

Fakulta strojního inženýrství
Ústav mechaniky těles

Karel Bednář

DVOUPARAMETROVÁ LOMOVÁ MECHANIKA:
VÝPOČET PARAMETRŮ A JEJICH VÝZNAM PŘI POPISU
CHOVÁNÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN

TWO-PARAMETER FRACTURE MECHANICS:
CALCULATION OF THE RELEVANT PARAMETERS AND
INVESTIGATION OF THEIR INFLUENCE ON THE FATIGUE CRACK
PROPAGATION

obor: Inženýrská mechanika
školitel: Prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc.
Datum obhajoby: 15. 2. 2000

Předkládaná disertační práce se zabývá použitím dvouparametrové lomové mechaniky při popisu únavového šíření trhlin v oblasti vysokocyklové únavy. Řešení této problematiky je rozděleno na dvě části. V první, obecnější, jsou studovány a navrženy metody výpočtu druhého parametru a to za použití metody konečných prvků. V druhé části pak, s využitím poznatků získaných v první části, je studován vliv geometrie tělesa na rychlost šíření únavových trhlin a na jejich chování v případě kombinovaného namáhání normálovým a smykovým módem.

Disertační práce vznikla za podpory Grantové agentury AV ČR (číslo grantu A2041603) a Grantové agentury ČR (číslo grantu 106/96/0332).

Celkový rozsah disertace je 117 stran (včetně obrázků a příloh).

ISBN 80-214-1756-0

OBSAH

I. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY	4
I.1 Výpočtová oblast	4
I.2 Chování únavových trhlin	6
II. CÍLE PRÁCE	6
III. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ	7
III.1 Výpočet T-napětí	7
III.1.1 Metoda hybridních elementů	7
III.2 Rychlost růstu únavových trhlin \Rightarrow popis pomocí dvouparametrové lomové mechaniky	9
IV. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE	11
IV.1 Výpočet T-napětí	11
IV.2 Vliv T-napětí na chování únavových trhlin	12
IV.2.1 Vliv T-napětí na rychlost šíření únavových trhlin	12
IV.2.2 Vliv T-napětí na směr šíření únavových trhlin	18
V. ZÁVĚR	21
V.1 Shrnutí dosažených výsledků	22
V.1.1 Oblast numerických výpočtů	22
V.1.2 Oblast šíření únavových trhlin	23
VI. LITERATURA	25
VI.1 Výtah z použité literatury	25
VI.2 Seznam autorových prací zaměřených na diskutovanou problematiku	26
VII. AUTOROVO CV	27

I. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Klasická (jednoparametrová) lomová mechanika vychází z předpokladu, že napětí a deformace v okolí kořene trhliny, a tím i počátek lomu, jsou charakterizovány jediným parametrem, obvykle hodnotou faktoru intenzity napětí K (příp. hodnotou J -integrálu).

Na druhé straně řada výsledků uvedených v literatuře ukazuje že chování trhliny charakterizované danou hodnotou K (v lineární lomové mechanice), případně hodnotou J (v oblasti elasto-plastické lomové mechaniky) není vždy identické a může záviset i na různém stupni multiaxiality napětí v okolí kořene trhliny vyvolaném různou geometrií studovaných těles.

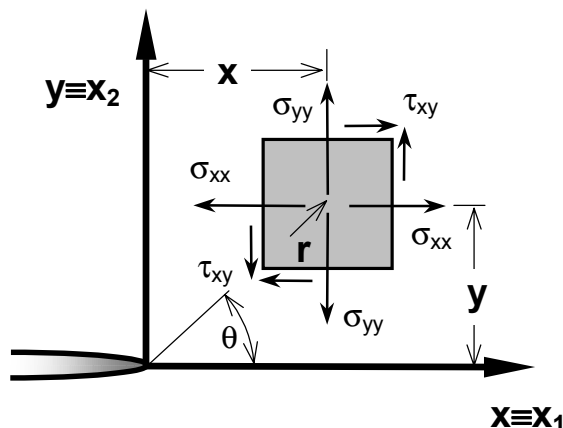
Dvouparametrová lomová mechanika představuje zobecnění klasického, jednoparametrového přístupu a umožňuje popis vlivu multiaxiality napětí na čele trhliny tím, že používá pro výpočet hodnot napětí kromě singulárního členu Williamsova rozvoje i další, konstantní, člen, tzv. T -napětí (případně v elasto-plastické lomové mechanice Q -parametr). V tomto přístupu je tedy pole napětí, a tím i lomové chování trhliny charakterizováno dvěma parametry. Základní předpoklad dvouparametrové lomové mechaniky je tedy tvrzení, podle něhož se trhlina v různých tělesech chová stejně, je-li popsána stejnými hodnotami parametrů K a T -napětí nebo J a Q .

I.1 Výpočtová oblast

Nezbytnou podmínkou pro aplikaci dvouparametrové lomové mechaniky je znalost parametrů T (resp. Q) popisujících constraint. Postupy pro výpočet základních parametrů klasické lomové mechaniky (zejména pak součinitele intenzity napětí) jsou dostatečně známy a jejich výsledky podrobně dokumentovány v literatuře. Na druhé straně metody výpočtu druhého (constraint) parametru nejsou zatím tak běžné a rozšířené a odpovídající hodnoty tohoto parametru pro široký rozsah geometrií zkušebních vzorků, délek trhlín a okrajových podmínek nejsou dosud souhrnně k dispozici. Tato skutečnost může být překážkou pro širší využití výsledků dvouparametrové lomové mechaniky nejen při laboratorním měření, ale i pro aplikace v technické praxi.

Vliv constraintu na lomové chování těles se v rámci lineární elastické lomové mechaniky charakterizuje obvykle hodnotou elastického T -napětí, nebo ekvivalentně, hodnotou faktoru biaxiality B .

V případě, že trhlina je orientována podél osy x a (r, θ) jsou polární souřadnice s počátkem ve vrcholu trhliny (obr. 1),



obr. 1 kartézský souřadný systém v kořeni trhliny

Ize pro popis napětí v blízkém okolí kořene trhliny, kde $r \rightarrow 0$, zanedbat vyšší členy nekonečné Williamsovy řady a výrazy pro popis pole napětí a posunutí pak použít pouze první (singulární) a druhý (konstantní) člen.

Např. pro mód I zatěžování pak platí:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = A_1 \frac{1}{2} r^{-\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} \frac{3}{2} \cos \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2} \cos \frac{5}{2}\theta \\ \frac{5}{2} \cos \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2} \cos \frac{5}{2}\theta \\ -\frac{1}{2} \sin \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2} \sin \frac{5}{2}\theta \end{Bmatrix} + A_2 \begin{Bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{A_1}{2\mu} (r)^{\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} (\kappa - \frac{1}{2}) \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{3}{2}\theta \\ (\kappa + \frac{1}{2}) \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{3}{2}\theta \end{Bmatrix} + \frac{A_2}{2\mu} r \begin{Bmatrix} (\kappa + 1) \cos \theta \\ (\kappa - 3) \sin \theta \end{Bmatrix} \quad (2)$$

kde

$$A_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \quad A_2 = \frac{T}{4} \quad (3)$$

Elastické T-napětí je tedy vztaženo k druhému (konstantnímu) členu rozvoju (1) (2) a odpovídá napětí, které působí rovnoběžně s povrchem trhliny, tj. v našem případě konstantní složce napětí σ_{xx} .

I.2 Chování únavových trhlin

Aplikacím dvouparametrové lomové mechaniky na šíření únavových trhlin nebyla dosud věnována zvláštní pozornost. V literatuře zatím neexistuje systematická studie o vlivu constraintu na chování únavových trhlin; jsou však publikovány výsledky, které jednoznačně ukazují, že závislost rychlosti šíření únavové trhliny da/dN na hodnotě rozkmitu součinitele intenzity napětí ΔK není pro jinak stejné okrajové podmínky materiálovou charakteristikou, ale závisí i na geometrii použitých vzorků. Tento rozdíl může být obzvláště podstatný v oblasti prahových hodnot [19].

II. CÍLE PRÁCE

Základním cílem mé doktorské práce (formulovaným v roce 1996) bylo aplikovat metodologii a postupy dvouparametrové lomové mechaniky na popis únavového šíření trhlin v oblasti vysokocyklové únavy a studovat vliv geometrie těles na měřené únavové charakteristiky materiálů.

Získané výsledky umožní spolehlivější přenos experimentálních dat (zejména parametrů Parisovy –Erdoganovy rovnice) z laboratorních vzorků na reálné konstrukce. Tímto způsobem přispěje práce ke spolehlivějším odhadům únavové životnosti konstrukcí.

K vyřešení daného problému bylo proto nutné postupně dosáhnout uvedených partikulárních cílů (které vyplynuly z úrovně znalostí roku 1996) :

- ⌘ Vypracovat dostatečně přesnou a efektivní metodiku pro MKP výpočet T-napětí v oblasti elastické lomové mechaniky.
- ⌘ Vypočítat a tabelovat velikosti T-napětí pro běžně používané zkušební tělesa v celém rozsahu délek trhlin.
- ⌘ Na základě existujícího výpočtového aparátu MKP sestavit prakticky použitelný postup MKP výpočtu parametru Q.
- ⌘ Studovat vliv T-napětí na směr růstu únavových trhlin.
- ⌘ Stanovit souvislost mezi hodnotami veličin dvouparametrové lomové mechaniky (K a T nebo J a Q) a hodnotami které ovlivňují chování únavových trhlin. Zejména bude studována závislost mezi otevřením trhliny, velikostí monotónní a cyklické plastické zóny, residuálním napětím na špici trhliny na jedné straně a veličinami T a Q na straně druhé.
- ⌘ Získané výsledky využít pro vytváření modelových představ popisujících kvantitativně a kvalitativně vliv constraintu na chování únavových trhlin.

III. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ

III.1 Výpočet T-napětí

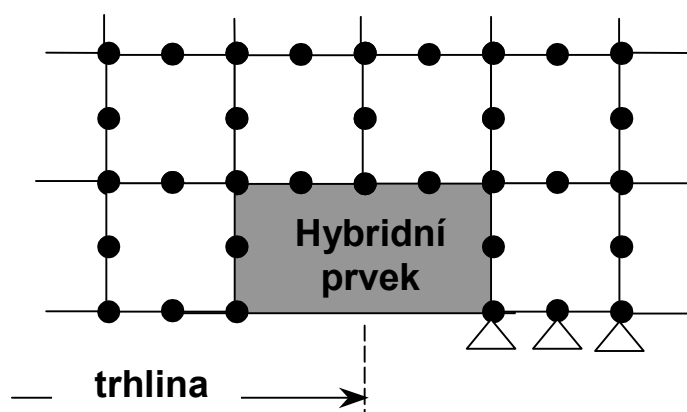
Jedním z hlavních cílů práce je vypočítat a tabelovat T-napětí pro soubor nejpoužívanějších lomově-mechanických zkušebních těles. Výběr těchto geometrií byl proveden na základě potřeb laboratoří ÚFM AV ČR a odpovídá tělesům uvedeným v první kapitole Murakamiho sborníku[13].

Jak již bylo konstatováno, pro výpočet T-napětí lze sice použít téměř jakoukoliv metodu aplikovatelnou na analýzu napjatosti v okolí kořene, ale velký problém představuje přesnost, případně dostupnost těchto metod. Při volbě metody výpočtu jsem vycházel jednak z programového vybavení, které bylo k dispozici a dále z postupů výpočtů T-napětí, které byly na UFM studovány a navrženy.

Prakticky je dostupný MKP systém ANSYS, což je rozsáhlý komerční výpočetní systém minimálně přizpůsobený použití v lomové mechanice, a speciální software CRACK2D, což je naopak velmi úzce specializovaný akademický software, postavený na aplikaci hybridních lomových prvků.

III.1.1 Metoda hybridních elementů

Metoda hybridních elementů ([11], [14]) využívá k výpočtu T-napětí hybridní trhlinové prvky formulované na základě Hellingerova-Reissnerova principu v[14]. Tyto trhlinové elementy se umísťují tak, že kořen trhliny se nachází uvnitř hybridního prvku (obr. 2). Posunutí na povrchu a napětí uvnitř hybridního prvku je popsáno pomocí prvních n členů Williamsova rozvoje pro Airyho funkci napětí. V implementaci tohoto postupu používané na pracovišti ÚFM AV ČR, (program CRACK2D) je počet členů v rozvoji maximálně 28 a odpovídající koeficienty A_i tvoří přímo část výstupů programu.



obr. 2 Symetrický model trhliny při použití hybridního prvku v kombinaci s 8-mi uzlovými izoparametrickými prvky

Cílem je pomocí těchto dvou programů, navrhnout požadovanou metodiku, která umožní provádění rutinních rovinných výpočtů T napětí a to s dostatečnou přesností.

Výhodou ANSYSu je především poměrně moderní pre- a postprocesor, které uspokojivě pracují na platformě Wintel.

Nevýhodou je jeho univerzálnost, a tím pádem minimální podpora speciálních metod a postupů lomové mechaniky.

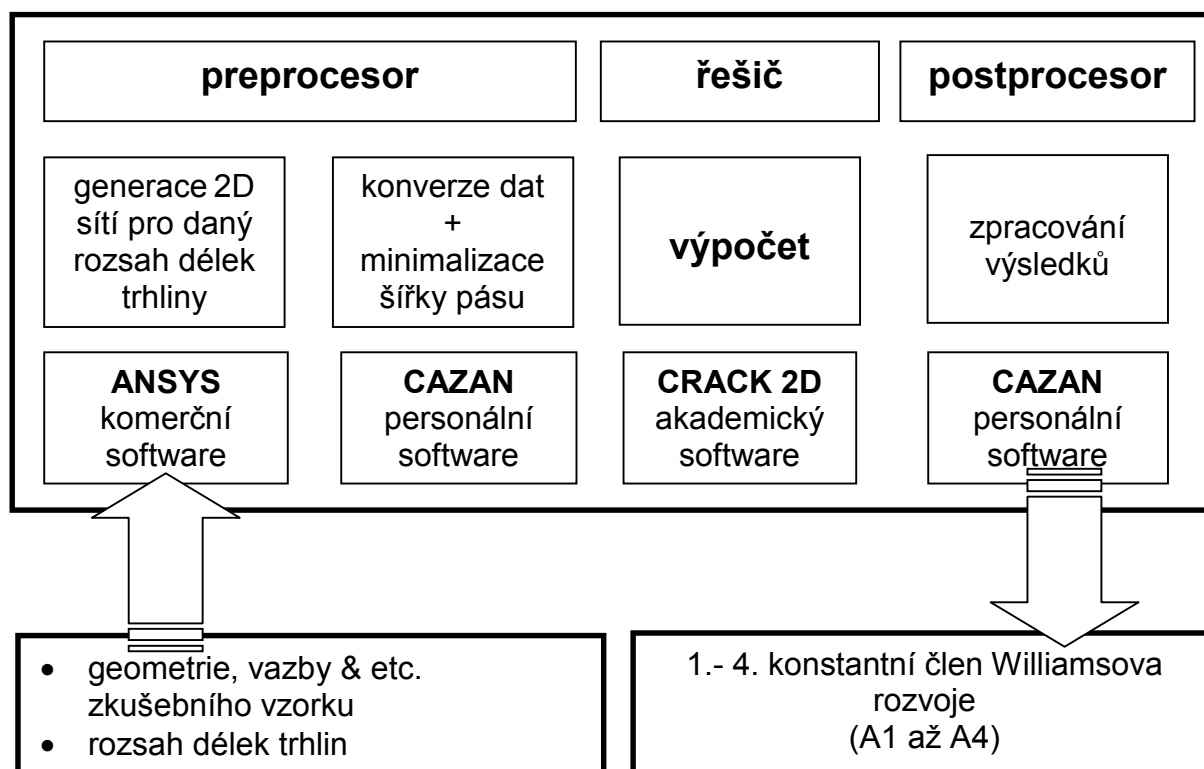
Výhodou programu CRACK2D je implementace metody hybridních prvků, a tím i přesnost výsledků a jednoduchost při výpočtech (hodnoty T-napětí jsou přímo součástí výstupu tohoto systému). K dosažení vynikající přesnosti 2D výpočtu postačuje síť v řadech stovek elementů, kde rozhodující počet prvků je použit k modelování geometrie. Naproti tomu, pouze okolí kořene trhliny vygenerované pomocí klasických isoparametrických elementů musí obsahovat tisíce prvků k dosažení alespoň přijatelné přesnosti výsledků.

Rozsah předpokládaných a později i provedených výpočtů byl enormně veliký. V závěrečné fázi se jednalo přibližně o 20 různých geometrií, u každé geometrie byla měněna délka trhliny v poměrně širokém rozsahu (asi 50 délek trhlín). Vzhledem k požadavkům a uspořádání systému CRACK2D bylo tedy nutno sestavit řádově 1000 různých sítí MKP.

K řešení dané skupiny úloh bylo tedy rozhodnuto využít preprocesor ANSYSu. Převod sítí z ANSYSu do formy požadované systémem CRACK2D, jejich optimalizaci, volání řešiče a nakonec zpracování výsledků provádí speciální program „CAZAN“.

Systém ANSYS používá frontální řešič, optimalizuje tedy číslování sítě pro minimální šířku fronty. Naproti tomu CRACK2D obsahuje pásový řešič, a proto vyžaduje číslování sítě optimalizované z hlediska šířky pásu. V programu CAZAN jsou tedy sítě optimalizovány na minimální šířku pásu pomocí Collinsovy metody .

Celkové schéma použitého software je uvedeno zde:



obr. 3 Schéma postupu výpočtu prvních čtyř konstantních členů Williamsova rozvoje

Vzhledem k tomu, že metoda hybridních trhlinových prvků implementovaná v systému CRACK 2D modeluje rozložení napětí v okolí kořene trhliny pomocí prvních 28 členů Williamsova rozvoje, lze tímto postupem získat i hodnoty odpovídajících konstant A_i , $i = 1, \dots, 28$. Poznamenejme, že hodnota prvního koeficientu souvisí s velikostí součinitele intensity napětí a druhý koeficient určuje velikost T-napětí.

III.2 Rychlost růstu únavových trhlin \Rightarrow popis pomocí dvouparametrové lomové mechaniky

Otázka vlivu geometrie tělesa na stanovení závislosti typu Parisova-Erdoganova vztahu (obecně pro určení jakékoliv závislosti typu $da/dN \approx \Delta K$), je zásadní jak z hlediska teoretického tak i praktického. V souladu s představami dvouparametrové lomové mechaniky lze tento vliv vysvětlit různou úrovní multiaxiality napětí na čele únavové trhliny vedoucí k rozdílné velikosti cyklické a monotónní plastické zóny vznikající na čele únavové trhliny, při jinak stejných podmínkách a stejné hodnotě ΔK . V této souvislosti byl studován vliv T-napětí na rychlost šíření únavové trhliny v pracích [16][3].

V dalším se bude předpokládat, že uvedené rozdíly lze popsat pomocí T-napětí, a že pro rychlost šíření únavových trhlin platí obecná relace

$$da/dN = F^* (\dots, \Delta K, T, \dots). \quad (4)$$

Cílem dalších úvah je tedy nalézt vyjádření typu (4). Přitom se bude usilovat o to, aby taková vyjádření neobsahovala žádné nové materiálové konstanty, které by bylo nutno pro zadanou úroveň T-napětí (constraintu) experimentálně stanovit. Vzhledem k tomu, že nejpoužívanějším vztahem pro popis rychlosti šíření únavových trhlin je Parisova-Erdoganova rovnice a že materiálové konstanty vystupující v této rovnici jsou známy pro široké spektrum materiálů, nabízí se v podstatě jako jediná možnost jak splnit tyto cíle tím, že bude hledána modifikace této rovnice.

Při popisu vlivu constraintu na rychlost šíření únavové trhliny, se vyjde z předpokladu, že řídicí veličinou určující rychlost šíření trhliny je plastická zóna na čele únavové trhliny. Budu dále předpokládat, že velikost této plastické zóny je malá ve srovnání s délkou trhliny (případně jiným charakteristickým rozměrem tělesa) tj. odpovídá požadavkům lineární elastické lomové mechaniky (SSY). Při popisu velikosti a tvaru takové plastické zóny může být postupováno dvěma způsoby:

- (1) Vyjádřit složky tensoru napětí s uvážením constraintu (tj. zahrnout do těchto výrazů i T-napětí) a v souladu s přístupem lineární lomové mechaniky určit plastickou zónu např. z podmínky HMH. Jako materiálový parametr v tomto přístupu figuruje mez kluzu σ_o studovaného materiálu. V tomto případě dostaneme relaci mezi parametry plastické zóny ($1/2$ plochy S_p , maximální poloměr $r_{p \max}$ a úhel maximálního poloměru plastické zóny $\varphi_{p \max}$, maximální rozměr plastické zóny ve směru trhliny $x_{p \max}$) a veličinami K_I a T ,
- (2) stanovit velikost a tvar plastické zóny numericky, v našem případě pomocí MKP. V tomto případě lze materiál charakterizovat pomocí meze kluzu σ_o a zpevnění n .

Pokud je vliv zpevnění na chování studovaného materiálu zanedbatelný, jsou oba přístupy rovnocenné. V případě, že hraje zpevnění významnější roli, je druhý postup obecnější. Z hlediska výpočtového je druhý přístup komplikovanější a vyžaduje numerické výpočty rozložení napětí na čele trhliny. Vzhledem k tomu, že se jedná o plastické deformace malého rozsahu SSY a vzhledem k uživatelskému komfortu MKP systému ANSYS, lze tyto výpočty zvládnout poměrně snadno. Pro popis vlastností plastické zóny čele únavové trhliny byly využity parametry monotónní plastické zóny odpovídající maximální hodnotě zatížení v cyklu. Jak je uvedeno v předchozí kapitole, vliv historie zatěžování na plastickou zónu je vyjádřen skutečností, že pro popis plastického chování materiálu jsou použity materiálové vlastnosti odpovídající cyklické křivce napětí deformace ([17], [7]). Vzhledem k tomu, že v tomto případě hraje zpevnění materiálu pro popis jeho vlastností větší úlohu, byl v dalším použit pro výpočet velikosti a tvaru plastické zóny druhý způsob.

IV. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE

IV.1 Výpočet T-napětí

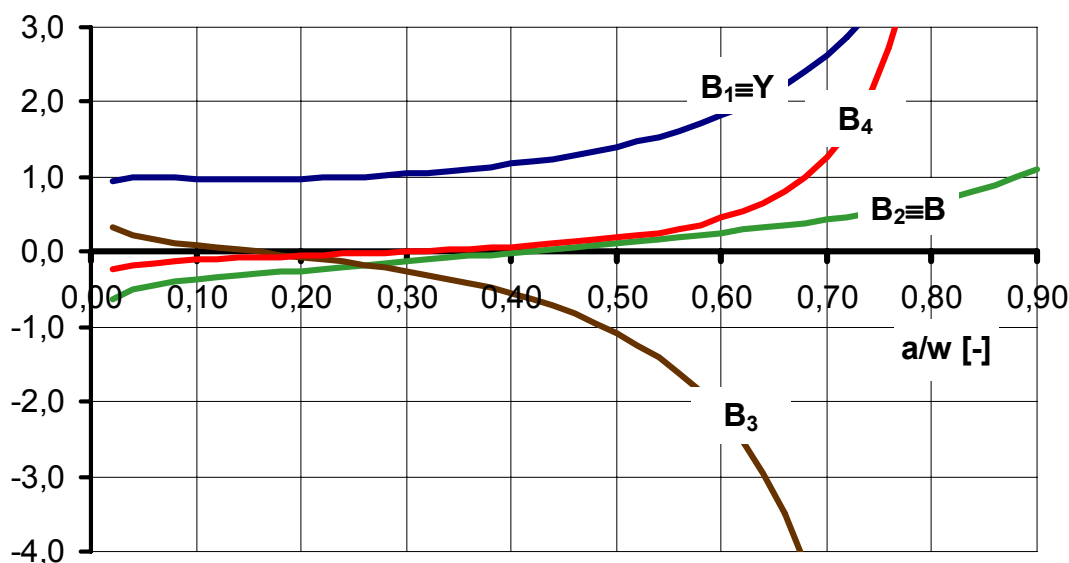
V rámci řešení problematiky výpočtu T-napětí pro některé základní geometrie zkušebních těles byly provedeny a v PŘÍLOZE disertační práce jsou uvedeny výsledky pro 15 nejběžnějších geometrií. Hodnoty jsou určeny v širokém rozsahu délek trhlin, které překračují intervaly délek doporučené normou.

V PŘÍLOZE disertační práce jsou uvedeny hodnoty prvních čtyř koeficientů A_1 až A_4 v normalizovaném tvaru. Vzhledem k užitečnosti a unikátnosti těchto výsledků, byly tyto hodnoty zpracovány do tabulek a publikovány v samostatné práci [8].

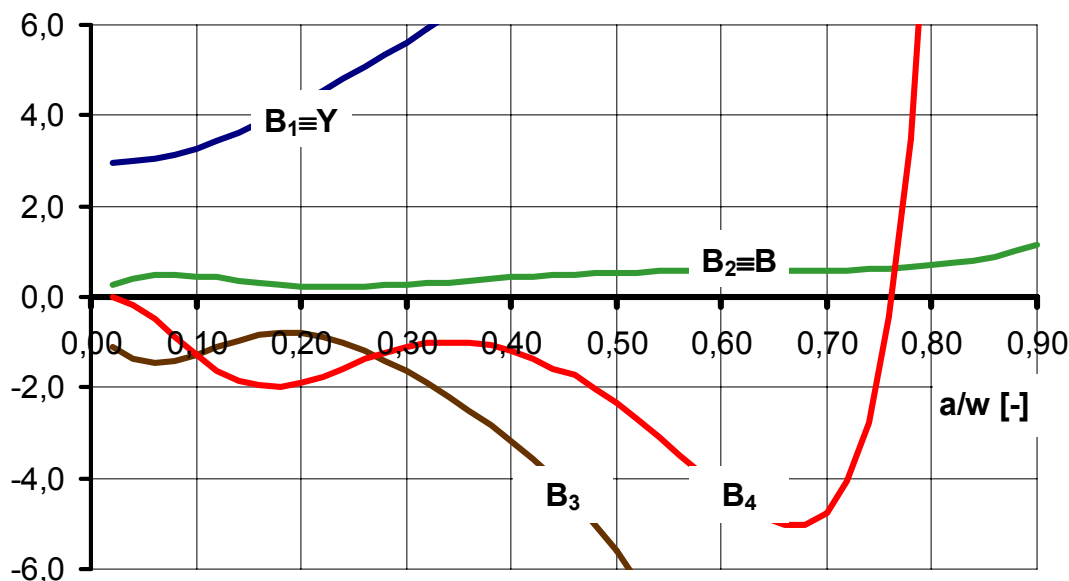
Koeficient B_1 odpovídá hodnotám hojně počítané a publikované (např.[13]) tvarové funkce $Y=Y(a/w)$. Koeficient B_2 v tabulkách je identický s faktorem biaxiality napětí B a umožňuje snadné stanovení hodnot elastického T-napětí. Pro snadnější orientaci je u každé tabulky uveden náčrt zkušební tělesa s charakteristickými rozměry a výrazy pro koeficienty B_1 a B_2 . Pro úplnost jsou uvedeny i bezrozměrné hodnoty B_3 a B_4 třetího a čtvrtého koeficientu Williamsova rozvoje. Jejich význam je diskutován např. v [2], [18].

Znamé hodnoty Koeficientu B_1 uvádím především jako měřítko přesnosti dosažených výsledků. Porovnáním se známými hodnotami tvarové funkce Y , lze za velmi pesimistický odhad chyby považovat 10% u extrémních délek trhlin. Ve středové oblasti se chyba pohybuje do 2%. Vzhledem k charakteru použití hodnot T-napětí, příp. parametru biaxiality B lze však konstatovat, že na jejich přesnost jsou kladeny menší požadavky než např. na hodnoty součinitele intenzity napětí K .

Jako příklad uvedeme průběhy koeficientů B_i pro dvě, zřejmě nejpoužívanější, zkušební tělesa CT a 3PB. Kompletní tabulky jsou uvedeny v PŘÍLOHÁCH disertační práce.



obr. 4 Průběhy koeficientů B_i u zkušebního vzorku pro tříbodový ohyb (viz.PŘÍLOHY disertační práce)



obr. 5 Průběhy koeficientů B_i u zkušebního tělesa pro zkoušku excentrickým tahem (viz. .PŘÍLOHY disertační práce)

Poznámka: kromě dvouparametrové lomové mechaniky založené na (K, T) koncepci existuje i přístup (K, A_3) , kde je jako druhý parametr uvažována hodnota třetího koeficientu A_3 Williamsova rozvoje, viz.[6]. Vzhledem k tomu, že hodnoty A_3 nejsou běžně v literatuře dostupné, není tento přístup obvykle používán (viz poznámka na straně 218 v práci [5]). Výsledky získané v této práci obsahují i hodnoty tohoto koeficientu a umožňují tedy i aplikace postupu (K, A_3) .

IV.2 Vliv T-napětí n a chování únavových trhlin

IV.2.1 Vliv T-napětí na rychlost šíření únavových trhlin

V dalším budeme předpokládat, že řídicí veličinou určující rychlost šíření únavové trhliny je plocha plastické zóny S_p na čele únavové trhliny odpovídající hodnotě $K_I^{max} = K_I$. Předpokládáme tedy, že chování únavové trhliny je ovlivněno celou plastickou oblastí v okolí čela únavové trhliny a nebereme v úvahu natočení plastické zóny kolem jejího kořene. Jelikož velikost plochy plastické zóny zohledňuje, jak velikost vnějšího namáhání (tj. hodnotu $K_I^{max} = K_I$) tak i vliv multiaxiality napětí vyvolaný vnější geometrií studovaného tělesa (a charakterizovaný hodnotou T-napětí), lze tento předpoklad považovat z hlediska lomově-mechanického za přijatelný. Z numerického hlediska je plocha plastické zóny veličina, kterou lze (při vhodně zvolené jemnosti sítě MKP) stanovit s dostatečnou přesností. Odhady vlivu constraintu na rychlost šíření únavových trhlin založené na tomto předpokladu jsou v kvalitativní shodě s literárními údaji. O oprávněnosti tohoto předpokladu z kvantitativního hlediska lze ovšem rozhodnout pouze na základě cílených experimentů. Tato problematika je však již mimo rámec této práce.

Cílem dalších úvah je odvodit vztah, který umožní odhadnout relativní vliv constraintu na rychlost šíření únavové trhliny experimentálně stanovené na vzorku

se známou (referenční) hodnotou T-napětí. Jako základ je zvolen referenční stav odpovídající nulové hodnotě T-napětí. Velikost plochy plastické zóny určím v tomto případě analyticky integrací výrazu pro poloměr plastické zóny, který je odvozen na základě podmínky HMM. V případě rovinné deformace platí

$$S_p = \xi \frac{K_I^4}{\sigma_0^4} \quad \text{kde} \quad \xi = \frac{3}{1024\pi} (256v^4 - 512v^3 + 448v^2 - 192v + 41). \quad (5)$$

Protože velikost zpevnění (běžných kovů) ovlivňuje plochu plastické zóny minimálním způsobem, lze pro ($T=0$) výsledky získané prostřednictvím (5) a MKP výpočtu považovat za rovnocenné. Tento fakt byl využíván při kontrole kvality MKP sítě.

Velikost plastické zóny pro případ nenulového constraintu ($T \neq 0$) $S_p^* = S_p^*(..., K_I, T, ...)$ se pak určí pro danou úroveň namáhání a geometrii tělesa numericky metodou konečných prvků. Předpokládám, že pro velikost této plastické zóny platí analogicky:

$$S_p^*(K_I, T \neq 0) = \xi \frac{(K_I^{ef})^4}{\sigma_0^4} = S_p^*(K_I^{ef}). \quad (6)$$

kde $K_I^{ef} = K_I^{ef}(K_I, T)$ je odpovídající efektivní hodnota součinitele intenzity napětí.

Pro efektivní hodnotu součinitele intenzity napětí K_I^{ef} pak platí:

$$K_I^{ef} = \sigma_0 \sqrt[4]{\frac{S_p^*}{\xi}} \quad (7)$$

Pro poměr efektivní hodnoty součinitele intenzity napětí a součinitele intenzity napětí odpovídající referenčnímu stavu ($T=0$) pak platí:

$$\frac{K_I^{ef}}{K_I} = \sqrt[4]{\frac{S_p^*(T)}{S_p^*(T=0)}}. \quad (8)$$

Analogickým způsobem se může postupovat i v případě, kdy základní (referenční) vzorek odpovídá geometrii s nenulovou hodnotou constraintu. V tomto případě má rovnice tvar (9):

$$\frac{K_I^{ef}(T_1)}{K_I^{ef}(T_2)} = \sqrt[4]{\frac{S_p^*(T_1)}{S_p^*(T_2)}}. \quad (9)$$

Parisova-Erdoganova rovnice pro rychlost šíření únavové trhliny pak může být použita ve tvaru

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I^{ef})^m \quad (10)$$

Uvedená rovnice tedy vztahuje rychlost šíření únavové trhliny k hodnotě součinitele intenzity napětí a velikosti constraintu popsáno hodnotou T-napětí. Takto sestavená závislost da/dN vs. K_I^{ef} je nyní nezávislá na geometrii vzorku (v tom smyslu, že může být převedena ze vzorku s jednou hodnotou T-napětí na vzorek s jinou hodnotou T-napětí) a umožňuje tedy spolehlivý přenos veličin určených na laboratorních vzorcích na reálné konstrukce. Poznamenejme, že i v tomto případě je otázka znalosti respektive výpočtu hodnot T-napětí klíčová.

Pro většinu materiálů a reálné hodnoty T-napětí platí

$$S_p^*(K_I, T < 0) > S_p(K_I, T = 0) > S_p^*(K_I, T > 0)$$

a tedy

$$\frac{da}{dN}(K_I, T < 0) > \frac{da}{dN}(K_I, T = 0) > \frac{da}{dN}(K_I, T > 0)$$

Pro stejnou hodnotu součinitele intenzity napětí K_I tedy rychlost šíření únavové trhliny za předpokladu vysokocyklové únavy klesá s rostoucí hodnotou T-napětí. Tato skutečnost odpovídá experimentálním výsledkům. Významným rysem umožňující okamžitě aplikace naznačeného postupu je skutečnost, že pro stanovení závislosti da/dN na hodnotě T-napětí lze použít již naměřené materiálové konstanty C, m, K_{th} .

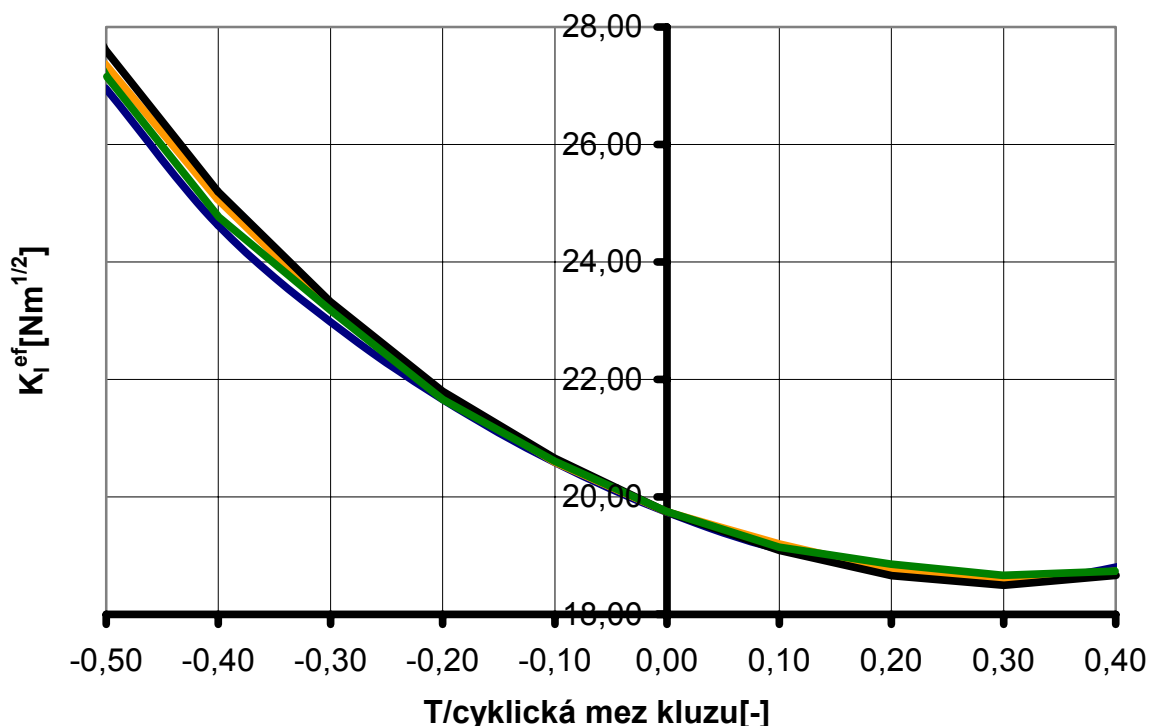
Pro pozorování, jak je působení T-napětí na rozměry plastické zóny ovlivněno kombinací velikostí meze kluzu a zpevnění, byla zvolena tato skupina kovů.

pořadové číslo	materiál	teplota	cyklická mez kluzu	zpevnění	H
[-]	[-]	[°C]	[MPa]	[-]	[MPa]
1.	P91	600	238.71	0.118	497
2.	MĚĎ	-20	156.64	0.205	560
3.	MĚĎ	-100	209.78	0.205	750
4.	12060	20	202.27	0.213	760

tab. 1. Studované materiály

Výpočty byly prováděny na MBLM modelu zatíženém posuvy určenými pro $K_I = 20 \text{ MPa}m^{1/2}$ a danou hodnotu T-napětí.

Jako ilustraci naznačeného postupu uvádím výpočet pro skupinu materiálů z tab. 1 přepočtený vztahem (7) do efektivní hodnoty součinitele intenzity napětí K_I^{ef} (obr. 6).

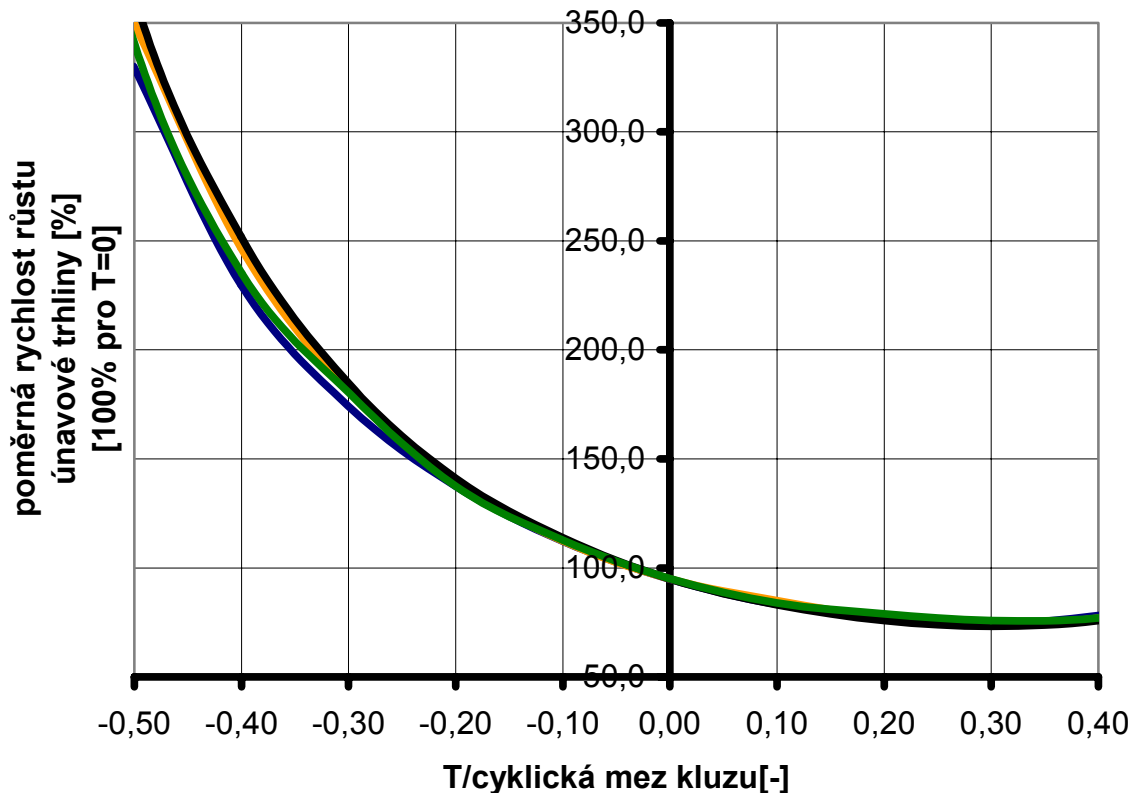


obr. 6 Efektivní hodnota součinitele intenzity napětí K_I^{ef} vypočtená z 1/2 plochy plastické zóny v kořeni únavové trhliny) pro vybranou skupinu materiálů (tab. 1)

V dalším grafu je uvedena relativní rychlostí růstu únavových trhlin (v %) při $T \neq 0$ vztažená k rychlosti růstu při $T = 0$ podle (11),

$$\frac{\frac{da}{dN}(K_I, T \neq 0)}{\frac{da}{dN}(K_I, T = 0)} \cdot 100 = \frac{\frac{da}{dN}(K_I^{ef})}{\frac{da}{dN}(K_I)} \cdot 100 = \frac{(\Delta K_I^{ef})^m}{(\Delta K_I)^m} \cdot 100, \quad (11)$$

pro exponent Parisova-Erdoganova vztahu $m=4$. (U kovových materiálů při zatěžování na vzduchu se exponent m pohybuje v rozmezí $m \in < 2, 6 >$ [15].)



obr. 7 Změna rychlosti růstu únavové trhliny ($m = 4$) vypočtená z $\frac{1}{2}$ plochy plastické zóny v kořeni únavové trhliny) pro vybranou skupinu materiálů (tab. 1)

Z obr. 6 a obr. 7 je zřejmé že přepočtem křivek $\frac{1}{2}$ ploch plastických zón pro různé materiály do efektivní hodnoty součinitele intenzity napětí K_I^{ef} je eliminován vliv různých cyklických mezí kluzu u studovaných materiálů. Drobné rozdíly v hodnotách veličin pro jednotlivé materiály v okrajových oblastech grafů jsou pravděpodobně způsobeny rozdílným zpevněním. V oblasti SSY jsou však pro běžné konstrukční materiály tyto rozdíly zanedbatelné. Je třeba mít na paměti, že výpočty jsem prováděl pro nerealisticky široký rozsah hodnot T-napětí, tak aby byly s jistotou pokryty reálné hodnoty. Ve skutečnosti jsme jednak limitováni podmínkou SSY, a dále je otázkou jak velké T-napětí lze v reálném tělese vyvolat. Za přijatelné hodnoty T-napětí lze považovat $T/\sigma_0 > -0.2$.

Efektivní hodnotu součinitele intenzity napětí je možné zapsat ve tvaru:

$$K_I^{ef} = K_I \cdot \chi \left(\frac{T}{\sigma_0} \right) \quad (12)$$

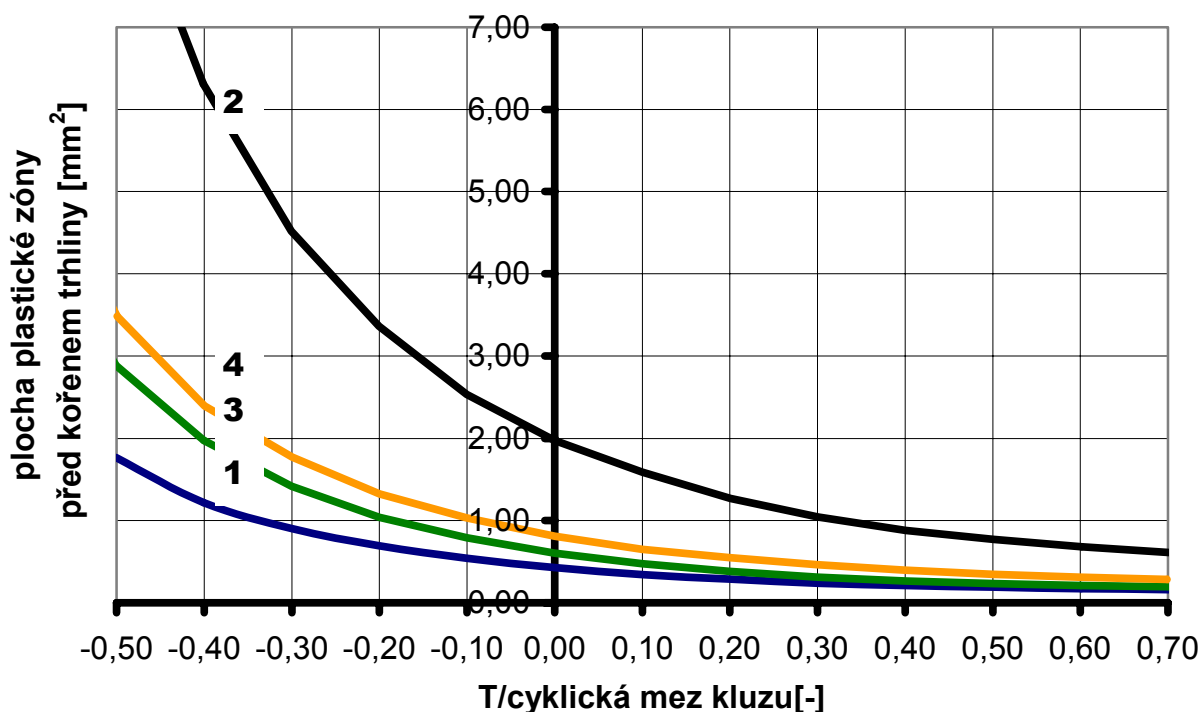
kde χ je bezrozměrnou kalibrační funkcí. Pokud tuto funkci nahradíme polynomem lze (12) zapsat ve tvaru:

$$K_I^{ef} = K_I \cdot \left[-0.8517 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right)^3 + 0.5239 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right)^2 - 0.3047 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right) + 1 \right] \quad (13)$$

Platnost tohoto vztahu je omezena v kladné oblasti nerovností $T/\sigma_0 < 0.3$. Za touto hodnotu je již plastická zóna významně nakloněna proti směru růstu únavové trhliny a její vliv na rychlost růstu únavové trhliny je redukován. Pro hodnoty podílu $T/\sigma_0 \geq 0.3$ doporučujeme jako hrubou aproximaci použít

$$\chi \left(\frac{T}{\sigma_0} \right) = \chi(0.3). \quad (14)$$

Jednou z možností jak tento jev eliminovat a zvětšit rozsah platnosti relace mezi K_I a K_I^{ef} , je uvažovat pouze tu část plochy plastické zóny která se nachází před kořenem trhliny. Tento parametr zahrnuje i účinek natočení plastické zóny a tedy i vliv zpevnění materiálu. Proto zůstává otevřenou otázkou normalizace a tím i výpočtu efektivní hodnoty součinitele intensity napětí K_I^{ef} .



obr. 8 Plocha plastické zóny před kořenem trhliny

Analogickým způsobem lze definovat i efektivní velikost prahové hodnoty součinitele intensity napětí K_p^{ef} .

IV.2.2 Vliv T-napětí na směr šíření únavových trhlin

Druhý parametr dvouparametrové lomové mechaniky, T-napětí, odpovídá složce napětí působící rovnoběžně s povrchem trhliny. Existuje tedy souvislost mezi šířením únavové trhliny při kombinovaném namáhání a vlivem constraintu popsáním pomocí T-napětí. V pracích, kde je sledován vliv externího napětí působícího rovnoběžně s povrchem trhliny na rychlost šíření únavové je tedy nutno vzít v úvahu i existenci T-napětí, které se při stejném aplikovaném napětí mění s geometrií vzorku a pro stejnou geometrii i s délkou trhliny. Rozdělení napětí v okolí kořene trhliny, jenž je rozhodující pro její další chování lze pak uvést ve tvaru:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + T \delta_{1i} \delta_{1j} \quad (15)$$

Domnívám se, že výsledků v této oblasti lze dosáhnout modifikací již existujících kriterií, kde se jako nejvýhodnější opět jeví :

Zobecnění kriteriá maximálního tangenciálního napětí.

Zobecnění kriteriá maximálního tangenciálního napětí [3] se provede tím způsobem, že tangenciální složka napětí $\sigma_{\theta\theta}$ se vyjádří pomocí prvních dvou členů Williamsova rozvoje

$$\sigma_{\theta\theta}^T = \sigma_{\theta\theta} + T \sin^2 \theta \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^T = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{3}{4} \cos(\theta/2) - \frac{1}{4} \cos(3\theta/2) \right\} \\ & + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ -\frac{3}{4} \sin(\theta/2) - \frac{3}{4} \sin(3\theta/2) \right\} + T \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (17)$$

(Předpokládejme, že orientace souřadného systému je taková, že pro $K_{II} > 0$ se bude trhlina odchylovat od původního směru šíření tak, že $\varphi_0 > 0$.)

Nutná podmínka pro existenci maxima $\sigma_{\theta\theta}$ má tedy tvar:

$$\left(\frac{\delta \sigma_{\theta\theta}^T}{\delta \theta} \right)_{\theta=\varphi_0} = K_I \sin \varphi_0 - K_{II} (3 \cos \varphi_0 - 1) + 2T \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \sqrt{2\pi r} = 0 \quad (18)$$

Zde již nelze z podmínky (18) eliminovat parametr poloměru r a vyvstává problém jak jej volit. Podle práce [10] je tato hodnota materiálovou konstantou a musí být určena experimentálně. Domnívám se, že je oprávněné jej volit jako poloměr plastické zóny r_p ($\theta = 0$). Blíže jsme se tímto kritériem zabývali v [1].

Řešením rovnice (18) a za předpokladu splnění nerovnosti:

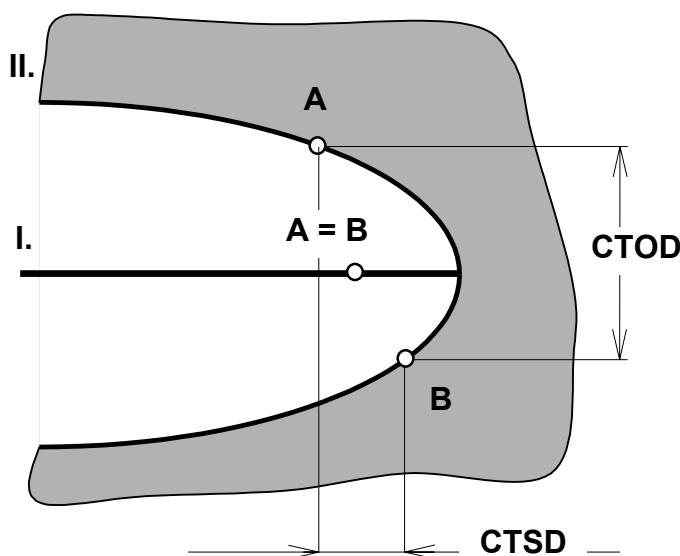
$$\left(\frac{\delta^2 \sigma_{\theta\theta}}{\delta \theta^2} \right)_{\theta=\varphi_0} < 0 \quad (19)$$

se získá směr šíření trhliny $\varphi_0 = \varphi_0(K_I, K_{II}, T)$. Pole napětí v okolí kořene trhliny je tedy popsáno hodnotami normálového a smykového součinitele intenzity napětí K_I , K_{II} a T napětím.

Analytické řešení této rovnice vede na kubickou rovnici kde je již relativně obtížné hledání kořenů, a proto ji řeším numericky.

Zobecnění kritéria vektoru otevření trhliny (CTD)

Základem tohoto kritéria [12] je předpoklad, že vektor posunutí kořene trhliny *CTD* je „řídící síla“ pro růst únavových trhlin, tedy trhlina se bude šířit v jeho směru. Vektor *CTD* získáme součtem *CTOD* a *CTSD*. Kde *CTOD* je vektor otevření trhliny korespondující s módem I a *CTSD* je vektor „skluzu“ kořene trhliny související s módem II zatěžování.



obr. 9 Určení vektoru CTD (I. nezatížená, II. zatížená trhlina)

V tomto případě bude sledován vliv T-napětí na vektor otevření kořene trhliny. Přitom se vyjde ze vztahů popisujících posuvy u a v v okolí kořene trhliny v rámci dvouparametrové lomové mechaniky, tj.

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ \kappa \cos \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2} \cos \frac{3}{2}\theta - \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}\theta \right\} + \frac{T}{8\mu} r \cos \theta (\kappa + 1) \\
 &\quad - \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ \kappa \sin \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2} \sin \frac{3}{2}\theta + \frac{3}{2} \sin \frac{1}{2}\theta \right\} \\
 v &= \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ \kappa \sin \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2} \sin \frac{3}{2}\theta + \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2}\theta \right\} + \frac{T}{8\mu} r \sin \theta (\kappa - 3) \\
 &\quad - \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ -\kappa \cos \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2} \cos \frac{3}{2}\theta + \frac{3}{2} \cos \frac{1}{2}\theta \right\}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Na základě těchto vztahů se vypočte normálová CTOD a smyková CTSD složku otevření kořene trhliny. Za předpokladu kombinovaného namáhání normálového a smykového módu popsaného odpovídajícími hodnotami součinitele intenzity napětí K_I , K_{II} bude:

$$\begin{aligned}
 CTOD &= \frac{4K_I}{\pi\sigma_0 E} (K_I^2 + 3K_{II}^2)^{1/2} \\
 CTSD &= \frac{4K_{II}}{\pi\sigma_0 E} (K_I^2 + 3K_{II}^2)^{1/2} - \frac{T}{8\pi E \sigma_0^2} (K_I^2 + 3K_{II}^2)
 \end{aligned} \tag{21}$$

Toto kritérium je významné zejména pro únavové trhliny v iniciačním stádiu

V. ZÁVĚR

Dosavadní aplikace dvouparametrové lomové mechaniky popsané v literatuře se omezují zejména na lomové chování materiálu při statickém namáhání. Hlavním cílem literárních zdrojů je uvážit vliv constraintu na čele trhliny na určování lomové mechanických veličin (např. K_{IC} J_{IC}). Postupy založené na metodice dvouparametrové lomové mechaniky eliminují vliv různé geometrie zkušebních těles na tyto veličiny, a tím umožňují jejich přenos na reálná tělesa. Dvouparametrová lomová mechanika tedy obecně přispívá ke spolehlivějším odhadům životnosti konstrukcí.

Základním cílem předkládané doktorské disertační práce bylo aplikovat metodologii a postupy dvouparametrové lineární lomové mechaniky na problematiku šíření únavových trhlin v oblasti vysokocyklového namáhání. Literární rozbor provedený při zadání tohoto tématu práce ukázal, že v literatuře existují pouze sporadické poznámky o šíření únavových trhlin a veličině T-napětí, a to zejména v souvislosti s biaxiálním namáháním. Vliv T-napětí na rychlost šíření únavových trhlin nebyl z teoretického hlediska studován vůbec. Existovala však experimentální data poukazující na vliv geometrie tělesa (a tedy vlivu multiaxiality napětí) na křivky popisující rychlost šíření únavových trhlin da/dN v závislosti na rozkmitu součinitele intenzity napětí ΔK_I . Tato disertační práce je tedy mezi prvními pokusy o systematickou studii věnovanou této problematice.

Nutnou podmínkou jakékoli aplikace dvouparametrové lomové mechaniky obecně, je existence a dostupnost hodnot T-napětí (v případě elasto-plastické lomové mechaniky hodnot Q parametru) pro sledované geometrie materiály a použité okrajové podmínky. Protože údaje existující v dostupné literatuře neumožňovaly stanovit tyto hodnoty dostatečně spolehlivě, a obecně (pokud tato data vůbec existovala), bylo nutnou podmínkou pro řešení uvedené problematiky studovat i metody výpočtu T-napětí (případně Q-parametru). Z těchto důvodů byly navrženy, otestovány a naprogramovány postupy pro výpočet zejména T-napětí. Problematika výpočtu druhého parametru dvouparametrové lomové mechaniky byla tedy druhým nezbytným cílem této disertace.

Získané výsledky lze tedy rozdělit na dvě skupiny. Jedna se týká numerických výpočtů a její výsledky mají obecný charakter a význam, druhá se pak vztahuje na specifickou problematiku vlivu geometrie tělesa na popis šíření únavových trhlin. Získané výsledky, rozdělené z tohoto hlediska na dvě skupiny, jsou stručně shrnuty v dalším odstavci.

V.1 Shrnutí dosažených výsledků

V.1.1 Oblast numerických výpočtů

- ⌘ Byly studovány numerické postupy na bázi metody konečných prvků, které umožňují výpočet T-napětí (případně Q-parametr). Zejména:
- ⌘ byly analyzovány přímé metody pro odhad T-napětí a vypracovány doporučení pro volbu MKP sítě tak, aby získané výsledky byly dostatečně přesné. Pro tyto výpočty byl použit komerčně dostupný MKP systém ANSYS,
- ⌘ byla navržena metoda pro odhad T-napětí, založená na použití kvadratických isoparametrických elementů s posunutými středovými uzlovými body. Tato metoda byla testována s ohledem na přesnost řešení a byla stanovena kritéria pro volbu MKP sítě při použití ANSYSu,
- ⌘ na základě již dříve publikovaných teoretických studií o možnostech použití trhlinových prvků pro výpočet T-napětí byla vypracována metodika umožňující výpočet T-napětí a provedena numerická studie testující přesnost a spolehlivost tohoto postupu pro výpočet T-napětí,
- ⌘ byl sestaven software CAZAN umožňující konverzi vstupních dat vygenerovaných pomocí preprocesoru systému ANSYS. Výstupem tohoto programu jsou data, zapsaná ve vstupním formátu programu CRACK2D. Vstupní data jsou optimalizována s ohledem na šířku pásu matice pro řešič tohoto systému. Popis programu CAZAN je uveden v Příloze disertační práce,
- ⌘ pomocí programu CAZAN a MKP systémů ANSYS & CRACK2D byly vypočteny hodnoty T-napětí pro 15 základních geometrií zkušebních těles používaných v laboratořích pro měření kritických hodnot lomově-mechanických veličin. Tyto výpočty byly provedeny v širokém rozsahu délek trhlin a výsledky byly doplněny o hodnoty všech čtyř prvních koeficientů Williamsova rozvoje. Tyto hodnoty byly normovány a publikovány ve formě tabulek jako příručka pro uživatele. Tyto tabulky obsahují mj. i hodnoty koeficientů A_3 a jsou tedy vhodné i pro aplikace dvouparametrové lomové mechaniky založené na koncepci $K-A_3$,
- ⌘ byla spočtena hodnota T-napětí pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů,
- ⌘ byl navržen prakticky použitelný postup pro výpočet parametru Q pomocí systému ANSYS. K tomuto účelu byla sestavena řada maker, které umožňují provádět tyto výpočty rutinně,
- ⌘ byla stanovena souvislost mezi hodnotami veličin dvouparametrové lomové mechaniky T-napětí a Q na straně jedné a veličinami charakterizujícími plastickou zónu na druhé straně,
- ⌘ byla studována možnost aplikací modifikované metody hraniční vrstvy na problematiku výpočtu plastické zóny při cyklickém zatěžování.

V.1.2 Oblast šíření únavových trhlin

- ⌘ Byl formulován fenomenologický popis chování únavových trhlin za předpokladu dvouparametrové lineární lomové mechaniky. Zejména byl studován vliv constraintu na rychlost šíření únavových trhlin v oblasti vysokocyklové únavy. Constraint byl charakterizován pomocí T-napětí. Byly dosaženy tyto hlavní výsledky:
- ⌘ v souladu s předpoklady lineární lomové mechaniky byl učiněn předpoklad, podle něhož je řídicí proměnou určující rychlost šíření únavové trhliny některý z parametrů popisující monotónní plastickou zónu na čele únavové trhliny,
- ⌘ vliv cyklického namáhání na tuto plastickou zónu byl zohledněn tím, že jako materiálové konstanty byly vzaty v úvahu parametry cyklické křivky napětí deformace,
- ⌘ byla definována efektivní hodnota součinitele intenzity napětí (případně rozkmitu součinitele intenzity napětí) ΔK_{ef} . Tato veličina je funkcí hodnoty součinitele intenzity napětí (respektive jeho rozkmitu) plynoucí z aplikovaného vnějšího napětí a odpovídající hodnoty T-napětí a zohledňuje vliv geometrie tělesa na velikost, případně tvar plastické zóny,
- ⌘ rychlost šíření únavové trhliny je pak popsána Parisovým-Erdoganovým zákonem, kde proměnnou veličinou je hodnota ΔK_{ef} a materiálové konstanty odpovídají hodnotám platným pro klasický popis rychlosti šíření. Tato skutečnost umožňuje popsat vliv geometrie tělesa na rychlost šíření únavové trhliny na základě již známých materiálových parametrů,
- ⌘ byl studován vliv T-napětí na směr šíření únavové trhliny při kombinovaném namáhání normálovým a smykovým módem,
- ⌘ bylo zobecněno Erdoganovo a Sihovo kritérium maximálního tangencionálního napětí a numericky odhadnut vliv T-napětí na směr šíření únavové trhliny pro vzorek namáhaný tříbodovým ohybem a konstatován význam těchto výpočtů pro numerické simulace dráhy únavové trhliny šířící se při kombinovaném namáhání, bylo zobecněno kritérium vektoru otevření trhliny CTD. Na rozdíl od předchozího kritéria nezávisí vypočtená hodnota směru šíření trhliny na vzdálenosti od kořene trhliny a je tedy obecnější.
- ⌘ Výsledky této práce dovolují odhad vlivu geometrie těles na měřené únavové charakteristiky materiálů a jejich přenos na reálné konstrukce. Tímto způsobem přispívají k vyloučení vlivu geometrie tělesa na měření materiálových parametrů popisujících rychlost šíření únavových trhlin a pomáhají zvýšit spolehlivost odhadů zbytkové únavové životnosti reálných těles.

Na závěr poznamenejme, že výsledky uvedeného modelu pro fenomenologický popis vlivu constraintu na rychlost šíření únavových trhlin odpovídají kvalitativně sporadickým poznatkům známým z literatury. Kvantitativní shodu je nutno ověřit řadou časově a materiálově náročných cílených experimentů. Tyto experimenty, právě tak jako další úvahy týkající se studované problematiky, jsou v současné době studovány na UFM v rámci grantu GA ČR 106/99/1173 „Aplikace dvouparametrové lomové mechaniky na šíření únavových trhlin“, kde je připravován i poměrně rozsáhlý experimentální program týkající se sledované problematiky. Výsledky disertační práce byly mj. použity při formulaci tohoto grantového projektu.

VI. LITERATURA

VI.1 Výťah z použité literatury

- [1] BEDNÁŘ K., KNĚSL Z.: "Vliv T-napětí na šíření trhliny v podmínkách kombinovaného normálového a smykového namáhání", *sborník konference Inženýrská mechanika '97*, Svratka Volume III, 11-16 1997
- [2] COTTERELL B.: "Notes on the path and stability of cracks", *Int. J. Fract. Mech.* 2, 526-533, 1966
- [3] ERDOGAN F., SIH G. C.: "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear" *J. Bas. Engng., ASME Trans.*, 764-769, 1969
- [4] GAO H., ALGOK N., BROWN M. W. AND MILLER K. J.: "Growth of fatigue cracks under combined mode I and mode II loads, *ASTM STP 853*, 1985, 184-202
- [5] CHAO Y. J., REUTER W. G.: "Fracture of Surface Cracks Loaded in Bending", *28TH National Symposium on Fatigue and Fracture, ASTM STP 1321*, 1997
- [6] CHAO Y. J., ZHANG X. H.: "Constrain Effect in Brittle Fracture", *Fatigue and Fracture Mechanics 27th Volume, ASTM STP 1296*, 1995
- [7] KLESNIL M., LUKÁŠ P.: "Fatigue of Metallic Materials", *ACDEMIA PRAGUE*, 1992
- [8] KNĚSL Z., BEDNÁŘ K.: „Dvoupřímá lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich hodnoty“, *Ústav fyziky materiálů AV ČR*, Brno, 1997
- [9] KNĚSL Z., KUBÁČEK K., BEDNÁŘ K.: "Evaluation of the biaxiality parameter using the finite element method", *Acta Techn. CSAV* 42, 175-201, 1997
- [10] KOBAYASHI A.S., RAMULU M.: „Numerical and experimental study of mixed mode fatigue propagation.“ *Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures, Eds. A. Carpinteri, Elsevier*, 1073-1124 (1994).
- [11] KUNA M.: "Ein spezielles Hybrid-Risselement für die Spannungsanalyse ebener Körper mit Rissen." *Tagungsband IKM-Berichte*, 71-76, 1978
- [12] LI CH.: "Vector CTD Criterion Applied To Mixed Mode Fatigue Crack Growth", *Fatigue of Engineering Materials Ltd.*, 1989
- [13] MURAKAMI Y. & CO.: „STRESS INTENSITY FACTORS HANDBOOK VOL.1,2“, *Pergamon Press*, 1987
- [14] PIN TONG, PIAN T. H. H., LASRY S. J.: „A hybrid element approach to crack problems in plane elasticity.“ *Int. J. Num. Meth. Engng.* 7, 297-304 1973.
- [15] POKLUDA J., KROUPA F., OBDRŽÁLEK L.: „Mechanické vlastnosti a struktura pevných látek (Kovy, keramika, plasty)“, *VUT v Brně PC-DIR spol s.r.o.*, 1994
- [16] QIAN J., FATEMI A.: *Eng. Fract. Mech.* 55, 969-990, 1996
- [17] SURESH S.: "Fatigue of Materials second edition", Cambridge University Press, 1998
- [18] URRIOLAGOITIA-CALDERON G., HERNANDEZ-GOMEZ L.H.: "Evaluation of crack propagation stability with the Williams stress function-I. Stress field analysis", *Computers and Structures* 61, 775-780, 1996
- [19] VECCHIO R. S., CROMPTON J. S., HERTZBERG R. W.: "Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct." 10, 333-342, 1987

VI.2 Seznam autorových prací zaměřených na diskutovanou problematiku

- [1] BEDNÁŘ K., KNÉSL Z.: "Vliv T- napětí na šíření trhliny v podmínkách kombinovaného normálového a smykového namáhání", *sborník konference Inženýrská mechanika '97*, Svratka, Volume III, 11-16, 1997
- [2] BEDNÁŘ K., KNÉSL Z.: „Numerická analýza vzorku pro třibodový ohyb z hlediska dvouparametrové lomové mechaniky“ *Sborník konference Inženýrská mechanika '98*, Svratka, Volume III, 35-40, 1998
- [3] BEDNÁŘ K.: „Dvouparametrová lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich vliv na chování únavových trhlín, Teze doktorandského studia“ *UFM AV ČR Brno, UMT FS VUT Brno*, 1998
- [4] KNÉSL Z., BEDNÁŘ K., VRBKA J.: „ A two-parameter approach to the behavior of fatigue cracks”, přijato k publikaci ve sborníku konference SACAM 2000 INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLIED MECHANICS, 11-13 January 2000 Durban, South Africa
- [5] KNÉSL Z., BEDNÁŘ K.: „Dvouparametrová lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich hodnoty“, *Ústav fyziky materiálů AVČR, Brno*, 1997.
- [6] KNÉSL Z., BEDNÁŘ K.: „Two-parameter characterization in fracture mechanics“, sborník konference 2nd International Colloquium on Material Structure & Micromechanics of Fracture 2-Engineering Mechanics Vol. 5, 1998, No.3, p. 133-142
- [7] KNÉSL Z., KNÁPEK A., BEDNÁŘ K.: „Evaluation of the critical stress in bonded materials whith crack perpendicular to the interface“ *Sborník konference SMT11*, Paris, Eds. T.S. Sudarshan, M. Jeandin, K.A. Khor, 153-159, 1997
- [8] KNÉSL Z., KUBÁČEK K., BEDNÁŘ K.: “Evaluation of the biaxiality parameter using the finite element method”, *Acta Techn. CSAV* 42, 175-201, 1997

VII. AUTOROVO CV

Doktorské studium:

1996 – 1999

Vysoké učení technické Brno
Fakulta strojního inženýrství
Ústav mechaniky těles
Technická 2, 616 69 Brno

V rámci doktorského studia je mým školícím pracovištěm Ústav fyziky materiálů Akademie věd České republiky. Téma mé doktorské práce zní: **DVOUPARAMETROVÁ LOMOVÁ MECHANIKA: výpočet parametrů a jejich vliv na chování únavových trhlin**. Práce je orientována do oblasti numerické lomové mechaniky. Jejím cílem je zejména výpočet T-napětí a Q parametru pro základní geometrie zkušebních těles. S pomocí těchto parametrů pak byly zpřesněny odhady rychlostí růstu únavových trhlin v oblasti vysokocyklové únavy s použitím lineární lomové mechaniky.

Okruhy problémů řešené v rámci doktorandského studia:

- ⌘ Výpočet parametrů T pro oblast lineární lomové mechaniky.
- ⌘ Stanovení metodiky výpočtu Q hodnot, a jejich výpočet pro vybrané zkušební tělesa a materiály.
- ⌘ Interpretace výsledků a aplikace dvouparametrové lomové mechaniky na problematiku šíření únavových trhlin.

Odborné zaměření: výpočtová lomová mechanika.

Universita:

1991 – 1996

Specializace: **Aplikovaná mechanika**

FSI Vysoké učení technické Brno
Ústav mechaniky těles
Technická 2, 616 69 Brno

Tématem mojí diplomové práce která byla vypracována pod vedením Doc. Ing. Miloše Vlka, Csc. byl návrh dynamometru pro jeřábovou váhu.

Střední škola:

1987 – 1991

Střední průmyslová škola strojní
Otmarova 24, 674 01 Třebíč

TWO-PARAMETER FRACTURE MECHANICS: CALCULATION OF THE RELEVANT PARAMETERS AND INVESTIGATION OF THEIR INFLUENCE ON THE FATIGUE CRACK PROPAGATION

The study applies two-parameter fracture mechanics to the behavior of fatigue cracks.

The relevant basic concepts of fracture mechanics are introduced along with the problem.

The results of the study are concerned with two parts of two-parameter fracture mechanics. The first part was devoted to numerical approaches that make it possible to calculate the T-stress (or the B-parameter as the case may be) and the Q-parameter. Three basic approaches to the estimation of T (all based on the finite element method) are suggested and presented. The

accuracy and reliability of each of these approaches is discussed and general hints for the calculation of the T-stress are given.

The first part of the study yielded the T-stress values for a wide range of the crack length in 15 different fracture-mechanics test specimens. These results were obtained by the hybrid

crack tip element method combined with the standard finite element system ANSYS. Knowledge of the T-stress is necessary for applications of two-parameter fracture mechanics and the results obtained filled a gap in the existing literature.

The effect of constraint on the propagation of the fatigue crack propagation under high cycle conditions is described in the second part of the study. The different values of constraint are characterized in terms of the T-stress value. A modification of the Paris-Erdogan equation that enables the quantification the effect of constraint on the fatigue crack propagation rate is

suggested. The amplitude of the effective stress intensity factor K_{eff} , which depends on the geometry and the body under consideration, is shown to be the variable controlling the rate of propagation of the fatigue crack. Further, the influence of the T-stress on the fatigue crack propagation direction under mixed mode condition is discussed, and modifications of the corresponding criteria known from one-parameter fracture mechanics are presented.

The suggested method for the quantification of the influence of the outer geometry of the body on the fatigue crack propagation rate contributes to more reliable estimates of the residual fatigue lifetime of constructions. Specifically, it makes it possible to compare

experimental data obtained on different types of test specimens and to transfer the knowledge gained to large industrial structures.

A description of the program CAZAN, necessary for the corresponding calculations, and the resultant values of the T-stress are added to the study in the Appendix.

ZWEIPARAMETER-BRUCHMECHANIK: BERECHNUNG DER RELEVANTEN PARAMETER UND UNTERSUCHUNG IHRES EINFLUSSES AUF DIE ERMÜDUNGSRISSAUSBREITUNG

In der Arbeit wird eine zweiparametrische Bruchmechanik auf das Verhalten von Ermüdungsrissen angewandt. Die zu Grunde gelegten bruchmechanischen Konzepte werden dabei vorgestellt.

Die Ergebnisse der Arbeit betreffen zwei Bereiche der Zweiparameter-Bruchmechanik. Der erste Teil ist numerischen Methoden gewidmet, die die Berechnung der T-Spannung (beziehungsweise des B-Parameters) und des Q-Parameters ermöglichen. Drei mögliche Verfahren (alle auf der Basis der Finite-Elemente-Methode) zur Bestimmung von T werden vorgeschlagen und dargestellt. Genauigkeit und Zuverlässigkeit jedes dieser Verfahren werden diskutiert, und es werden allgemeine Hinweise für die Berechnung der T-Spannung gegeben.

Der erste Teil der Arbeit liefert die T-Spannungswerte für einen weiten Bereich der Risslängen in 15 verschiedenen Bruchmechanik-Testproben. Die Ergebnisse wurden auf der Basis hybrider Risspitzenelemente in Verbindung mit dem Finite-Elemente-System ANSYS gewonnen. Da die Kenntnis der T-Spannung für die Anwendung der Zweiparameter-Bruchmechanik erforderlich ist, schließen diese Ergebnisse eine Lücke in der vorliegenden Literatur.

Im zweiten Teil der Arbeit wird der Einfluss des Constraints auf die Rissausbreitung unter High-Cycle-Fatigue-Bedingungen beschrieben. Die verschiedenen Constraint-Werte werden mit Hilfe des T-Spannungswertes charakterisiert. Es wird eine Modifikation der Paris-Erdogan-Gleichung vorgeschlagen, die die Quantifizierung des Constraint-Einflusses auf die Ermüdungsriss-Ausbreitungsrate ermöglicht. Es wird gezeigt, dass die von der Geometrie des untersuchten Körpers abhängige Amplitude des effektiven Spannungsintensitätsfaktors K_{eff} diejenige Variable ist, welche die Ermüdungsriss-Ausbreitungsrate bestimmt. Außerdem wird der Einfluß der T-Spannung auf die Ermüdungsriss-Ausbreitungsrichtung unter Mixed-Mode-Bedingungen diskutiert, und Modifikationen entsprechender Kriterien der Einparameter-Bruchmechanik werden vorgestellt.

Die vorgeschlagene Methodik für die Quantifizierung des Einflusses der äußeren Körpergeometrie auf die Ermüdungsriss-Ausbreitungsrate trägt zur zuverlässigeren Abschätzung der Restlebensdauer von Konstruktionen bei. Insbesondere ermöglicht sie den Vergleich experimenteller Daten, die an unterschiedlichen Typen von Testproben gewonnen wurden und die Übertragung der gewonnenen Erkenntnisse auf große industrielle Anlagen.

Eine Beschreibung des Programms CAZAN, das für die entsprechenden Berechnungen erforderlich ist, sowie die berechneten T-Spannungswerte sind im Anhang der Arbeit enthalten.

LA MECANIQUE DE CASSURE A DEUX PARAMETRES : LE CALCUL DES PARAMETRES ET LEUR INFLUENCE SUR LE COMPORTEMENT DES FISSURES DE FATIGUE

La thèse présentée traite de l'utilisation de la mécanique de cassure à deux paramètres dans la description de la propagation de fissures de fatigue dans le domaine de la fatigue à haut cycle. La résolution de cette problématique est divisée en deux parties.

La thèse est introduite par les explications des notions de la mécanique de cassure, de sa conception générale et de quelques applications fondamentales liées directement à la problématique étudiée. Les résultats présentés se rapportent surtout à deux domaines de la mécanique de cassure à deux paramètres. La première partie est consacrée aux procédés numériques permettant de calculer la contrainte T (respectivement le paramètre B) et le paramètre Q . Il est étudié trois procédés fondamentaux du calcul de la contrainte T , il est discuté leur précision, les avantages et les inconvénients. De cette partie de la thèse il ressort les conclusions générales et les références concernant les calculs de la contrainte T , et aussi les tableaux des valeurs résultantes de la contrainte T pour la géométrie élémentaire des éprouvettes dans une large étendue des longueurs de fissures. Pour le calcul, il est utilisé la méthode des éléments de fissure hybrides et le système ANSYS de la méthode des éléments finis accessible commercialement. Les résultats obtenus sur la base de ces procédés sont indispensables pour toutes les applications de la mécanique de cassure à deux paramètres et ils complètent la littérature existante.

La deuxième partie est consacrée à la description du comportement des fissures de fatigue dans le domaine de la fatigue à haut cycle par l'intermédiaire de la mécanique de cassure à deux paramètres. Il est proposé la modification de la relation Paris-Ergodan et il est décrit l'influence de la contrainte T sur le sens de propagation d'une fissure de fatigue.

La méthode élaborée de la description de l'influence de la géométrie des corps sur la vitesse de propagation d'une fissure de fatigue contribue à la fidélité et à la véracité assez élevées des évaluations de la durée de vie de fatigue résiduelle des constructions réelles. Dans la thèse, il y est décrit le programme CAZAN élaboré à la préparation des données d'entrée indispensables pour le calcul de la contrainte T et les tableaux des valeurs résultantes de la contrainte T pour la géométrie élémentaire des éprouvettes utilisées dans la pratique du laboratoire.