

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta strojního inženýrství
Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Ing. Pavel Bareš

**ANALÝZA ŠÍŘENÍ TRHLINY PŘES ROZHRAŇÍ DVOU
RŮZNÝCH MATERIÁLŮ**

**ANALYSIS OF CRACK PROPAGATION THROUGH AN
INTERFACE BETWEEN TWO DIFFERENT MATERIALS**

Zkrácená verze Ph.D. Thesis

Obor: Inženýrská mechanika
Školitel: prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc.
Oponenti: prof. RNDr. Bohumil Vlach, CSc.
Ing. Eva Nezbedová, CSc.
Ing. Luboš Náhlík, Ph.D.
Datum obhajoby: 25. 6. 2007

KLÍČOVÁ SLOVA

Šíření trhlin, bi-materiálové rozhraní, otevření kořene trhliny, povrchové ochranné vrstvy, vícevrstvé trubky.

KEY WORDS

Crack propagation, bi-material interface, crack tip opening displacement, surface protective layers, multi-layer pipes.

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Disertační práce je uložena na oddělení vědy a výzkumu
Fakulty strojního inženýrství VUT v Brně, Technická 2, 616 69 Brno.

OBSAH

1	ÚVOD.....	5
2	SOUČASNÝ STAV.....	5
3	CÍLE PRÁCE.....	7
4	FORMULACE KRITÉRIÍ STABILITY TRHLINY S VRCHOLEM NA ROZHŘANÍ V OBLASTECH LELM A EPLM.....	9
4.1	Kritérium stability trhliny založené na charakteristické veličině profilu trhliny Z	9
4.2	Univerzální kritérium stability trhliny založené na $CTOD$ (numerický přístup).....	11
4.3	Kritérium stability trhliny založené na $CTOD$ (analyticko-numerický přístup).....	12
4.4	Kritérium stability trhliny založené na $CMOD$	16
4.5	Zhodnocení navržených kritérií.....	18
5	APLIKACE NAVRŽENÝCH KRITÉRIÍ NA ŘEŠENÍ PRAKTICKÝCH PROBLÉMŮ.....	18
5.1	Tenké povrchové vrstvy.....	18
5.1.1	<i>Osamocená povrchová trhlina</i>	19
5.1.2	<i>Periodické pole povrchových trhlín</i>	20
5.2	Dvouvrstvé trubky.....	22
6	ZÁVĚR.....	23
7	SUMMARY.....	26
8	LITERATURA.....	27
9	SEZNAM VLASTNÍCH PUBLIKACÍ.....	29
10	CURRICULUM VITAE.....	31

1 ÚVOD

Tato práce se zabývá řešením specifických problémů z oblasti lomové mechaniky. Lomová mechanika je interdisciplinární vědní obor na rozhraní mezi mechanikou kontinua a naukou o materiálech, který se zabývá analýzou chování tělesa s trhlinou. Hlavním úkolem lomové mechaniky v praxi je stanovit chování součásti s trhlinou a posouzení její provozní spolehlivosti a bezpečnosti vzhledem k danému meznímu stavu. U většiny materiálů se objevují nejrůznější defekty, jako jsou např. vruby, vměstky, dutinky, nečistoty apod. Tyto vady jsou koncentrátory napětí, v jejichž okolí dochází ke zvýšení napětí a případně k iniciaci trhlin. Zpočátku velmi malé trhliny se začínají postupně zvětšovat, až dojde k propojování jednotlivých dílčích diskontinuit, vzniku makrotrhliny a jejímu dalšímu růstu a případně následnému lomu. Lomová mechanika nabízí možnosti formulování kritérií, na jejichž základě je možné rozhodnout, zda a jakým způsobem se bude za daných podmínek trhlinka šířit a je díky ní možno stanovit např. maximální kritické hodnoty aplikovaného napětí, nebo největší přípustnou velikost defektu.

Současné potřeby průmyslu vyžadují levné a sofistikované materiály s často neslučitelnými vlastnostmi, jako je například vysoká pevnost spolu s vysokou houževnatostí a vysokou odolností proti nejrůznějším vnějším vlivům, které na součásti při provozu působí (např. odolnost vůči korozi, otěru, ...). Jednou z možností jak splnit tyto požadavky je využití složených (nehomogenních) materiálů.

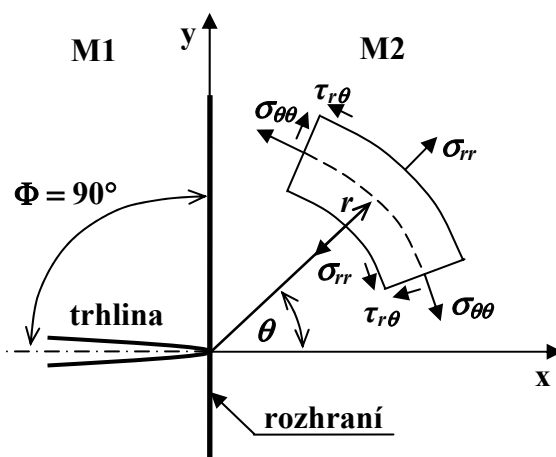
Stejně jako v homogenních materiálech, je znalost chování trhlin v nehomogenních materiálech klíčová. Standardní postupy lomové mechaniky nelze pro tyto účely aplikovat ve všech fázích rozvoje trhliny, jelikož v důsledku přítomnosti rozhraní jsou napěťově-deformační podmínky v okolí vrcholu trhliny rozdílné od těch, pro které byly standardní postupy odvozeny. Toto platí například když vrchol trhliny leží přímo na rozhraní dvou materiálů. Je proto nutné pro kvantifikaci chování takovýchto trhlin použít postupy speciální.

Cílem této práce je navrhnout postupy kvantifikace chování trhlin v nehomogenních materiálech, jejichž komponenty mohou mít obecně různé materiálové vlastnosti, tedy mohou se chovat různě jak v lineárně-elastické oblasti, tak v oblasti pružně-plastických deformací. Hlavní pozornost je přitom soustředěna na jednu konkrétní konfiguraci, a to na případ trhliny šířící se kolmo na rozhraní materiálů, přičemž se předpokládá, že její vrchol leží přímo na tomto rozhraní. Navržené postupy přispívají k lepšímu hodnocení provozní spolehlivosti a bezpečnosti konstrukcí vyrobených z těchto nehomogenních materiálů.

2 SOUČASNÝ STAV

Na rozdíl od trhliny v homogenním materiálu, kde je za předpokladu platnosti lineárně-elastické lomové mechaniky (LELM) napětí před jejím vrcholem úměrné $r^{-1/2}$ [1], r je vzdálenost od vrcholu trhliny, viz obr. 2.1, je v případě trhliny

s vrcholem na rozhraní dvou různých lineárně-elastických materiálů, viz obr. 2.1., singulární napětí v okolí vrcholu trhliny úměrné r^{-p} (p je exponent singularity napětí, jehož hodnota závislá na dané kombinaci materiálů leží v intervalu $(0, 1)$ a je zároveň různá od $1/2$) a pro popis jejího chování nelze použít standardní přístupy lomové mechaniky. V tomto případě je pro tyto účely nutné použít přístupy, které umožňují popsat vliv změny charakteru singularity napětí vyvolané přítomností rozhraní, např. [9], [11], [12]. Tyto postupy jsou založeny na srovnání určité veličiny L s jednoznačným lomově-mechanickým významem, která se určí na dvou geometricky totožných součástech, přičemž první je tvořena bi-materiálem a druhá homogenním materiálem M2, do něhož se v případě bi-materiálu trhlina šíří. Předpokládá se přitom, že se trhlina z rozhraní do materiálu M2 šíří stejným mechanismem, jako by se v tomto materiálu šířila v případě čistě homogenního vzorku.



Obr. 2.1. Pole napětí před vrcholem trhliny.

Na základě předchozího předpokladu se dále předpokládá, že v okamžiku kritického stavu bude mít veličina L v obou případech (bi-materiálového a homogenního vzorku) stejnou velikost, což lze za předpokladu porušení křehkým lomem zapsat následovně:

$$L_{IC}^{(M1/M2)} (...H_{IC}...) = L_{IC}^{(M2)} (...K_{IC}(M2)...). \quad (2.1)$$

Veličina L obecně závisí na velikosti a způsobu zatížení, materiálových charakteristikách, geometrii a na lomově-mechanických parametrech, mezi něž patří například součinitel intenzity napětí K_I v případě homogenního tělesa, nebo také zobecněný součinitel intenzity napětí H_I v případě bi-materiálového tělesa. Indexy “(M1/M2)” a “(M2)” v předešlém vztahu vyjadřují, že jde o veličinu určenou v bi-materiálu, respektive v homogenním materiálu M2. Veličina H_{IC} je kritická hodnota zobecněného součinitele intenzity napětí, nebo-li zobecněná lomová houževnatost. Poznamenejme, že $K_{IC}(M2)$ ve vztahu (2.1) odpovídá lomové houževnatosti materiálu M2, do něhož má trhlina s vrcholem na rozhraní tendenci se šířit.

Z předešlé rovnosti lze na základě známé hodnoty lomové houževnatosti K_{IC} materiálu M2 určit kritickou hodnotu zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} pro bi-materiál a kritérium stability pro trhlinu s vrcholem na rozhraní lze zapsat ve tvaru

$$H_I(\sigma_{appl}) < H_{IC}(K_{IC}(M2)), \quad (2.2)$$

kde σ_{appl} je tzv. aplikované napětí. Trhlina se nebude šířit z rozhraní do materiálu M2 pokud bude platit právě nerovnost 2.2.

Poznamenejme, že pro případ únavového porušení bude mít kritérium stability (2.2) formálně stejný tvar, přičemž místo indexu “IC” v něm bude vystupovat index “th” označující únavovou prahovou hodnotu.

Volba veličiny L závisí na předpokládaném mechanismu šíření trhliny. Například pro křehký lom je vhodné použít střední hodnotu otevíracího napětí v dané oblasti před vrcholem trhliny [9], pro únavové porušení pak velikost plastické zóny před vrcholem trhliny [11], [12]. Při plastických deformacích většího rozsahu je to potom např. otevření kořene trhliny *CTOD* [2], [3].

Poznamenejme, že pro případ kdy jsou jednotlivé materiály tvořící nehomogenní těleso lineárně-elastické, popřípadě dochází-li u vrcholu trhliny při jejich provozu pouze k plastické deformaci malého rozsahu (nastává tzv. small scale yielding – SSY), je problematika hodnocení stability trhliny s vrcholem na takovémto rozhraní poměrně dobře zvládnutá [9], [12]. Jsou-li však jednotlivé materiály pružně-plastické a dochází-li u vrcholu trhliny k větším plastickým deformacím, neposkytuje nám lomová mechanika tolik prostředků pro hodnocení chování trhliny s vrcholem na rozhraní jako tomu je u skupiny materiálů s dominantními lineárně-elastickým chováním.

Tato práce se soustředí na rozšíření možností posouzení chování trhlín s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů s obecnými vlastnostmi, tedy na obě dvě skupiny materiálů, přičemž si klade za cíl, aby při vyhodnocování chování studovaného typu trhliny již nebyla omezující přítomnost větší plastické deformace u jejího vrcholu.

3 CÍLE PRÁCE

Na základě literárního rozboru provedeného v [4] byly formulovány cíle práce následovně:

- 1) Hlavním cílem práce je formulovat obecné kritérium stability trhliny, která se šíří kolmo na rozhraní mezi dvěma různými materiály, pro okamžik, kdy vrchol trhliny leží přímo na tomto rozhraní. Obecností kritéria se rozumí jeho aplikovatelnost i v případě existence plastických deformací většího rozsahu, přičemž se předpokládá, že mechanické vlastnosti obou materiálů mohou být různé jak v elastické oblasti, tak i v oblasti plastické.

Poznamenejme, že dosud známé postupy hodnocení stability trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů umožňují určit kritická napětí jen za předpokladu platnosti LELM, respektive za podmínek SSY, a neberou v úvahu vliv velkých plastických deformací na chování trhliny.

Další cíle práce jsou:

- 2) Navrhnout a realizovat aproximativní postup výpočtu kritických napětí pro případ porušování tenkých povrchových vrstev.
- 3) Vypracovat numerický model, pomocí něhož bude za podmínek odpovídajících praxi možné popsat chování vnitřní a vnější trhliny ve dvouvrstvých trubkách.
- 4) Využít získané poznatky k hodnocení životnosti těles s (tenkými) ochrannými povlaky a životnosti vícevrstevných trubek s vnitřní a vnější trhlinou s konečným cílem využití těchto výsledků pro materiálovou optimalizaci studovaných těles s ohledem na zvýšení jejich provozní životnosti.

Práce je koncipována tak, aby navržený postup posouzení stability trhliny byl založen především na základě numerické analýzy metodou konečných prvků pomocí v praxi běžně dostupných výpočetních systémů. V našem případě se konkrétně jedná o systém ANSYS.

Ke splnění tohoto záměru je nutné:

- 1) Nalézt vhodný lomově-mechanický parametr pro popis chování trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů, který lze použít jak v oblasti LELM, tak i v oblasti elasticko-plastické lomové mechaniky (EPLM).
- 2) Na základě tohoto parametru navrhnout obecné kritérium stability trhliny kolmé k bi-materiálovému rozhraní pro případ, kdy vrchol trhliny leží na rozhraní.
- 3) Najít vhodný postup stanovení tohoto parametru s pomocí numerických analýz založených na metodě konečných prvků, konkrétně s pomocí analýz provedených v programu ANSYS.
- 4) Ověřit platnost navrženého kritéria stability pro případ trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých lineárně-elastických materiálů. To je možné provést na základě srovnání získaných výsledků s hodnotami určenými pomocí jiných známých kritérií.
- 5) Studovat vliv rozdílných vlastností jednotlivých složek bi-materiálu v plastické oblasti na chování zejména únavové trhliny s vrcholem na

rozhraní. Tyto vlastnosti jsou charakterizovány mezi kluzu a koeficientem zpevnění materiálu.

- 6) Vytvořit relevantní numerické modely jednak součásti s tenkou povrchovou ochrannou vrstvou a jednak dvouvrstvého potrubí.
- 7) Provést odpovídající numerické výpočty a aplikovat navržené kritérium stability na posouzení chování trhlin v těchto strukturách a (s cílem) optimalizovat jejich materiálové složení vzhledem k zajištění jejich požadované životnosti.

4 FORMULACE KRITÉRIÍ STABILITY TRHLINY S VRCHOLEM NA ROZHRANÍ V OBLASTECH LELM A EPLM

Pro řešení naší problematiky se zdá být vhodných hned několik lomově-mechanických veličin. Jsou jimi *J-integrál* a veličiny charakterizující profil trhliny, mezi které patří například otevření trhliny *COD*, otevření kořene trhliny *CTOD* nebo otevření trhliny na povrchu součásti *CMOD*. Pro účely této práce označme veličinu charakterizující profil trhliny obecně písmenem Z ($Z \approx L$, kde L je obecné označení pro veličinu s jednoznačným lomově-mechanickým významem) a nazvěme ji charakteristickou veličinou profilu trhliny. Všechny výše zmíněné veličiny lze použít pro popis chování trhliny jak v oblasti LELM, tak v oblasti EPLM. Poznamenejme, že tyto parametry jsou pro analýzu trhliny šířící se přes rozhraní používány i jinými autory, např. v [8], [14], [15], [17].

V této kapitole je představeno navržené kritérium stability trhliny s vrcholem na obecném rozhraní (rozhraní mezi dvěma materiály, které mohou mít rozdílné vlastnosti jak v elastické, tak i v plastické oblasti), která se šíří k tomuto rozhraní kolmo. Kritérium je zde dále uvedeno v několika modifikacích v závislosti na výběru konkrétní charakteristické veličiny profilu trhliny.

4.1 KRITÉRIUM STABILITY TRHLINY ZALOŽENÉ NA CHARAKTERISTICKÉ VELIČINĚ PROFILU TRHLINY Z

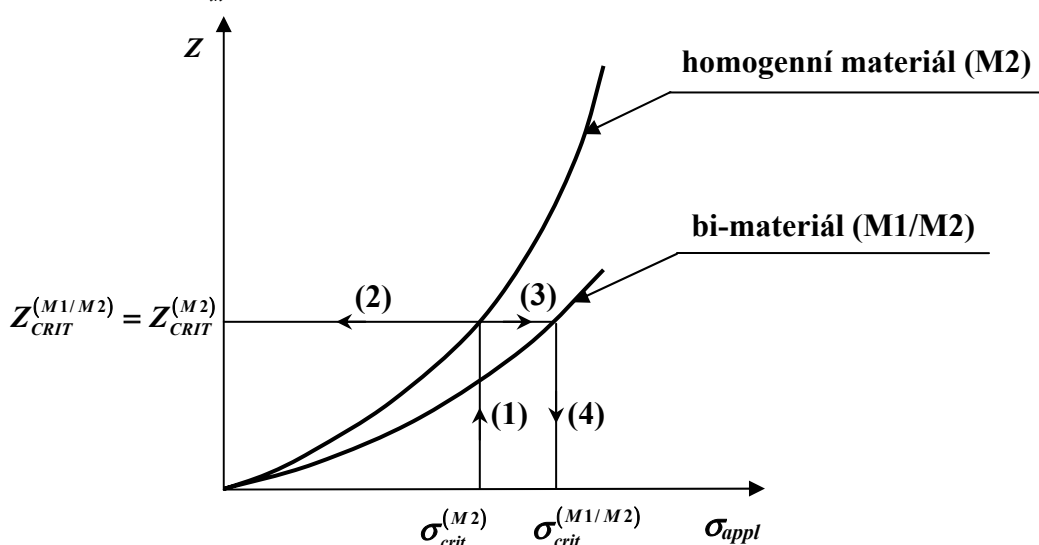
Za předpokladu, že se trhlina šíří v případě homogenního materiálu M_2 a bi-materiálu M_1/M_2 po projití přes rozhraní do materiálu M_2 stejným mechanismem, lze na základě známé kritické hodnoty $Z_{CRIT}^{(M_2)}$ pro homogenní vzorek z materiálu M_2 určit kritické napětí $\sigma_{crit}^{(M_1/M_2)}$, při kterém se trhlina v bi-materiálu začne šířit z rozhraní dále do materiálu M_2 . Předpokládáme totiž, že k šíření trhliny přes rozhraní do materiálu M_2 dojde při kritické hodnotě $Z_{CRIT}^{(M_1/M_2)}$, která odpovídá hodnotě $Z_{CRIT}^{(M_2)}$ v homogenním materiálu M_2 .

Jedná se v podstatě o v kapitole 2 již zmíněné porovnání dvou hodnot veličiny s jednoznačným lomově-mechanickým významem, které určíme pro případ trhliny

v homogenním materiálu M2 a pro případ trhliny s vrcholem na rozhraní materiálů M1 a M2. Při použití veličiny Z můžeme tuto podmínku vyjádřit ve tvaru:

$$Z_{CRIT}^{(M1/M2)} \left(\dots, \sigma_{crit}^{(M1/M2)}, \dots \right) = Z_{CRIT}^{(M2)} \left(\dots, \sigma_{crit}^{(M2)}, \dots \right), \quad (4.1)$$

kde $Z_{CRIT}^{(M1/M2)}$ a $Z_{CRIT}^{(M2)}$ jsou velikosti charakteristické veličiny profilu trhliny při kritických napětích $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$ a $\sigma_{crit}^{(M2)}$ ve složeném, respektive homogenním materiálu. Z_{CRIT} je obecné označení pro dva mezní parametry, a to konkrétně pro kritickou hodnotu charakteristické veličiny profilu trhliny v případě křehkého lomu Z_{IC} , respektive pro prahovou hodnotu charakteristické veličiny profilu trhliny při únavovém namáhání Z_{th} .



Obr. 4.1. Postup při určování kritického napětí $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$ pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů M1 a M2.

Na základě známé hodnoty kritického napětí $\sigma_{crit}^{(M2)}$ v homogenním materiálu M2, určené pomocí lomové houževnatosti, příp. pomocí únavové prahové hodnoty (nebo získané jinými způsoby, například experimentálně), můžeme z vypočtené závislosti $Z^{(M2)}$ na σ_{appl} pro materiál M2, viz obr. 4.1., určit kritickou hodnotu $Z_{IC}^{(M2)}$ pro křehké porušení, případně únavovou prahovou hodnotu $Z_{th}^{(M2)}$ pro cyklické namáhání v tomto materiálu. Tato hodnota bude na základě předchozích předpokladů zároveň i kritickou (prahovou) hodnotou pro případ trhliny šířící se z rozhraní do materiálu M2. Kritérium stability pro trhlinu ležící na rozhraní můžeme potom napsat ve tvaru:

$$Z^{(M1/M2)} < Z_{IC}^{(M1/M2)} = Z_{IC}^{(M2)} \quad \text{pro křehké porušení} \quad (4.2)$$

a

$$Z^{(M1/M2)} < Z_{th}^{(M1/M2)} = Z_{th}^{(M2)} \quad \text{pro únavové namáhání,} \quad (4.3)$$

kde $Z^{(M1/M2)} = Z(\sigma_{appl}, M1, M2)$ je vypočtené pro trhlinu s vrcholem na rozhraní a $Z_{IC}^{(M2)}$, $Z_{th}^{(M2)}$ jsou materiálové charakteristiky materiálu M2 určené pomocí obr. 4.1. (na něm jsou tyto veličiny pro přehlednost jednotně označeny $Z_{CRIT}^{(M2)}$), tj.

$$Z_{IC}^{(M2)} = Z\left(\sigma_{crit}^{(M2)}, M2\right)_{KŘEHKÉ_PORUŠENÍ} \quad (4.4)$$

a

$$Z_{th}^{(M2)} = Z\left(\sigma_{crit}^{(M2)}, M2\right)_{ÚNAVA} \quad (4.5)$$

Na základě znalosti $Z_{IC}^{(M2)}$ (popř. $Z_{th}^{(M2)}$) můžeme ze závislosti $Z^{(M1, M2)}$ na σ_{appl} , kterou získáme pro případ bi-materiálového vzorku, viz obr. 4.1., určit pro dané podmínky zatěžování mezní hodnotu vnějšího zatížení $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$ tak, že pro

$$\sigma_{appl} < \sigma_{crit}^{(M1/M2)} \quad (4.6)$$

se trhlinu na rozhraní zastaví a nebude se šířit dále do materiálu M2. Vztah (4.6) je v podstatě kritérium stability zapsané v napěťovém tvaru.

V následujících kapitolách si představíme jednotlivé modifikace zde popsaného kritéria. Celkově byla navržena čtyři kritéria, která jsou založena na konkrétních lomově-mechanických veličinách, kterými jsou *CTOD*, *COD* a *CMOD*. Uvedeme si zde pouze tři z nich. Čtvrté kritérium založené na *COD* je totiž velmi podobné kritériu využívajícímu parametr *CTOD*.

4.2 UNIVERZÁLNÍ KRITÉRIUM STABILITY TRHLINY ZALOŽENÉ NA *CTOD* (NUMERICKÝ PŘÍSTUP)

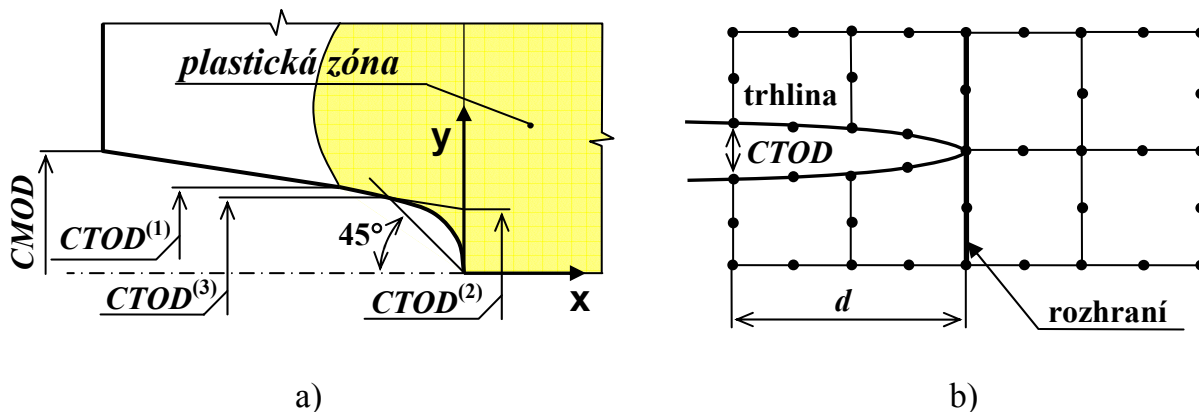
První, univerzální, postup spočívá v tom, že se na základě numerických výpočtů pomocí metody konečných prvků (MKP) určí závislosti *CTOD* na aplikovaném napětí σ_{appl} pro homogenní materiál M2 a pro bi-materiál M1/M2 (obdobně jako je tomu na obr. 4.1.). Parametr *CTOD* se určí na základě jeho definice přímo z posuvů získaných z numerické analýzy. Celý postup je naprosto identický s obecným postupem představeným v kapitole 4.1, místo obecné veličiny *Z* v něm pouze bude figurovat parametr *CTOD*.

Nejdůležitějším úkolem je vhodná volba způsobu určení parametru *CTOD*, na které závisí přesnost získaných výsledků. Zde se nabízí několik možností určení *CTOD*:

- 1) Pomocí otevření trhliny v místě průniku okraje plastické zóny s profilem trhliny ($CTOD^{(1)}$, viz obr. 4.2. a)) [1], [7].
- 2) Na základě extrapolace lineární části profilu trhliny do jejího vrcholu ($CTOD^{(2)}$, viz obr. 4.2. a)) [7].

- 3) Pomocí průniku profilu trhliny s přímkou vycházející z vrcholu trhliny pod úhlem 45° ($CTOD^{(3)}$, viz obr. 4.2. a)) [1], [7].

Poznamenejme, že každý z uvedených postupů je vhodný pro řešení určité skupiny problémů a nelze ho obecně aplikovat na všechny možné případy. Pro konkrétní konfiguraci je tedy nutné zvolit vhodnou definici $CTOD$, což v mnoha případech není jednoduchou záležitostí a vyžaduje určité zkušenosti.



Obr. 4.2. Některé možné způsoby určení $CTOD$.

Jako další možný způsob určení $CTOD$ se pro naše účely jeví způsob stanovení $CTOD$ na základě velikosti složky vektoru posunutí profilu trhliny, kterou odečteme v jednom z uzlů konečno-prvkové sítě v dané vzdálenosti d od jejího vrcholu (např. [16]), viz obr. 4.2. b)). Tato definice nemá přímé fyzikální opodstatnění, což v našem případě nemusí být rozhodující, jelikož na základě navrženého postupu jsou jednotlivé hodnoty $CTOD$ v homogenním materiálu a bi-materiálu používány pouze pro jejich vzájemné porovnávání [3].

Výhodou tohoto přístupu je skutečnost, že vliv rozhraní na $CTOD$ je výrazný v celém průběhu zatěžování, jelikož hodnota $CTOD$ je určována vždy dostatečně blízko od tohoto rozhraní. Další výhodou je jeho snadné určení. Důležité, a to nejen z fyzikálního, ale i z numerického hlediska, je však zvolit správné místo, ve kterém budeme $CTOD$ stanovovat, což je nevýhoda tohoto postupu. Při špatné volbě místa určení $CTOD$ můžeme dojít ke zkresleným výsledkům.

4.3 KRITÉRIUM STABILITY TRHLINY ZALOŽENÉ NA $CTOD$ (ANALYTICKO-NUMERICKÝ PŘÍSTUP)

Druhý navržený postup hodnocení stability trhliny je opět založen na parametru $CTOD$. K formulaci odpovídajícího kritéria stability trhliny je zde zobecněn Irwinův postup výpočtu otevření kořene trhliny $CTOD$, který byl odvozen pro trhlínu v homogenním materiálu (singularita trhlínového typu $1/r^{1/2}$), na případ trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů (singularita typu obecného singulárního koncentrátoru napětí $1/r^p$, kde $0 < p \neq 1/2 < 1$).

Uvedený postup vychází z podobných principů jako postupy založené na středním napětí před vrcholem trhliny [9] a na velikosti plastické zóny [12]. Primárním rysem je tedy opět srovnávání analytických vztahů pro rozložení napětí, respektive posuvů, před vrcholem trhliny s napětími, respektive posuvy, získanými z numerické analýzy. Jelikož analytické výrazy pro napětí a posuvy v okolí vrcholu trhliny jsou odvozeny na základě předpokladu plastických deformací malého rozsahu v této oblasti, je také tento postup hodnocení stability trhliny s vrcholem na rozhraní omezen pouze na tuto oblast malých plastických deformací.

Poznamenejme ještě, že odvození kritéria stability je zde uvedeno pouze pro podmínky rovinné deformace. Pro podmínky rovinné napjatosti je postup odvození analogický.

Posunutí v okolí vrcholu trhliny

Nejdříve bylo nutné na základě známého rozložení napětí v okolí vrcholu trhliny [12], který leží na rozhraní dvou různých materiálů, odvodit odpovídající vztahy pro posunutí v případě trhliny kolmé k rozhraní za předpokladu zatížení normálovým módem I a podmínek rovinné deformace.

Získané výrazy pro posunutí u_{rr} a $u_{\theta\theta}$ v radiálním, respektive v obvodovém směru můžeme zapsat ve tvaru:

$$u_{rr} = r^{(1-p)} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{E} \left[g_I (1 + \mu) \sin(\lambda + 1)\theta - g_R (1 + \mu) \cos(\lambda + 1)\theta + \right. \\ \left. + f_R (3 - \lambda - \mu - \lambda\mu - 4\mu^2) \cos(\lambda - 1)\theta + \right. \\ \left. + f_I (-3 + \lambda + \mu + \lambda\mu + 4\mu^2) \sin(\lambda - 1)\theta \right] \quad (4.7)$$

$$u_{\theta\theta} = \lambda r^{(1-p)} \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{E} \left\{ \frac{g_R}{\lambda} (1 + \mu) \sin(\lambda + 1)\theta + \frac{g_I}{\lambda} (1 + \mu) \cos(\lambda + 1)\theta + \right. \\ \left. + \frac{f_R}{\lambda - 1} \left[(1 - \mu^2) \left(\lambda + 2 - \frac{3}{\lambda} \right) - (\mu + \mu^2) \left(2 - \lambda - \frac{1}{\lambda} \right) \right] \sin(\lambda - 1)\theta + \right. \\ \left. + \frac{f_I}{\lambda - 1} \left[(1 - \mu^2) \left(\lambda + 2 - \frac{3}{\lambda} \right) + (\mu + \mu^2) \left(\lambda - 2 + \frac{1}{\lambda} \right) \right] \cos(\lambda - 1)\theta \right\}. \quad (4.8)$$

Tvary funkcí g_I , f_I , g_R a f_R v předcházejících vztazích závisí na tom, zda se místo, ve kterém nás zajímají velikosti složek napětí nebo posunutí, nachází v prvním nebo druhém materiálu [12]. E a μ jsou modul pružnosti v tahu, respektive Poissonovo číslo, pro příslušný materiál a pro veličinu λ platí relace

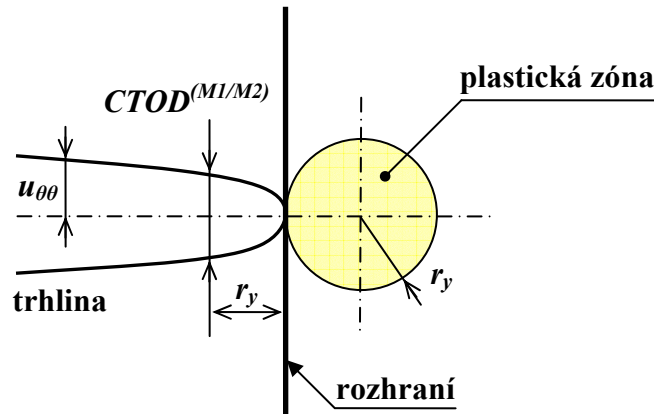
$$\lambda = 1 - p, \quad (4.9)$$

kde p je dříve zmíněný exponent singularity napětí.

Určení otevření kořene trhliny $CTOD$

Za určitých zjednodušujících předpokladů (zejména v případě, kdy je velikost plastické zóny mnohem menší než délka trhliny) lze na základě Irwinova postupu otevření kořene trhliny $CTOD$ stanovit jako velikost otevření trhliny ve vzdálenosti r_y za vrcholem trhliny, kde r_y je poloměr plastické zóny před vrcholem trhliny, viz obr. 4.3., např.[1], tj.

$$CTOD^{(M1/M2)} = 2u_{\theta\theta}(\theta = \pi, r = r_y). \quad (4.10)$$



Obr. 4.3. Plastická zóna před vrcholem trhliny.

Na základě Missesovy podmínky pro velikost ekvivalentního napětí a známosti rozložení napětí před vrcholem trhliny lze pro studovanou konfiguraci odvodit vztah pro velikost poloměru plastické zóny před vrcholem trhliny jako:

$$r_y = \left(\frac{H_I}{\sigma_o} \right)^{1/p} \left\{ \frac{(1-p)^2}{2\pi} \left[16\mu_2 \left(\mu_2 + \frac{1}{4\mu_2} - 1 \right) - 6g_R^{(M2)} p + 3 \left(g_R^{(M2)2} + p^2 \right) \right] \right\}^{1/2p}, \quad (4.11)$$

kde horní index “(M2)” a dolní index “2” značí příslušnost k materiálu M2 a σ_o je jeho mez kluzu.

Dosazením vztahu (4.11) do (4.8) a následně do (4.10) dostaneme po úpravě vztah pro otevření kořene trhliny pro trhlínu s vrcholem na rozhraní

$$CTOD^{(M1/M2)} = \frac{2\lambda}{E_1 \sqrt{2\pi}} H_I^{\frac{1}{p}} \left(\frac{1}{\sigma_o} \right)^{\frac{1-p}{p}} Z_R W_1(\pi), \quad (4.12)$$

kde

$$Z_R = \left\{ \frac{(1-p)^2}{2\pi} \left[16\mu_2 \left(\mu_2 + \frac{1}{4\mu_2} - 1 \right) - 6g_R^{(M2)} p + 3 \left(g_R^{(M2)2} + p^2 \right) \right] \right\}^{1/2p}$$

$$+3\left(g_R^{(M2)2} + p^2\right) \left. \right\}^{\frac{1-p}{2p}} \quad (4.13)$$

a

$$\begin{aligned} W_1(\pi) &= \frac{g_R^{(M1)}}{\lambda}(1+\mu_1)\sin(\lambda+1)\pi + \frac{g_I^{(M1)}}{\lambda}(1+\mu_1)\cos(\lambda+1)\pi + \\ &+ \frac{f_R^{(M1)}}{\lambda-1} \left[(1-\mu_1^2)\left(\lambda+2-\frac{3}{\lambda}\right) - (\mu_1+\mu_1^2)\left(2-\lambda-\frac{1}{\lambda}\right) \right] \sin(\lambda-1)\pi + \\ &+ \frac{f_I^{(M1)}}{\lambda-1} \left[(1-\mu_1^2)\left(\lambda+2-\frac{3}{\lambda}\right) + (\mu_1+\mu_1^2)\left(\lambda-2+\frac{1}{\lambda}\right) \right] \cos(\lambda-1)\pi. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Horní index “(M1)” a dolní index “1” značí příslušnost k materiálu M1.

K určení otevření kořene trhliny $CTOD^{(M1/M2)}$ je navíc nutné pro dané zatížení numericky stanovit velikost zobecněného součinitele intenzity napětí H_I , což lze například pomocí přímé metody [2], [12], nebo pomocí tzv. *M-integrálu* [5].

Kritérium stability

Cílem následujícího postupu je získat, na základě úvah z kapitoly 2, respektive 4.1, výraz pro kritickou hodnotu zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} v závislosti na jednotlivých kombinacích materiálů a následně určit kritická napětí $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$, při nichž se trhlinka začne šířit z rozhraní do druhého materiálu M2. V souladu s dříve uvedeným postupem předpokládáme, že veličinou Z , která je rozhodující pro popis chování trhliny je hodnota $CTOD$.

Pro trhlínu v homogenním materiálu M2 platí za podmínek rovinné deformace, např. [1],

$$CTOD^{(M2)} = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E_2 \sigma_o} (1-2\mu_2)(1-\mu_2^2). \quad (4.15)$$

Analogicky, pro případ studované trhliny s vrcholem na rozhraní platí pro daný stav napjatosti odvozený vztah (4.12). Rovnost (4.1) potom můžeme přepsat do tvaru

$$CTOD_{IC}^{(M1/M2)} = CTOD_{IC}^{(M2)}. \quad (4.16)$$

Pro kritické otevření kořene trhliny v bi-materiálu a v homogenním materiálu platí následující vztahy

$$CTOD_{IC}^{(M1/M2)} = \frac{2\lambda}{E_1 \sqrt{2\pi}} H_{IC}^p \left(\frac{1}{\sigma_o} \right)^{\frac{1-p}{p}} Z_R W_1(\pi) \quad (4.17)$$

$$CTOD_{IC}^{(M2)} = \frac{4}{\pi} \frac{K_{IC}^2}{E_2 \sigma_o} (1 - 2\mu_2)(1 - \mu_2^2), \quad (4.18)$$

kde K_{IC} je lomová houževnatost materiálu M2.

Dosazením vztahů (4.17) a (4.18) do (4.16) a následné úpravě obdržíme vztah pro kritickou hodnotu zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} ve tvaru

$$H_{IC} = K_{IC}^{2p} \sigma_o^{(1-2p)} \left[\frac{E_1}{E_2} \frac{2}{1-p} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (1-2\mu_2)(1-\mu_2^2) \frac{1}{Z_R} \frac{1}{W_1(\pi)} \right]^p. \quad (4.19)$$

Na základě znalosti H_{IC} můžeme říci, že se trhlina nebude šířit z rozhraní dále v případě, kdy bude platit podmínka

$$H_I(\sigma_{appl}) < H_{IC}(\sigma_{crit}). \quad (4.20)$$

Jak již bylo dříve uvedeno, zobecněný součinitel intenzity napětí H_I se určí numericky například tzv. přímou metodou a velikost kritického napětí, při které se trhlina začne šířit z rozhraní dále, se stanoví ze vztahu:

$$\sigma_{crit} = \frac{H_{IC}}{H_I(1\text{MPa})} \cdot 1[\text{MPa}]. \quad (4.21)$$

$H_I(1\text{MPa})$ je hodnota zobecněného součinitele intenzity napětí přepočítaná (normovaná) na 1MPa vnějšího zatížení [12]. Poznamenejme, že analogicky lze obdobný postup odvodit i za podmínek rovinné napjatosti. Stejný postup lze použít i pro kvantifikaci chování únavové trhliny. V tomto případě bude ve vztazích vystupovat místo (zobecněné) lomové houževnatosti prahová hodnota (zobecněného) součinitele intenzity napětí.

4.4 KRITÉRIUM STABILITY TRHLINY ZALOŽENÉ NA *CMOD*

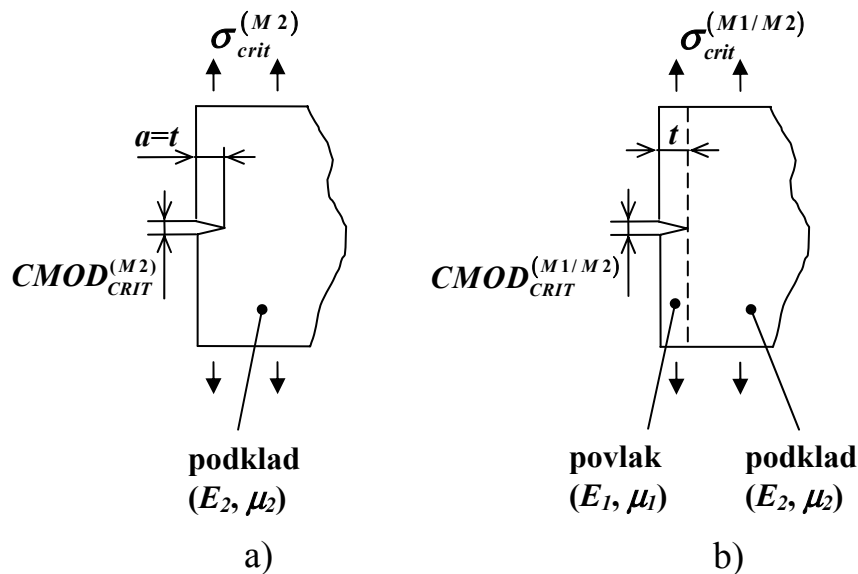
Předešlé postupy lze použít pro hodnocení stability trhliny s vrcholem na rozhraní v širokém spektru nehomogenních materiálů. Nemalou část tohoto spektra tvoří povrchové ochranné vrstvy. Charakteristickou vlastností těchto vrstev je jejich velmi malá tloušťka (řádově mikrometry až desítky milimetrů). Vlivem namáhání a nejrůznějších vnějších vlivů může dojít k popraskání těchto vrstev a k následnému snížení pevnosti takto povlakovaných součástí. Lze ukázat, že dominantní konfigurací je v tomto případě trhlina kolmá na rozhraní, a to bez ohledu na velikost poměru materiálových parametrů povrchové vrstvy a podkladu [18].

Pro popis chování trhliny v tenké povrchové vrstvě lze použít lomově-mechanický parametr otevření trhliny na povrchu součásti *CMOD*. V takovém případě je možné předpoklad rovnosti veličin s jednoznačným lomově-mechanickým významem pro bi-materiál a homogenní materiál v okamžiku lomu (2.1) napsat ve tvaru

$$CMOD_{CRIT}^{(M1/M2)} \left(\dots, \sigma_{crit}^{(M1/M2)}, \dots \right) = CMOD_{CRIT}^{(M2)} \left(\dots, \sigma_{crit}^{(M2)}, \dots \right), \quad (4.22)$$

kde $CMOD_{CRIT}^{(M1/M2)}$ a $CMOD_{CRIT}^{(M2)}$ jsou velikosti otevření trhliny na povrchu tělesa při působení kritických napětí $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$, $\sigma_{crit}^{(M2)}$ ve složeném, respektive homogenním materiálu (viz obr. 4.4.). $CMOD_{CRIT}$ je obecné označení pro dva mezní parametry, a to konkrétně pro kritické otevření trhliny na povrchu tělesa v případě křehkého lomu $CMOD_{IC}$, respektive pro prahovou hodnotu otevření trhliny na povrchu tělesa při únavovém namáhání $CMOD_{th}$.

Poznamenejme, že celý postup je ve své podstatě analogický obecnému postupu, viz kapitola 4.1.



Obr. 4.4. Otevření trhliny na povrchu tělesa při kritických napětích a) v homogenním materiálu $\sigma_{crit}^{(M2)}$, respektive b) ve složeném materiálu $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$.

Kritickou velikost otevření trhliny na povrchu součásti v homogenním materiálu $CMOD_{CRIT}^{(M2)}$, kterou zároveň považujeme i za kritickou hodnotu pro šíření trhliny v bi-materiálu $CMOD_{CRIT}^{(M1/M2)}$ (viz předpoklad (4.22)), lze na základě známých materiálových charakteristik získat buď výpočtem pomocí metody konečných prvků nebo analyticky. V případě plastických deformací malého rozsahu (SSY) můžeme pro stanovení této kritické velikosti při předpokladu porušení křehkým lomem použít obecně známý analytický vztah

$$CMOD_{IC}^{(M2)} = CMOD_{IC}^{(M1/M2)} = \frac{4(1-\nu_2^2)}{E_2} K_{IC} \sqrt{\frac{2a}{\pi}}, \quad (4.23)$$

kde a je délka trhliny (ta odpovídá tloušťce povrchové vrstvy $a=t$, viz obr. 4.4.), E_2 je modul pružnosti v tahu, μ_2 je Poissonovo číslo a K_{IC} je lomová houževnatost. Poznamenejme, že všechny tyto veličiny se vtaňují k základnímu materiálu M2.

Za předpokladu šíření trhliny následkem cyklického zatěžování bude vztah pro kritické otevření trhliny na povrchu součásti obdobný jako vztah (4.23). Rozdíl bude pouze v jiném indexu u příslušných lomově-mechanických parametrů. Namísto indexu “IC“ bude v daném výrazu vystupovat index “th“. Parametr K_{th} bude potom označovat prahovou hodnotu součinitele intenzity napětí. Pro úplnost poznamenejme, že hodnotu $CMOD_{CRIT}^{(M2)}$ lze určit i experimentálně.

Na základě známé kritické hodnoty $CMOD_{CRIT}^{(M1/M2)}$ můžeme následně pomocí MKP výpočtů a předpokladu (4.22) poměrně snadno určit hodnotu $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$. V napětovém vyjádření lze potom kritérium stability trhliny na rozhraní zapsat opět vztahem (4.6), tedy

$$\sigma_{appl} < \sigma_{crit}^{(M1/M2)}. \quad (4.6)$$

4.5 ZHODNOCENÍ NAVRŽENÝCH KRITÉRIÍ

Numerický přístup založený na *CTOD* a postup založený na *CMOD* jsou univerzální a mohou být ve své podstatě použity pro jakékoliv typy bi-materiálů, tedy jak pro kombinaci dvou různých lineárně-elastických materiálů, tak pro kombinaci dvou různých pružně-plastických materiálů, popřípadě pro bi-materiály složené z lineárně-elastického materiálu a materiálu pružně-plastického. Toto jejich široké uplatnění je dáno tím, že dané postupy hodnotí chování trhlín přímo na základě výstupů z numerických výpočtů založených na MKP. Použití postupu založeného na *CMOD* je omezeno geometrickými parametry součásti, a to konkrétně tloušťkou povrchové ochranné vrstvy, respektive délkou trhliny. Toto kritérium lze použít pouze pro velmi tenké povrchové vrstvy. V případě větších tloušťek těchto vrstev není veličina *CMOD* schopna dostatečně přesně popsat vliv rozhraní na podmínky v okolí vrcholu trhliny s vrcholem na rozhraní. Analyticko-numerický přístup byl odvozen za podmínek malých plastických deformací u vrcholu trhliny, z čehož vyplývá jeho omezené použití pouze na tyto podmínky.

5 APLIKACE NAVRŽENÝCH KRITÉRIÍ NA ŘEŠENÍ PRAKTICKÝCH PROBLÉMŮ

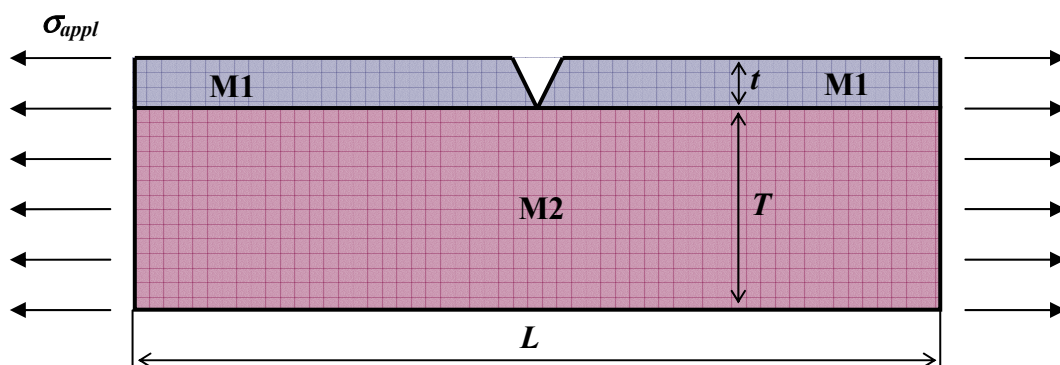
Navržená kritéria byla aplikována na řešení dvou praktických problémů vyplývajících z řešení grantových projektů, v jejichž rámci byla tato práce vypracována. V dalším jsou uvedeny vybrané výsledky z těchto dvou analýz.

5.1 TENKÉ POVRCHOVÉ VRSTVY

Prvním řešeným problémem byla analýza šíření trhlín v tenkých povrchových ochranných vrstvách. Byly zde vyšetřovány dvě konfigurace. V první bylo uvažováno, že v povrchové vrstvě se nachází pouze jedna jediná trhlina. V druhé se předpokládá výskyt periodického pole povrchových trhlín. Pro tyto dva případy zde byly vypočítány velikosti kritických napětí pro dané kombinace materiálů povlaku a podkladu. K těmto účelům bylo použito navržené kritérium založené na *CMOD*.

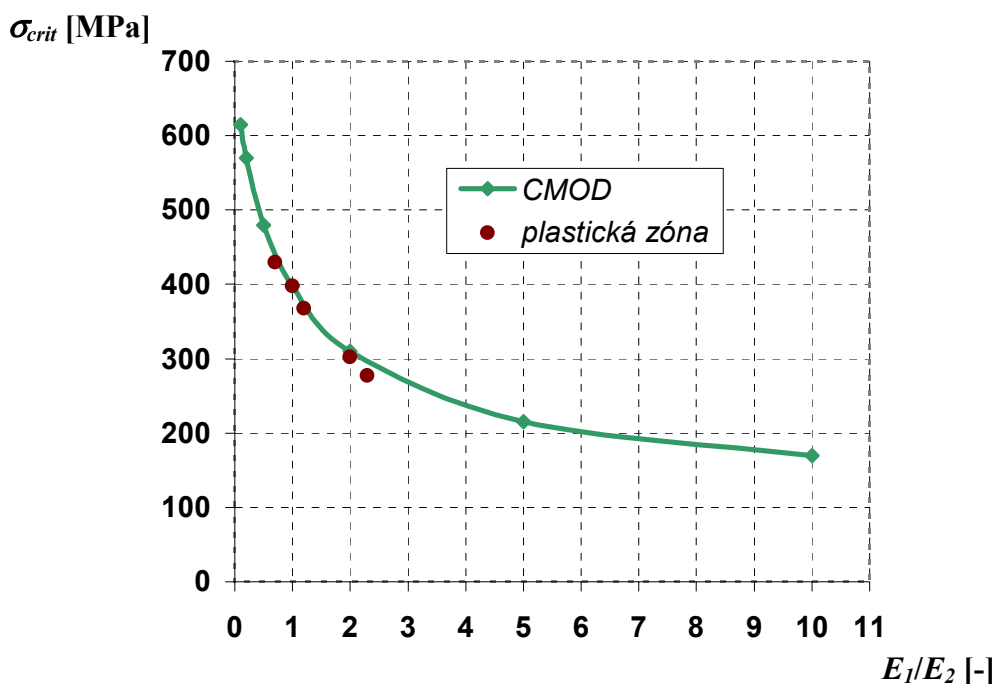
5.1.1 OSAMOCENÁ POVRCHOVÁ TRHLINA

Pro analýzy byl použit vzorek s trhlinou v povrchové ochranné vrstvě, jehož geometrie je znázorněna na obrázku 5.1. Rozměry vzorku byly uvažovány následující: $t=0,1\text{mm}$, $T=15\text{mm}$ a $L=30\text{mm}$. Materiály povlaku i podkladu byly uvažovány jako lineárně-elastické. Poissonova čísla obou materiálů byla uvažována neměnná o velikosti $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$. Konstantní byl uvažován i modul pružnosti v tahu podkladu, a to $E_2=210000\text{MPa}$. Byla měněna pouze velikost modulu pružnosti v tahu povlaku a byly určovány velikosti kritických napětí σ_{crit} , při kterých trhlina projde přes rozhraní do podkladu, v závislosti na poměru modulů pružnosti v tahu povlaku a podkladu E_1/E_2 . Získaná závislost je znázorněna na obrázku 5.2.



Obr. 5.1. Vzorek s trhlinou v povrchové ochranné vrstvě.

Bylo předpokládáno porušení následkem šíření únavové trhliny, přičemž prahová hodnota součinitele intenzity napětí materiálu podkladu byla uvažována o velikosti $K_{th}=7,8\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.



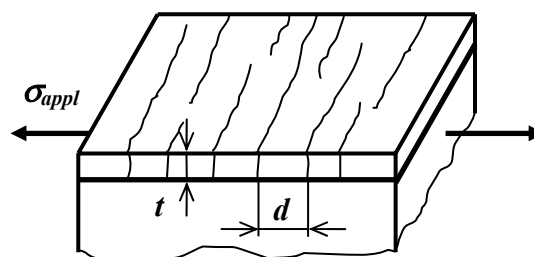
Obr. 5.2. Závislost kritického napětí σ_{crit} na poměru E_1/E_2 povlaku a podkladu získaná pomocí CMOD. Body • odpovídají řešení z [11].

Výsledky ukazují relativně silný pokles kritického napětí σ_{crit} v případě rostoucího poměru E_1/E_2 . Tento trend je v kvalitativní i kvantitativní shodě s výsledky, ke kterým došli autoři v práci [11], což potvrzuje použitelnost navrženého postupu pro daný typ bi-materiálu. V práci [11] je analyzováno šíření trhliny v konkrétních materiálech používaných v praxi, které jsou svými vlastnostmi podobné materiálům v našem modelovém příkladu. První analyzovaná kombinace v citované práci byla Al_2O_3 /ocel ($E_1/E_2=1,2$ až 2 , v závislosti na pórovitosti), pro kterou je $\sigma_{crit}(E_1/E_2=1,2)=368MPa$ a $\sigma_{crit}(E_1/E_2=2)=302MPa$. Druhou studovanou kombinací byla SiC/ocel ($E_1/E_2=2,3$), v níž je $\sigma_{crit}(E_1/E_2=2,3)=277MPa$. Uvedené hodnoty kritických napětí pro představené materiálové kombinace jsou znázorněny také na obrázku 5.2. Poslední hodnota kritického napětí zvýrazněná na tomto obrázku je pro materiálovou kombinaci $3Al_2O_3-2SiO_2$ /ocel ($E_1/E_2=0,7$). Poznamenejme, že tato materiálová kombinace již v citované práci [11] analyzovaná není. Kritická napětí pro materiálovou soustavu $3Al_2O_3-2SiO_2$ /ocel byla vypočítána na základě postupu založeného na porovnání velikostí plastických zón před vrcholem trhliny [12], který byl pro tyto účely použit i v práci [11].

Z uvedených výsledků je patrné, že hodnoty kritických napětí σ_{crit} jsou u povlaků s větší hodnotou modulu pružnosti v tahu oproti základnímu materiálu výrazně menší, než-li je tomu v homogenním případě. Tento fakt je potřeba brát v úvahu při návrhu povlakovaných součástí.

5.1.2 PERIODICKÉ POLE POVRCHOVÝCH TRHLIN

V případě křehkého povlaku na poddajném podkladu (např. Al_2O_3 na oceli) se může v povlaku vytvořit celá síť trhlin. Je-li součást vystavena dominantnímu vnějšímu tahovému zatížení, může vzniknout přibližně periodické pole povrchových trhlin kolmých na směr vnějšího zatížení, viz obr. 5.3. Vzdálenost d mezi jednotlivými trhlínami závisí na velikosti vnějšího zatížení a na pevnosti povlaku.

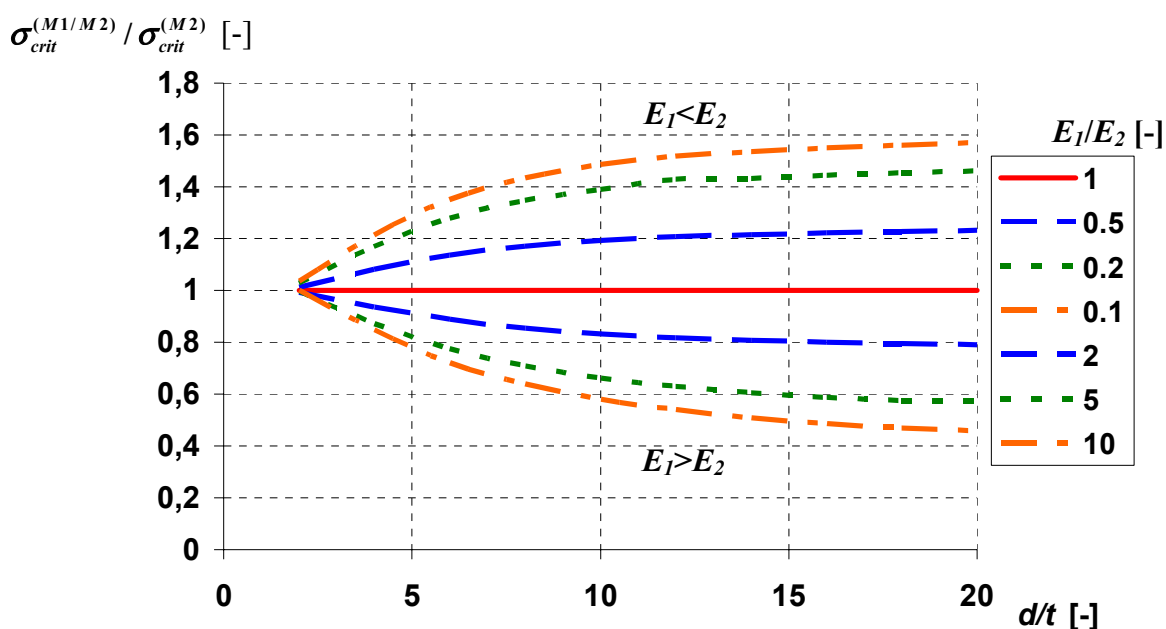


Obr. 5.3. Pole rovnoběžných povrchových trhlin.

Trhliny v povlaku rostou a zastaví se v okamžiku, kdy dosáhnou rozhraní mezi povlakem a podkladem. V této kapitole je analyzován vliv přítomnosti sítě trhlin v povlaku na porušení podkladu pro případ křehkého porušení. Materiálové vlastnosti povlaku a podkladu jsou uvažovány stejné jako v předchozí kapitole. Předpokládáme přitom, že velikost lomové houževnatosti materiálu podkladu je $K_{IC}=50MPa \cdot m^{1/2}$. Je opět uvažována možnost porušení pouze následkem šíření trhliny z rozhraní do podkladu. Ke kvantifikaci vlivu elastického mismatch povlaku

a podkladu na kritická napětí je zde použit, stejně jako v předcházející kapitole, zjednodušený přístup založený na otevření trhliny na povrchu $CMOD$. Je zde studován i vliv vzdálenosti trhlín d na velikost kritických napětí pro jednotlivé materiálové kombinace. Poznamenejme, že tyto výpočty byly publikovány v [10].

Nekonečné pole trhlín můžeme charakterizovat poměrem vzdálenosti mezi trhlínami a tloušťkou povlaku d/t , viz obr. 5.3.. Ze všeho nejdříve bylo nutné určit kritickou velikost $CMOD_{IC}$ pro homogenní vzorek z materiálu podkladu. Dále bylo potřeba pro tento vzorek vypočítat velikost kritického napětí jako funkci poměru d/t . Následně byly stejné výpočty provedeny pro případ průchozích trhlín v povlacích s různými materiálovými vlastnostmi. Velikosti kritických napětí, při jejichž působení dojde k porušení podkladu, závisí na hustotě průchozích trhlín v povlaku a na elastickém mismatch. To je zřejmé z obr. 5.4., kde jsou znázorněny hodnoty normalizovaných kritických napětí $\sigma_{crit}^{(M1/M2)} / \sigma_{crit}^{(M2)}$ pro různé materiálové kombinace a hustotu trhlín.



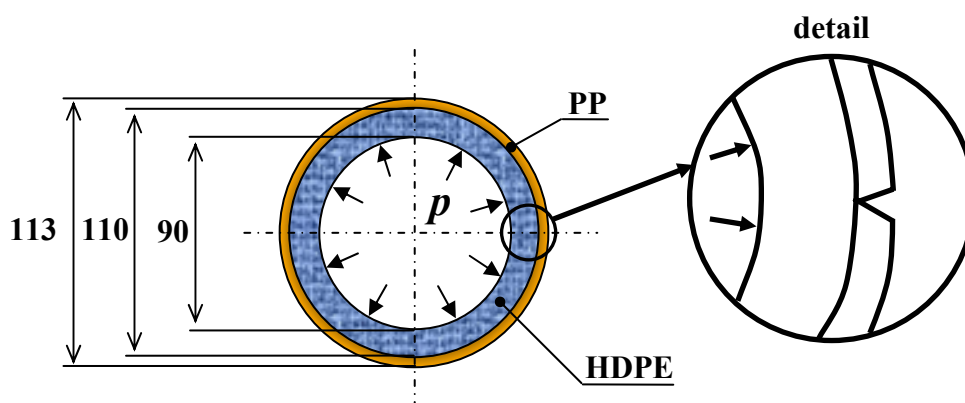
Obr. 5.4. Vypočtená závislost normalizovaných kritických napětí $\sigma_{crit}^{(M1/M2)} / \sigma_{crit}^{(M2)}$ na hustotě sítě průchozích trhlín v povlaku d/t . Plná čára odpovídá homogennímu tělesu, čárkované křivky povlakované struktury.

Z obrázku 5.4. lze vyčíst, že nejvíce nebezpečná kombinace odpovídá případu tuhého povlaku na poddajném podkladu (pro $E_1/E_2 > 1$). Pro tento případ nastává pokles kritických napětí $\sigma_{crit}^{(M1/M2)}$ s nárůstem vzdáleností d mezi trhlínami při dané tloušťce povlaku. Nejnebezpečnější konfigurací je osamocená průchozí trhlina. Přibližně pro poměr $d/t > 10$ již velikost kritických napětí nezávisí na počtu trhlín v poli, což platí i pro případ poddajného povlaku na relativně tuhém podkladu.

Na závěr poznamenejme, že v místech kde je vysoká hustota průchozích trhlín, může povlak přestat plnit svou ochrannou funkci, pro kterou byl původně na součásti použit.

5.2 DVOUVRSTVÉ TRUBKY

Pomocí navržených kritérií bylo posuzováno chování trhlin ve dvouvrstvých trubkách používaných pro rozvod vody a plynů. Ty se v dnešní době vyrábí z HDPE (vnitřní vrstva) a PP (vnější vrstva), což je polyetylen, respektive polypropylen. Jednotlivé materiály byly modelovány jako lineárně-elastické s následujícími vlastnostmi. Vnitřní vrstva: $E_{HDPE}=900\text{MPa}$, $\mu_{HDPE}=0,35$ a $K_{IC}^{HDPE}=3,5\div 4\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Vnější vrstva: $\mu_{PP}=0,35$ a $K_{IC}^{PP}=3\div 3,5\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Modul pružnosti v tahu vnější vrstvy byl měněn a byla sledována závislost kritických velikostí vnitřního tlaku p_{crit} , při kterém projde trhlina šířící se v radiálním směru z vnějšího povrchu přes rozhraní do vnitřní vrstvy, na poměru modulů pružnosti v tahu vnější a vnitřní vrstvy E_2/E_1 . Bylo uvažováno zatížení vnitřním přetlakem o velikosti $p=2\text{MPa}$. Geometrie trubky je zobrazena na obrázku 5.5., přičemž rozměry jsou v mm.

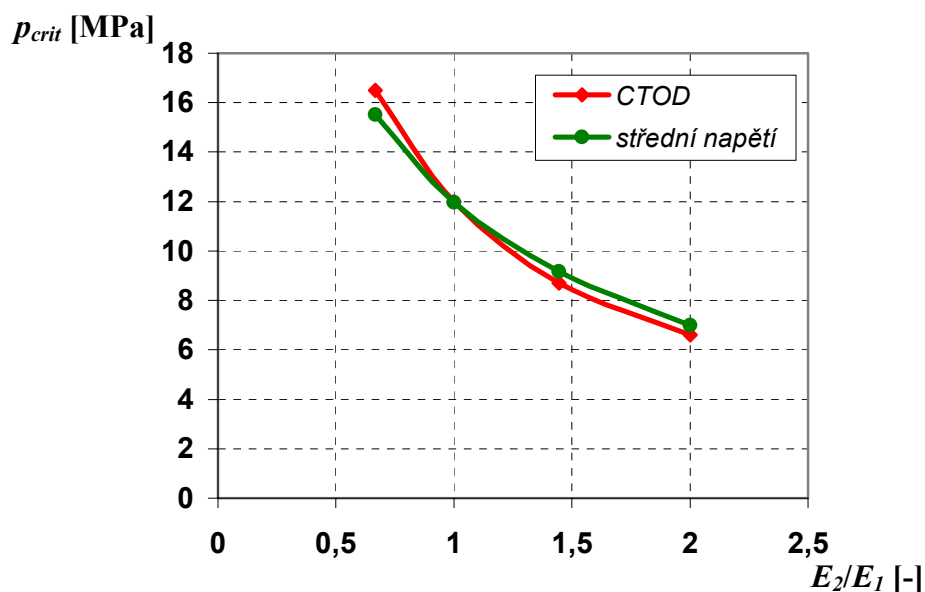


Obr. 5.5. Dvouvrstvá trubka zatížená vnitřním tlakem s trhlinou ve vnější vrstvě v okamžiku, kdy její vrchol leží na rozhraní.

Pro výpočty byly použity dvě kritéria stability. Prvním z nich bylo univerzální kritérium založené na parametru $CTOD$. Na základě předchozích zkušeností zde bylo $CTOD$ určováno z vektoru posunutí na uzlu konečno-prvkové sítě ve vzdálenosti $d=0,002\text{mm}$ od vrcholu trhliny. Druhé kritérium bylo založeno na střední hodnotě otevíracího napětí před vrcholem trhliny $\bar{\sigma}$. Výsledky analýz jsou zobrazeny na obrázku 5.6. Poznamenejme ještě, že pro výpočty byla uvažována minimální hodnota lomové houževnatosti vnitřní vrstvy, tedy $K_{IC}^{M1}=3,5\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

Z obr. 5.6. je vidět, že se vzrůstajícím poměrem modulů pružnosti v tahu vnější a vnitřní vrstvy E_2/E_1 dochází k nepřímo úměrnému poklesu kritické velikosti vnitřního tlaku. Na základě provedené analýzy můžeme pro všechny zde uvažované materiálové kombinace říci, že se trhlina nebude šířit z rozhraní dále do vnitřní vrstvy, jelikož vypočtené kritické hodnoty vnitřního tlaku jsou několikanásobně větší, nežli provozní tlak 2MPa , a tak uvažovaná trhlina nebude v našem případě nebezpečná. Poznamenejme, že na tyto trubky v provozu často působí i další přídatná zatížení [6], [13], která mají za následek snížení kritických velikostí

vnitřního tlaku. V takovém případě již nebude bezpečnost tak vysoká jako pro tento případ ideálního zatížení.



Obr. 5.6. Závislosti kritických hodnot vnitřního tlaku p_{crit} na poměru E_2/E_1 určených na základě veličin CTOD a středního napětí $\bar{\sigma}$ před vrcholem trhliny.

6 ZÁVĚR

Předložená práce se zabývá problematikou šíření trhlin v nehomogenních materiálech. Pozornost byla věnována zejména případu trhliny kolmé k rozhraní mezi dvěma různými materiály, jejíž vrchol leží přímo na tomto rozhraní. V teoretické oblasti bylo navrženo obecné kritérium stability pro trhlínu s vrcholem na rozhraní mezi dvěma materiály s pružně-plastickým chováním, a to i pro případ plastických deformací velkého rozsahu. V aplikační oblasti pak byla řešena problematika porušování tenkých povrchových ochranných vrstev a dvouvrstvého potrubí. Všechny použité postupy jsou založeny na předpokladu, že se trhlina po průchodu rozhraním šíří stejným mechanismem jako by se šířila v čistě homogenním prostředí z druhého materiálu.

Navržená kritéria jsou universální a z výpočtového hlediska poměrně jednoduchá. Jejich použití se neomezuje pouze na materiály s lineárně-elastickými vlastnostmi ani na povrchové ochranné vrstvy, na kterých zde bylo demonstrováno jejich použití. Tato kritéria lze použít obecně pro jakékoliv materiály a pro jakékoliv tloušťky (kromě kritéria založeného na *CMOD*) jednotlivých komponent tvořících bi-materiál. Kritéria lze zobecnit poměrně jednoduše i na obecné případy trhliny, která není kolmá na rozhraní. Předností těchto kritérií je také, že v nich nejsou použity žádné nové materiálové parametry.

Hlavní výsledky disertační práce lze shrnout do následujících bodů:

- 1) Byly nalezeny vhodné lomově-mechanické parametry pro popis chování trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých materiálů, které lze použít jak

v oblasti LELM, tak v oblasti EPLM. Tyto parametry jsou odvozeny na základě veličiny otevření trhliny. Je diskutována možnost, výhody a nevýhody aplikací těchto parametrů pro výpočet kritického napětí pro šíření trhliny přes rozhraní dvou materiálů.

- 2) Byly stanoveny a testovány možné postupy pro kvantifikaci těchto parametrů pomocí metody konečných prvků (MKP) v programu ANSYS. Zejména byla sledována citlivost výsledků v závislosti na volbě hustoty sítě MKP a byla nalezena taková optimální velikost prvků v oblasti vrcholu trhliny, že při dalším zjemnění sítě již nedochází ke změně výsledků, což nám zaručuje spolehlivost dosažených výsledků.
- 3) Byl zobecněn Wellsův výpočet závislosti veličiny otevření kořene trhliny $CTOD$ na hodnotě faktoru intenzity napětí K v homogenním tělese na případ trhliny s vrcholem na rozhraní a byl odvozen analytický vztah mezi $CTOD$ a hodnotou zobecněného faktoru intenzity napětí H platný za podmínek plastických deformací malého rozsahu. Na jeho základě byl dále formulován analyticko-numerický přístup pro výpočet kritické hodnoty $CTOD$ pro trhlínu v nehomogenním tělese. Aplikace tohoto kritéria vyžaduje znalost hodnoty zobecněného faktoru intenzity napětí H .
- 4) Na základě veličin odvozených pomocí otevření trhliny byla navržena tři obecná kritéria stability trhliny s vrcholem na rozhraní pro trhlínu kolmou k rozhraní. Tyto postupy jsou na rozdíl od postupů založených na nutnosti výpočtů hodnot zobecněného faktoru intenzity napětí H z výpočtového hlediska poměrně jednoduché a nevyžadují komplikovanější numerické výpočty. Jedná se o kritéria založená na veličině otevření kořene trhliny $CTOD$ (numerický přístup), otevření trhliny COD a otevření trhliny na povrchu tělesa $CMOD$. Poslední z nich je vhodné zejména pro posouzení stability trhlín v tenkých povrchových vrstvách. Jednotlivá kritéria jsou porovnána a je diskutována jejich použitelnost.
- 5) Pomocí v práci navržených kritérií stability trhliny založených na pojmu otevření trhliny byl nejdříve studován vliv rozdílných modulů pružnosti v tahu v bi-materiálu na chování trhliny s vrcholem na rozhraní. Získané výsledky byly v dalším srovnány s hodnotami určenými pomocí z literatury známých kritérií a byla ověřena aplikovatelnost všech navržených kritérií pro případ trhliny s vrcholem na rozhraní dvou lineárně-elastických materiálů.
- 6) Byl studován vliv rozdílných vlastností jednotlivých složek bi-materiálu v plastické oblasti na chování zejména únavové trhliny s vrcholem na rozhraní. Konkrétně byla analyzována citlivost kritických napětí na změnu poměrů mezi kluzu a zpevnění materiálu jednotlivých komponent. Byla prokázána možnost použití odvozených kritérií pro případ bi-materiálového tělesa, jehož obě složky mají identické chování v elastické oblasti a lišící se v oblasti plastické (např. duplexní ocel).

- 7) Navržená kritéria stability byla aplikována na posouzení stability trhliny v povrchových ochranných vrstvách. Byl navržen aproximativní postup pro výpočet kritického napětí pro šíření trhlin iniciovaných v tenkých povrchových vrstvách do podkladu. Postup je založen na veličině otevření trhliny na povrchu tělesa *CMOD* a umožňuje výpočetně jednoduchý odhad kritického napětí v případě porušování těles s tenkou povrchovou vrstvou namáhanou jak staticky (křehké porušení), tak i cyklickým namáháním (stanovení prahové hodnoty pro zatížení v oblasti vysokocyklové únavy). Tímto postupem byl rovněž sledován vliv hustoty povrchových trhlin na porušování těles s ochrannou vrstvou.
- 8) Byla provedena analýza lomového chování dvouvrstevných HDPE/PP trubek používaných pro rozvod vody a plynu. Cílem těchto výpočtů, které byly provedeny v rámci řešení grantu GA ČR 101/05/0227, bylo mimo jiné přispět k materiálové a tvarové optimalizaci vzhledem k zajištění požadované životnosti trubek s ohledem na možná porušení při jejich exploataci. Ve všech případech byla věnována speciální pozornost chování trhlin s vrcholem na rozhraní mezi funkční vnitřní trubkou a její ochranou vrstvou. Kromě vyšetřování stability trhliny s vrcholem na rozhraní byla provedena i komplexní analýza šíření trhlin v těchto potrubích.
- 9) Byly stanoveny veličiny nezbytné pro vyhodnocování kritických lomově-mechanických parametrů získaných v laboratoři na malých vzorcích vyrobených přímo z dvojvrstevných trubek. Tyto výsledky přispívají k jednoduššímu, ekonomičtějším a rychlejšímu vyhodnocování charakteristik používaných HDPE/PP materiálů. Na základě dvouparametrové lomové mechaniky byla diskutována možnost přenosu těchto veličin na trubky používané v praxi.

Tato práce byla vypracována za finanční podpory následujících grantů:

- **GAČR 101/03/0331** Simulace šíření únavových trhlin ve složitých provozních podmínkách metodou konečných prvků.
- **GA AV ČR č. K2076106** Role rozhraní dvou materiálů v lomové mechanice únavových trhlin.
- **GAČR 101/05/0227** Studium lomového chování kompozitních trubek z polyolefinů.
- **GAČR 101/05/0320** Řešení obecných koncentrátorů napětí v anisotropních heterogenních prostředích pomocí kombinace MKP a technicky spojitě rozložených dislokací.
- **GAČR 106/05/H008** Víceúrovňový design pokrokových materiálů.
- **GAČR 106/07/1284** Houževnatost polyolefinových kompozitů se submikroskopickými částicemi.

7 SUMMARY

The work presented here deals with the problem of crack propagation through an interface between two different materials. The emphasis is placed upon formulations of crack stability criteria for configuration when the crack tip is terminated at the bi-material interface. Critical values of crack opening displacement are used for crack stability criteria formulations, which enables us to describe the behavior of a crack with its tip at the bi-material interface even in cases where the individual bi-material components are under the plastic strain conditions. The methodology of analyzed problem solution is described and the crack stability criteria are suggested. Those criteria are applicable in fields of both linear-elastic fracture mechanics and elastic-plastic fracture mechanics. Individually suggested criteria are based on the following parameters: crack tip opening displacement *CTOD*, crack opening displacement *COD* and crack mouth opening displacement *CMOD*. The previously mentioned parameters are used in the field of linear-elastic fracture mechanics and elastic-plastic fracture mechanics. Suggested criteria are further applied to the investigation of crack behavior in industrial applications, specifically to crack propagation analysis in surface protective layers and in double-layer pipes that are used for water and gas distribution. At the conclusion of this work the obtained results are discussed and the most important pieces of information gathered are summarized.

8 LITERATURA

- [1] Anderson T. L.: *Fracture Mechanics Fundamentals and Applications*, Second Edition. CRC Press, London, 1995.
- [2] Bareš P. *Šíření únavových trhlin přes rozhraní dvou materiálů*. Diplomová práce, ÚMT FSI VUT v Brně, Brno, 2003.
- [3] Bareš P., Knésl Z.: *Analysis of a crack growing through an interface of two different materials based on crack tip opening displacement*. Sborník konference Inženýrská mechanika 2004, pp 35-43, Svratka, 2004.
- [4] Bareš P.: *Analýza šíření trhliny přes rozhraní dvou různých materiálů*. Pojednání ke Státní doktorské zkoušce, Brno, 2005.
- [5] Gröger R.: *Characterisation of fracture-mechanical behavior of bimaterial V-notcheds using BEM*. Ph.D. Disertation, Brno University of Technology, Brno, 2003.
- [6] Hessel J.: *Mindesbehebenddauer von erdverlegten Rohen aus Polyethylen ohne Sandeinbettung*. Sonderdruck aus 3R international, 40 jahrgang, Helf 4, pp. 178-184, 2001.
- [7] Hutař P., Knésl Z.: *Vliv T- napětí na přepočtové vztahy pro otevření v kořeni trhliny a J-integrálu*. Sborník konference Inženýrská mechanika 2002, Svratka, 2002.
- [8] Kim A. S., Suresh S., Shih C. F.: *Plasticity effects on fracture normal to interfaces with homogeneous and graded compositions*. Int. J. Solids Structures, Vol. 34, No. 26, pp. 3415-3432, 1997.
- [9] Knésl Z., Knápek A., Bednář K.: *Evaluation of the critical stress in bonded materials with a crack perpendicular to the interface*. Proceedings of the International Conference Surface Modification Technologies XI, ed. T. S. Sudershan, M. Jeandin, K. H. Khor, The Institute of Materials, London 1998.
- [10] Knesl Z., Náhlík L., Bareš P.: *Failure behaviour of coated structures*. Journal of Computational and Applied Mechanics, přijato k tisku, 2006.
- [11] Knésl Z., Náhlík L., Radon J. C.: *Influence of interface on fatigue threshold values in elastic bimaterials*. Computational Materials Science, 28, pp. 620-627, 2003.
- [12] Náhlík L.: *Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů*. Ph.D. disertační práce, ÚFM AV ČR, Brno, 2002.
- [13] Nezbedová E., Zahradníčková A., Salajka Z.: *Brittle failure versus structure of HDPE pope grades*. Journal Macromoleculal Science-Physic B40 (384), pp. 507-515, 2001.
- [14] Pippan R., Riemelmoser F. O.: *Fatigue of bimaterials. Investigation of the plastic mismatch in case of cracks perpendicular to the interface*. Computational Materials Science, Vol. 13, Issue 1-3, pp. 108-116, December 1998.
- [15] Riemelmoser F. O., Pippan R.: *The J-integral at Dugdale cracks perpendicular to interface of materials with dissimilar yield stresses*. International Journal of Fracture 103, pp. 397-418, 2000.

- [16] Solanski A., Daniewicz S. R., Newman J. C., Jr.: *A new methodology for computing crack opening values from finite element analyses*. Engineering Fracture Mechanics, Volume 71, Issues 7-8., 2004.
- [17] Sugimura. Y., Lim P. G., Shih C.F., Suresh S.: *Fracture normal to a bimaterial interface: Effect of plasticity on crack-tip shielding and amplification*. Acta Metall. Mater., Vol. 43, No. 3, pp. 1157-1169, 1995.
- [18] Šestáková L., Majer Z., Náhlík L., Knesl Z.: *Numerical analysis of a surface crack in protective layers*. Sborník konference Inženýrská mechanika 2006, pp. 348-349, Svratka, 2006.

9 SEZNAM VLASTNÍCH PUBLIKACÍ

- [1] Bareš P.: *Šíření únavových trhlin přes rozhraní dvou materiálů*. Diplomová práce, ÚMT FSI VUT v Brně, Brno, 2003.
- [2] Bareš P., Knésl Z.: *Hodnocení stability trhliny s vrcholem na rozhraní mezi dvěma materiály s odlišnou mezí kluzu*. Sborník konference Výpočtová mechanika 2003, pp. 29-36, Nečtiny, 2003.
- [3] Bareš P., Knésl Z.: *Problematika hodnocení rozhraní dvou materiálů z hlediska nelineární pružně-plastické lomové mechaniky*. Sborník semináře Semdok 2004, pp. 133-138, Žilina, 2004.
- [4] Bareš P., Knésl Z.: *Analysis of a crack growing through an interface of two different materials based on crack tip opening displacement*. Sborník konference Inženýrská mechanika 2004, pp 35-43, Svratka, 2004.
- [5] Bareš P.: *Modelování vlastností specifické třídy bi-materiálových těles s ohledem na řešení úloh lomové mechaniky*. Sborník konference Lomová mechanika 2004, pp. 7-14, Brno, 2004.
- [6] Bareš P., Knésl Z., Nezbedová E., Vlach B.: *Fracture Behavior of PE Composite's Pipes*. Sborník konference Polymerwerkstoffe 2004, pp. C18-C18, Halle/Salle, 2004.
- [7] Bareš P.: *Analýza šíření trhliny ve vícevrstevném potrubí*. Sborník konference Výpočtová mechanika 2004, pp. 21-28, Nečtiny, 2004.
- [8] Bareš P., Knésl Z.: *Vliv trhliny v ochranném plášti na bezpečnost dvouvrstvého potrubí*. Sborník semináře Semdok 2005, pp.31-34, Žilina, 2005.
- [9] Bareš P.: *Posouzení šíření trhliny přes rozhraní dvou různých materiálů na základě analýzy profilu trhliny v blízkosti jejího kořene*. Sborník konference Applied Mechanics 2005, pp. 3-4, Hrotovice, 2005.
- [10] Knésl Z., Bareš P.: *Fracture conditions for a crack terminating at the interface of two elastic materials*. 10. Tagung Problemseminar Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen, pp. 206-212, Merseburg, 2005.
- [11] Knésl Z., Bareš P., Náhlík L.: *Evaluation of the fatigue threshold of coated structures*. Twelfth Annual International Conference on Composites/Nano Engineering ICCE-12, Tenerife, Canary Islands, Spain, 2005.
- [12] Knésl Z., Náhlík L., Bareš P.: *Failure behaviour of coated materials*. 10th International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics & 4th Workshop on Trefftz Methods, pp. 47-48, Žilina, 2005.
- [13] Nezbedová E., Vlach B., Knésl Z., Langer P., Bareš P.: *RCP Versus Strain Behaviour of PE Pipes Materials*. 10. Tagung Problemseminar Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen, Merseburg, 2005.
- [14] Bareš P.: *Analýza stability trhliny v povrchových ochranných vrstvách na základě otevření trhliny na povrchu tělesa*. Víceúrovňový design pokrokových materiálů 2005, pp. 207-215, Brno, 2005.
- [15] Bareš P.: *Analýza šíření trhliny přes rozhraní dvou různých materiálů*. Pojednání ke Státní doktorské zkoušce, Brno, 2005.

- [16] Bareš P., Knesl Z.: *Crack tip opening displacement determination for a crack terminating at the bimaterial interface*. Sborník konference Inženýrská mechanika 2006, pp. 20-21, Svratka, 2006.
- [17] Bareš P, Fiedler L., Knésl Z.: *Two-parameter description of fracture toughness behaviour of HDPE pipe materials*. Sborník abstraktů konference Polymerwerkstoffe 2006, pp. 158-158, Halle/Salle, 2006.
- [18] Bareš P., Fiedler L.: *Stanovení odolnosti HDPE materiálů vůči šíření trhlin z pohledu dvou-parametrové lomové mechaniky. Víceúrovňový design pokrokových materiálů* 2006, pp. 163-170, Brno, 2006.
- [19] Knesl Z., Náhlík L., Bareš P.: *Failure behaviour of coated structures*. Journal of Computational and Applied Mechanics, přijato k tisku, 2006.

10 CURRICULUM VITAE

Jméno: Pavel BAREŠ, Ing.
Datum narození: 20. června 1980
Adresa: Komárov 219, 785 01 – Šternberk
Národnost: česká
E-mail: pavel.bares@seznam.cz

Vzdělání:

2003 – dosud Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství & Ústav fyziky materiálů, Akademie věd České republiky v Brně
Doktorský studijní program
Obor: Inženýrská mechanika
1998 – 2003 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství
Magisterský studijní program
Obor: Inženýrská mechanika

Praktické zkušenosti:

2002 – 2006 Analýza šíření trhlin pomocí metody konečných prvků (MKP)
Ústav fyziky materiálů Akademie věd České Republiky v Brně
2003 – 2006 Výuka předmětu Pružnost a pevnost II
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Osobní úspěchy a ocenění:

Červený diplom za magisterské studium (FSI, VUT v Brně)
Cena nadace PRECIOSA za nejlepší diplomovou práci (2003)

Jazykové znalosti: Angličtina: slovem i písmem, profesionální terminologie
Němčina: slovem i písmem, v rámci dvouletého studia

Schopnost práce na PC: ANSYS, MS Office, Pro-E Wildfire, AutoCAD
Matlab, Solid Works