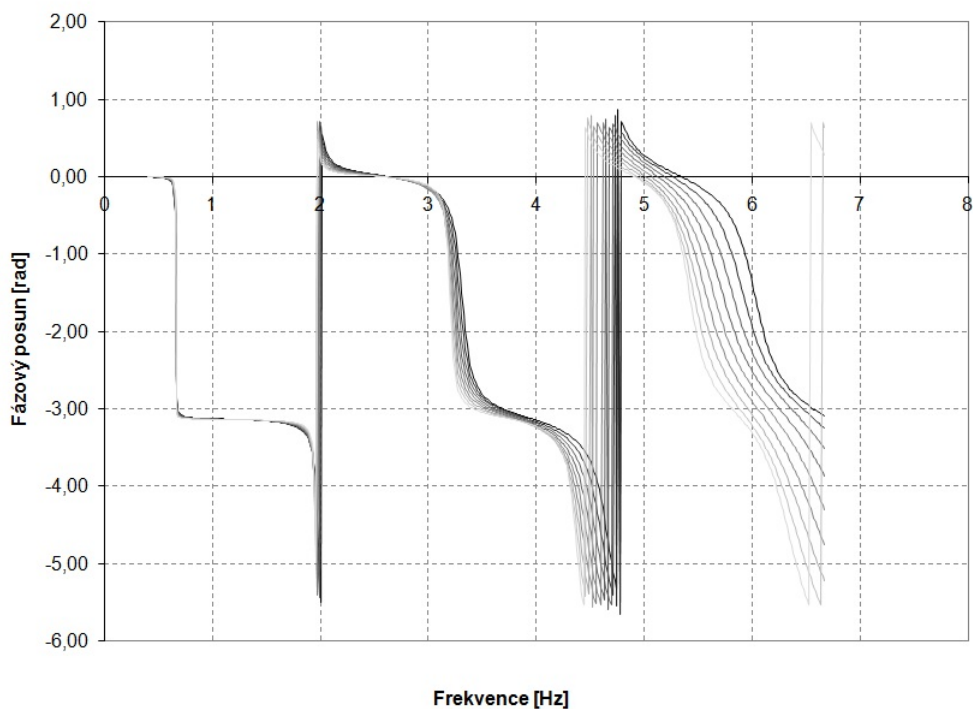
Porovnání závislosti druhé viskozity (zjištěné experimentem [5]) a numerického útlumu je vykresleno na obr. 14. Jedná se pouze o příklad pro  $c_k = 1$  a různé volby počtu bodů  $N$  po délce potrubí. Z grafu je patrné, že průběh není totožný, ale útlum je řádově srovnatelný.



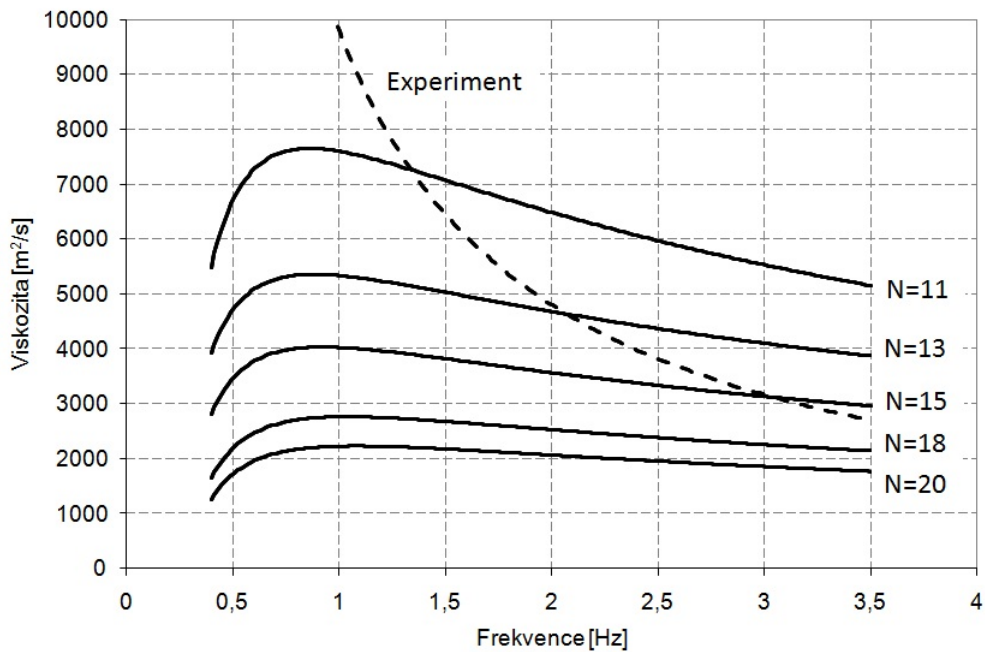
Obrázek 11: F-A charakteristika tlumeného systému



Obrázek 12: F-A charakteristika pro různé hodnoty  $c_k$  ( $N = 20$ )



Obrázek 13: Fázový posun tlakové odezvy pro různé  $c_k$  ( $N = 20$ )



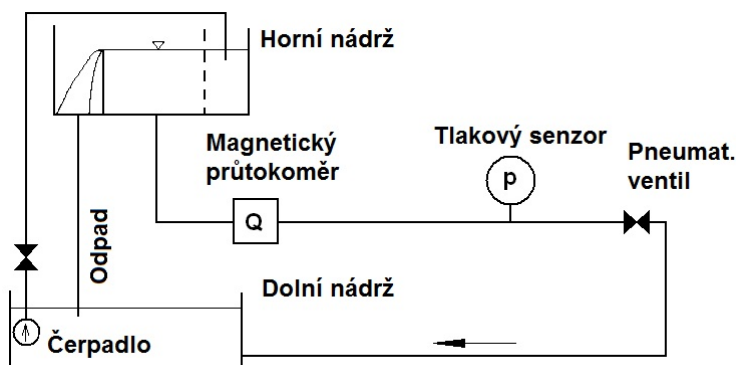
Obrázek 14: Porovnání numerické a druhé viskozity pro různá  $N$  ( $c_k = 1$ )



## 6 EXPERIMENT

V rámci ověření modelu s určitým množstvím vzduchu ve vodě, bylo provedeno porovnání výpočtu s experimentálními daty. Porovnání bylo prezentováno v [7] a experimentální data byla převzata z [6].

Jedná se o jednoduchý hydraulický okruh sestávající se z horní a dolní nádrže, které jsou spojeny ocelovým potrubím, na němž je umístěn pneumatický ventil sloužící k rychlému zavírání a vybuzení vodního rázu. Podrobný popis okruhu je v tab. 2 a na obr. 15.



Obrázek 15: Experimentální okruh

V čase  $t = 0\text{ s}$  je v potrubí při plně otevřeném ventilu ustálené proudění o počáteční rychlosti  $0,599\text{ m/s}$ . V čase  $0,5\text{ s}$  začíná zavírání ventilu a vzniká vodní ráz. Nejedná se o totální ráz, jelikož potrubí je ocelové a relativně krátké. V tabulce 1 je uvedena charakteristika pneumatického ventilu, která je definovaná pomocí relativního otevření  $z$  a průtokového koeficientu  $K_v$ .

Tabulka 1: Charakteristika ventilu

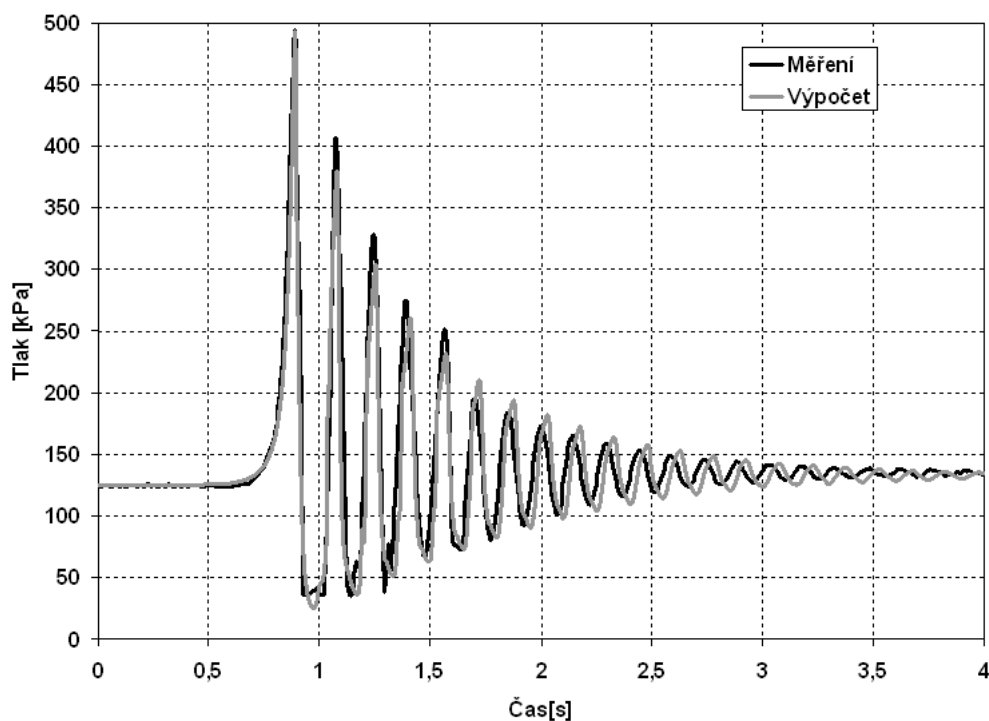
$z$ [-]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$K_v$ [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]	0	3,75	7,82	12,37	18,33	26,09	36,01	52,18	82,51	165	300

Porovnání výpočtu s experimentem je zobrazeno na obr. 16 a 17. Špičky tlakových pulsů jsou vlivem vyšší rychlosti zvuku ostřejší než místa s nízkým tlakem, kde je rychlost zvuku výrazně nižší. Průběh změn rychlosti zvuku je znázorněna na obr. 18. Hodnota osciluje mezi  $150$  a  $950\text{ m/s}$ . V extrémních případech může klesat až na hodnoty blízké nule (např.  $4\text{ m/s}$ ). Je otázka, kdy je ještě splněn předpoklad, že rychlost proudění kapaliny je mnohem menší než rychlost zvuku, za kterého byla odvozena rovnice kontinuity.

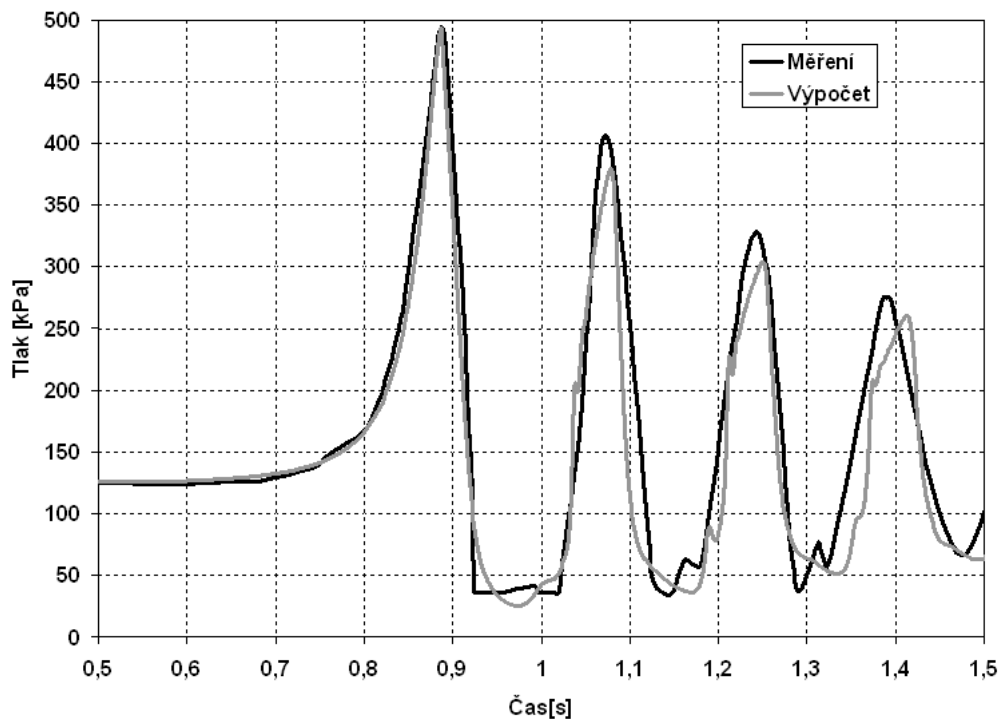
Při výpočtech, u kterých dochází ke strmému poklesu tlaku na hodnoty blízké nule, může dojít k překmitnutí do záporného tlaku. V takovém případě výpočet nezkolabuje, ale okamžitě dojde k útlumu a výsledek je „nesmyslný.“ Náprava je možná zkrácením časového kroku (třeba až desetkrát), které ovšem vede k výraznému prodloužení výpočetního času.

Tabulka 2: Popis tratě

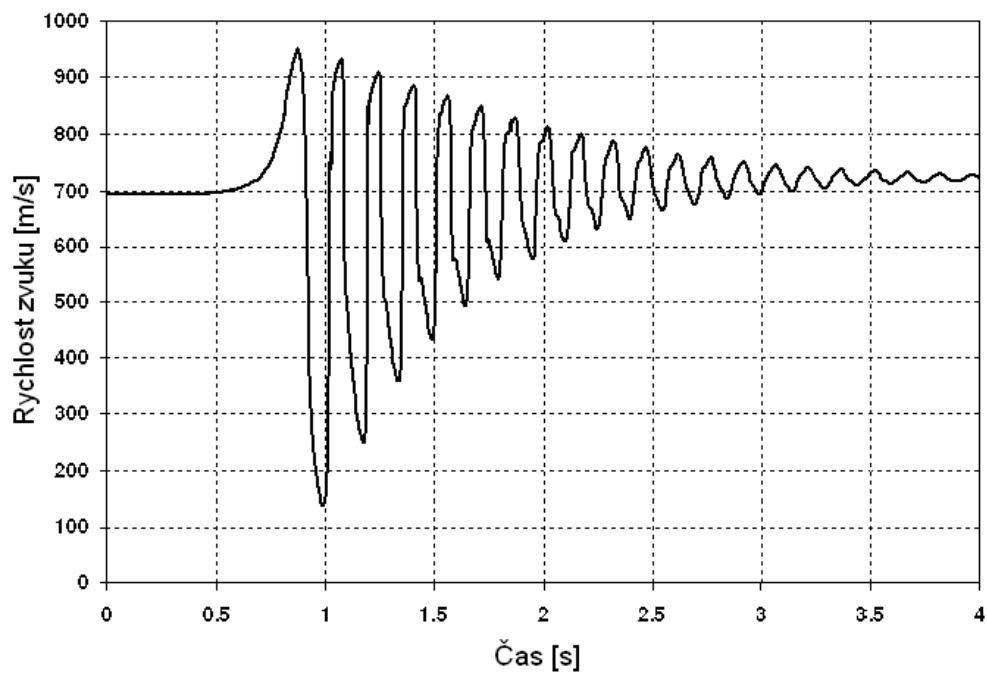
Popis	Hodnota	Jednotka
Délka potrubí od horní nádrže po ventil	32,25	m
Vzdálenost tlakoměru od ventilu	6,2	m
Výška hladiny v horní nádrži (měřeno od ventilu)	3,6	m
Spád	7,7	m
Průměr potrubí	36,13	mm
Tloušťka stěny potrubí	2,5	mm
Teploty vody	19	°C
Počáteční rychlost proudění	0,599	m/s
Doba zavírání ventilu	0,485	s



Obrázek 16: Porovnání výpočtu s experimentem



Obrázek 17: Porovnání výpočtu s experimentem – detail



Obrázek 18: Změny rychlosti zvuku během výpočtu

## 7 PROGRAM *RÁZ*

Na základě vztahů odvozených výše byl sestaven počítačový program nazvaný *Ráz*. Tento program je určený pro výpočet nestacionárního proudění v potrubních systémech. Umožňuje řešení soustav s pružným potrubím i vlivem proměnné rychlosti zvuku. Kompletní software byl vyvinut v prostředí *Matlab*.

Pro sestavení numerického modelu jsou k dispozici následující okrajové podmínky:

- **Průtok** – přímo zadaná hodnota průtoku, která může být buď konstantní nebo se může měnit podle některé jednoduché funkce jako je například přímka. Nemůže fungovat jako spojovací prvek mezi dvěma trubkami.
- **Tlak** – viz průtoková okrajová podmínka.
- **Odpor** – pod ním si lze představit jakoukoliv místní ztrátu (koleno, ventil, difuzor, clona, ...). Odpor, může být definován pomocí ztrátového nebo průtokového součinitele, které se mohou během výpočtu měnit. Je možné zadat jedny hodnoty pro pozitivní směr proudění a jiné pro negativní.
- **Čerpadlo** – umožňuje zadat kompletní charakteristiky čerpadla a motoru pro konstantní i proměnné otáčky pomocí polynomu.
- **Turbína** – viz čerpadlo.
- **Signál** – zvláštní případ okrajových podmínek *tlak* a *průtok*. Lze zadat naměřené hodnoty tlaku nebo průtoku z \*.txt souboru. Opět nemůže být využit jako spojovací element.
- **Uzel** – pravděpodobně nejsložitější okrajová podmínka. Umožňuje spojení libovolného počtu trubek a každá z nich může mít svůj vlastní vstupní nebo výstupní odpor, který je definován pomocí součinitele ztrát nebo průtokového součinitele. Jejich hodnoty se mohou v čase měnit a mohou být odlišné podle orientace proudění.
- **Vyrovňovací nádrž** – zadává se její průřez, který nemusí být konstantní. Definuje se i výška nádrže, takže lze uvažovat přetečení.
- **Plynový akumulátor** – je určený klidovým objemem a tlakem plynu, takže se během výpočtu mění jeho kapacita. Lze určit i hodnoty vtokového a výtokového odporu.

Kromě zadání a výpočtu je také možné provést vyhodnocení a export výsledků a to jak v grafické tak i v číselné podobě.

## 8 ZÁVĚR

Řešení problematiky proudění v potrubních sítích je významnou součástí návrhu hydraulických systémů. V tomto speciálním případě je možné uvažovat proudění jako jednorozměrné a podle toho upravit příslušné vztahy, konkrétně *Navier – Stokesovy a rovnici kontinuity*. Nelze zanedbat vliv potrubí, které bývá tenkostěnné a velmi často z pružných materiálů, které se při změnách tlaku roztažují a smršťují. Tato poddajnost snižuje rychlost zvuku a tím ovlivňuje intenzitu vodního rázu vyvolaného nestacionárním prouděním. Vliv potrubí může být zahrnut do paměťové funkce, která je na pravé straně rovnice kontinuity.

Další významný faktor ovlivňující rychlost zvuku je vzduch rozptýlený ve vodě nebo obecněji: plyn rozptýlený v kapalině. Vzduch je oproti vodě výrazně stlačitelný a mění tak objemový modul pružnosti proudícího média. Rychlost zvuku se tím stává závislou na statickém tlaku. Tuto závislost lze poměrně jednoduše odvodit, pokud se neuvažuje rozpustnost plynu v kapalině.

Vhodně upravené rovnice popisující proudění kapaliny v potrubí jsou řešitelné pomocí numerické metody *Lax – Wendroff*. Řešení je přesně určeno okrajovými podmínkami, které jsou odvozeny tak, aby popisovaly chování konkrétních hydraulických prvků jako je čerpadlo, turbína, vyrovnávací komora, odpor, spoj více trubek atd.

Na základě odvozeného numerického postupu byl vytvořen software s pracovním názvem *Ráz*, který je určen pro řešení nestacionárního proudění v soustavách potrubí. Nejedná se jen o vodní ráz vyvolaný uzavřením ventilu, ale také o přechodové stavy čerpadla a jiné nestacionární jevy. Do výpočtu je možné zahrnout vliv pružného potrubí i obsaženého plynu v kapalině. Program není omezen jen na výpočty s vodou, ale může pracovat s libovolnou Newtonskou kapalinou.

Metoda *Lax – Wendroff* je založena na částečném *Taylorově rozvoji* funkce, takže má určitý numerický útlum, který, na rozdíl od *metody charakteristik*, způsobuje nepřesné řešení analytických rovnic. Nicméně, tento útlum je podobný vlivu *druhé viskozity*, která nebyla vůbec uvažována, takže výsledný efekt má spíše pozitivní charakter.

Porovnání výpočtu v programu *Ráz* s měřením dokládá, že odvozený numerický postup funguje správně a může být použit k řešení konkrétních problémů. Tím byly splněny cíle práce.

## REFERENCE

- [1] ALFORQUE, R. A. – SAWADA, Y. – NISHIHARA, H. Measurement of Acoustic Velocity and Attenuation in an Air-Water Two-Phase Medium. *Journal of Nuclear Science and Technology*. 1977, 14, 2, s. 156–158.
- [2] COSTIGAN, G. – WHALLEY, P. B. Measurements of the Speed of Sound in Air-Water Flows. *Chemical Engineering Journal*. 1977, 66, s. 131–135.
- [3] EPFL-LME. *Simsen* [online]. [cit. 10.6.2011]. Dostupné z: <<http://simsen.epfl.ch/>>.
- [4] FLOWMASTER. *Thermo – Fluid System Simulation Software* [online]. [cit. 24.7.2009]. Dostupné z: <<http://www.flowmaster.com/solutionstour/index.html>>.
- [5] HABÁN, V. *Vysokofrekvenční pulsace ve vodních strojích*. Habilitační práce, VUT v Brně FSI, 2010.
- [6] HABÁN, V. *Rázy v potrubí a Gibsonova metoda*. Diplomová práce, VUT v Brně FSI, 1994. Vedoucí práce: Ing. Ondřej Debreczeni, CSc.
- [7] HIMR, D. – HABÁN, V. Simulation of Low Pressure Water Hammer. *IOP Conference Series: Earth Environmental Science*. 2010, 12, 012087, s. 8.
- [8] HIMR, D. – HABÁN, V. – POCHYLÝ, F. Sound Speed in the Mixture Water-Air. V *Engineering Mechanics*, 255, s. 393–401, Svratka, Czech Republic, May 2009. ISBN 978-80-86246-35-2.
- [9] HIMR, D. – HABÁN, V. – POCHYLÝ, F. Sound speed in the fluid-gas mixture. V RUDOLF, P. (Ed.) *Proceedings of the 3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, P7, s. 561–570, Brno, Czech Republic, October 2009. Brno University of Technology. ISBN 978-80-214-3947-4, 1st edition.
- [10] LANEY, C. B. *Computational gasdynamics*. UK : Cambridge University Press, 1998. ISBN 0-521-62558-0.
- [11] LEVEQUE, R. J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. New York, NY : Cambridge University Press, 2002. ISBN 978-0-521-00924-9.
- [12] MATHWORKS. *Simhydraulics* [online]. [cit. 24.7.2009]. Dostupné z: <<http://www.mathworks.com/products/simhydraulics>>.
- [13] PANKO, M. *Tlumení tlakových pulsací v pružných potrubích*. Diplomová práce, VUT v Brně FSI, 2008. VUT-EU-ODDI-13303-07-08. Vedoucí práce: Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

- [14] POCHYLÝ, F. *Dynamika tekutinových systémů*. 1. vydání. Brno : VUT, 1990. ISBN 80-214-0139-7.
- [15] VARCHOLA, M. – KNÍŽAT, B. – TÓTH, P. *Hydraulic Solution of Pipeline Systems*. Bratislava : STU, 2010. ISBN 978-80-227-3243-7.
- [16] ZÁRUBA, J. *Water Hammer in Pipe-Line Systems*. Prague : Academia, 1993. ISBN 80-200-0363-0.
- [17] ZÁRUBA, J. *Hydraulický ráz v soustavách potrubí*. Praha : Academia, 1984.

## SEZNAM NEJDŮLEŽITĚJŠÍCH SYMBOLŮ

Symbol	Jednotka	Popis
$b$	[Pa·s]	tlumení materiálu potrubí
$c$	[m/s]	rychlost proudění kapaliny
$c_k$	[-]	součinitel časového kroku
$D$	[m]	průměr potrubí
$E$	[Pa]	modul pružnosti v tahu
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	gravitační zrychlení
$H$	[m]	výška
$k$	[Pa]	modul pružnosti
$K_k$	[Pa]	modul pružnosti kapaliny
$K_p$	[Pa]	modul pružnosti plynu
$K_v$	[m <sup>3</sup> /s]	průtokový součinitel
$M_p$	[-]	hmotnostní zlomek plynu
$m$	[1/s]	paměťová funkce
$m_k$	[kg]	hmotnost kapaliny
$m_p$	[kg]	hmotnost plynu
$n_i$	[-]	normálový vektor z povrchu kapaliny
$O_k$	[-]	objemový zlomek kapaliny
$O_p$	[-]	objemový zlomek plynu
$p$	[Pa]	tlak
$P$	[m <sup>2</sup> ]	vnitřní povrch potrubí
$Q$	[m <sup>3</sup> /s]	průtok
$r$	[J/(kg·K)]	specifická plynová konstanta
$S$	[m <sup>2</sup> ]	plocha
$T$	[K]	teplota
$t$	[s]	čas
$V$	[m <sup>3</sup> ]	objem
$V_k$	[m <sup>3</sup> ]	objem kapaliny
$V_p$	[m <sup>3</sup> ]	objem plynu
$v_0$	[m/s]	rychlost zvuku
$x_i$	[m]	prostorová souřadnice
$\alpha$	[rad]	úhel sklonu potrubí
$\Delta$	[m]	tloušťka stěny potrubí
$\Delta t$	[s]	časový krok výpočtu
$\Delta x$	[m]	délkový krok výpočtu
$\kappa$	[-]	adiabatický exponent
$\lambda$	[-]	součinitel délkových ztrát
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematická viskozita
$\nu_2$	[m <sup>2</sup> /s]	druhá kinematická viskozita
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	hustota



# CURRICULUM VITAE

Jméno: Daniel Himr

Datum narození: 20. květen 1983

## Vzdělání

3. 6. 2011 obhajoba disertační práce na téma  
„Řešení nelineárních hydraulických sítí“
- 2007 – 2011 doktorské studium  
VUT v Brně fakulta strojního inženýrství  
obor Konstrukční a procesní inženýrství
- 2002 – 2007 VUT v Brně fakulta strojního inženýrství  
obor Fluidní inženýrství  
zakončeno SZZ
- 1998 – 2002 SPŠ strojnická a VOŠ technická Brno, Sokolská 1  
obor Strojírenství  
zakončeno maturitní zkouškou

## Zahraniční zkušenosti

- 2009 tříměsíční pobyt v Rumunsku  
Universitatea „Politehnica“ Timisoara

## ABSTRACT

This thesis deals about solution of non-steady flow in hydraulic systems, which have one dominant component of velocity. Such systems can be arbitrarily structured and they are not limited by number of elements. Computation is based on *Lax – Wendroff method* and enables considering of variable sound speed as function of static pressure and properties of pipe material. It means, that hydraulic system can be very various.

Numerical method is described in detail and description is also focused on sensitivity of method for time step and length step. It can be very imported for evaluation of numerical viscosity, which is compared with second viscosity of fluid.

*Hammer* is working title of software, which was developed on the basis of written numerical procedures. This software enables fast computation of flow in pipe-line systems.