

**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
FAKULTA STAVEBNÍ  
Ústav vodních staveb**

**Ing. Jan Jandora**

**NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ PORUŠENÍ  
SYPANÉ HRÁZE PŘELITÍM**

**NUMERICAL MODELLING OF EARTH DAM  
BREACHING DUE TO OVERTOPPING**

Obor: Vodní hospodářství a vodní stavby  
36-35-9

Školitel: Doc. Ing. Vlastimil Stara, CSc.

Oponenti: Prof. Ing. Vojtěch Broža, DrSc.  
Prof. Ing. Jozef Kamenský, CSc.  
Ing. Oldřich Neumayer, CSc.

Datum obhajoby: 13. 11. 2000

© 2000 Jan Jandora

ISBN 80-214-1760-9

# 1 OBSAH

2	ÚVOD .....	4
3	SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY PORUŠENÍ SYPANÝCH HRÁZÍ PŘELITÍM.....	5
4	CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE .....	7
5	HODNOCENÍ RIZIKA .....	8
6	MATEMATICKÁ FORMULACE PROBLÉMU PROTRŽENÍ SYPANÉ HRÁZE .....	9
6.1	MODIFIKOVANÝ SINGHŮV MODEL .....	9
6.2	POČÁTEČNÍ PODMÍNKY .....	11
7	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MODIFIKOVANÉHO SINGHOVA MODELU .	11
7.1	DISKRETIZACE MATEMATICKÉHO MODELU PROUDĚNÍ VODY NÁTRŽÍ.....	11
7.2	CITLIVOSTNÍ ANALÝZA .....	12
7.2.1	<i>Analýza tvaru nátrže.....</i>	12
7.2.2	<i>Vliv koeficientů <math>\alpha_2</math> a <math>\beta_2</math>.....</i>	14
7.3	KALIBRACE MODIFIKOVANÉHO SINGHOVA MODELU .....	15
8	STOCHASTICKÉ MODELOVÁNÍ PORUŠENÍ SYPANÉ HRÁZE PŘELITÍM.....	16
8.1	LATIN HYPERCUBE SAMPLING.....	17
8.2	VÝSLEDKY STOCHASTICKÉHO MODELOVÁNÍ .....	17
9	PROGRAM NÁTRŽ.....	21
10	ZÁVĚR .....	22
11	LITERATURA .....	22
12	SYMBOLIKA .....	23
13	NUMERICAL MODELLING OF EARTH DAM BREACHING DUE TO OVERTOPPING .....	25
13.1	INTRODUCTION .....	25
13.2	STOCHASTIC MODELLING OF EARTH DAM BREACH DUE TO OVERTOPPING. DESIGN OF CRITICAL HYDROGRAPH.....	25
13.3	FORMULATION OF THE PROBLEM OF AN EARTH DAM BREACH DUE TO OVERTOPPING .....	25
13.4	MODIFIED SINGH MODEL .....	26
13.5	CALIBRATION OF THE MODEL .....	27
13.6	LATIN HYPERCUBE SAMPLING.....	28
13.7	RESULTS OF STOCHASTIC MODELLING .....	28
13.8	CONCLUSIONS.....	28
13.9	LIST OF SYMBOLS .....	28
14	CURRICULUM VITAE .....	29

## 2 ÚVOD

Bezpečnost vzdouvacích staveb je trvale předmětem zájmu odborníků zabývajících se jejich návrhem, výstavbou a provozem. V odborné literatuře je této problematice věnována řada monografií, příruček, článků ve specializovaných časopisech a sbornících z konferencí a kongresů (zejména světového přehradního výboru - ICOLD) [5], [6], [7], [8], [9], [21] a další.

Největší pozornost je věnována problematice bezpečnosti sypaných přehrad, jejichž existence představuje potenciální hrozbu pro území pod hrází. V české odborné literatuře se otázkou bezpečnosti přehrad zabývá např. [1], v zahraniční literatuře pak dokumenty světového přehradního výboru a jeho odborných komisí.

Vytvořením přehradní nádrže a jejím provozem vzniká mimo jakoukoli pochybnost také potenciální riziko možné katastrofické poruchy tělesa sypané hráze, které může mít své příčiny:

- × hydrologické,
- × geologické,
- × konstrukční,
- × seismické,
- × ve snížené spolehlivosti funkčních zařízení regulujících odtok vody z nádrže.

Mezinárodní přehradní komise definovala bezpečnost přehrad jako schopnost objektu, nádrže a údolí po vodě plnit svou funkci po dobu očekávaného života z hlediska:

- × životního prostředí,
- × konstrukčního,
- × hydraulického
- × a provozního hlediska.

Z těchto hledisek nemá dojít k havárijním poruchám, zvláště pak ke kritickým poruchám, které vedou k totální destrukci hráze.

Rozdělení poruch přehrad podle příčin je podle Vogela uvedeno v Tab. 2.1. Největší počet poruch připadá na jejich přelití a na poruchy podloží. Poruch v projektové přípravě a v provádění je poměrně málo.

příčina	starší přehrady (před r. 1945)		novější přehrady (po r. 1945)		všechny přehrady	
	počet	(%)	počet	(%)	počet	(%)
přelití	86	37	25	33	111	36
porucha podloží	77	33	27	36	104	33
neznámé příčiny	28	12	14	18	42	14
sesuv břehu nebo svahu	24	10	4	5	28	9
závady při výstavbě	6	3	0	0	6	2
trhliny v tělese přehrady	4	2	5	7	9	3
vlivy války	5	2	0	0	5	2
chyby ve výpočtu	3	1	1	1	4	1
zemětřesení		0	0	0	0	0
celkem	233	100	76	100	309	100

**Tab. 2.1:** Příčiny poruch přehrad [20]

### 3 SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY PORUŠENÍ SYPANÝCH HRÁZÍ PŘELITÍM

Jedním z potenciálně možných a reálných stavů je stav, při kterém úroveň hladiny vody v nádrži je vyšší než úroveň koruny hráze. K tomuto stavu, jehož důsledkem je přelití koruny hráze, může dojít např. při extrémně vysokém přítoku do nádrže v kombinaci s vysokým stavem její hladiny nebo vznikem vlny vyvolané sesuvem velkých mas zeminy resp. horniny do nádrže. O tom, zda dojde při přelití koruny hráze ke vzniku nátrže a ke zničení hráze rozhoduje řada faktorů, mezi něž patří zejména výška přepadající vody, doba trvání tohoto jevu, typ konstrukce hráze, druh jejího materiálu a opevnění koruny, vzdušního líce a paty hráze.

Zmíněný jev vede k nutnosti řešit zcela netradiční, resp. neklasický hydraulický a dynamický problém interakce vody a pevné fáze (geotechnického materiálu – zeminy resp. kamene), ve kterém dochází k erozivní činnosti vody provázené transportem pevné fáze a vznikem nátrže. Problém je nutno řešit především v zájmu bezpečnosti obyvatelstva a ochrany životního prostředí. Jedná se o taková organizační a technická opatření, která by vedla k zamezení ztrát na lidských životech a ke zvýšení ochrany majetku. Základní otázkou, kterou je zapotřebí vyřešit, je stanovení reálně možné avšak nejnepříznivější situace, která se z bezpečnostního hlediska může vznikem nátrže vytvořit. Cílem je určit tzv. návrhový hydrogram povodně vzniklé protržením sypané hráze a na jeho podkladě vymodelovat průběh vzniklé povodňové vlny v povodí pod protrženou hrází.

Při řešení dané úlohy je nutné stanovit následující veličiny:

- × velikost a geometrický tvar nátrže,
- × časový průběh jeho tvorby,
- × průběh hladiny v nádrži,
- × hydrogram povodňové vlny,
- × celkový objem povodně,
- × extrémní průtok.

Je zřejmé, že popisovaný fyzikální děj je velmi složitý. Vystupuje v něm řada faktorů s výrazně nahodilým charakterem, takže simulace jeho průběhu je proto mimořádně náročná. V současné době je otázce potenciálního rizika protržení sypané hráze a stanovení jeho důsledků, věnována celosvětově velká pozornost [15], [3]. Všechny modely používané pro simulaci tohoto jevu jsou však vesměs jednodimensionální a deterministické. Nebyl dosud učiněn pokus aplikovat dvoj- resp. trojdimensionální model, který by objektivněji popisoval tento složitý děj [11].

V případě trojdimensionálního modelu by bylo pravděpodobně zapotřebí použít časově zprůměrované Navier-Stokesovy rovnice (Reynoldsovy rovnice) doplněné vhodným turbulentním modelem, např.  $k$ - $\omega$  model,  $k$ - $\epsilon$  model,  $k$ - $\epsilon$  RNG model [23]. Jinou možností by bylo, přes veškerá úskalí s tím spojená, použití nových směrů výzkumu turbulentního proudění DNS (Direct Numerical Simulation) [12] nebo LES (Large Eddy Simulation) [23]. Proudění vody vyvolá napětí na povrchu

přelévané hráze. Pokud toto napětí je větší než pevnost daného materiálu, dojde k erozi a tím k postupné destrukci sypané hráze. Problémem je stanovení pevnosti materiálu, která je funkcí struktury materiálu, jeho počátečního stavu a průběhu zatížení proudící vodou. Z uvedeného vyplývá, že v současné době vytvoření 3D modelu by nemělo naději na praktické uplatnění.

Vypovídací schopnost 2D modelu přelití a destrukce hráze nepřináší kvalitativní posun oproti 1D modelu, vzhledem k průměrovaným rychlostem po výšce výrazně trojrozměrného proudění.

rok	model	hydrodynamika	pohyb sedimentů
1965	Cristofano	přepad přes širokou korunu	empirický vzorec
1967	Harris & Wagner	přepad přes širokou korunu	Schoklitsch
1977	BRDAM (Brown & Rogers)	přepad přes širokou korunu	Schoklitsch
1977	DAMBR (Fread)	přepad přes širokou korunu	lineární eroze
1981	Lou	rovnice kontinuity a hybnosti	empirický vzorec, Mayer-Petr a Mueller
1981	Ponce & Tsivoglou	rovnice kontinuity a hybnosti	
1985	BREACH (Fread)	přepad přes širokou korunu	Mayer-Petr, Mueller, Smart
1985	BEED (Singh & Scarlatos)	přepad přes širokou korunu	Einstein-Brown

**Tab. 3.1:** 1D modely porušení hrází [22], [16]

Používané jednodimenzionální matematické modely (Tab 3.1) lze rozdělit do dvou skupin [11], [3]. Třídícím znakem je způsob výpočtu průtoku nátrží sypané hráze, který se vypočítává buď (blíže Kap. 6):

- a) jako přepad přes širokou korunu,
- b) nebo řešením 2 rovnic (kontinuity a hybnosti) v 1D úloze.

Věcná přesnost obou modelů je přibližně stejná. Pro snazší kalibraci a verifikaci modelu byl přijat v předložené práci model typu ad a), který je popsán v knize V. P. Singha [15].

Pro úspěšnou aplikaci kteréhokoliv z uvedených modelů je zapotřebí specifikovat:

- \* batygrafickou křivku nádrže,
- \* parametry vlastní hráze (tvar, průměr zrna, odolnost proti erozi, úhel vnitřního tření, kohezi, ...).

Jednou z nejproblematictějších otázek je stanovení počátečního tvaru a velikosti nátrže. Bez ohledu na to, jak je model sofistikovaný, existuje výrazný stupeň nejistoty pramenící z neurčitosti řady veličin, které v daných 1D modelech vystupují. Jediným východiskem z této situace je použití metody stochastické simulace založené na aplikaci metody Monte-Carlo a metody hypercube sampling. Konečným cílem stochastické simulace je stanovení reálné avšak nejnepříznivější hydrologické situace vzniklé potenciálně možným protržením sypané hráze. Základem stochastického modelu je v daném problému upravený deterministický model uvedený Singhem [15], [16].

## 4 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cílem disertační práce je:

- a) ověření kvality modifikovaného Singhova modelu [15], přičemž modifikace spočívá v rozšíření účinku eroze proudící vody na šířku dna a svahů nátrže, pomocí citlivostní analýzy a porovnání s výsledky fyzikálního modelování,
- b) pomocí stochastického modelování určit návrhový hydrogram, který by odpovídal reálně možné nejnepříznivější situaci.

Průtok nátrží se počítá jako přepad přes širokou korunu. V problému jsou neznámými funkcemi:

- ✗ úroveň hladiny v nádrži  $H(t)$ ,
- ✗ úroveň dna nátrže  $Z(t)$ ,
- ✗ šířka nátrže  $b(t)$ ,
- ✗ sklony svahů nátrže  $s(t)$ ,
- ✗ střední průřezová rychlost proudění vody nátrží  $v(t)$ .

Výsledkem řešení deterministického počátečního problému je hydrogram povodně způsobené porušením sypané hráze v důsledku jejího přelití.

Disertace obsahuje rovněž citlivostní analýzu uvedeného Singhova modelu porušení sypané hráze. Citlivostní analýza je zaměřena především na určení vlivu empirických koeficientů ( $\alpha_1, \beta_2, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_4, \beta_4$ ) vyjadřující průtok nátrží a účinek eroze proudící vody a dále na vliv přítoku do nádrže. Výsledné grafy dokumentují vliv jednotlivých koeficientů a vliv přítoku do nádrže.

Cílem citlivostní analýzy zvoleného modelu je zjistit vliv změny vstupních údajů na změnu hledaných výstupních veličin, kterými jsou v daném problému rychlost tvorby nátrže, velikost průtoku nátrží hráze, doba trvání destrukce hráze a časový průběh hladiny v nádrži. Znalost tzv. odezvy matematického modelu na změnu hodnot vstupních parametrů je důležitá pro vyhodnocení použitelnosti modelu, dále pro poznání které ze vstupních parametrů mají dominantní vliv na výstupní hodnoty a je jim proto nutné věnovat zvýšenou pozornost při analýze chování modelovaného objektu. Výsledky citlivostní analýzy jsou v disertaci prezentovány v tabelární a grafické formě. Hodnoty vstupních veličin se pohybují v intervalech hodnot, které pokládáme za reálně možné. Výška hráze, její šířka a materiál odpovídají pak parametrům fyzikálního modelu, který byl použit pro studium daného jevu [19].

Vzhledem k neurčitosti vstupních parametrů je daný problém řešen jako stochastický. Na jeho řešení je navržena modifikovaná metoda Monte-Carlo s použitím metody hypercube sampling.

Výsledkem disertační práce je program, který v konkrétní situaci umožní získat informaci o reálně možné, avšak nejhorší hydrologickou situaci, která může vzniknout protržením konkrétní hráze. Ta by pak byla podkladem pro vypracování plánu technických a bezpečnostních opatření v daném povodí.

## 5 HODNOCENÍ RIZIKA

Hodnocení rizika (risk assessment) napomáhá nalézt nejnepříznivější situaci z hlediska ztrát na životech a škod na majetku a přírodě. Pro případ porušení sypané přelítím a následnou záplavu v údolí pod hrází může určit nejnepříznivější situaci povodně ze všech reálně možných situací. Ta by pak byla podkladem pro vypracování plánu technických a bezpečnostních opatření v daném povodí.

V případě porušení sypané hráze přelítím se ohodnocení rizika stanoví z velikosti vzniklé povodňové vlny (ať z hlediska maximálního průtoku, doby trvání porušení, velikosti objemu povodňové vlny, atd.) a jejího následného průtoku údolím pod hrází, která má podobu povodně. Povodňová situace je nebezpečná z hlediska ztrát na lidských životech, ztrát na majetku, poškození životního prostředí, atd.

Odpověď na otázku pravděpodobnosti výskytu vzniku povodňové vlny určité velikosti dává stochastický model porušení nádrže, který umožňuje získat v konkrétní situaci informaci o reálně možné, avšak nejhorší situaci, která může vzniknout protržením konkrétní hráze. Tuto pravděpodobnost lze odečíst z hustoty (resp. distribučních funkcí) maximálních průtoků nádrží, doby porušení, objemu povodňové vlny, atd.

Ohodnocení vzniku škod způsobených povodňovou vlnou je velice problematická socioekonomická otázka, která překračuje rámec této disertace. Průchod povodňové vlny údolím je možné určit pomocí matematického modelu proudění vody v soustavě vodotečí. V závislosti na přijatých zjednodušeních lze pro modelování průběhu povodňové vlny údolím pod hrází použít:

- ✦ obecný 3D nestacionární model (např. k- $\epsilon$  model), který je prakticky obtížně použitelný, protože vyžaduje značné množství vstupních údajů.
- ✦ 2D nestacionární model (např. k- $\epsilon$  model). Je vhodný v případě proudění vody v inundacích, kdy je zapotřebí znát konkrétní průběh hladiny v jednotlivých bodech, vyžaduje však znovu poměrně značné množství vstupních údajů.
- ✦ 1D nestacionární model:
  - ✦ řešení modifikovaných rovnic Barré de Saint Venanta,
  - ✦ model, který má široké uplatnění. Inundace je možné modelovat zvláštními větvemi. V současné době je možné použít program např. „Mikel 1“.

Pomocí modelu proudění vody v soustavě vodotečí lze určit záplavové čáry, dobu záplavy, hloubku vody a její rychlost.

Další problém je spojen s ohodnocením zaplavených území. Je zapotřebí danému dílčímu území přiřadit váhové funkce, které jsou odvislé od druhu území (sídliště, památky, průmyslové objekty, komunikace, zemědělská půda) a jeho využívání. Tyto váhové funkce by měli být stanoveny ekonomy, ekology, historiky, politiky, psychology, atd. Je zřejmé, že území s městskou zástavbou, historickými památkami, průmyslovými oblastmi mají větší váhovou funkci než území např. se zemědělsky obdělávanou půdou. Problematickou otázkou se jeví zejména ohodnocení lidských životů, ohodnocení psychické deprese lidí po povodni (může vést až k sebevraždě), ohodnocení historických památek, ohodnocení propojení odběratelsko-dodavatelských vztahů, ohodnocení ekologických havárií, ohodnocení ztráty živočišného druhu, atd.



Risk assessment je pak možné vyjádřit např. pomocí následujících vztahů:

$$RA = \Sigma \left( \begin{array}{l} \text{hodnota váhové} \\ \text{funkce daného} \\ \text{dílního povodí} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{pravděpodobnost} \\ \text{vzniku dané} \\ \text{povodně} \end{array} \right),$$

$$RA = \Sigma \left( \begin{array}{l} \text{plošný} \\ \text{obsah} \\ \text{území} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{hodnota váhové} \\ \text{funkce daného} \\ \text{dílního povodí} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{pravděpodobnost} \\ \text{vzniku dané} \\ \text{povodně} \end{array} \right),$$

$$RA = \Sigma \left( \begin{array}{l} \text{plošný} \\ \text{obsah} \\ \text{území} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{hodnota váh.} \\ \text{funkce daného} \\ \text{dílního povodí} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{pravděp.} \\ \text{vzniku dané} \\ \text{povodně} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{hloubka} \\ \text{vody} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{doba} \\ \text{zatopení} \end{array} \right).$$

Jako nejhorší se potom jeví situace s největší hodnotou  $RA$ . Přestože tyto otázky jsou zde zmiňovány, nejsou náplní vlastní disertační práce.

## 6 MATEMATICKÁ FORMULACE PROBLÉMU PROTRŽENÍ SYPANÉ HRÁZE

Neklasický problém porušení sypané hráze přelitím je dekomponován z obecného počátečního a okrajového 3D problému na 1D problém. Důvody pro přijetí tohoto radikálního zjednodušení jsou především v extrémní náročnosti jak teoretické tak praktické, které by si vyžádalo řešení silně turbulentního trojrozměrného proudění směsi vody a zeminy o proměnné hustotě v oblasti s prostorově i časově se měnící hranicí (volná hladina, pohybující se dno a stěny nátrže vlivem eroze). Proto byl pro řešení navržen a přijat 1D model s neznámými funkcemi průtoku nátrží  $Q_b$  a průřezovou plochou  $A_b$ , který má dvě varianty:

- \* v první je úloha formulována jako 1D počáteční úloha a  $Q_b(t)$  je modelován jako průtok přes přepad přes širokou korunu s přepadovou výškou  $H(t) - Z(t)$ , kde  $H(t)$  je výška hladiny v nádrži a  $Z(t)$  dno nátrže měřené od referenční roviny,
- \* v druhé pak je problém formulován jako 1D počáteční a okrajový, který je formulován v neznámých funkcích  $A_b(x,t)$  a  $Q_b(x,t)$  a tvoří jej dvě rovnice získané aplikací zákona zachování hmotnosti a hybnosti a příslušné počáteční a okrajové podmínky.

V obou variantách se hladina v nádrži a tvar nátrže v čase mění. Průřezová plocha nátrže  $A_b$  se aproximuje buď obdélníkem, lichoběžníkem nebo trojúhelníkem.

### 6.1 Modifikovaný Singhův model

Problém je formulován jako 1D počáteční, přičemž proudící médium je voda. Neznámými funkcemi jsou:

- $H(t)$  - úroveň hladiny v nádrži měřená od referenční roviny [m],
- $Z(t)$  - úroveň dna nátrže tělesa hráze měřená od referenční roviny [m],
- $b(t)$  - šířka nátrže ve dně [m],
- $s(t)$  - sklony svahů nátrže [m],
- $v(t)$  - střední průřezová rychlost proudění vody nátrží [m/s].

K určení pěti neznámých funkcí jsou k dispozici následující rovnice: rovnice vyjadřující okamžitou změnu objemu nádrže jako funkci přítoku do nádrže  $Q_{in}$  a odtoku z nádrže  $Q_b$  a  $Q_f$ :

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_b - Q_f. \quad (6.1)$$

Pro prizmatický tvar nádrže platí:

$$V(t) = A_s H(t),$$

kde  $A_s$  je plošný obsah paralelního řezu s hladinou v nádrži. Pak (6.1) nabývá tvaru:

$$A_s \frac{dH}{dt} = Q_{in} - Q_b - Q_f, \quad (6.1')$$

vycházející ze zákona zachování hmotnosti, kde  $Q_{in}$  je přítok do nádrže,  $Q_b$  průtok vody nádrží a  $Q_f$  průtok vody funkčními objekty.

Zbývající rovnice jsou rovnice stavové a vyjadřují vztah mezi:

✦ rychlostí proudění  $v(t)$  a přepadovou výškou  $[H(t) - Z(t)]$ :

$$v = \alpha_1 (H - Z)^{\beta_1}, \quad (6.2)$$

✦ mezi okamžitou změnou dna nádrže  $Z(t)$ , tj. jeho rychlostí poklesu  $\frac{dZ(t)}{dt}$

a rychlostí proudění  $v(t)$ :

$$\frac{dZ}{dt} = -\alpha_2 v^{\beta_2}, \quad (6.3)$$

✦ mezi okamžitou změnou šířky nádrže  $\frac{db(t)}{dt}$  a sklonu jeho svahů  $\frac{ds(t)}{dt}$  platí

analogické vztahy jako v případě daném rovnicí (6.3):

✦  $b(t)$  a  $v(t)$ :

✦ v případě, že dno nádrže nedosáhlo dna nádrže:

$$\frac{db}{dt} = \alpha_3 v^{\beta_3}, \quad (6.4')$$

✦ v případě, že dno nádrže dosáhlo dna nádrže:

$$\frac{db}{dt} = \alpha_4 v^{\beta_4}, \quad (6.4'')$$

✦  $s(t)$  a  $v(t)$ :

$$\frac{ds}{dt} = \alpha_5 v^{\beta_5}. \quad (6.5)$$

V rovnicích (6.2) - (6.5) jsou  $\alpha_1$  a  $\beta_1$  empirické koeficienty charakterizující hydraulické vlastnosti nádrže a  $\alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_4, \beta_4, \alpha_5, \beta_5$  empirické koeficienty vyjadřují účinek eroze proudící vody. Výrazná neurčitost těchto koeficientů činí řešení konkrétního problému krajně obtížným. Jisté informace o jejich hodnotách lze získat analýzou evidovaných poruch tohoto typu na skutečných hrázích resp. fyzikálním modelováním jehož spolehlivost je rovněž problematická a to pro nesplnění kritérií podobnosti.

Výpočet průtoku vody nádrží  $Q_b$  lze aproximovat empirickým vzorcem pro přepad přes korunu jezu. Pro případ lichoběžníkového tvaru nádrže je  $Q_b$  vyjádřeno následovně:

$$Q_b = m b \sqrt{2g} (H - Z)^{3/2} + m_t s \sqrt{2g} (H - Z)^{5/2}, \quad (6.6)$$

resp.

$$Q_b = M b (H - Z)^{3/2} + M_t s (H - Z)^{5/2}, \quad (6.7)$$

kde  $m$  je součinitel přepadu pro obdélníkový přeliv,  $m_t$  součinitel přepadu pro trojúhelníkový přeliv,  $M$ , resp.  $M_t$  rozšířené součinitele přepadu. Součinitelé přepadu jsou funkcí tvaru přelivné plochy, polohy hladiny v recipientu pod jezem, šířky přelivné hrany a vzdálenosti koruny přelivu nade dnem nádrže.

## 6.2 Počáteční podmínky

Príslušné počáteční podmínky daného počátečního problému (6.1) – (6.5) jsou následující:

$$\begin{aligned} H(t=0) &= H_0, & Z(t=0) &= Z_0, \\ b(t=0) &= b_0, & s(t=0) &= s_0, \\ v(t=0) &= v_0. \end{aligned}$$

# 7 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MODIFIKOVANÉHO SINGHOVA MODELU

## 7.1 Diskretizace matematického modelu proudění vody nádrží

Pro přibližnou numerickou integraci rovnic (6.1) až (6.5) byla zvolena jednokroková metoda. Označme  $\Delta t$  časový krok, diskrétní čas  $t_n = t_0 + n \Delta t$ ,  $n = 1, 2, \dots$ .

Pro  $n = 1$  platí:

$$A_s(H_0) \frac{H(t_1) - H(t_0)}{\Delta t} = Q_{in}(t_0) - Q_b(t_0) - Q_f(t_0), \quad (7.1)$$

odtud:

$$H(t_1) = \frac{\Delta t}{A_s(H(t_0))} [Q_{in}(t_0) - Q_b(t_0) - Q_f(t_0)] + H(t_0), \quad (7.2)$$

kde

$$Q_b(t_0) = m b(t_0) \sqrt{2g} [H(t_0) - Z(t_0)]^{3/2} + m_t s(t_0) \sqrt{2g} [H(t_0) - Z(t_0)]^{5/2}. \quad (7.3)$$

Pro střední profilovou rychlost platí:

$$v(t_0) = \frac{Q_b(t_0)}{A_b(t_0)}, \quad (7.4)$$

kde

$$A_b(t_0) = b(t_0) [H(t_0) - Z(t_0)] + s(t_0) [H(t_0) - Z(t_0)]^2. \quad (7.5)$$

Diskretizací rovnice (6.3) se obdrží:

$$\frac{Z(t_1) - Z(t_0)}{\Delta t} = -\alpha_2 v(t_0)^{\beta_2} \quad (7.6)$$

a odtud:

$$Z(t_1) = -\Delta t \alpha_2 v(t_0)^{\beta_2} + Z(t_0). \quad (7.7)$$

Obdobně ze vztahů (6.4') a (6.4''), resp. (6.5) po diskretizaci a úpravě vypočteme  $b(t_1)$ , resp.  $s(t_1)$ :

$$b(t_1) = \Delta t \alpha_3 v(t_0)^{\beta_3} + b(t_0), \quad \text{je-li } Z(t_0) > Z_d, \quad (7.8)$$

$$b(t_1) = \Delta t \alpha_4 v(t_0)^{\beta_4} + b(t_0), \quad \text{je-li } Z(t_0) \approx Z_d, \quad (7.9)$$

$$s(t_1) = \Delta t \alpha_5 v(t_0)^{\beta_5} + s(t_0), \quad (7.10)$$

kde  $Z_d$  je kóta dna nádrže.

Pro  $n = i$  platí:

$$H(t_i) = \frac{\Delta t}{A_s(H(t_{i-1}))} [Q_{in}(t_{i-1}) - Q_b(t_{i-1}) - Q_f(t_{i-1})] + H(t_{i-1}), \quad (7.11)$$

kde

$$Q_b(t_{i-1}) = m b(t_{i-1}) \sqrt{2g} [H(t_{i-1}) - Z(t_{i-1})]^{3/2} + m_t s(t_{i-1}) \sqrt{2g} [H(t_{i-1}) - Z(t_{i-1})]^{5/2}. \quad (7.12)$$

Pro střední profilovou rychlost platí:

$$v(t_{i-1}) = \frac{Q_b(t_{i-1})}{A_b(t_{i-1})}, \quad (7.13)$$

kde

$$A_b(t_{i-1}) = b(t_{i-1}) [H(t_{i-1}) - Z(t_{i-1})] + s(t_{i-1}) [H(t_{i-1}) - Z(t_{i-1})]^2. \quad (7.14)$$

Pro časové změny úrovně dna nádrže, šířky nádrže a sklonů jejich svahů platí:

$$Z(t_i) = -\Delta t \alpha_2 v(t_{i-1})^{\beta_2} + Z(t_{i-1}), \quad (7.15)$$

$$b(t_i) = \Delta t \alpha_3 v(t_{i-1})^{\beta_3} + b(t_{i-1}), \quad \text{je-li } Z(t_{i-1}) > Z_d, \quad (7.16)$$

$$b(t_i) = \Delta t \alpha_4 v(t_{i-1})^{\beta_4} + b(t_{i-1}), \quad \text{je-li } Z(t_{i-1}) \approx Z_d, \quad (7.17)$$

$$s(t_i) = \Delta t \alpha_5 v(t_{i-1})^{\beta_5} + s(t_{i-1}). \quad (7.18)$$

kde  $Z_d$  je kóta dna nádrže.

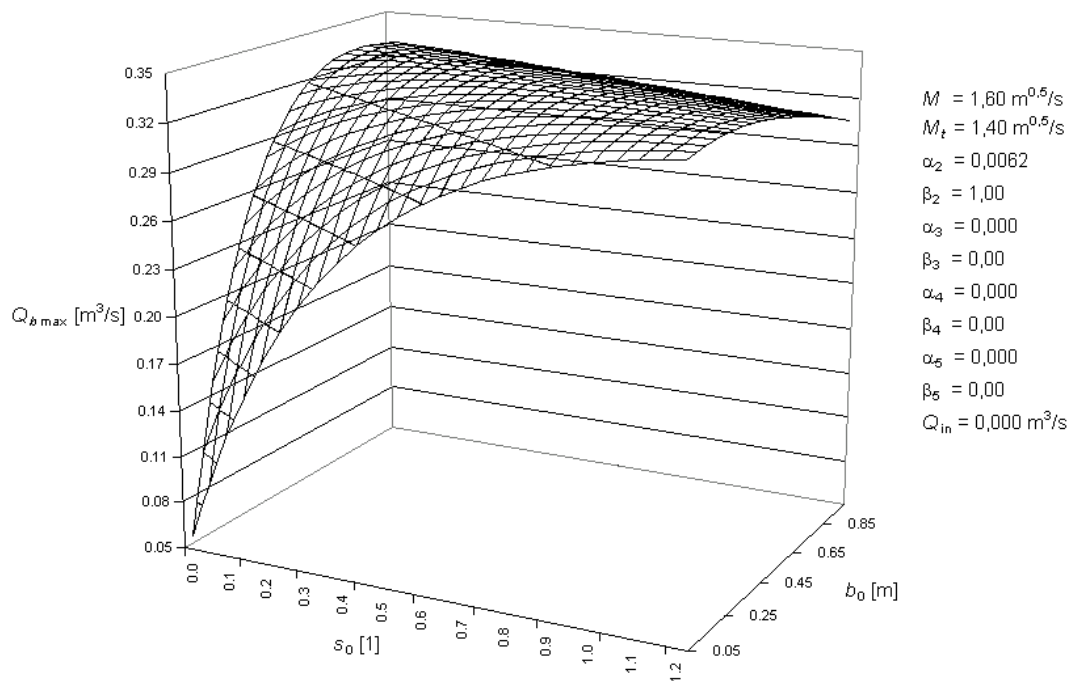
## 7.2 Citlivostní analýza

### 7.2.1 Analýza tvaru nádrže

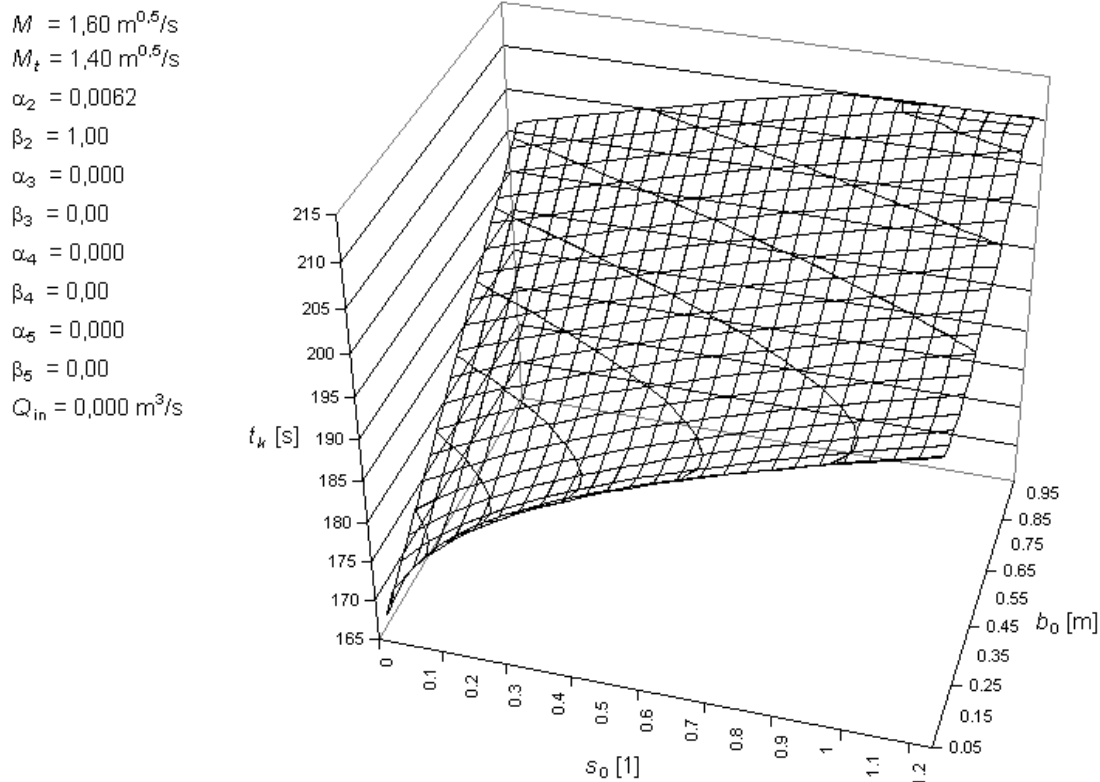
V závislosti na tvaru nádrže:

- ✘ obdélníkového;
- ✘ trojúhelníkového;
- ✘ lichoběžníkového;

byly spočítané průběhy hladin v nádrži, dna nátrže a hydrogramů. Cílem této práce je ukázat vliv tvaru nátrže na parametry protržení (hladina, dno nátrže, hydrogram, maximální průtok, atd.).



**Graf. 7.1:** Grafické znázornění vlivu tvaru nátrže na velikost kulminačního průtoku  $Q_{bmax}$



**Graf. 7.2:** Grafické znázornění vlivu tvaru nátrže na čas  $t_k$

Z výsledků (Graf 7.1 a 7.2) je patrné, že v případě lichoběžníkového a obdélníkového tvaru nátrže (při stejné šířce ve dně) není příliš podstatný rozdíl v časové závislosti:

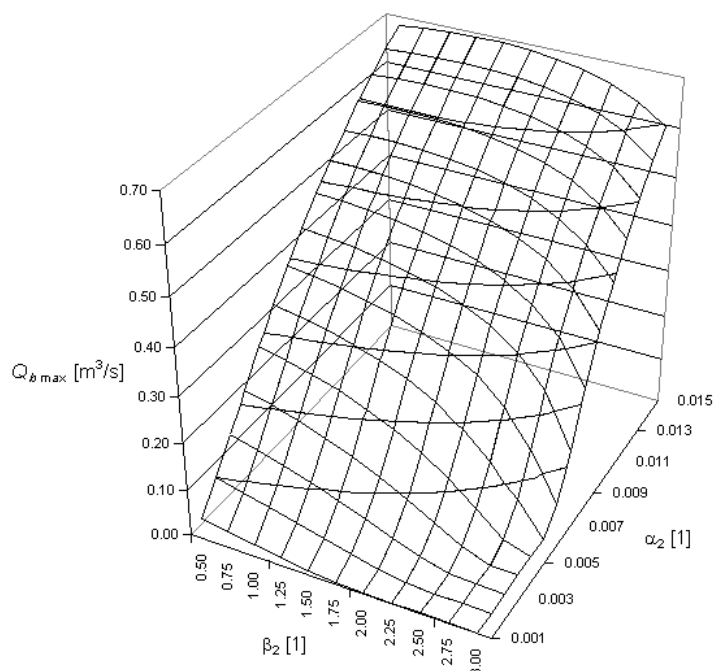
- ✗ průtoku vody nátrží;
- ✗ hladinou v nádrži;
- ✗ kóty dna nátrže.

To vede k závěru, že se stírá vliv obdélníkového (je-li  $b > 0,6$  m) a lichoběžníkového tvaru nátrže. Jinými slovy lze s dostatečnou přesností aproximovat lichoběžníkovou nátrž obdélníkovou.

### 7.2.2 Vliv koeficientů $\alpha_2$ a $\beta_2$

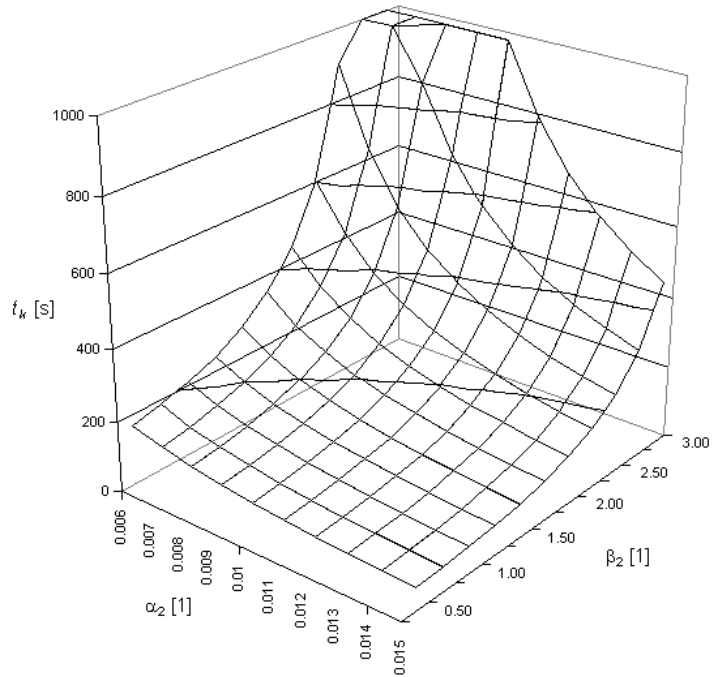
Grafy Graf 7.3 až Graf 7.4 ukazují vliv empirických koeficientů vyjadřují účinek eroze proudící vody na hydrogram a hladinu v nádrži, je-li rozšířený součinitel přepadu  $M = 1,60$  a obdélníkový tvar nátrže.

$M = 1,60 \text{ m}^{0,5}/\text{s}$   
 $M_t = 1,40 \text{ m}^{0,5}/\text{s}$   
 $b_0 = 1,00 \text{ m}$   
 $s_0 = 0,00$   
 $\alpha_3 = 0,000$   
 $\beta_3 = 0,00$   
 $\alpha_4 = 0,000$   
 $\beta_4 = 0,00$   
 $\alpha_5 = 0,000$   
 $\beta_5 = 0,00$   
 $Q_{in} = 0,000 \text{ m}^3/\text{s}$



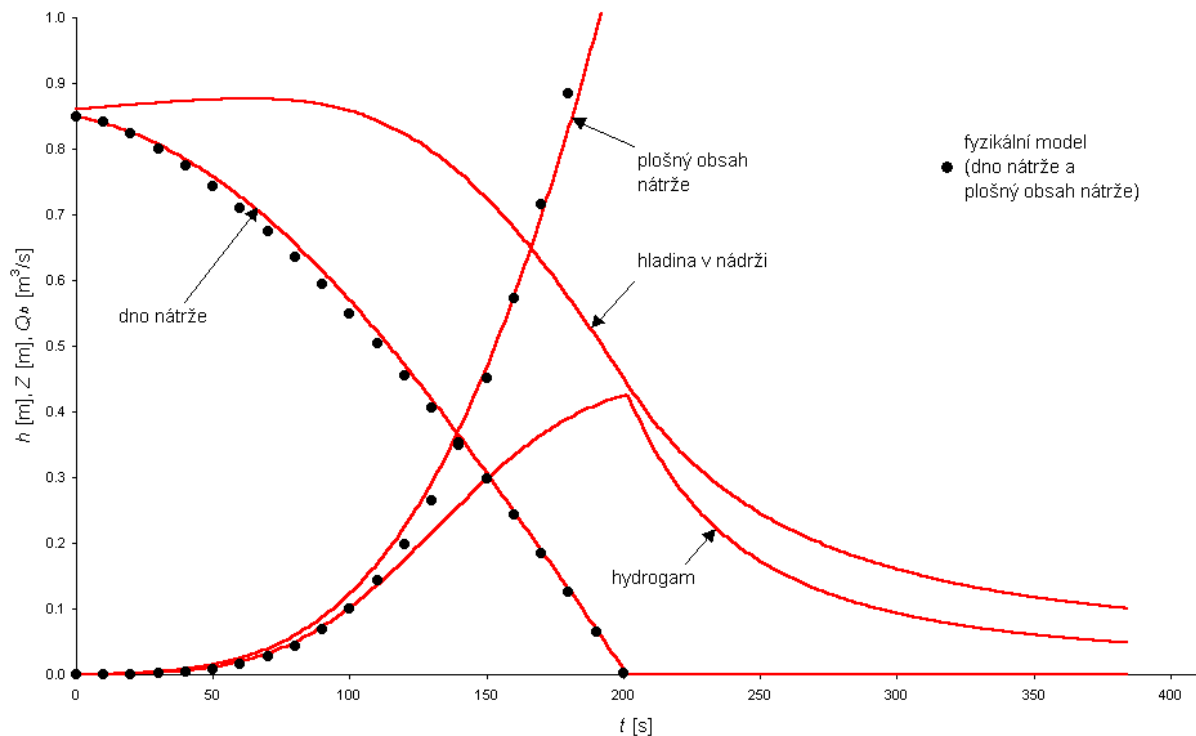
**Graf 7.3:** Grafické znázornění vlivu empirických koeficientů vyjadřují účinek eroze proudící vody  $\alpha_2$  a  $\beta_2$  na velikost kulminačního průtoku  $Q_{bmax}$

$M = 1,60 \text{ m}^{0,6}/\text{s}$   
 $M_t = 1,40 \text{ m}^{0,6}/\text{s}$   
 $b_0 = 1,00 \text{ m}$   
 $s_0 = 0,00$   
 $\alpha_3 = 0,000$   
 $\beta_3 = 0,00$   
 $\alpha_4 = 0,000$   
 $\beta_4 = 0,00$   
 $\alpha_5 = 0,000$   
 $\beta_5 = 0,00$   
 $Q_{in} = 0,000 \text{ m}^3/\text{s}$



**Graf 7.4:** Grafické znázornění vlivu empirických koeficientů vyjadřující účinek eroze proudící vody  $\alpha_2$  a  $\beta_2$  na  $t_k$

### 7.3 Kalibrace modifikovaného Singhova modelu



**Graf. 7.5:** Grafické znázornění kalibrace modifikovaného Singhova modelu

Graf 7.5 a tabulka Tab. 7.1 ilustrují výsledky kalibrace numerického řešení modifikovaného Singhova modelu. Pro kalibraci byly použity výsledky z fyzikálního modelu porušení hráze [19]. Materiál hráze modelu má následující fyzikální vlastnosti:  $\varphi_{ef} = 38,2^\circ - 42,4^\circ$ ,  $d_{ef} = 1,36 - 4,81$  mm,  $\rho = 1360 - 1426$  kg/m<sup>3</sup>,  $w = 1,8 - 2,6\%$ ,  $I_d = 0,6$ , sklony vzdušního a návodního líce 1:2, výška hráze 0,86 m, šířka koruny hráze 0,3 m. Přítok do nádrže je konstantní  $Q_{in} = 0,0232$  m<sup>3</sup>/s.

$H_0$ [m]	$Z_0$ [m]	$M$ [m <sup>0.5</sup> /s]	$M_t$ [m <sup>0.5</sup> /s]	$b_0$ [m]	$s_0$ [1]	$\alpha_2$ [1]	$\beta_2$ [1]	$\alpha_3$ [1]	$\beta_3$ [1]	$\alpha_4$ [1]	$\beta_4$ [1]	$\alpha_5$ [1]	$\beta_5$ [1]
0,86	0,85	1,600	1,400	0,05	1,00	0,006	1,10	0,004	2,00	0,004	2,00	0,000	0,00

**Tab. 7.1:** Hodnoty pro modifikovaný Singhův model

## 8 STOCHASTICKÉ MODELOVÁNÍ PORUŠENÍ SYPANÉ HRÁZE PŘELITÍM

Stochastické modelování daného problému umožňuje zahrnout do výpočtu vliv náhodné proměnnosti stavových veličin, které se v řešeném problému vyskytují. Základními prvky stochastického modelování jsou:

- ✖ deterministický model popisující sledovaný děj,
- ✖ metoda Hypercube sampling umožňující spolu s deterministickým modelem vygenerování dostatečného počtu pseudonáhodných stavů řešeného objektu a metody matematické statistiky umožňující vyhodnocení výběrových souborů stavových veličin.

Problematika simulace stochastických procesů (statistické modelování) je velmi rozsáhlá a zahrnuje otázky matematické, technické i specifické problémy programátorské.

Princip stochastického modelování v podstatě spočívá v generování náhodných, resp. pseudonáhodných, veličin a jejich aplikaci při modelování náhodného stavu řešeného objektu. Opakovaným generováním pseudonáhodných stavů daného objektu se získají výběrové soubory hledaných veličin určujících stav objektu a statistickým zpracováním bodové odhady jejich výběrových charakteristik.

Řešení úloh stochastického modelování obsahuje následující kroky:

1. sestavení matematického modelu zkoumaného jevu,
2. předepsání počátečních podmínek, resp. počátečních a okrajových podmínek,
3. návrh metody přibližného numerického řešení,
4. generování náhodných parametrů matematického modelu pomocí pseudonáhodných čísel v intervalu (0,1) a příslušných distribučních funkcí,
5. řešení pseudodeterministické úlohy s vygenerovanými hodnotami parametrů matematického modelu,
6. zařazení vypočtených hodnot do příslušných výběrových souborů,
7. opakování bodů 4-7 tak dlouho, až jsou vytvořeny výběrové soubory neznámých stavových veličin,
8. statistická analýza výběrových souborů.



## 8.1 Latin Hypercube Sampling

Latin Hypercube Sampling LHS vznikla modifikováním metody Monte-Carlo. Metoda LHS ve srovnání s klasickou metodou Monte-Carlo vyžaduje menší počet simulací při srovnatelné přesnosti výběrových momentů statistických veličin.

Metoda Monte-Carlo zahrnuje následující kroky:

1. vygenerování množiny pseudonáhodných čísel s rovnoměrným rozdělením v intervalu (0,1),
2. výpočet množiny hodnot vstupních pseudonáhodných veličin s použitím jejich distribučních funkcí,
3. deterministická simulace stavu objektu pro množinu vstupních hodnot pseudonáhodných veličin,
4. statistická analýza vypočtených hodnot jednotlivých neznámých stavových veličin.

V případě modifikované metody Monte-Carlo a LHS je postup následující:

- a) prostor pravděpodobných hodnot pro každou pseudonáhodnou vstupní veličinu je rozdělen na  $M$  intervalů (segmentů) o stejné pravděpodobnosti. Tzn. že celý pravděpodobnostní prostor, sestávající z  $N$  veličin, je rozdělen na  $M^N$  buněk o stejné pravděpodobnosti,
- b) další krok spočívá ve výběru  $M$  buněk. Číslo buňky indikuje číslo intervalu (segmentu) ke kterému veličina přísluší s ohledem na jednotlivé veličiny. Např. číslo buňky (2,1,3) ukazuje, že vygenerované pseudonáhodné hodnoty tří vstupních veličin, které v daném problému vystupují, leží ve 2. intervalu 1. veličiny, v 1. intervalu 2. veličiny a ve 3. intervalu 3. veličiny,
- c) v každém úspěšném kroku, náhodný vzorek je generován, a je přijmut pouze v případě, že neleží v již vygenerované buňce.

## 8.2 Výsledky stochastického modelování

Vzhledem k neurčitosti vstupních parametrů je problém porušení sypané hráze řešený jako stochastický. Na řešení tohoto problému je použita modifikovaná metoda Monte-Carlo s použitím metody hypercube sampling (Kap. 8.1).

Vstupní data pro model jsou převzata ze vstupů pro nakalibrovaný modifikovaný Singhův model. Pro přehlednost jsou vstupní data uvedena v Tab. 8.1.

$M$ [ $m^{0,5}/s$ ]	$M_t$ [ $m^{0,5}/s$ ]	$H_0$ [m]	$Z_0$ [m]	$b_0$ [m]	$s_0$ [1]
1,600	1,400	0,860	0,850	0,050	1,000
$\alpha_2$ [1]	$\beta_2$ [1]	$\alpha_3$ [1]	$\beta_3$ [1]	$\alpha_4$ [1]	$\beta_4$ [1]
0,006	1,100	0,004	2,000	0,004	2,000
$\alpha_5$ [1]	$\beta_5$ [1]	$Q_f$ [ $m^3/s$ ]			
0,000	0,000	0,000			

Tab. 8.1

Pro neurčitost statistických charakteristik vstupních veličin se předpokládalo rovnoměrné rozdělení jednotlivých parametrů a pro porovnání vlivu typu rozdělení bylo dále použito normální rozdělení vybraných parametrů.

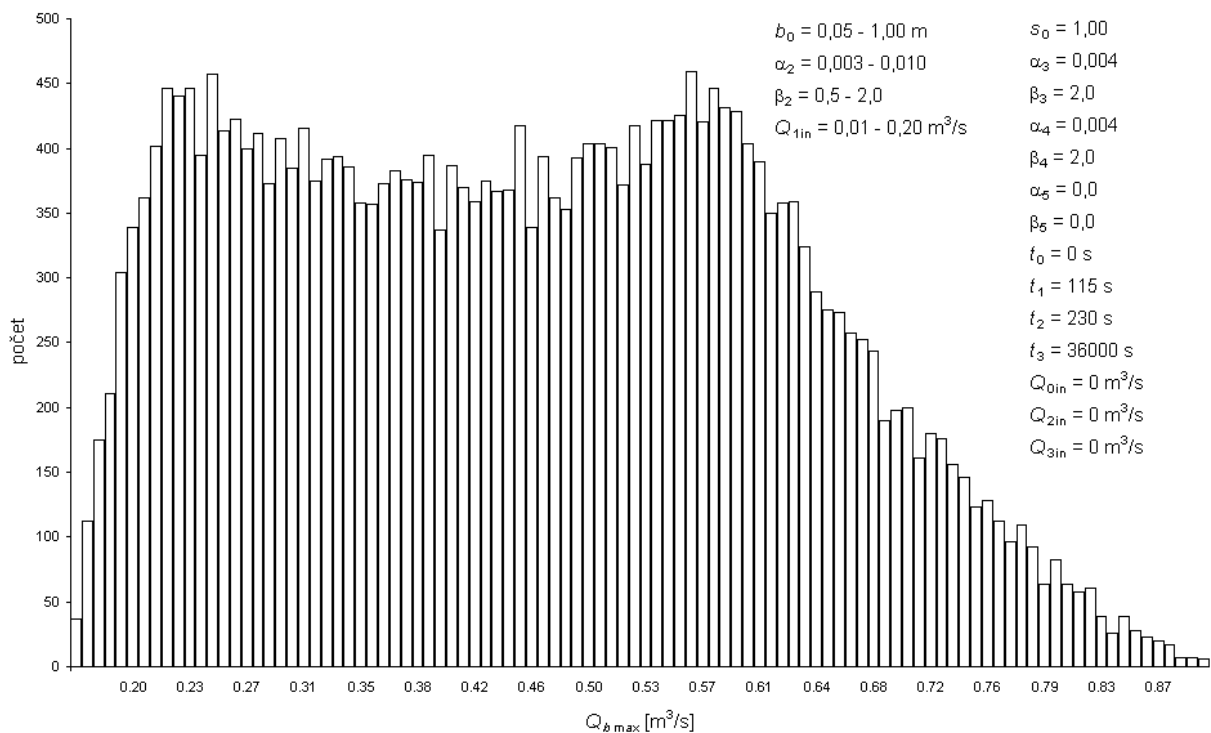
**Rovnoměrné rozdělení parametrů  $b_0, \alpha_2, \beta_2, Q_{in1}$**

proměnná	typ rozdělení	$a$	$b$
$b_0$ [m]	R( $a,b$ )	0,05	1,00
$\alpha_2$ [1]	R( $a,b$ )	0,003	0,010
$\beta_2$ [1]	R( $a,b$ )	0,50	2,00
$Q_{in1}$ [m <sup>3</sup> /s]	R( $a,b$ )	0,010	0,200

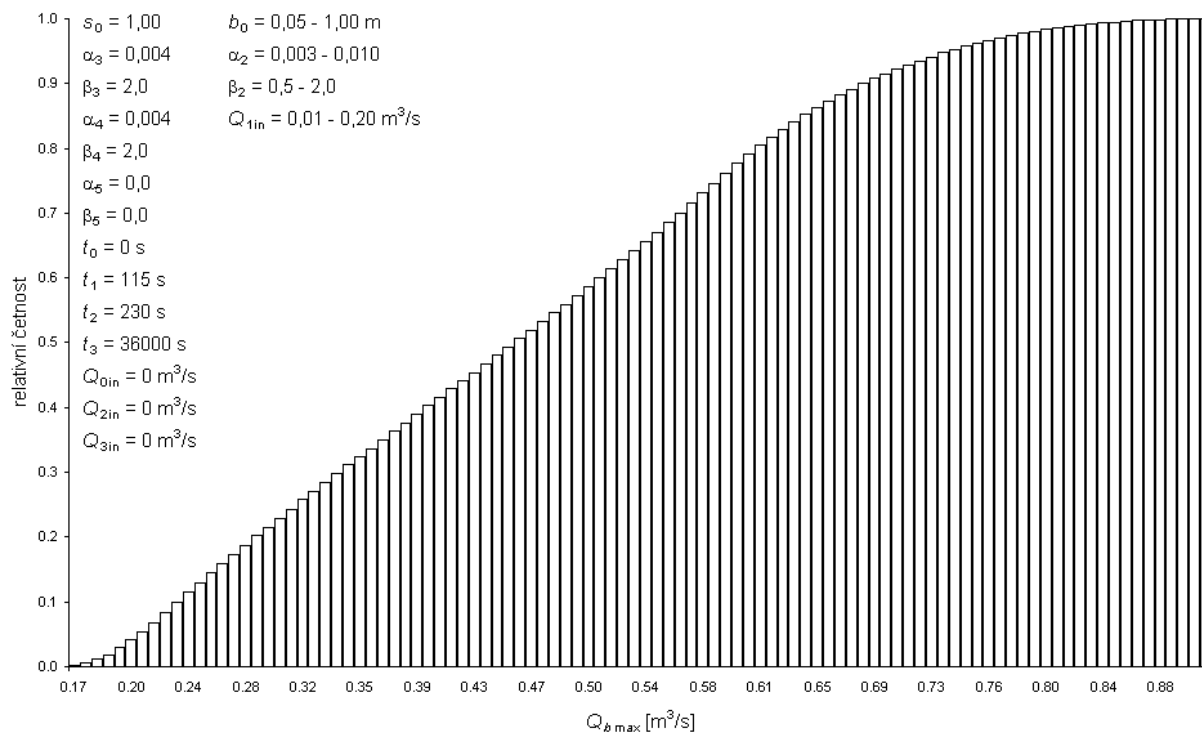
**Tab. 8.2**

$t_0$ [s]	0	$t_1$ [s]	115	$t_2$ [s]	230	$t_3$ [s]	36000
$Q_{0in}$ [m <sup>3</sup> /s]	0,000	$Q_{1in}$ [m <sup>3</sup> /s]	R( $a,b$ )	$Q_{2in}$ [m <sup>3</sup> /s]	0,000	$Q_{3in}$ [m <sup>3</sup> /s]	0,000

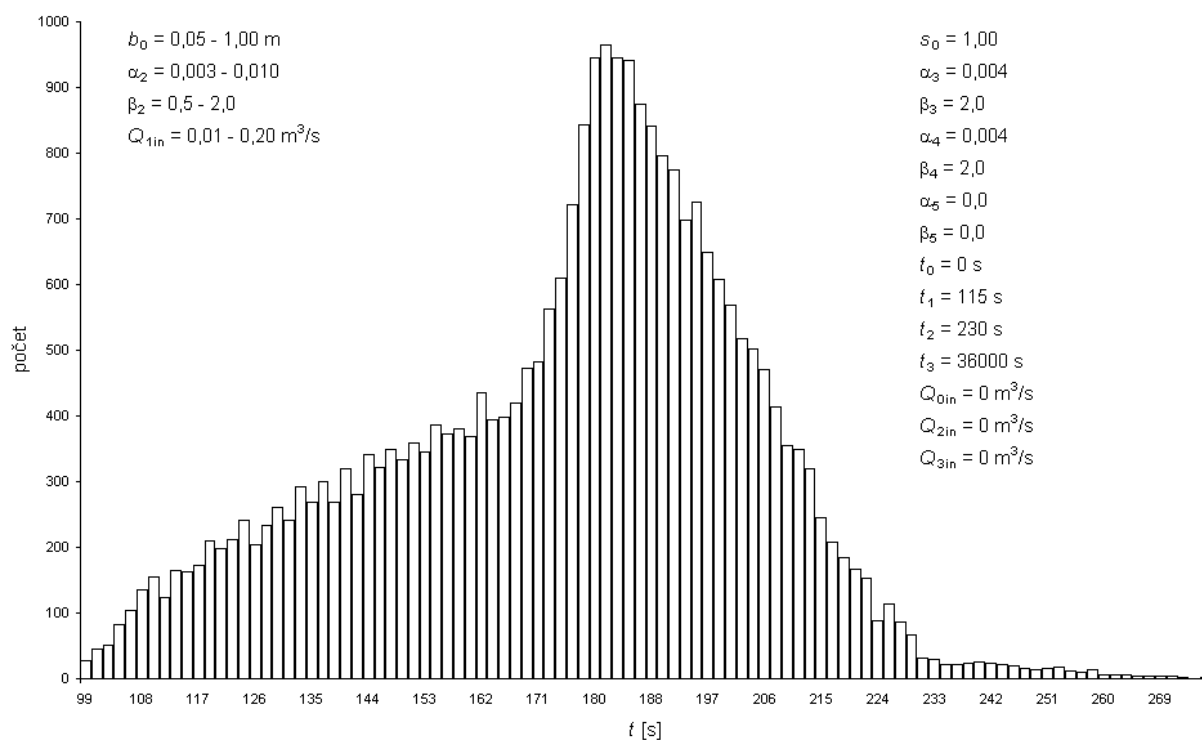
**Tab. 8.3**



**Graf. 8.1: Histogram  $Q_{bmax}$**



**Graf. 8.2:** Distribuční funkce  $Q_{b\max}$



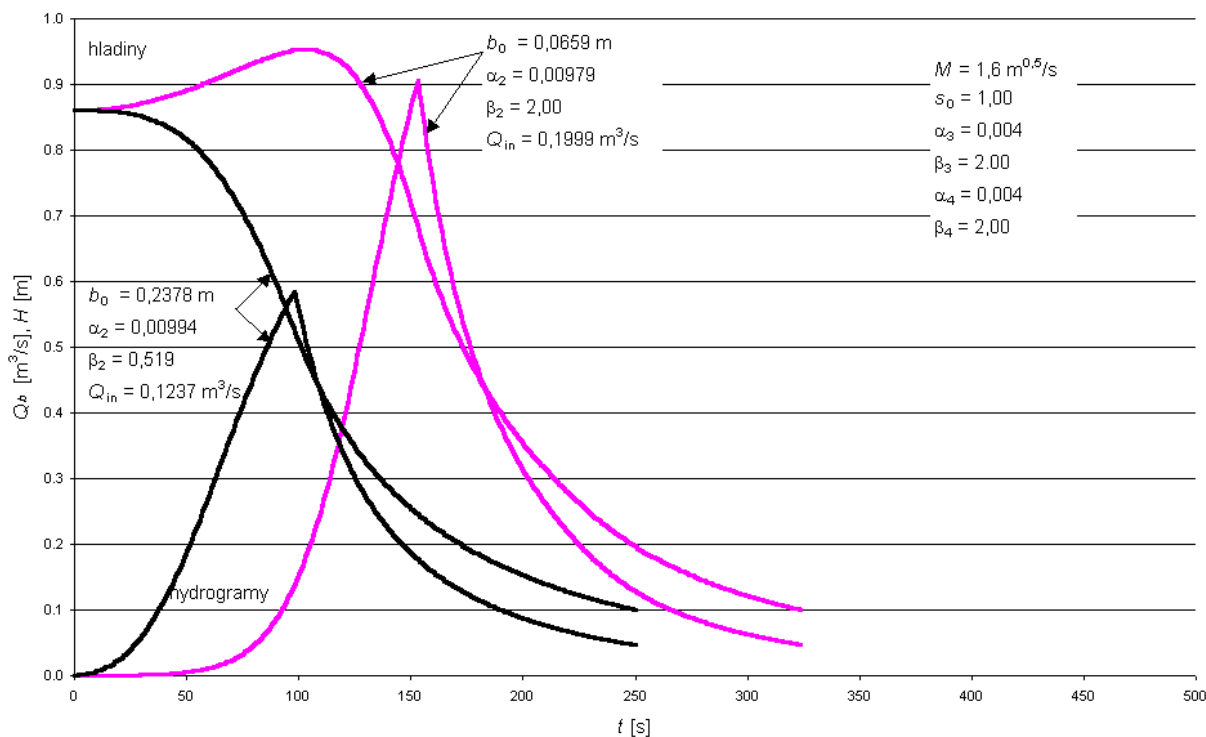
**Graf. 8.3:** Histogram  $t_k$

	$b_0$ [m]	$\alpha_2$ [1]	$\beta_2$ [1]	$Q_{1in}$ [m <sup>3</sup> /s]	$Q_{bmax}$ [m <sup>3</sup> /s]	$t_k$ [s]	$H(t_k)$ [m]	$Z(t_k)$ [m]
max	1,000	0,010	2,000	0,200	0,909	277	0,92	0,70
min	0,050	0,003	0,500	0,010	0,163	98	0,30	0,00
průměr	0,525	0,006	1,250	0,105	0,461	175	0,55	0,16
směrod. odch.	0,274	0,002	0,433	0,055	0,167	29	0,14	0,19
disperze	0,075	0,000	0,187	0,003	0,028	848	0,02	0,04

**Tab. 8.4**

$b_0$ [m]	$\alpha_2$ [1]	$\beta_2$ [1]	$Q_{in1}$ [m <sup>3</sup> /s]	$Q_{bmax}$ [m <sup>3</sup> /s]	$t_k$ [s]	$H(t_k)$ [m]	$Z(t_k)$ [m]
0,07	0,00979	2,000	0,200	0,909	153	0,68	0,00
0,24	0,00994	0,519	0,012	0,586	98	0,52	0,00

**Tab. 8.5:** Vstupní data pro max  $Q_{bmax}$  (2.ř.) a pro min  $t_k$  (3.ř.)



**Graf. 8.4:** Kritické hydrogramy a průběh hladin pro max  $Q_{bmax}$  a min  $t_k$

V Grafech 8.1 až 8.3 jsou uvedeny výsledky statistického modelování, a to histogram kulminačního průtoku nátrží a jeho distribuční funkce a dále histogram doby trvání porušení. Pro další analýzu účinky protržení hráze byla provedena analýza extrémních hodnot  $Q_b$  (okraj pravé strany Grafu 8.1) a  $t_k$  (okraj levé strany Grafu 8.3) s cílem sestavení návrhového hydrogramu povodně vyvolané protržením, který je uveden v grafu Graf.9.4.

V Tab. 8.5. jsou uvedeny hodnoty výběrových charakteristik (tj. výběrového průměru, směrodatné odchylky a disperze) a hodnot minima a maxima kulminačního průtoku, doby trvání porušení, hladiny a kóty dna nátrže při kulminačním průtoku.

$b_0$ [m]	$s_0$ [1]	$\alpha_2$ [1]	$\beta_2$ [1]	$\alpha_3$ [1]	$\beta_3$ [1]	$\alpha_4$ [1]	$\beta_4$ [1]	$Q_{1in}$ [m <sup>3</sup> /s]	pozn.	$Q_{bmax}$ [m <sup>3</sup> /s] max/min průměr/sm.odch.	$t_k$ [s] max/min průměr/sm.odch.
R(0,05;1,00)	-	R(0,003;0,010)	R(0,5;2,0)	-	-	-	-	R(0,01;0,20)	+	0,909 / 0,163 0,461 / 0,167	277 / 98 175 / 29
R(0,05;1,00)	R(0,8;1,2)	R(0,003;0,010)	R(0,5;2,0)	-	-	-	-	-	++	0,592 / 0,033 0,346 / 0,141	761 / 98 250 / 107
R(0,05;1,00)	R(0,8;1,2)	R(0,003;0,010)	-	-	-	-	-	-	++	0,582 / 0,107 0,361 / 0,133	373 / 121 215 / 67
R(0,05;1,00)	R(0,8;1,2)	R(0,003;0,010)	R(0,5;2,0)	-	-	-	-	-	*	0,638 / 0,083 0,389 / 0,141	426 / 97 217 / 70
-	-	R(0,003;0,010)	R(0,5;2,0)	R(0,001;0,010)	R(0,5;3,0)	R(0,001;0,010)	R(0,5;3,0)	-	*	0,719 / 0,101 0,433 / 0,141	518 / 98 210 / 69
-	-	N(0,006;0,0003)	N(1,1;0,05)	N(0,004;0,0002)	N(2,0;0,08)	N(0,004;0,0002)	N(2,0;0,08)	-	*	0,496 / 0,341 0,426 / 0,020	258 / 164 202 / 11
-	-	N(0,006;0,0003)	N(1,1;0,05)	N(0,004;0,0002)	N(2,0;0,08)	-	-	-	*	0,495 / 0,350 0,423 / 0,019	253 / 163 202 / 11
-	-	N(0,006;0,0006)	N(1,1;0,10)	N(0,004;0,0004)	N(2,0;0,15)	-	-	-	*	0,553 / 0,266 0,425 / 0,039	293 / 136 204 / 23
R(0,05;0,40)	R(0,8;1,2)	N(0,006;0,0003)	N(1,1;0,05)	N(0,004;0,0002)	N(2,0;0,08)	-	-	-	*	0,496 / 0,309 0,406 / 0,025	257 / 166 204 / 12

**Tab. 8. 6:** Citlivostní analýza modelu v závislosti na typu hustoty pravděpodobnosti

<sup>+</sup> ... v čase  $T_{1in} = 115$  s je přítok  $Q_{1in}$  (mezi 0 s a 230 s lineární interpolace přítoku, jinak  $Q_{in} = 0$  m<sup>3</sup>/s)

<sup>++</sup> ... přítok  $Q_{in} = 0$  m<sup>3</sup>/s

\* ... přítok  $Q_{in} = 0,0232$  m<sup>3</sup>/s

## Citlivostní analýza stochastického modelu

Tabulka Tab. 8.6 shrnuje výsledky stochastického modelování a ukazuje vliv typů hustoty pravděpodobnosti pseudonáhodných vstupních veličin na extrémní hodnoty a bodové odhady výstupních veličin.

## 9 PROGRAM NÁTRŽ

Programový produkt NÁTRŽ řeší problematiku stochastické (a deterministické) analýzy porušení hráze přelitím. Je vytvořený na základě numerického řešení modifikovaného Singhova modelu (Kap. 6 a Kap. 7), modifikované metody Monte-Carlo s použitím metody Latin Hypercube Sampling (Odst. 8.1).. Pro následující vstupní veličiny:

- \* počáteční šířka nátrže,
- \* počáteční sklon svahů nátrže,
- \* koeficienty eroze  $\alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_4, \beta_4, \alpha_5, \beta_5$ ,
- \* přítok do nádrže a jeho časovou závislost.

je možné volit distribuční funkce s rozdělením:

- \* rovnoměrným,
- \* a normálním.

Počet intervalů pro LHS je maximálně 30.

Při tvorbě programu bylo použito programového prostředku Delphi. Program v sobě zahrnuje interaktivní editaci vstupních dat a vlastní výpočet. Zadávaní vstupních dat je řešeno vestavěným editorem, který umožňuje uložení a poté i načtení vstupních dat. Výsledkem výpočtu jsou v případě:

- \* deterministického modelu časová řada:
  - \* hladiny v nádrži,
  - \* polohy dna nátrže,
  - \* průtoku přes nátrž,
  - \* velikosti nátrže,
  - \* šířky ve dně nátrže,
  - \* sklonů svahů nátrže,
- \* stochastického modelu s vygenerovanou množinou vstupních parametrů hodnoty:
  - \* kulminačního průtoku nátrží  $Q_{bmax}$ ,
  - \* času od začátku porušení po dosažení kulminačního průtoku,
  - \* polohy hladiny v nádrži při kulminačním průtoku,
  - \* polohy dna nátrže při kulminačním průtoku,
  - \* celkového objemu povodně,
  - \* celkového času porušení (po zadanou hladinu v nádrži).

## 10 ZÁVĚR

Cílem disertační práce bylo sestavit hydrogram reálně možné avšak nejhorší hydrologické situace, která může vzniknout protržením konkrétní sypané hráze. Použitým modelem při výpočtu tohoto hydrogramu je modifikovaný Singhův model. Srovnáním výsledků matematického a fyzikálního modelování je možné předpokládat, že modifikovaný Singhův model dává reálné možnosti pro kvalitativní predikci hydrogramu v případě konkrétní sypané hráze. Vzhledem k neurčitosti vstupních parametrů je daný problém formulován jako stochastický. Pro jeho řešení byla navržena modifikovaná metoda Monte-Carlo s použitím metody hypercube sampling.

Následně na základě hodnocení rizika (risk assessment) je možné stanovit nejnepríznivější situaci vyvolanou povodní z hlediska ztrát na životech a škod na majetku a přírodě. Ohodnocení vzniku škod způsobených povodňovou vlnou je však náročná socioekonomická úloha, která musí být stanovena ekonomy, ekology, historiky, politiky, psychology, atd., a není předmětem řešení v této práci.

Výsledkem disertace je program, který pro konkrétní situaci umožní získat informaci o reálně možné, avšak nejhorší hydrologické situaci, která může vzniknout protržením konkrétní hráze. Aplikováním hodnocení rizika je možné vypracovat podklad pro vypracování plánu technických a bezpečnostních opatření v daném povodí.

V budoucnu se výzkum zejména soustředí na otázky:

- modelování průtoku a tvaru nátrže jako časoprostorového 1D problému pomocí pohybových rovnic,
- vlivu neurčitosti vstupních parametrů na míru neurčitosti výstupních dat a následná analýza rizika z ní vyplývající. Použijí se známé nástroje citlivostní analýzy, teorie neurčitosti a metod stanovení rizika (vzniku poruchy a negativních dopadů této poruchy na povodí pod hrází),
- navrhnout zásady pro hodnocení rizika v případě povodňové situace způsobené protržením sypané hráze.

## 11 LITERATURA

- [1] Broža, V., Kratochvíl, J., Peter, P. *Přehrady*. 1. vydání. Praha: SNTL. 1987. 548 stran.
- [2] Fread, D. L. *BREACH - an erosion model for earthen dam failures*. Hydrological Research Laboratory. US National Water Service. 1991.
- [3] Fread, D. L. *Dam-Breach Modeling and Flood Routing: A Perspective on Present Capabilities and Future Directions*. proceedings: International Dam Breach Processes Workshop, Stillwater, Oklahoma. March 10-11, 1998. 8-12.
- [4] Chow, Ven Te. *Open-channel hydraulics*. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha. 1959. 680 stran. International student edition.
- [5] ICOLD: *Lessons from Dam Incidents (reduced edition)*. Paris 1973. 205 stran.
- [6] ICOLD: Bulletin 59. *Dam Safety. Guidelines*. 1987. 186 stran.
- [7] ICOLD: Bulletin 82. *Selection of Design Flood. Current methods*. 1992. 236 stran.

- [8] ICOLD: Bulletin 99. *Dam Failure - Statistical Analysis*. 1995. 73 stran.
- [9] ICOLD: Bulletin 111. *Dam Break flood analysis - Review and recommendations*. 1998. 301 stran.
- [10] Jandora, J., Kratochvíl, J. *Citlivostní analýza matematického modelu povodňové vlny vzniklé protržením sypané hráze*. sborník přednášek: Vývoj metod modelování a řízení vodohospodářských a dopravních systémů. Výsledky výzkumu v roce 1999. VUT v Brně. 2000. 25-35. ISBN 80-214-1463-4
- [11] Marche, C., Gagnon, J., Quach, T.-T., Kahawita, R., Beauchemin, P. *Simulation of Dam Failures in Multidike Reservoirs Arranged in Cascade*. Journal of Hydraulics Engineering. Vol. 123. No.11. September 1997.
- [12] Meravá, H. *Priama numerická simulácia trojrozmerného turbulentného prúdenia v otvorených korytách* (kandidátská dizertačná práca). Slovenská technická univerzita (Stavebná fakulta). Bratislava. 1996
- [13] Říha, J. *Porušení sypaných přehrad v důsledku přelití*. Mezinárodní vodohospodářské kolokvium. pp. 54-57. Brno. 20.10.1999
- [14] Říha, J., Daněček, J. *Mathematical Modelling of Embankment Dam Failures Due to Overtopping*. J. Hydrol. Hydromech. 48, 2. 1999.
- [15] Singh, V.P. *Dam Breaching Modelling Technology*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht. 1996.
- [16] Singh, V.P., Scarlatos, P.D. *Analysis of gradual earth-dam failure*. Journal of Hydraulics Engineering, Vol. 114. No.1. January 1988.
- [17] Smetana, J. *Hydraulika I a II*. díl. 1. vydání. Praha:ČSAV. 1957. 546 a 492 stran a přílohy.
- [18] Stara, V. *Poznatky z fyzikálního modelování přelití zemní hráze*. Mezinárodní vodohospodářské kolokvium. pp. 62-65. Brno. 20.10.1999
- [19] Stara, V., Maleňák, J. a kolektiv. *GAČR 103/97/0175 (Rizika porušení vzdouvacích staveb na tocích při extrémních hydrologických situacích) - interní zpráva*. 1997-1999.
- [20] Vogel, A. *Failures of Masoury and concrete Dams in Europe*. In: J.L.Serafin: Safety of Dams (Proc. of the Intern. Conf., Coimbra, 1984), A. A. Balkema, Rotterdam, Boston, 1984. 45-54.
- [21] Votruba, L., Heřman, J. a kolektiv. *Spolehlivost vodohospodářských děl*. 1. vydání. Praha:Česká matice technická. 1993. 488 stran. ISBN: 80-209-0251-1.
- [22] Wahl, T. *Predicting Embankment Dams Breach Parameters, A Needs Assessment*, XXVIIth IAHR Congresss, SF, Ca. USA. 1997
- [23] Wilcox, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc. 1994

## 12 SYMBOLIKA

$A_b(t)$	průtočná plocha nátrže	$[m^2]$ ;
$A_s(H)$	plocha hladiny v nádrži při úrovni hladiny v nádrži $H(t)$	$[m^2]$
$b(t)$	šířka ve dně nátrže	$[m]$
$b_0$	šířka ve dně nátrže na počátku poruchy	$[m]$
$c$	koheze	$[Pa]$



$d_{ef}$	efektivní průměr zrna	[mm]
$h(t) = H(t) - Z(t);$		
$H(t)$	úroveň hladiny v nádrži měřená od referenční roviny	[m]
$H_0$	úroveň hladiny v nádrži měřená od ref. roviny na počátku poruchy	[m]
$I_d$	index ulehlosti	[1]
$M(t)$	rozšířený součinitel přepadu pro obdélníkový přeliv	[m <sup>0,5</sup> /s]
$m(t)$	součinitel přepadu pro obdélníkový přeliv	[1]
$M_i(t)$	rozšířený součinitel přepadu pro trojúhelníkový přeliv	[m <sup>0,5</sup> /s]
$m_i(t)$	součinitel přepadu pro trojúhelníkový přeliv	[1]
$n$	přirozené číslo různé od 0	
$Q_b(t)$	průtok vody nátrží v nádrži při úrovni hladiny v nádrži $H(t)$	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{bmax}$	kulminační průtok	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_f(t)$	průtok vody funkčními objekty	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{in}(t)$	přítok do nádrže	[m <sup>3</sup> /s]
$s(t)$	sklon svahu nátrže	[1]
$s_0$	sklon svahu nátrže na počátku poruchy	[1]
$t$	čas	[s]
$t_k$	čas, při kterém nastal kulminační průtok $Q_{bmax}$	[s]
$V(t)$	objem vody v nádrži v nádrži při úrovni hladiny v nádrži $H(t)$	[m <sup>3</sup> ]
$v(t)$	střední profilová (průřezová) rychlost	[m/s]
$v_0$	střední profilová (průřezová) rychlost v nádrži na počátku poruchy	[m/s]
$w$	vlhkost	[%]
$x$	nezávislá prostorová proměnná	[m]
$Z(t)$	úroveň dna nátrže tělesa hráze měřená od referenční roviny	[m]
$Z_0$	úroveň dna nátrže těl. hráze měřená od ref. roviny na poč. poruchy	[m]
$Z_d$	kóta dna nátrže tělesa hráze měřená od referenční roviny	[m]
$\Delta t$	časový krok	[s]
$\alpha_1$	empirická konstanta charakterizující hydraulické vlastnosti nátrže	[m <sup>0,5</sup> /s]
$\alpha_2$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\alpha_3$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\alpha_4$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\alpha_5$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\beta_1$	empirická konstanta charakterizující hydraulické vlastnosti nátrže	[1]
$\beta_2$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\beta_3$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\beta_4$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\beta_5$	empirická konstanta vyjadřující účinek eroze proudící vody	[1]
$\rho$	hustota	[kg/m <sup>3</sup> ]

# 13 NUMERICAL MODELLING OF EARTH DAM BREACHING DUE TO OVERTOPPING

## 13.1 Introduction

The dam breach due to overtopping generates a flood wave that propagates downstream the valley below the dam. The flood wave has usually disastrous consequences and causes damage both to human lives and financial losses, strongly exceeding the cost of the dam breached. In order to create emergency and alarm systems and flood protection and management plans, the knowledge of the flood hydrograph (time dependent breach outflow discharge  $Q_b(t)$ ), the time development of breach characteristics (shape and size) and flood routing through the downstream valley is necessary. This paper deals with the critical flood hydrograph prediction only.

## 13.2 Stochastic modelling of earth dam breach due to overtopping. Design of critical hydrograph

Stochastic modelling makes possible to include the influence of stochastic random variables in the solution. Basic elements of the stochastic modelling are:

- ✗ deterministic model that describes the simulated process,
- ✗ the method of Latin hypercube sampling that together with deterministic model allows the generation of sufficient number of pseudorandom states of the solved object and methods of mathematical statistics, that enable to determine the required sample moments of the corresponding stochastic state variables.

Solving problems of stochastic modelling it is necessary to perform the following steps:

1. to propose the mathematical model of the simulated process,
2. to formulate the problem and prescribe initial conditions,
3. to propose numerical method of approximate solution,
4. to generate pseudorandom values of the corresponding stochastic parameters of the mathematical model using pseudorandom numbers in the interval (0,1) and corresponding distribution functions of the random variables of the mathematical model,
5. to solve the pseudodeterministic problem,
6. to set up the file of pseudorandom values of the stochastic state variables,
7. to repeat the points 4-7 so long, until the files of the calculated unknown stochastic state variables are set up,
8. statistical analysis of the generated files.

## 13.3 Formulation of the problem of an earth dam breach due to overtopping

Problems connected with 3D modelling of the flow of suspension of water and eroded material are especially:

- ✗ problems of flow of suspension of water and eroded material with variable density,

✗ problem with unknown boundaries:

✗ free surface,

✗ moving bottom and walls of breach due to erosion.

Problem of an earth dam breach due to overtopping is decomposed from general 3D problem into 1D problem. The discharge due to breach can be solved as:

1. initial value problem formulated in unknown functions  $Q_b(t)$  and  $A_b(t)$ , where the discharge  $Q_b(t)$  is computed as an overflow over the broad crested weir (applied in modified Singh model [15]),
2. initial and boundary value problem formulated in unknown functions  $Q_b(x,t)$  and  $A_b(x,t)$  that are solved using continuity and momentum equations and corresponding initial and boundary conditions.

Practical accuracy of both models is in principle the same. In the paper the model ad 1) was accepted for easier calibration and verification. The model is described in detail by V.P. Singh [15].

### 13.4 Modified Singh model

The problem is formulated as initial 1D problem and the flowing medium is water. Unknown functions are:

$H(t)$  - water surface level in reservoir measured from datum level [m],

$Z(t)$  - bottom level of the breach of the dam body measured from datum level [m],

$b(t)$  - width of the breach bottom [m],

$s(t)$  - slope of the side of the breach [1],

$v(t)$  - cross-sectional (average) velocity of water in the breach [m/s].

To solve these 5 unknown functions we have following equations at disposal: equation that expresses immediate change of the volume of the reservoir as a function of inflow into reservoir  $Q_{in}$  and outflow from reservoir  $Q_b$  a  $Q_f$ .

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_b - Q_f. \quad (13.1)$$

For the prismatic shape of the reservoir it holds:

$$V(t) = A_s H(t),$$

where  $A_s$  is the area of water surface in the reservoir. Then equation (13.1) takes the following form:

$$A_s \frac{dH}{dt} = Q_{in} - Q_b - Q_f, \quad (13.1')$$

resulting from the mass conservation law, where  $Q_{in}$  is inflow into the reservoir,  $Q_b$  breach discharge and  $Q_f$  discharge through function objects of the dam.

Remaining equations are state equations that express the relation between:

✗ cross-sectional (average flow) velocity  $v(t)$  and head over the weir [ $H(t) - Z(t)$ ]:

$$v = \alpha_1 (H - Z)^{\beta_1}, \quad (13.2)$$

- ✘ the rate of change of the breach bottom  $\frac{dZ}{dt}$  and the average flow velocity  $v(t)$  in the breach:

$$\frac{dZ}{dt} = -\alpha_2 v^{\beta_2}, \quad (13.3)$$

- ✘ the rate of change of the breach width  $\frac{db}{dt}$  and side slope  $\frac{ds}{dt}$  and the average flow velocity  $v(t)$  in the breach expressed analogically to (13.3):

- ✘  $b(t)$  and  $v(t)$ :

- ✘ in the case when the bottom of the breach does not reach the bottom of the reservoir:

$$\frac{db}{dt} = \alpha_3 v^{\beta_3}, \quad (13.4')$$

- ✘ in the case when the bottom of the breach reaches the bottom of the reservoir:

$$\frac{db}{dt} = \alpha_4 v^{\beta_4}, \quad (13.4'')$$

- ✘  $s(t)$  and  $v(t)$ :

$$\frac{ds}{dt} = \alpha_5 v^{\beta_5}, \quad (13.5)$$

where  $\alpha_1$  and  $\beta_1$  are empirical coefficients characterizing hydraulic properties of the breach.  $\alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_4, \beta_4, \alpha_5, \beta_5$  are empirical coefficients indicating the effect of erosion of the flowing water.

Calculation of the breach discharge  $Q_b$  can be approximated by empirical formula for flow over the broad crested weir. In the case of trapezoidal weir  $Q_b$  it holds:

$$Q_b = M b (H - Z)^{3/2} + M_t s (H - Z)^{5/2}, \quad (13.6)$$

where  $M$  is the overflow discharge coefficient for rectangular weir and  $M_t$  is the overflow discharge coefficient for triangular weir. The overflow coefficients are functions of the shape of the weir, water level below the weir, width of the weir and the height of the weir crest above the bottom of the reservoir.

#### Initial conditions:

$$H(t=0) = H_0, \quad Z(t=0) = Z_0, \quad b(t=0) = b_0, \quad s(t=0) = s_0, \quad v(t=0) = v_0.$$

### 13.5 Calibration of the model

Graph 7.5. shows comparison of the results of the physical experiment and numerical solution of modified Singh model. Results of the physical experiment of the dam breach were applied for the calibration of the numerical model. The sandy material of the model has the following physical characteristics:  $\varphi_{ef} = 38.2^\circ - 42.4^\circ$ ,  $d_{ef} = 1.36 - 4.81$  mm,  $\rho = 1360 - 1426$  kg/m<sup>3</sup>,  $w = 1.8 - 2.6\%$ , density index  $I_d = 0.6$ , slope of the upstream and downstream faces of the dam 1:2, height of dam 0.86 m, width of dam crest  $b_d = 0.3$  m. Inflow into reservoir was considered to be constant  $Q_{in} = 0.0232$  m<sup>3</sup>/s.

## 13.6 Latin Hypercube Sampling

Latin Hypercube Sampling LHS was developed as modification of the Monte-Carlo method. LHS method requires less number of simulations compared with the classic Monte-Carlo method.

## 13.7 Results of stochastic modelling

Due to the uncertainty in statistical characteristics of the input variables uniform probability distribution of parameters  $b_0$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ ,  $Q_{in1}$  is assumed (Tab. 8.2). The reservoir inflow hydrograph has the triangular shape (Tab. 8.3).

In Graphs 8.1, 8.2 and 8.3 the results of the stochastic modelling are shown, namely the histogram of the maximum outflow ( $Q_{bmax}$ ) through the breach and its distribution function. For the critical flood hydrograph the extreme values of  $Q_{bmax}$  (right hand side of Graph 8.1) were analysed. This is shown in Graph 8.4.

In Tab. 8.4 values of sample characteristics (i.e. sample average, standard deviation and dispersion) and values of minimum and maximum of maximal outflow through the breach, the duration of dam breach and the total flood volume are presented.

## 13.8 Conclusions

The solution of this highly complicated problem may be in simultaneous application of deterministic and stochastic modelling. The stochastic modelling makes it possible to propose the critical hydrograph that corresponds to the worst possible but realistic hydrologic situation.

## 13.9 List of symbols

$A_s$	water surface area	[m <sup>2</sup> ]
$b$	width of the breach bottom	[m]
$c$	cohesion	[Pa]
$d_{ef}$	effective grain size	[mm]
$H$	water surface level in reservoir measured from datum level	[m]
$I_d$	density index	[1]
$M$	overfall discharge coefficient	[m <sup>1/2</sup> /s]
$Q(t)$	time-dependent outflow discharge	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_b$	breach discharge	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{in}$	reservoir inlet discharge	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_f$	discharge through function structures of the dam	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{bmax}$	maximum outflow	[m <sup>3</sup> /s]
$s$	slope of the side of the breach	[1]
$t$	time	[s]
$v$	cross-sectional (average) velocity of the flow in the breach	[m/s]
$w$	soil moisture	[%]
$V$	reservoir volume	[m <sup>3</sup> ]

$Z$	bottom level of the breach of the dam body measured from datum level[m]	
$\alpha_1, \beta_1$	empirical coefficients characterising hydraulic properties of the breach	
$\beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_4, \beta_4, \alpha_5, \beta_5$	empirical coefficients indicating the erosion effect of the flow	
$\varphi_{ef}$	the effective angle of internal friction	[°]
$\rho$	density	[kg/m <sup>3</sup> ]

## 14 CURRICULUM VITAE

**ING. JAN JANDORA (\* 1970)**

### DOSAŽENÉ VZDĚLÁNÍ

- středoškolské studium absolvoval na gymnáziu ve Vyškově v roce 1989,
- vysokoškolské studium absolvoval na Ústavu vodních staveb stavební fakulty VUT v Brně v roce 1994,
- v roce 1994 absolvoval čtyřměsíční pobyt ve Velké Británii na universitě v Huddersfieldu, jehož náplní bylo matematické modelování šíření znečištění v povrchových tocích (DP - Pollution incident modelling for the river Ouse).

### DÉLKA A OBSAH ODBORNÉ PRAXE:

- 1994-97: doktorand na VUT, Fakulty stavební, Ústavu vodních staveb,
- od roku 1997: asistent na VUT, Fakulty stavební, Ústavu vodních staveb,
- od roku 1998: člen komise děkana Fakulty stavební pro distanční vzdělávání a garant distančního studia na Fakultě stavební.