

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta strojního inženýrství

Letecký ústav

Ing. Martin Komárek

**NUMERICKÉ ŘEŠENÍ PROUDĚNÍ KOMPLEXNÍCH
KONFIGURACÍ V LETECTVÍ**

**CFD SOLUTION OF THE PROBLEMS INVOLVING KOMPLEX
CONFIGURATION IN AEROSPACE**

ZKRÁCENÁ VERZE PHD THESIS

Obor: Konstrukční a procesní inženýrství

Školitel: Prof. Ing. Karol Filakovský, CSc.

Oponenti: Prof. Ing. Jaroslav Salga, CSc.
Prof. Ing. Václav Brož, CSc.
Ing. Jaroslav Hnízdil, Ph.D.

Datum obhajoby: 10. 12. 2002

KLÍČOVÁ SLOVA

CFD, metoda konečných objemů, Eulerovy rovnice, Navierovy-Stokesovy rovnice, diskretizace, explicitní schéma, implicitní schéma, Jacobiho matice, nestrukturovaná síť.

KEY WORDS

CFD, finite volume method, Euler equations, Navier-Stokes equations, discretization, explicit scheme, implicit scheme, Jacobi matrix, unstructured mesh.

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Oddělení pro vědu a výzkum FSI VUT v Brně

© 2003 Martin Komárek

ISBN 80-214-2330-7

ISSN 1213-4198

OBSAH

1	ÚVOD	5
1.1	SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY	6
1.2	FORMULACE CÍLŮ DIZERTAČNÍ PRÁCE	7
2	DISKRETIZACE ZÁKLADNÍCH ROVNIC	8
2.1	ČASOVÁ DISKRETIZACE	8
2.2	PROSTOROVÁ DISKRETIZACE	9
2.2.1	Zvýšení přesnosti prostorové diskretizace	10
2.2.2	Diskretizace vazkých členů	12
3	VÝSLEDKY	12
4	ZÁVĚR	20
5	SUMMARY	22
	LITERATURA	24
	AUTOROVO CURRICULUM VITAE	26

1 ÚVOD

Numerické modelování proudění začalo být aktuální v 60. letech se zavedením číslicových počítačů do praxe a rozvojem aproximace jako metodou řešení matematických modelů. Výsledkem byl vznik nové disciplíny v aerodynamice, ve světové literatuře označované jako Computational Fluid Dynamics (CFD). Ze začátku byla platnost výsledků stejně tak jako u analytických metod poměrně omezená, ale postupně s použitím složitějších matematických modelů a výkonnějších výpočetních prostředků se výsledky stávaly důvěryhodnějšími a stále větší měrou se podílely na návrhu letounu. Dnes je CFD, stejně tak jako experiment, neodmyslitelnou součástí vývoje nového letounu a jeho podíl na vývojové fázi stále roste. Je to dáno zejména úspěchy na poli výpočetní techniky: snižující se cenou výpočetního času a zkrácením reálného času výpočtu zaváděním masivně paralelních systémů. Poměr výpočetního výkonu ku ceně výpočetního času je na posledních modelech PC tak vysoký, že mnoho reálných inženýrských problémů v proudění je možno simulovat v horizontu několika hodin za předpokladu použití efektivních matematických modelů a metod řešení. To umožňuje inženýrům při návrhu systém práce, kdy přes noc probíhá výpočet konfigurace a ve dne se na základě výsledků modifikují okrajové podmínky. V letectví však stále předpověď charakteristik reálné konfigurace subsonického dopravního letounu vyžaduje spíše několik dní. Využití paralelních systémů je dnes kvůli vysoké ceně stále na hranici efektivnosti ve srovnání s experimentem. Přesto se CFD jeví jako alternativní cesta k řešení nedostatků experimentu.

Výhodou numerických výpočtů oproti experimentu je rychlá a snadná modifikace sítě na základě požadované změny geometrie. Nicméně, vytvoření generátorů sítí, které jsou dostatečně robustní a rychlé tak, aby byly schopny pracovat s obecně komplexními geometriemi, je i dnes předmětem hledání nových, schůdných přístupů. Hlavní omezení vlastního experimentu z hlediska velikosti měřicího prostoru a parametrů volného proudu, které jsou klíčové k dosažení žádané aerodynamické podobnosti, odstraňuje CFD volbou vhodné velikosti domény a vhodného matematického modelu proudění.

Vlastnosti použitého modelu jsou důležité pro efektivnost a hlavně přesnost řešení problému. Přesnost metod CFD oproti experimentu není jednoduché přímočaře určit a je ovlivněna mnoha faktory. Přestože vývoj matematických modelů v proudění probíhá již několik desítek let, je stále středem pozornosti mnoha vědců. Většinou určení inženýrské přesnosti u konkrétní kombinace numerických metod se provádí spíše testováním verifikačních problémů než teoretickou analýzou chyb. Velkým zdrojem chyb je i nedostatek matematických modelů postihovat složitou fyzikální stránku problému, což se zejména projevuje u komplexních konfigurací letounu, které se vyznačují geometrickými detaily a z hlediska proudění představují složité jevy, jako například interakce mezní vrstvy s vírovým systémem nebo rázovou vlnou. Dalším zdrojem problémů bývá modelování jevů spojených s viskozitou plynu. Modely, které popisují ovlivnění proudového pole turbulentními jevy často mívají omezenou platnost pouze na určitý charakter proudění, navíc jejich výsledky jsou závislé na topologii a kvalitě použité sítě.

Další, nezanedbatelná stránka numerického modelování je vizualizace proudového pole, která pomáhá pochopit podstatu mnohých komplikovaných dějů. Na rozdíl od experimentu je možné vizualizovat jakoukoliv veličinu nebo její libovolnou funkci jako stacionární nebo případně časově závislou. Celá tato problematika patří spíše do oblasti počítačové grafiky, kde je problémem přístup k velkému množství dat, jejich výběru a zpracování na základě specifikovaných požadavků.

V současné době jsou k dispozici komerční balíky, které mají implementovány mnoho různých fyzikálních modelů. Jejich součástí jsou nástroje pro přípravu a zpracování dat, které umožňují

rychle předpovědět některé inženýrské problémy. Univerzalita softwaru však bývá většinou vyvážena omezením efektivnosti jednotlivých modelů na úkor celku. Z hlediska vývoje je obtížné aktualizovat modely o nejnovější poznatky ve všech oborech, které balíky zahrnují a přitom zajistit spolehlivou integritu celého softwaru. Proto většina průmyslových firem a výzkumných organizací v letectví věnuje mnoho úsilí vlastnímu vývoji úzce specializovaného softwaru a komerční balíky používají jako alternativní nástroj.

CFD aplikované na modelování komplexních konfigurací v letectví dnes hraje nezastupitelnou roli při návrhu nového letounu přestože má stále daleko k rutinní inženýrské záležitosti. Je zde stále mnoho otázek, které je nutné adresovat, a tedy má smysl se zabývat novými a alternativními postupy při řešení reálných problémů v aerodynamice.

1.1 SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

Přehled nejpoužívanějších metod a koncepcí vytváření sítě je uveden v [7]. Z hlediska topologie sítě jsou používány následující koncepce.

1. Blokově strukturovaný přístup a překrývající se sítě jsou jedny z nejefektivnějších a nejspolehlivější z hlediska řešení proudění s vysokými Reynoldsovými čísly [8]. Nicméně časově náročná generace sítě vyžadující od uživatele interakci na expertní úrovni brzdí jejich další rozvoj a zřejmě do zvládnutí problematiky automatického generátoru blokové struktury s následnou generací uvnitř bloků nebudou použitelné pro vysoce komplikované geometrie. Dnes se strukturované systémy vyvinuté v 80. letech intenzivně používají v inženýrské praxi [9] [10] pro koncepční návrhy.
2. Kartézské sítě, které zaznamenaly v poslední době velký rozmach [12] [13] mají opačné výhody oproti strukturovaným sítím. Jejich velmi efektivní generace sítě [11], která je vhodná pro extrémně složité geometrie je vyvážena problémy s numerickou přesností na okrajových podmínkách. Výsledky vykazují větší rozdíly s experimentem než je tomu např. u alternativních, nestrukturovaných sítí. V 3D je tento přístup implementován pouze na Eulerovy rovnice. Vývoj diskretizace viskózních členů probíhá a jako schůdná varianta se jeví kombinace kartézských a prizmatických sítí [14].
3. Další slibnou oblastí jsou nestrukturované sítě. Pro izotropickou generaci se v poslední době využívá aplikace zcela automatických Advancing Front (AF) [15] metod, popř. v kombinaci s dalšími vlastnostmi nebo metodami (Delaunay) [16]. K řízení hustoty sítě se využívá tzv. Background Grid [17], což je další, kartézská síť paralelně s výpočtovou, na které se diskretizuje rovnice vedení tepla se zdroji v místech s požadovanou, větší hustotou. Po vyřešení je známa hustota sítě jako funkce prostoru. Nicméně i tyto metody, přesto že jsou velice rychlé a efektivní, přestávají splňovat požadavky dnešních a budoucích úloh ($10^7 - 10^8$ prvků). Proto se začíná uvažovat o paralelizaci procesu generace [18] nebo o změně přístupu. V této souvislosti je zajímavá metoda [19] ve 2D, která využívá velmi efektivního, kartézského způsobu generace s lokálním rozdělením výsledných objemových primitivů na nestrukturovanou síť.

Z hlediska řešení je dnes oblíbená metoda konečných prvků (MKP) a metoda konečných objemů (MKO). Obě metody byly ve 2D a 3D úspěšně aplikovány na Eulerovy rovnice [21], kde byly ověřeny některé základní problémy. Na 2D úlohách se vyvinuly některé algoritmy pro diskretizaci vazkých členů [20], z nichž některé byly po úpravách testovány na 3D konfiguracích. U 3D úloh je zřejmé, že se nelze obejít bez vysoce zdeformovaných prvků v oblasti mezní vrstvy, tak jako je tomu

u strukturovaného přístupu. Proto se značná pozornost věnuje výzkumu chování zdeformovaných sítí [22] [23] a návrhu nových interpolačních přístupů, které by umožnily tyto sítě využívat. To má zpětně vliv na generaci sítě, kde se rozdělil proces generace na fázi anizotropní (v blízkosti mezní vrstvy) a isotropní [24]. V oblasti sítí složených ze čtyřstěnných prvků Barth [32] [33] prezentuje Upwind diskretizaci na ideální a viskózní proudění pomocí MKP. Hlavní příspěvek je aproximace gradientů pomocí metody nejmenších čtverců. Mavriplis [25] vyvinul explicitní Cell-Vertex (CV) metodu založenou na základní diskretizaci pomocí MKP. Pro zrychlení konvergence použil multigradní metodu a zavedl organizaci dat podle hran prvků. Frink [26] používá MKO spolu s Upwind Cell-Center (CC) metodu. Pro přepočítání proměnných ze středu prvku do jeho uzlů vyvinul metodu vážených průměrů, která se využívá při aproximaci gradientů. Jako zajímavé se jeví kombinace MKP a MKO prezentované v [27] (pouze 2D), kde se pro diskretizaci nevazkých členů využívá MKO a pro vazké členy MKP. Celá diskretizace je provedena na duální síti, jejichž přednosti byly popisovány v mnoha příspěvcích [28]. Pro aproximaci vyšších řádů na nestrukturované síti se většinou používá metoda rekonstrukce primitivní proměnné. Local Extremum Diminishing (LED) a Essentially Non Oscillatory (ENO) přístupy zatím nedávají dostatečně spolehlivé výsledky na síti s čtyřstěnnými prvky. Dalším zajímavým přístupem je použití hybridních sítí [29], což je kombinace čtyřstěnných (pro oblast nevazkého proudění) a prizmatických (pro diskretizaci mezní vrstvy) prvků. Výhodou je menší deformace prvků v oblasti mezních vrstev a jejich celkový menší počet (1 prizmatický prvek = 3 čtyřstěny).

Pro časovou diskretizaci Eulerových rovnic lze použít explicitní formulace za předpokladu izotropické sítě i pro komplexní konfigurace. U Navier-Stokesových (NS) rovnic však restrikce časového kroku způsobená drobnými prvky v mezní vrstvě a přítomností difuzních členů na pravé straně rovnic zpomaluje konvergenci problému tak, že již nelze používat pouze explicitní formulace, ale je nutné zavést některé nástroje pro akceleraci konvergence. Většinou je to Implicit Residual Smoothing [30] nebo multigradní systém řešení. Díky značné deformaci prvků někdy ani tyto metody nezajišťují dostatečnou efektivnost a proto je nutné použít implicitní operátor pro časovou diskretizaci. Efektivnost řešení takto vzniklé, výsledné soustavy lineárních rovnic silně závisí na konkrétní implementaci diskretizace. Používají se iterativní řešiče založené na metodě Gauss-Seidel [20] vyžadující speciální číslování prvků jehož výsledkem je zmenšení počtu nenulových prvků podél diagonály. Další z metod řešení soustavy lineárních rovnic jsou gradientní, Newton-Krylovovy algoritmy, které se často používají v MKP formulaci. Práce [31] srovnává gradientní metodu Generalized Minimal Residual (GMRES) a Gauss-Seidel s multigradní akcelerací aplikovanou na 2D vztlakovou mechanizaci z hlediska rychlosti konvergence a nároky na operační paměť.

1.2 FORMULACE CÍLŮ DIZERTAČNÍ PRÁCE

Cílem dizertační práce je vyvinout programové vybavení, které bude schopné efektivně řešit praktické problémy externí aerodynamiky v letectví. Tyto problémy se většinou vyznačují složitou prostorovou geometrií a komplexním proudovým polem. Použitá metodologie musí umožňovat řešit problémy v širokém rozsahu Machových čísel. Zvláštní pozornost musí být věnována přístupu k diskretizaci problémů s vazkými prouděními v oblasti mezní vrstvy a to jak z hlediska přesnosti tak i výpočetní efektivnosti. Programové vybavení je zaměřeno na řešení stacionárních úloh stlačitelného proudění. Matematický model má být z hlediska vazkosti schopen řešit jak ideální tak vazké proudění. Mezní vrstva je v této práci modelována jako laminární. Na vlastní implementaci použitých algoritmů je kladen požadavek vyvážení z hlediska paměťové a výpočetní náročnosti. Vyvinuté programové vybavení musí být ověřeno na úlohách, které je možné srovnat s experimentem, empirickými vztahy

nebo jiným již ověřeným CFD softwarem.

2 DISKRETIZACE ZÁKLADNÍCH ROVNIC

Vztahy, které matematicky popisují chování nekonečně malého elementu tekutiny vyjadřují princip zachování hmotnosti, hybnosti a energie [3]. Tato soustava nelineárních parciálních diferenciálních rovnic (PDR) má několik matematicky ekvivalentních zápisů, které však mají rozdílné numerické chování. Integrální formulace v konzervativním tvaru (metoda konečných objemů) při absenci zdrojových členů má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{U} d\Omega + \int_{\Gamma} \vec{F}_i(\vec{n}) dS = \int_{\Gamma} \vec{F}_v(\vec{n}) dS, \quad (1)$$

kde Ω je kontrolní objem, Γ je plocha ohraničující kontrolní objem, \vec{U} je vektor nezávislých proměnných, \vec{F}_i je vektor nevazkých numerických toků a \vec{F}_v je vektor vazkých numerických toků. Tato rovnice tvoří v této práci základní matematický model popisující proudění.

V CFD literatuře [1] [2] se někdy označuje soustava rovnic 1 jako Navier-Stokesovy (NS) rovnice. Toto označení je také dále použito v textu. Jestliže je pravá strana rovnic 1 nulová, soustava se v CFD literatuře a dále v textu označuje jako Eulerovy rovnice.

2.1 ČASOVÁ DISKRETIZACE

Diskretizace členu rovnice 1 obsahující časovou derivaci je v této práci provedena explicitní a implicitní metodou. Jestliže u prostorově diskretizované diferenciální rovnice uvažujeme časově neměnný objem prvku V můžeme odstranit integrál v prvním členu a tím dostaneme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic (ODR)

$$V \frac{dU}{dt} + R = 0. \quad (2)$$

Jestliže dále nahradíme časovou derivaci dopřednou diferencí a reziduum vyjádříme v čase n dostaneme základní vztah pro aktualizaci řešení explicitní metodou

$$U^{n+1} = U^n - \frac{dt}{V} R^{(n)}. \quad (3)$$

Tato rovnice může být řešena pomocí metody Runge-Kutta [6] jejíž výhoda spočívá ve snadné implementaci. Nevýhodou je však omezení velikosti časového kroku vyplývající z podmínky stability explicitních metod. Právě omezení rychlosti konvergence explicitních metod při řešení stacionárních dějů bylo hlavním důvodem vývoje metod, které tento nedostatek odstraňují. Implicitní metody představují třídu metod pro řešení ODR, které jsou méně omezeny velikostí časového kroku. Jestliže v rovnici 2 dosadíme R^{n+1} za R dostaneme implicitní formulaci

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} + \frac{1}{V} R^{n+1} = 0, \quad (4)$$

kde člen R^{n+1} můžeme linearizovat v čase

$$R^{n+1} = R^n + \frac{\partial R}{\partial t} \Delta t = R^n + \left[\frac{\partial R}{\partial U} \right]^n \frac{\partial U}{\partial t} \Delta t. \quad (5)$$

Jestliže vztah 5 dosadíme do rovnice 4 dostaneme

$$\frac{V\Delta U}{\Delta t} + R^n + \left[\frac{\partial R}{\partial U} \right]^n \Delta U = 0. \quad (6)$$

Po úpravě dostáváme

$$\left(\frac{V}{\Delta t} \bar{I} + \left[\frac{\partial R}{\partial U} \right]^n \right) \Delta U = -R^n, \quad (7)$$

kde \bar{I} je jednotková matice. Přestože lineární implicitní metody jsou nepodmíněně stabilní, jejich aplikace na rovnice popisující proudění však částečné omezení velikosti časového kroku způsobuje. To je důsledek nelineárního charakteru základních rovnic. Přesto je časový krok implicitních metod řádově několikrát větší než u explicitních metod, což zajišťuje mnohem rychlejší konvergenci ke stacionárnímu řešení.

Rovnice 7 představuje soustavu lineárních algebraických rovnic ve tvaru

$$Ax = b. \quad (8)$$

Matice A je řídká, nesymetrická přestože je blokově symetrická. Protože rovnice 7 se má řešit několik set až tisíc krát, rychlost řešení soustavy lineárních rovnic je klíčová. Na druhé straně, jestliže se zabýváme pouze stacionárním řešením není nutné řešit soustavu s vysokou přesností. Řešení výsledné soustavy lineární rovnic je provedeno metodou Gauss-Seidel

$$x^{k+1} = D^{-1}(Ex^{k+1} - Fx^k + b), \quad (9)$$

kde D je diagonální matice, E je spodní trojúhelníková matice A , F je horní trojúhelníková matice A .

2.2 PROSTOROVÁ DISKRETIZACE

V této práci je použita pro diskretizaci prostorových členů na pravé straně rovnice 7 Roeho Flux Difference Splitting (FDS) [5] [1] metoda 2. řádu. Tato metoda je velice přesná a robustní. Levá strana obsahuje výpočet Jacobiho matice (což je matice 5x5 pro každý prvek), jejíž výpočet je časově velice náročný. Diskretizace levé strany je zjednodušena použitím Van Leer Flux Vector Splitting (FVS) [4] [1] prvního řádu. Výhoda tohoto zjednodušení je, že na rozdíl od Roeho FDS pro Van Leer FVS lze stanovit Jacobiho matici analyticky a zároveň je celý výpočet časově méně náročný. V případě diskretizace prvního řádu je počet nenulových bloků na řádku Jacobiho matice roven počtu stěn na kontrolním objemu. Zatímco u diskretizace druhého řádu by byl počet nenulových bloků na řádku stejný jako počet všech sousedních prvků (ve 3D až 30). Další zjednodušení je u NS rovnic zanedbání Jacobiho matice vazkých členů NS rovnic na levé straně rovnice 7. V případě laminárního proudění je toto akceptovatelné, protože rychlost konvergence příliš nedegraduje. Nicméně pro turbulentní proudění, kdy turbulentní viskozita může být řádově až 1000× větší než laminární, by toto zjednodušení mohlo vést k značnému zpomalení konvergence. Popsaná zjednodušení mají za následek značné snížení nároků na paměť ovšem za cenu ztráty kvadratického charakteru konvergence Newtonovy metody. Přestože rychlost konvergence přestává růst od určité velikosti časového kroku, metoda je stále stabilní pro řádově několikrát větší časový krok než u explicitních metod.

2.2.1 Zvýšení přesnosti prostorové diskretizace

Cílem metod prostorového zvýšení přesnosti je přesněji určit hodnotu numerického toku na stěně prvku na základě daného řešení. Zároveň je na tyto metody kladeno několik dalších požadavků. Kvalitu rekonstrukce je nutné posuzovat nejen na ideální geometrii prvku, ale též na zdeformované síti (oblasti velkých gradientů proudových veličin). Většina metod zvýšení přesnosti vyžaduje uchování dalších geometrických informací. Obecně platí, že čím je algoritmus rekonstrukce přesnější tím náročnější je na složitost výpočtu a implementaci. Z hlediska efektivity algoritmu tedy je nutné posuzovat výpočetní náročnost a způsob přístupu ke geometrickým informacím. Protože rekonstrukce se provádí během každé iterace je nutné hledat přístupy, které zohledňují oba požadavky, tedy při dané přesnosti algoritmu minimalizovat využívání dalších informací a výpočetní náročnost.

Pro nestrukturovanou síť Barth a Jespersen navrhli koncepci multidimenzionální rekonstrukce primitivní proměnné. Koncepce vychází z použití Taylorova rozvoje jako po částech spojitého polynomu v těžišti kontrolního objemu. Například polynom prvního stupně (metoda druhého řádu) má tvar

$$q_f = q_c + \Delta q(O_1) = q_c + \nabla q_c \Delta r^T. \quad (10)$$

Proces rekonstrukce se v této práci skládá ze dvou kroků:

1. Interpolace řešení do uzlových bodů.
2. Extrapolace řešení na stěnu prvku.

Pro interpolaci lze například použít vážený průměr prvků obklopujících daný uzel. Tedy hodnotu primitivní proměnné v uzlovém bodu lze stanovit jako

$$q_n = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} w_i q_{c(i)}}{\sum_{i=1}^{i=N} w_i}, \quad (11)$$

kde N je počet sousedních prvků sdílejících daný uzel a w_i je příslušná váha. Váhy mohou mít různé formy. Například lze použít jednoduše jako váhu inverzní hodnotu vzdálenosti středu prvku od daného uzlu.

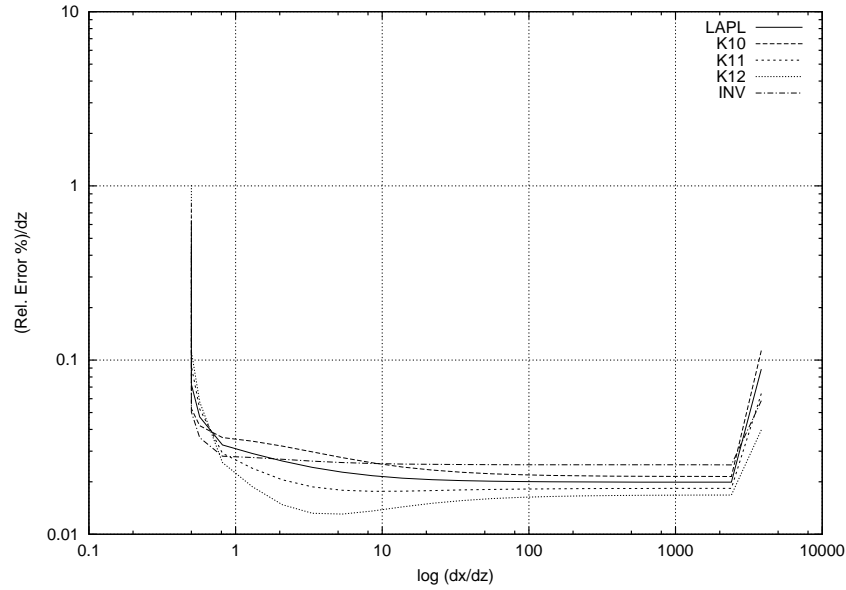
Extrapolace řešení na stěnu prvku využívá vlastnosti čtyřstěnu, v kterém leží těžiště objemu vždy na těžnici v 1/4 její délky od podstavy. Jestliže předpokládáme lineární průběh funkce přes stěnu lze hodnotu v těžišti stěny stanovit z následujícího vztahu

$$q_f = q_c + \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} (q_{n1} + q_{n2} + q_{n3}) - q_{n4} \right]. \quad (12)$$

Vztah 12 provádí rekonstrukci přesně až do strojové přesnosti druhého řádu, pokud jsou všechny vstupní hodnoty přesné. To, ale bohužel zcela neplatí, protože uzlové hodnoty jsou stanoveny interpolací z primárních proměnných vztažených k těžišti prvku. Tedy i chyba, která vzniká při interpolaci se šíří do výsledné rekonstruované hodnoty.

V předložené práci je proveden návrh modifikace vztahu 12 s cílem zpřesnit algoritmus rekonstrukce za předpokladu stejných nebo podobných, paměťových nároků a výpočetní náročnosti. Vztah 12 lze pozměnit tak, aby částečně eliminoval vliv uzlových hodnot zatížených interpolační chybou a tím i celková chyba rekonstrukce byla menší

$$q_f = q_c + \frac{1}{3} (q_c - q_{n4}) = \frac{1}{3} (4q_c - q_{n4}). \quad (13)$$



Obrázek 1: Chyba rekonstrukce [%], $\delta = f(dx/dz)$

Tato metoda je v numerickém experimentu označena jako K10. Další možnost je stanovit prostorový gradient jako "průměr" levé a pravé jednostranné derivace

$$\Delta q = \frac{1}{2}(\Delta q_1 + \Delta q_2), \quad (14)$$

kde

$$\Delta q_1 = \frac{1}{3}(q_{n1} + q_{n2} + q_{n3}) - q_c, \quad \Delta q_2 = \frac{1}{3}(q_c - q_{n4}). \quad (15)$$

V numerickém experimentu je metoda označena jako K11. Výpočet gradientu lze také provést využitím hodnoty v těžišti prvku spolu s uzlovými hodnotami, což rozšiřuje schéma na centrální diferenční operátor, který je o řád přesnější ve srovnání s jednostrannými operátory. Potom lze hodnotu na stěně stanovit ze vztahu

$$q_f = q_c - \frac{q_{n4} - 3(q_{n1} + q_{n2} + q_{n3}) + 8q_c}{12} \quad (16)$$

označeným v numerickém experimentu jako K12.

Aby bylo možné spolu srovnat a vyhodnotit jednotlivé metody rekonstrukce byl proveden numerický experiment. Cílem bylo zmapovat chování navržených modifikací z hlediska přesnosti, výpočetní náročnosti a citlivosti na tvar sítě. Pro každou vybranou stěnu je provedena rekonstrukce analytické funkce z těžiště čtyřstěnu, kde se předpokládá známé, přesné řešení do jeho stěny. Pro experiment byla použita síť, původně určená pro výpočet laminární mezní vrstvy. Tloušťka nejtěsnější vrstvy u stěny byla $1.0 \times 10^{-5}m$ při celkové délce domény $1.5m$.

Na obrázku 1 je vynesena závislost relativní chyby rekonstrukce na štíhlosti prvku pro původní metody označené jako LAPL, INV a navržené modifikace K10, K11, K12. Z obrázku 1 vyplývá, že

navržený způsob rekonstrukce K12, K11 vykazuje menší chybu než původní metoda rekonstrukce s oběma způsoby výpočtů vah v celém rozsahu štíhlostí resp. $dx/dz > 1.0$. Chyba rekonstrukce metody K10 je menší než původní rekonstrukce s váhami vypočtenými metodou inverzní vzdálenosti pouze při $dx/dz > 10.0$

2.2.2 Diskretizace vazkých členů

Problém diskretizace vazkých členů je v zásadě stejný jako výpočet gradientu pro rekonstrukci v předchozí kapitole. Na rozdíl od rekonstrukce je v tomto případě zapotřebí stanovit derivace proměnné na stěně čtyřstěnu.

Přístup při diskretizaci pravého členu v rovnici 1 použitý v této práci vychází z následujícího vztahu

$$[\vec{v}_{12}\vec{v}_{34}\vec{v}_{56}]^T \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{p2} - q_{p1} \\ q_{p4} - q_{p3} \\ q_{p6} - q_{p5} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

kde

$$\begin{aligned} \vec{v}_{12} &= \vec{p}_2 - \vec{p}_1, \\ \vec{v}_{34} &= \vec{p}_4 - \vec{p}_3, \\ \vec{v}_{56} &= \vec{p}_6 - \vec{p}_5 \end{aligned} \quad (18)$$

a $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4, \vec{p}_5, \vec{p}_6$ jsou počáteční a koncové body vektorů.

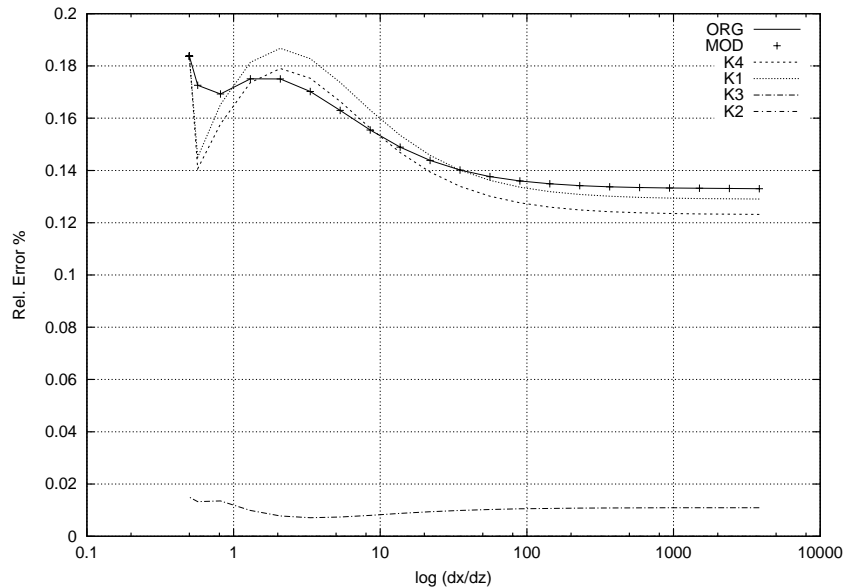
Vztah 17 představuje soustavu lineárních rovnic, kde jedinou neznámou je gradient veličiny q . Tento postup poprvé použil Mitchell [22]. Pro konstrukci vektorů využil pouze uzlových bodů sdílejících stěnu a hodnot obou sousedních prvků. Dva vektory jsou definovány v rovině stěny a tedy využívají všechny (tři) uzlové body stěny. Třetí vektor spojuje středy prvků sousedících se stěnou.

Vektory lze také definovat jiným způsobem. Předložená práce navrhuje zvýšit přesnost metody změnou definice vektorů. Pro takto modifikované algoritmy je opět proveden experiment na zdeformované a rovnoměrné síti s cílem porovnat přesnost výpočtu gradientu.

Na obrázku 2 je vynesena závislost relativní chyby derivace na štíhlosti prvku pro původní metody označené jako ORG, MOD a navržené modifikace K1, K2, K3, K4. Z obrázku 2 je patrné, že navržené metody diskretizace vazkých členů NS rovnic K2 a K3 vykazují řádově menší chybu než původní metody. Zároveň trend zvýšení chyby u rovnoměrné sítě je spíše opačný než je tomu u rekonstrukce. Stejný numerický experiment byl také proveden pro rovnoměrnou síť. U metody K2, která se jeví jako nejpřesnější na zdeformované síti bylo u některých stěn zjištěno, že při výpočtu k dochází k aritmetické výjimce. To může být způsobeno rovnoběžností vektorů na rovnoměrné síti. Takto definovaná matice koeficientů má totiž nulový determinant.

3 VÝSLEDKY

V této kapitole je několik vlastních výpočtů provedených metodami popsány v předchozích částech práce. Cílem je ověření výsledků vyvinutého programového vybavení. Výsledků výpočtů jsou porovnány s dostupnými experimentálními daty nebo s výsledky z jiných CFD programů. Výpočty jsou provedeny explicitní nebo implicitní metodou. Přístup, v textu označen jako explicitní, využívá explicitní časovou diskretizaci a pro řešení výsledných ODR je použita metoda Runge-Kutta (RK).



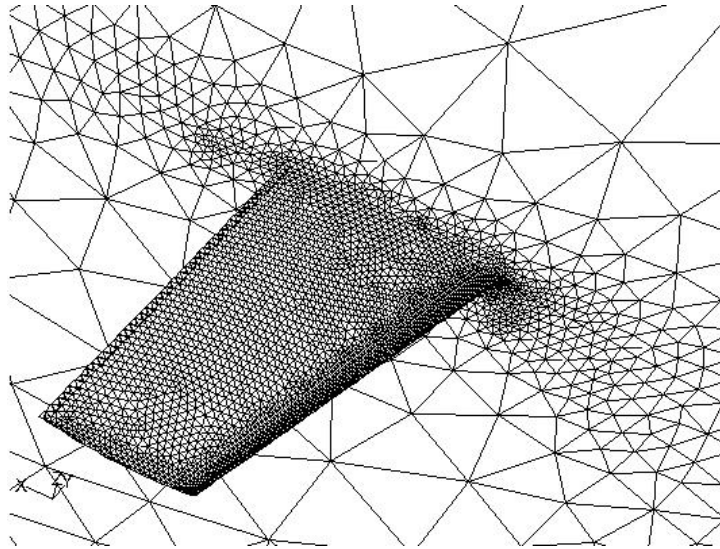
Obrázek 2: Chyba derivace [%], $\delta = f(dx/dz)$

Jakmile se řešení ustálí jsou mezi každým krokem RK metody provedeny 2-3 iterace Implicit Residual Smoothing, což spolu s metodou pro urychlení konvergence stacionárních problémů Local Time Stepping umožňuje zvýšit CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) číslo asi $2 \times$ až $3 \times$. Implicitní přístup využívající bodově implicitní formulaci vede na soustavu lineárních rovnic, která je řešena metodou Gauss-Seidel. Pro zvýšení přesnosti oba dva přístupy používají metodu rekonstrukce primitivní proměnné popsanou vztahem 12. V implicitní formulaci je kvůli zjednodušení matice koeficientů na levé straně rovnic použita diskretizace prvního řádu. Vazké členy jsou v NS rovnicích diskretizovány metodou popsanou vztahem 17. Většinou výpočet začíná s diskretizací prvního řádu a malým CFL číslem. Po 100 iteracích, kdy je proudové pole dostatečně ustálené a řešení je stabilní, zapíná se metoda 2. řádu, která provádí rekonstrukci primitivních proměnných. U implicitní metody se většinou lineárně zvyšuje CFL číslo s tím jak postupně řešení konverguje.

Výpočet proudění kolem křídla ONERA M6 demonstruje schopnost vyvinutého programového vybavení řešit prostorové, transsonické a podzvukové proudění. Geometrie křídla je tvořena profilem ONERA D a šíp náběžné hrany je 30° . K dispozici je měření tlakového rozložení [34] v několika řezech křídla zahrnující režimy $M_\infty = 0.7 \dots 0.92$ a úhly náběhu $\alpha = 0^\circ \dots 6^\circ$. Při zvyšujícím se úhlu náběhu na horní straně křídla vzniká efekt označovaný jako λ ráz. Dvě slabší rázové vlny jdoucí od kořene křídla se asi v 80% rozpětí spojují v jednu silnou rázovou vlnu.

Použitá síť má u povrchu, v oblasti předpokládané mezní vrstvy několik vrstev prvků vygenerovaných metodou Advancing Layer (AL), jejíž vývoj je součástí předložené práce. Celá generace sítě je potom rozdělena do dvou fází.

V první fázi se na povrchu křídla vytvoří síť metodou (AL), která bude v blízkosti povrchu s mezní vrstvou. Charakteristickou vlastností je síť zhuštěná ve směru normály k povrchové stěně. Nejprve se vygenerují normály ke každému povrchovému uzlu. V případě, že úhel mezi dvěma



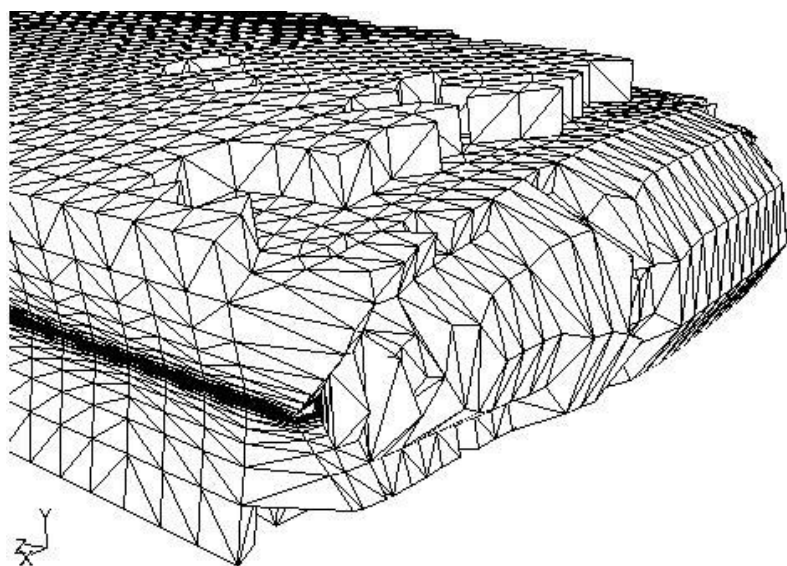
Obrázek 3: Detail povrchové sítě křídla ONERA M6 při $M_\infty = 0.84$ (izotropická síť)

stěnami je větší než daná konstanta, uzel leží na singulární hraně. Na této hraně se vygeneruje několik normál jejichž počet a jednotlivé směry závisí na geometrické konfiguraci singularity. Potom se začnou generovat prvky první vrstvy sítě. Vždy se generuje trojice čtyřstěnů, které dohromady dávají prizmatický hranol s trojúhelníkovou podstavou. Tento hranol může mít několik konfigurací. Náhodná kombinace konfigurací nezaručuje, že výsledná síť bude korektní, tedy každá vnitřní stěna bude sdílet dva prvky. Většinou při generaci poslední trojice prvků uzavírající kavitu může nastat problém s orientací, protože okolní stěny jsou již definovány. Proto byla vyvinuta speciální technika pro řešení takovýchto situací. Jakmile je první vrstva vygenerována, ostatní vrstvy se vytváří pouze kopírováním předchozí vrstvy. Vrstvy se generují tak dlouho dokud prizmatický hranol není přibližně rovnostranný. Pak generace skončí. Výsledkem první fáze je síť, která má na povrchu téměř rovnostranné čtyřstěny. To je důležité kvůli hladkému přechodu na izotropickou, nestrukturovanou síť. Detail povrchové sítě křídla s částí původní roviny symetrie je zobrazena na obrázku 3. Pohled na síť vygenerovanou metodou AL je na obrázku 4 a celkový pohled na přechod z AL sítě na izotropickou v rovině symetrie je na obrázku 5.

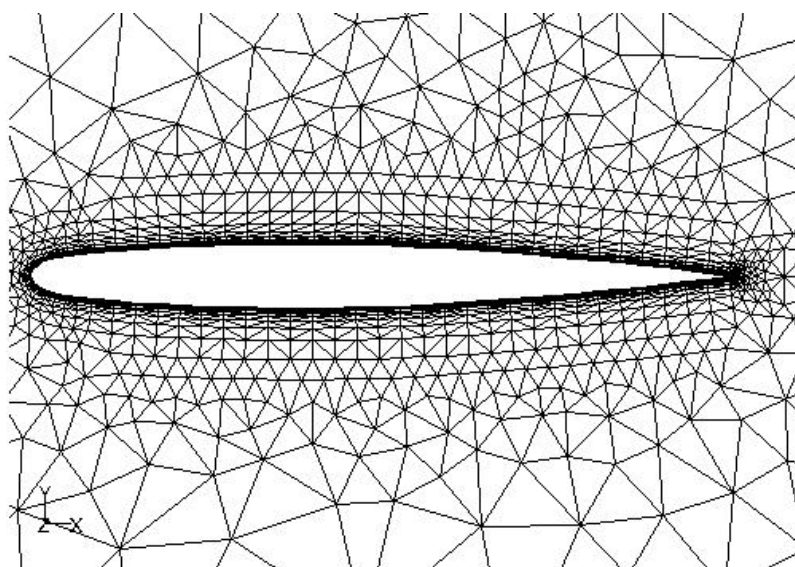
V druhé fázi je nutné vytvořit síť ve zbylém prostoru. To je provedeno v preprocesoru TGRID. Z povrchové sítě se nejprve modifikuje rovina symetrie, která nemůže být použita z původní sítě. Vnější povrch sítě vytvořené v první fázi se použije jako hraniční síť spolu s částí roviny symetrie a vnější plochou domény a pro tuto hraniční geometrii se vygenerují izotropické prvky objemovým generátorem preprocesoru TGRID. Obě sítě se spojí a rozhraní mezi nimi se odstraní.

Tloušťka prvního prvku u stěny je $1.0 \times 10^{-5} \times c_{SAT}$, kde c_{SAT} je střední aerodynamická tětiva křídla a síť obsahuje 492551 prvků, 85498 uzlů a 991908 stěn.

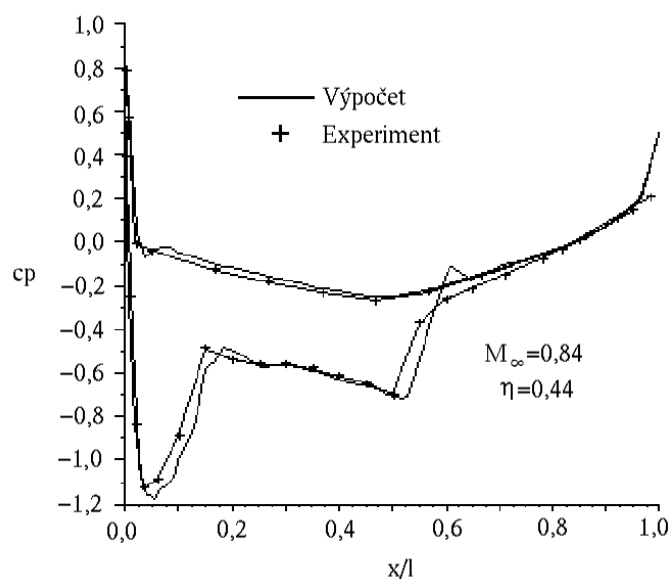
Transsonické řešení Eulerových rovnic je provedeno pro parametry nerušeného proudu $M_\infty = 0.84$ a $\alpha = 3^\circ$. Rozložení součinitele tlaku na povrchu křídla ve dvou řezech bezrozměrného rozpětí



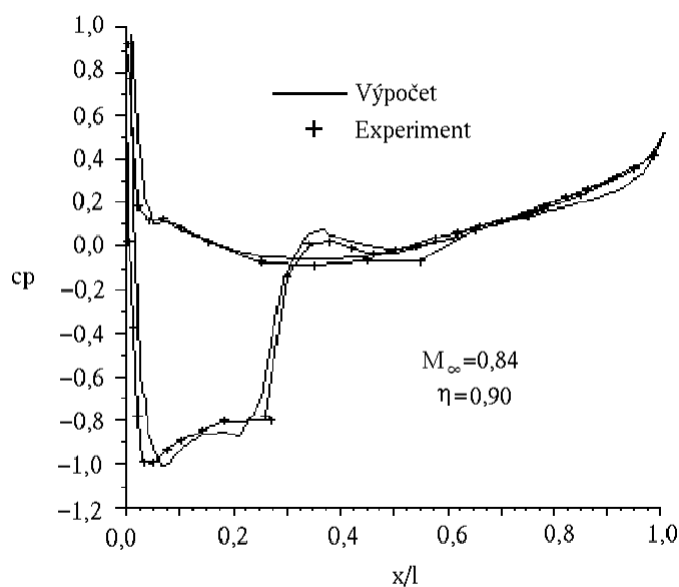
Obrázek 4: Externí stěny na konci fáze 1



Obrázek 5: Přechod z povrchové sítě na izotropickou



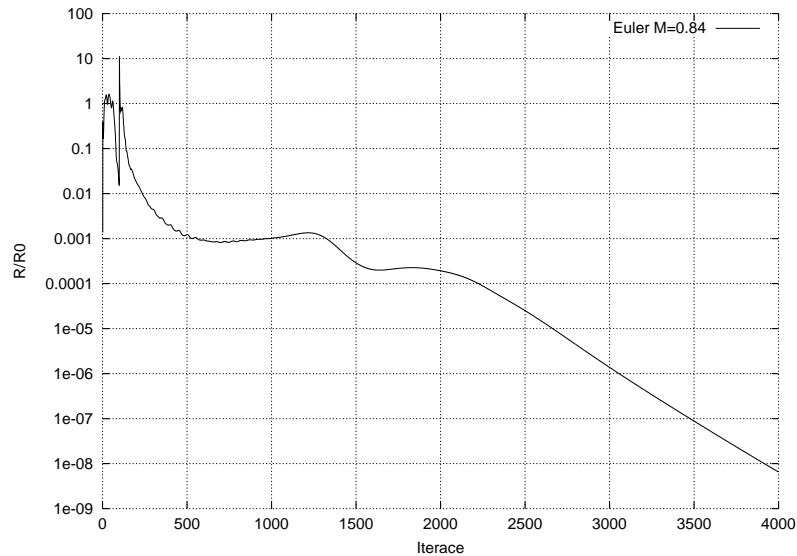
Obrázek 6: Nevazké řešení na AL síti $M_\infty = 0.84$ - rozložení součinitele tlaku v řezu $\eta = 0.44$



Obrázek 7: Nevazké řešení na AL síti $M_\infty = 0.84$ - rozložení součinitele tlaku v řezu $\eta = 0.90$

křídla $\eta = 0.44$ a $\eta = 0.90$ je zobrazeno na obrázku 6 a 7, kde jsou současně vyneseny experimentální výsledky [34]. Průběh konvergence je na obrázku 8.

Výpočet na izotropické síti obsahující 84370 prvků byl proveden explicitní i implicitní metodou. Na obrázku 9 jsou průběhy konvergence pro různé parametry řešení. Jako referenční byl proveden výpočet explicitní metodou, kde bylo $CFL = 3.6$ konstantní po celou dobu výpočtu. Pro druhý výpočet byla použita implicitní metoda s 10ti vnitřními iteracemi řešení soustavy lineárních rovnic a

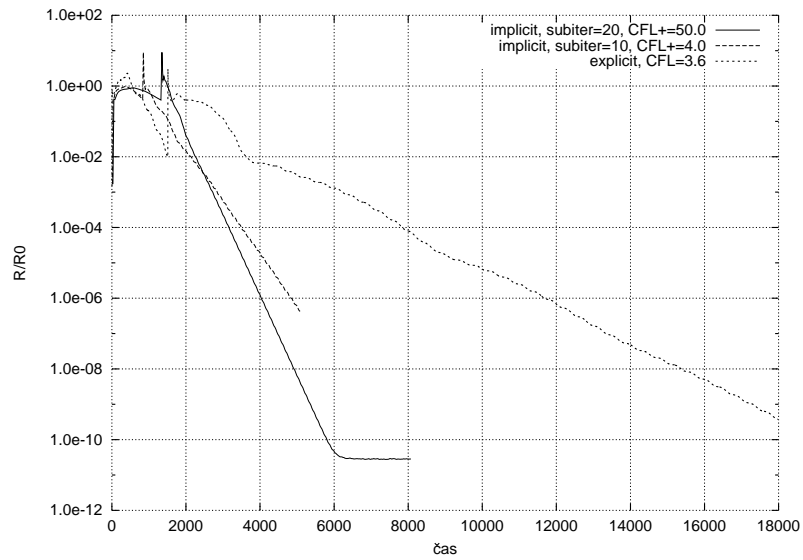


Obrázek 8: Průběh konvergence řešení Eulerových rovnic při $M_\infty = 0.84$ (AL síť)

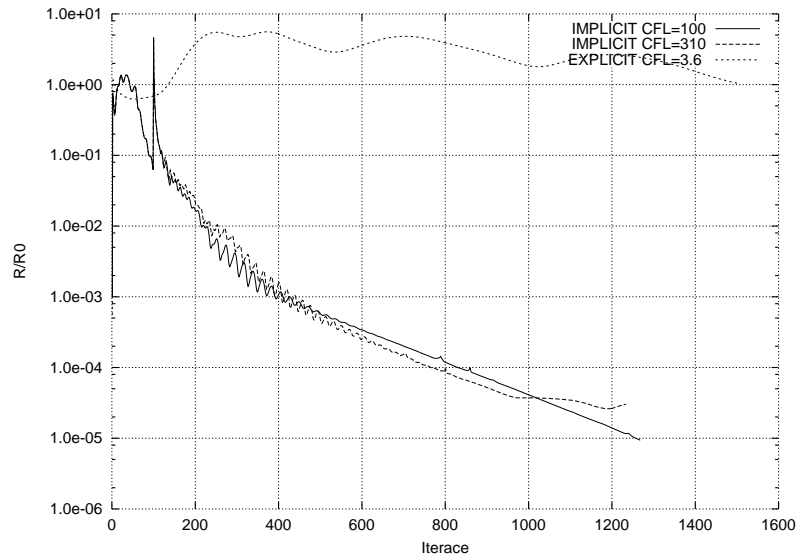
přírůstkem $\Delta CFL = 4.0$ během každé iterace. Třetí výpočet byl proveden s 20ti vnitřními iteracemi a přírůstkem $\Delta CFL = 50.0$. Na vodorovné ose grafu je vynesena čas, aby bylo možné přímo srovnávat rychlosti konvergence i s explicitní metodou. Z obrázku je patrné, že použití implicitní metody s 20ti vnitřními iteracemi vykazuje přibližně $4\times$ větší rychlost než explicitní metoda. Je též zřejmé, že počet vnitřních iterací implicitní metody významně ovlivňuje rychlost konvergence.

Řešení NS rovnic s laminární mezní vrstvou bylo spočteno na AL síti při podmínkách $M_\infty = 0.5$ a $\alpha = 3^\circ$. Reynoldsovo číslo vztažené na střední aerodynamickou tětívu křídla c_{SAT} je $Re = 1.0 \times 10^6$. Proudové pole při těchto parametrech proudění neobsahuje žádné rázové vlny a proudění je po celé hloubce bez odtržení. Rozložení součinitele tlaku po hloubce křídla v řezech $\eta = 0.44$ a $\eta = 0.90$ je na obrázku 11 a 12. Pro tyto podmínky sice neexistují experimentální výsledky, ale v [26] byl tento případ řešen softwarem USM3D a CFL3D. Pro srovnání je několik hodnot vyneseno do grafů. Spočtené rozložení tlakového součinitele souhlasí s výsledky z ostatních programů velice přesně kromě maximální sací špičky. Rozdíl může být způsoben interpolací prvkových hodnot do vyhodnocovaného řezu, jejíž vlastností je vyhlazování ostrých extrémů.

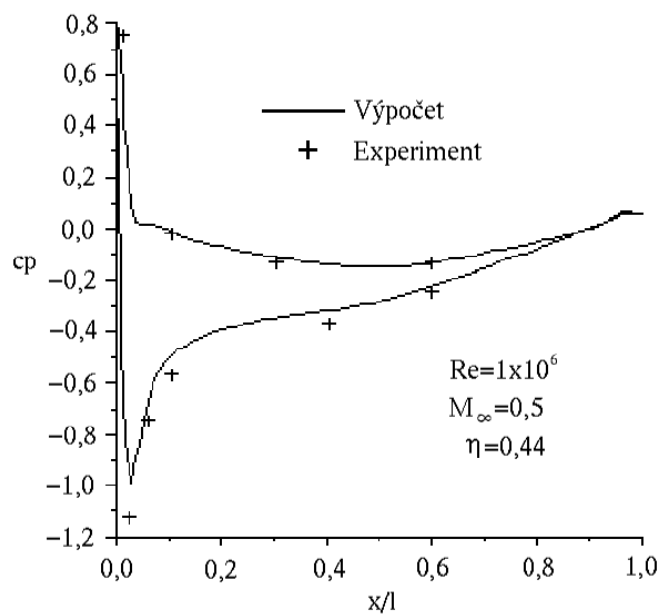
Průběhy konvergence pro různé velikosti časového kroku jsou vykresleny na obrázku 10. Experimentálně bylo zjištěno, že nejvyšší rychlosti konvergence řešení lze dosáhnout s časovým krokem $CFL=100$. Z obrázku dále plyne, že při zvýšení velikosti časového kroku přibližně na trojnásobek ($CFL=310$) se rychlost konvergence řešení již dále nezvyšuje. Tato vlastnost je pravděpodobně důsledek zjednodušení při diskretizaci implicitního oprátora rovnic popisujících proudění.



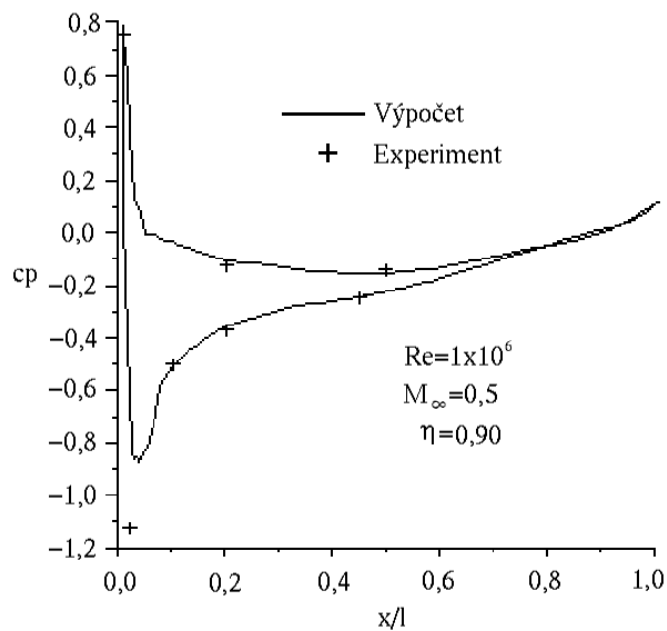
Obrázek 9: Srovnání rychlosti konvergence explicitní a implicitní metody (izotropická síť)



Obrázek 10: Průběh konvergence řešení NS rovnic $M_\infty = 0.5$



Obrázek 11: Řešení NS rovnic s laminární mezní vrstvou na AL síti $M_\infty = 0.5$ - rozložení součinitele tlaku v řezu $\eta = 0.44$



Obrázek 12: Řešení NS rovnic s laminární mezní vrstvou na AL síti $M_\infty = 0.5$ - rozložení součinitele tlaku v řezu $\eta = 0.90$

4 ZÁVĚR

Předložená práce popisuje metodiku numerického modelování proudění na komplexních geometriích se zaměřením na problémy vyskytující se v letectví. Výsledkem je programové vybavení schopné predikovat proudové pole stacionárních problémů v širokém rozsahu Machových čísel běžných v letectví. V práci je uveden podrobný popis metod užitých v programovém vybavení. Při vývoji je kladen zvláštní důraz na efektivnost řešení, která je klíčovým faktorem ve všech výpočetně náročných aplikacích. V kapitole 3 jsou prezentované výsledky spočtené vyvinutým programovým vybavením. Kapitola je věnována ověření výsledků srovnáním s experimentem, empirickými vztahy a jinými již verifikovanými CFD metodami. Závěrem je možné říci, že zadání stanovené v kapitole 3 bylo splněno v plném rozsahu. Hlavní přínosy práce lze shrnout do následujících bodů:

Ve srovnání s běžně užívanými komerční CFD balíky je rozdílný přístup v diskretizaci oblastí s vysokými gradienty veličin. Komerční CFD produkty používají přístup izotropické sítě v celé výpočetní doméně, a v případě že síť obsahuje štíhlé prvky je robustnost a konvergence řešení negativně ovlivněna. Naproti tomu prezentovaný přístup využívá metody, které dovolují diskretizovat síť s vysoce zdeformovanými prvky bez podstatné degradace konvergenčních vlastností. Tento přístup je zejména důležitý pro turbulentní proudění při vysokých Reynoldsových číslech, pro které jsou charakteristické vysoké gradienty rychlosti u povrchu. Bez diskretizace mezní vrstvy až do sublaminární vrstvy může být modelování odtržení proudů a výpočet povrchových třecích napětí nekorektní.

Vývoj implicitní časové diskretizace Eulerových a Navier-Stokesových rovnic na nestrukturované síti. Implicitní metoda odstraňuje stabilitní restrikcii na časový krok, což je hlavní nevýhoda explicitních metod u problémů se sítí zdeformovanou v oblasti mezní vrstvy. Výsledkem je potom robustnější metoda řešení a rychlejší průběh konvergence řešení. Implementací omezovače extrémů primitivní proměnné metodou Venkatakrishnan bylo dosaženo hladšího průběhu konvergence řešení Navier-Stokesových rovnic.

Díky vhodné zvolené datové struktuře bylo dosaženo velice hospodárného využití paměti. I přes explicitní uchování Jacobiho matice během řešení soustavy lineárních rovnic metoda použitá v předložené práci vykazuje přibližně $2\times$ menší nároky na paměť než je tomu ve srovnání s komerčními CFD balíky .

Úlohy, které byly pro srovnání spočteny komerčním balíkem FLUENT, vykazovaly při použití prezentovaných metod podstatné snížení celkové doby výpočtu a podobnou přesnost dosažených výsledků. Konvergence řešení má téměř lineární průběh. Tyto vlastnosti jsou způsobeny rozdílným přím k prostorové diskretizaci vyššího řádu, což se projeví obzvláště na zdeformované síti. Prezentovaná metodologie má potom menší vliv na degradaci konvergence.

Vyvinuté programové vybavení je zaměřeno speciálně na problémy externí aerodynamiky v letectví. To umožňuje použití přesných a zároveň robustních metod řešení, které byly vyvinuty pro tyto úlohy. U komerčních balíků je použití nejnovějších metod vyvinutých pro jeden typ úloh někdy obtížné, protože je nutné zajistit provázanost metod řešení s několika fyzikálními modely. Proto někdy bývá maximální efektivnost určitého typu úloh obětována ve prospěch možnosti řešit široké spektrum úloh.

Návrh několika nových způsobů zvýšení přesnosti řešení metodou rekonstrukce primitivní proměnné na nestrukturované síti. Cílem bylo zvýšit přesnost stanovení hodnoty primitivní pro-

měnné na stěně prvku při zachování výpočetní náročnosti a struktury potřebných geometrických dat původní metody. Z analýzy původní metody rekonstrukce v kapitole 2.2.1 vyplývá, že při procesu rekonstrukce (sestavující se z interpolace uzlového řešení a extrapolace na stěnu prvku) se chyba vznikající ve fázi interpolace šíří do výsledné rekonstruované hodnoty. V navržených metodách bylo implementováno několik způsobů jak zmenšit vliv této chyby. Byl proveden numerický experiment, v kterém byly srovnány a vyhodnoceny vlastnosti nových a původních metod rekonstrukce. Z výsledků vyplývá, že zlepšení se týká především zdeformovaných prvků v oblasti mezní vrstvy.

Návrh modifikace jedné ze stávajících metod diskretizace vazkých členů Navier-Stokesových rovnic pro nestrukturované sítě. Cílem bylo zvýšit přesnost výpočtu prostorového gradientu veličin na stěně prvku při zachování výhodných vlastností stávajícího algoritmu výpočtu. Na základě podobných úvah o původu chyby jako při návrhu rekonstrukce proměnné bylo navrženo několik nových modifikací algoritmu. Numerický experiment, který byl proveden jak na izotropické síti tak na síti obsahující zploštělé čtyřstěnné prvky, ukazuje podstatné zmenšení chyby diskretizace v celém rozsahu štíhlostí prvků.

Vývoj generátoru objemové, povrchové sítě pro diskretizaci mezních vrstev. Při generaci se využívá prizmatické struktury trojice čtyřstěnných prvků. Síť přechází plynule ze štíhlých prvků na povrchu do izotropické sítě, kde je generace ukončena při splnění zadané podmínky. Na externí plochu povrchové sítě navazuje síť generovaná standardním, automatickým generátorem izotropické sítě. Metoda používá místo počáteční orientace grafu povrchové sítě vyvinutou metodu dodatečné opravy orientace trojice prvků.

Vývoj omezovače extrémů pro hypersonické problémy. Funkce řešení hypersonického proudového pole se vyznačuje velmi silnými rázovými vlnami, které při rekonstrukci proměnné způsobují oscilace řešení s následkem zhoršení konvergence úlohy. Dodatečná redukce oscilací stávajícími metodami se neprojevila jako dostatečně účinná pro vysoká Machova čísla ($M_\infty > 10$) ve spojitosti s nestrukturovanou sítí. Proto byla na základě numerických experimentů navržena modifikace stávající metody, která rozšířila oblast jejího použití i pro hypersonické proudění. Modifikace metody spočívá v zavedení další omezující funkce, která se projevuje při detekci silné rázové vlny. Navržený omezovač extrémů spolu s použitými metodami prostorové diskretizace představují robustní metodologii pro řešení hypersonických problémů.

To, že je vyvinuté programové vybavení s implicitní časovou diskretizací otevřené dává velké možnosti jeho dalšího využití.

Otevřenost systému umožňuje snadnou implementaci diferenciálních, turbulentních modelů. Obvykle se DR turbulentního modelu řeší volně provázaným způsobem. Z předem stanovených proměnných proudového pole se integrují veličiny turbulentního modelu, které se v další iteraci použijí pro stanovení vazkých členů základních rovnic proudění. Takovýmto způsobem lze modulárně implementovat více turbulentních modelů.

Implementací metody duálního časového kroku lze jednoduše získat efektivní nástroj pro nestacionární problémy. Na rozdíl od stacionární formulace, kde přesnost evoluce v čase není podstatná, je nutné časovou derivaci v ODR 2 nahradit centrálním diferenciálním operátorem, který je o řád přesnější než jednostranný operátor. Navíc v úlohách, kde se vyskytují deformující se sítě je nutné do integrace rovnic proudění zahrnout kontrolní objem, který se může měnit během

řešení. Takto formulované řešení nestacionární úlohy je vhodné i pro modelování rychlých přechodových dějů typu aeroelastická odezva nebo problémů dynamické stability.

5 SUMMARY

Submitted work presents a methodology of numerical solution of flow equations with an ability to handle complex configurations in aeronautics. A result of this work is development of the code that is able to predict a flow field of the steady problems with wide range of Mach numbers commonly used in aerospace. The work includes detailed description of methods used in the code. During development a special attention was paid to an efficiency of the used algorithms that is key in all floating point intensive computations. The section 4 presents the results obtained with the developed code. Part of the section is aimed on verification of the results performed by comparison to experimental and empirical data or comparison with other, already verified codes. The robustness of used methods and ability to deal with problems involving typical complex configuration is demonstrated by solution of few examples from external aerodynamics. Therefore, the objectives stated in the beginning of this work were satisfactorily met. The major contributions of the presented work can be summarized in following section.

Unlike the commonly used commercial CFD packages, presented methodology uses different approach to resolve the high gradient regions of boundary layer. Methods used here allow to discretize highly stretched grids without significant negative impact on convergence rate and accuracy while commercial CFD packages use the isotropic mesh in entire domain with a wall function implemented in the turbulence model. This property is important particularly for high Reynolds number flows containing high velocity gradients in the vicinity of the solid walls. Poor mesh density can lead to incorrect resolution of the separated flows.

Development of the implicit time formulation on unstructured mesh for Euler and Navier-Stokes equations. Implicit method eliminates a time step restriction which is limiting factor of the explicit method. The stability condition of explicit time integration further reduces CFL number due to stretched grids in the region of boundary layers and discretization of the diffusive terms in the Navier-Stokes equations. A solution calculated by implicit method shows more robust and faster convergence. Implementation of Venkatakrisnan limiter enforcing the monotonicity of the reconstructed primitive variable makes the solution convergence smoother and more stable for transonic speeds.

It was achieved very efficient memory usage by implementing of the face-based data structure. The developed code requires almost twice less memory than similar commercial packages even though the Jacobian matrix in the implicit method is directly stored in core.

It was proposed Several modifications to the current higher order reconstruction process on unstructured mesh. The goal was to improve the accuracy of the reconstructed variable at the face while keeping the same computational effort of the algorithm and same data structure required by the method. Analyzing of the original method it was found that during reconstruction (consisting of nodal interpolation and center-to-face extrapolation) the error originating in the phase of interpolation propagates to the resulting face value. Proposed modifications incorporate several ways how to reduce the error. Numerical experiment was conducted to investigate

properties of the original and modified reconstruction methods. Results show that improvement was achieved mostly on stretched grids.

Several modifications were proposed to discretization of viscous terms of the Navier-Stokes equations on unstructured mesh. The goal was to improve the accuracy of calculated gradient at the face while keeping the same computational effort of the algorithm and same data structure required by the method. Proposed modification is based on the assumption similar to modification of reconstruction method. Numerical experiment that was performed for both isotropic and stretched grids shows significant error reduction throughout the range of cell aspect ratio.

Development of the unstructured (tetrahedral) volume mesh generator for the discretization of the viscous regions. The approach is based on generating of the triad of cells with prismatic structure on each surface triangle. The generation of next layer on each triangle is stopped when criteria expressing prismatic equilaterality is satisfied. This approach ensures the smooth transition between stretched and isotropic mesh. The external surface of the generated viscous mesh is connected to the isotropic mesh generated by standard, automatic Advancing-Front generator which is a part of commercial CFD packages. The presented methodology proposes subsequent check and correction of the prismatic face configuration for surface triangles instead of usual initial graph orientation.

Development of the limiter for hypersonic problems on unstructured mesh. A solution of hypersonic flow field contains strong shock waves that can cause oscillatory behavior during higher order reconstruction and consequently have negative impact on robustness of the method. Subsequent limitation process using standard limiters did not seemed to work well for higher hypersonic velocity ($M_\infty > 10$) on unstructured mesh. Based on numerical experiments modification of currently used Barth-Jespersen limiter was proposed with a aim to extend the range of applicable Mach numbers. The modification lies in introduction of another limiter function that is switched-on when strong shock wave is detected. This approach together with used space discretization present robust methodology for solving 3D high speed hypersonic problems.

Developed CFD code based on presented methods is written such a way it can be easily extended or modified to be able to solve various engineering tasks and applications in aerospace.

Differential turbulence models can be easily implemented because of an organization of the code. Differential equations of the turbulence model can be solved in loosely coupled way. First the field variables are determined from governing flow equations. Calculated flow field variables together with independent turbulence variables are used to determine quantities required by turbulent model. Then turbulence equations can be integrated and calculated turbulence quantities are used in next time step to update the flow variables. The advantage of this approach is that several turbulence models can implemented modular way.

Efficient tool for unsteady problems can be obtained by incorporating of the dual time step. Unlike the steady state integration where time accuracy is not essential, for unsteady problems the time derivatives needs to be discretized with second order central operator. Moreover problems involving the deforming grids need to be reformulated such a way that the volume cannot be taken out of the integral because the control volume in each cell changes within time. Resulting unsteady formulation can be used to solve fast, transitional effects such as an aeroelastic response or dynamic stability effects.

LITERATURA

- [1] Hirsch C., *Numerical Computation of Internal and External Flow*, John Wiley & Sons, 1988.
- [2] Peyret R., *Handbook of Computational Fluid Mechanics*, Academic Press, 2000.
- [3] Anderson J. D. Jr., *Fundamental of Aerodynamics*, McGraw-Hill, 1991.
- [4] Van Leer B., *Flux Vector Splitting for Euler the Equations*, Proc. 8 International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Berlin, Springer-Verlag, 1982.
- [5] Roe P. L., *Characteristic based schemes for the Euler Equations*, Annual review of Fluid Mechanics, 1986, Vol. 18, pp. 337-365.
- [6] Jameson A., Baker T. J., *Improvements to the Aircraft Euler Method*, AIAA Paper 87-0452, Jan. 1987.
- [7] Thompson F. T., Warsi Z. U. A., Mastin C. W., *Numerical Grid Generation, Foundation and Application*, North Holland, New York, 1985.
- [8] Huband G. W., Shang J. S., Aftosmis M.J., *Numerical Simulation of an F-16A at Angle of Attack*, Journal of Aircraft, 1992, Vol. 27, pp. 886.
- [9] Eisfeld B., Ritzdorf H., Bleecke H. M., Kroll N., *POPINDA- Ein BMFT Verbundprojekt mit DASA, Deutsche Airbus, DLR, Dornier, GMD, und IBM zur Portablen Parallelisierung Industrieller Anwendungen*, Proceeding 3. Workshop - ber Wissenschaftliches Rechnen, TU Braunschweig, 1994.
- [10] Wang Z. J., *Conservative Interface Algorithm for Overlapped Structured/Structured, Structured/Unstructured Grids*, Numerical Methods for Fluid Dynamics V, edited by Morton K. W., Baines M. J., Clarendon Press 1995.
- [11] Aftosmis M. J., Berger M. J., Melton J. E., *Robust and efficient cartesian mesh generation for component-based geometry*, AIAA Paper 97-0196, Jan. 1997.
- [12] Melton J. E., Berger M. J., Aftosmis M. J., *3D application of a cartesian grid euler method*, AIAA Paper 95-0853-CP, Jul. 1993.
- [13] Charlton E. F., Powell K. G., *An octree solution to conservation-laws over arbitrary regions*, AIAA Paper 97-0198, Jan. 1997.
- [14] Karman S. L., *SPLITFLOW A 3D unstructured/prismatic grid CFD code for complex geometries*, AIAA Paper 95-0343, Jan. 1995.
- [15] Lohner R., Parikh P., *Three-Dimensional Grid Generation the Advancing Front Method*, International Journal of Numerical Methods in Fluids, 1988, Vol. 8, pp. 1135-1149.
- [16] Holmes D. G., Snyder D. D., *The Generation of Unstructured Triangular Meshes Using Delaunay Triangulation*, Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics 88, Pineridge Press, 1988, pp. 643-652.
- [17] Pirzadeh S., *Structured Background Grids for Generation of Unstructured Grids by Advancing Front Method*, AIAA Journal, Feb. 1993, Vol. 31, No. 2, pp. 257-285.

- [18] Weatherill N. P., Hassan O., Morgan K., Said R., *The Construction of Large Unstructured Grids by Parallel Delaunay Grid Generation*, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 2000-05.
- [19] Smith R. J., Johnston L. J., *Automatic Grid Generation and Flow Solution for Complex Geometries*, AIAA Journal, Jun. 1996, Vol. 34.
- [20] Anderson W. K., *Grid Generation and Flow Solution Method for Euler Equations on Unstructured Grids*, NASA TM4295, Apr. 1992.
- [21] Barth T. J., *A 3-D Upwind Euler Solver for Unstructured Grids*, AIAA 91-1548-CP, 1991.
- [22] Mitchell C. R., *Improved Reconstruction Schemes for the Navier-Stokes Equations on Unstructured Meshes*, AIAA Paper 94-0642, Jan. 1994.
- [23] Rausch R. D., Batina J. T., Yang H. T. Y., *Spatial Adaption Procedures on Unstructured Meshes For Accurate Unsteady Aerodynamic Flow Computation*, AIAA Paper 91-1106, Apr. 1991.
- [24] Pirzadeh S., *Three-Dimensional Unstructured Viscous Grids by the Advancing Front Method*, AIAA Journal, Jan. 1996, Vol. 34, No. 1, pp. 43-49.
- [25] Mavriplis, D. J., *A Three-Dimensional Multigrid Reynolds-Averaged Navier-Stokes Solver for Unstructured meshes*, CR 194908, May 1994.
- [26] Frink N. T., *Recent Progress Toward a Three-Dimensional Unstructured Navier-Stokes Flow Solver*, AIAA 94-0061, Jan. 1994.
- [27] Feistauer M., Felcman J., Lukáčová-Medved'ová M., *Combined finite-element volume solution of compressible flow*, Journal of computational and applied mathematics, 1995.
- [28] Morton K. W., *An Assessment of the Cell Vertex Method*, Numerical Methods for Fluid Dynamics V, edited by Morton K. W., Baines M. J., Clarendon Press 1995.
- [29] Kano S., Nakahashi K., *Flow Computation Around Delta Wings Using Unstructured Hybrid Grids*, Journal of Aircraft, Mar.-Apr. 1999, Vol. 36, No. 2, pp. 374-379.
- [30] Frink N. T., Parikh P., Pirzadeh S., *A Fast Upwind Solver for the Euler Equations on Three-Dimensional Unstructured Meshes*, AIAA-91-0102, 1991.
- [31] Anderson W. K., Rausch R. D., Bonhaus D. L., *Implicit/Multigrid Algorithms for Incompressible Turbulent Flows on Unstructured Grids*, Journal of Computational Physics, 1996, Vol. 128, pp. 391-408.
- [32] Barth T. J., *Numerical Aspects of Computing Viscous High Reynolds Number Flows on Unstructured Meshes*, AIAA Paper 91-0721, 1991.
- [33] Barth T. J., *A 3-D Upwind Euler Solves for Unstructured Grids*, AIAA 91-1548-CP, 1991.
- [34] Schmitt V., Charpin F., *Pressure Distribution on the ONERA-M6 Wing at Transonic Mach Number*, AGARD Advisory Report 138, May 1979.

CURRICULUM VITAE

Martin Komarek
Kotlarska 22
Brno, 602 00, Czech Republic
e-mail: komm@seznam.cz

Summary of experience:

Ten years of application experience in CFD and five years of CFD development experience. Eight years of programming experience. Six years of CAD and grid generation experience. Five years of THERMAL and STRUCTURAL FEM analysis and design experience.

Experience:

8/2000-present *L. K. ENGINEERING*. Design of electric generator rotor components with a respect to structural life enhancement. Thermal-structural FEM analysis during certification of the spent nuclear fuel transportation system. Implementation of implicit method to unstructured finite volume Euler and NS 3D code for external aerodynamics and validation of the code for transonic and subsonic problems.

4/1999-7/2000 *INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING*. Development of the 3D, Euler and Navier-Stokes, unstructured, finite volume code. Aerodynamic analysis of AERO 270 (turboprop airplane) configurations using CFD methods. Calculation of the lift slope derivatives of the fuselage. Calculation of the integral forces and pressure distribution on deflected flaps.

1997-1999 *WESTINGHOUSE ELECTRIC CORP.* CFD, structural and thermal calculation supporting nuclear powerplant primary loop component design. Development of the multidisciplinary models and approaches.

Education:

1995-2002 *TECHNICAL UNIVERSITY OF BRNO*. Ph.D. studies aimed to the numerical simulation of complex configuration in aeronautics based on control volume approach. Development of the N-S solver using explicit/implicit unstructured finite volume method.

2000 *Performance Improvement International* Training course focused on improvement of the company Quality Assurance Program. Understanding and analysis of the engineering errors. Certificate obtained.

1996-1997 *TECHNICAL UNIVERSITY OF BRNO*. Faculty of Electrical Engineering. CFD study of selfblast circuit effect in high power switch - high temperature, high speed, unsteady solution, supersonic CFD analyses using CFX package.

1996 *TECHNICAL UNIVERSITY OF BRNO*. Course of the numerical methods in fluids. Certificate obtained.

1988-1995 *TECHNICAL UNIVERSITY OF BRNO*. Degree in aeronautics. Specialization: Aircraft technology - Aircraft design.

1993 *UNIVERSITY OF GLASGOW*. U.K.. TEMPUS exchange program, the stay was aimed to perform a flow analysis in aerospace engineering using the FLUENT package.

Skills and Knowledge:

Computer languages: Fortran77, C, Pascal, Basic, PVM, APDL, Perl.

Operating systems: UNIX, DOS, MS Windows.

Applications: CFX, PATRAN, ANSYS, FLUENT, FLOTRAN, UNIGRAPHICS, XFOIL, CADD5, AUTOCAD, MAPLE, MS Office, Latex.

Languages: Czech (primary), English (fluent), Russian, French (reading)