

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice PhD Thesis, sv. 653

ISSN 1213-4198

thesis IS

Ing. Jan Kovář

**Metody pro řešení
spínaných obvodů**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

Ing. Jan Kovář

METODY PRO ŘEŠENÍ SPÍNANÝCH OBVODŮ

SMETHODS FOR ANALYSIS OF SWITCHED CIRCUITS

ZKRÁCENÁ VERZE PH.D. THESIS

Obor: Elektronika a sdělovací technika
Školitel: prof. Dr. Ing. Zdeněk Kolka
Oponenti: doc. Ing. Oldřich Ondráček, Ph.D.
doc. Ing. Jaroslav Kalous, CSc.
Datum obhajoby: 7. 2. 2012

KLÍČOVÁ SLOVA

DC-DC měniče, Harmonická rovnováha, Průměrový model, Buck, Boost, Buck-boost, Čuk, SEPIC, LTO, CTO, Symbolické řešení, VHDL-AMS, Ověření průměrového modelu.

KEYWORDS

DC-DC converters, Harmonic balance, average model, SSA, Buck, Boost, Buck-boost, Čuk, SEPIC, LTO, CTO, Symbolic solution, VHDL-AMS, Verification of average model.

Disertační práce je k dispozici na Vědeckém oddělení děkanátu FEKT VUT v Brně, Technická 10, Brno, 616 00

© Jan Kovář, 2012

ISBN 978-80-214-4506-2

ISSN 1213-4198

OBSAH

1 ÚVOD.....	5
1.1 Základní charakteristiky DC-DC konvertorů.....	6
1.2 Průměrování OTS systému	8
1.3 Odvození průměrového modelu PWM spínače	8
1.4 Cíle disertace.....	11
2 SYMBOLICKÉ ŘEŠENÍ	11
2.1 Symbolický výpočet řídicích veličin.....	12
2.2 Malosignálový model.....	12
2.3 Výpočet pracovního bodu	13
2.4 Symbolická aproximace	14
2.5 Přesné symbolické vyjádření LTO a CTO funkcí.....	14
3 ZJEDNODUŠENÍ ANALÝZY USTÁLENÉHO STAVU V ČASOVÉ OBLASTI POMOCÍ PRŮMĚROVÉHO MODELU	15
4 METODA HARMONICKÉ ROVNOVÁHY	17
4.1 Metoda harmonické rovnováhy pro LTO	17
4.2 Ověření Průměrového modelu pro Konvertor typu SEPIC	23
5 ZÁVĚR.....	26
VYBRANÁ LITERATURA	28
VYBRANÉ PUBLIKACE	30
ŽIVOTOPIS.....	31
ABSTRAKT	31
ABSTRACT	32

1 ÚVOD

U moderních napájecích zdrojů se klade důraz na malé rozměry, nízkou hmotnost a vysokou účinnost. Vždy se jedná o kompromis mezi velikostí, cenou a účinností. Z těchto důvodů jsou dnes nahrazovány v masivním měřítku napájecí zdroje založené na klasickém transformátoru a lineárním stabilizátoru. Náhradou jsou různé typy spínaných zdrojů.

Právě široké použití spínaných zdrojů vede k potřebě jejich simulace. Zde vzniká problém – spínání je nelineární proces, který prakticky mění topologii obvodu. Je sice možné tyto obvody analyzovat při každém sepnutí PWM spínače, tato možnost ale naráží na velkou výpočetní náročnost, protože děje, které sledujeme, jsou mnohonásobně pomalejší než frekvence spínání. Tento přístup je i u základních zapojení velmi výpočetně náročný. Schůdnější je použití průměrových modelů, které spínaný obvod nahradí nejčastěji několika řízenými zdroji napětí a proudu [2], [3], [13], [14].

Většina dostupných simulátorů vychází z klasického Spice simulátoru, který se používá 40 let. Tyto programy nabízejí tři základní typy numerických analýz: stejnosměrnou, přenosovou a časovou. Použité metody výpočtu se za posledních 20 let téměř nezměnily. Nevýhodou je, že získáme pouze numerické řešení, symbolické řešení chybí. Celá rodina Spice simulátorů není příliš vhodná pro simulaci spínaných obvodů. Výjimkou je simulátor HSpice. Jeho hlavní výhodou je fakt, že se algoritmy stále vyvíjejí. Díky tomu zatím chybí grafické rozhraní, k dispozici je pouze textové. Postprocesor CosmosScope je v porovnání s ostatními pomalý a těžko ovladatelný.

Pro simulaci DC-DC konvertorů je možné použít několik přístupů. Každý z nich má své výhody a nevýhody. V časové oblasti je možné použít spínaný model. Zde však narážíme na velkou výpočetní náročnost. Důvodů je hned několik. Konvertoru trvá určitou dobu, aby se dostal do ustáleného stavu. Tato doba závisí na hodnotách akumulčních prvků a na jejich kvalitě (ztrátách). Řádově se jedná o několik tisíc spínacích period. Po odeznění tohoto přechodového děje získáme ustálený stav. Dalším důvodem vysoké výpočetní náročnosti je fakt, že sledované děje jsou mnohonásobně pomalejší než spínání konvertoru. Velikým úskalím je přesné určení okamžiku spínání. Lze provést několik analýz konvertoru v čase blízkém sepnutí, i když by stačila jediná, tím dál roste výpočetní náročnost. Přesnost velmi záleží na konkrétní implementaci v simulátoru, její rozbor je velmi složitý.

Ve frekvenční a časové oblasti je možné použít průměrový model [2], [3], [11], [13]. Jeho základní myšlenkou je uvažování všech stavových veličin konvertoru průměrovaných přes periodu spínání, tím pochopitelně ztratíme informaci o zvlnění všech veličin konvertoru. Literatura [2] - [16], uvádí omezení platnosti přenosových funkcí Nyquistovou frekvencí, ale bez jakéhokoli důkazu. Přesnost tohoto modelu není doposud v dostupné literatuře popsána. Další možností je použití SNAC analýzy v HSpice. Jedná se o střídavou analýzu v ustáleném stavu. Přesnost závisí na mnoha parametrech. Při snaze o nejpřesnější výsledek algoritmus hledání ustáleného stavu přestává spolehlivě konvergovat.

1.1 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY DC-DC KONVERTORŮ

Základními parametry jsou napěťový a proudový konverzní poměr, který je definován jako poměr výstupního stejnosměrného napětí nebo proudu ku vstupnímu napětí nebo proudu:

$$M_V = \frac{V_0}{V_1}, \quad (1.1)$$

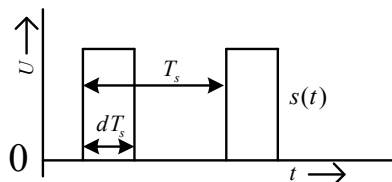
$$M_I = \frac{I_0}{I_1}, \quad (1.2)$$

kde V_1 , I_1 je vstupní napětí a proud, V_0 , I_0 je výstupní napětí a proud. Základním principem je kombinace spínače a dolní propusti. Dolní propust realizujeme jako LC filtr. Úkolem dolní propusti je z impulsních proudů, které generuje PWM spínač, vybrat jen DC složku a vyšší harmonické potlačit. Při uvažování ideálních prvků, jako je ideální spínač, cívka a kondenzátor, lze dosáhnout teoreticky 100% účinnosti. To je základní výhoda spínaných konvertorů oproti lineárním stabilizátorům a děličům napětí. Ve skutečnosti všechny reálné cívky a kondenzátory vykazují malé procento ztrát energie, která je v nich akumulována. Na vině jsou dielektrické, odporové a magnetické ztráty v použitých materiálech. Také všechny reálné polovodičové spínače mají určité spínací ztráty. Spínací frekvence je jedním z nejdůležitějších parametrů při návrhu spínaného konvertoru. Zvýšením spínací frekvence postačuje použití menších kapacit a indukčností, ale rostou spínací ztráty. Samotný návrh je vždy kompromisem mezi cenou, hmotností, rozměry a účinností.

Pro měnič bez zpětné vazby se výstupní napětí lineárně mění se vstupním napětím, ale poměry M_V a M_I jsou na vstupním napětí nezávislé, platí:

$$V_0 = V_1 M_V. \quad (1.3)$$

Konvertor je spínán obdélníkovým signálem podle obr. 1.1, kde je definována střída d spínacího kmitočtu s periodou T_s .



Obr. 1.1 - Řídící signál aktivního spínače.

Ve frekvenční oblasti existují dvě funkce, které popisují chování spínaného měniče [30]. Jedná se o odezvy Line-To-Output (LTO) a Control-To-Output (CTO).

Odezva Line-To-Output (LTO) popisuje chování konvertoru při buzení střídavým signálem o frekvenci ω_i , který se přičítá k napětí vstupního zdroje V_I . Složky spektra vstupního a výstupního napětí jsou značeny:

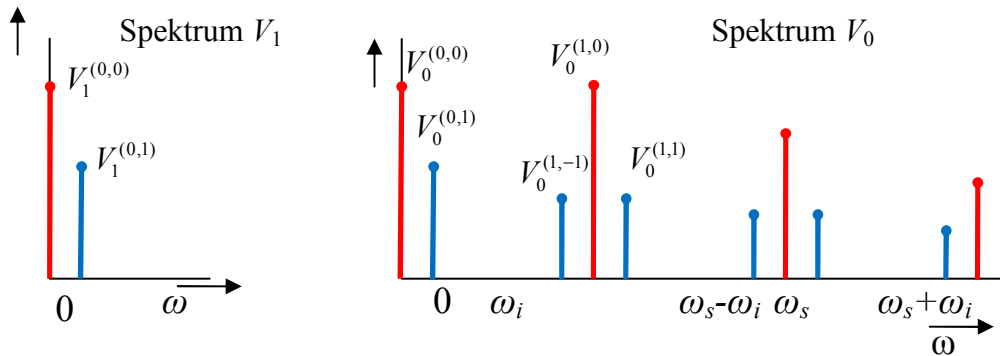
$$V^{(k,l)}, \quad (1.4)$$

kde k je násobek ω_s a l je násobek ω_i . LTO je definován [4] jako poměr spektrálních složek vstupního a výstupního signálu na stejné frekvenci:

$$K_{LTO} = \frac{V_0^{(0,1)}}{V_1^{(0,1)}}, \quad (1.5)$$

kde $V_0^{(0,1)}$ je složka výstupního napětí na frekvenci ω_i a $V_1^{(0,1)}$ složka vstupního napětí na stejné frekvenci. Tvar spekter vstupního a výstupního napětí definuje obr. 1.2. Výstupní napětí obsahuje pouze 1. harmonickou ω_i , protože vůči V_I je obvod konvertoru lineární. Funkce LTO popisuje, jak se mění výstupní napětí při změně vstupního napětí. Pokud totiž z rovnice (1.5) vyjádříme V_0 a funkce LTO je v symbolickém tvaru, pak lze jednoduše určit výstupní napětí. Z porovnání rovnic (1.1) a (1.5) a vyplývá, že funkce LTO na nulovém kmitočtu odpovídá napěťovému konverznímu poměru:

$$M_V = K_{LTO}(0). \quad (1.6)$$

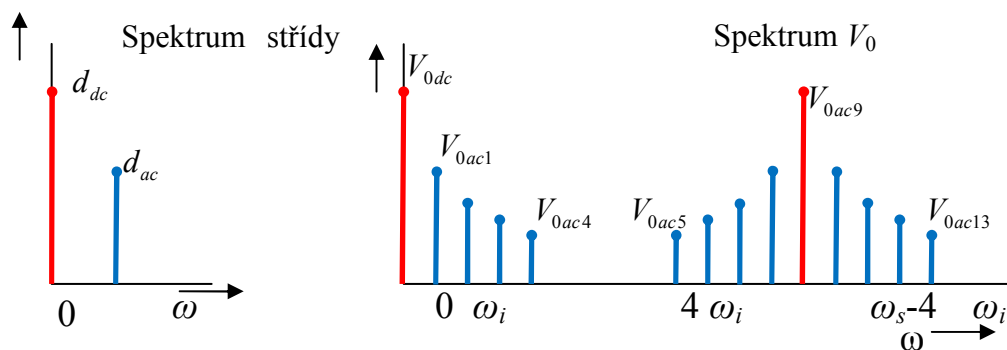


Obr. 1.2 - Spektra vstupního a výstupního napětí DC-DC konvertoru.

Funkce Control-To-Output (CTO) [30] popisuje vliv malých změn střídavy. Určuje, jak se výstupní napětí mění se změnami střídavy. Jedná se tedy o přenos změn střídavy na výstupní napětí. V simulacích se uvažuje střídava d se superponovanou střídavou složkou $d^{(0,1)}$ o frekvenci ω_i . Vstupní napětí měniče V_I je považováno při zkoumání CTO odezvy za konstantní v čase. Střídava d má dvě složky, $d = d^{(0,0)} + d^{(0,1)}$. Funkce Control-To-Output je definována:

$$K_{CTO} = \frac{V_0^{(0,1)}}{d^{(0,1)}}. \quad (1.7)$$

Spektrum výstupního napětí obsahuje všechny kombinační kmitočty ω_i , protože je obvod konvertoru pro střidu d nelineární. Tvarem odpovídá spektru PWM signálu.



Obr. 1.3 - Spektrum střidy a výstupního napětí DC-DC konvertoru.

1.2 PRŮMĚROVÁNÍ OTS SYSTÉMU

Nespojitý OTS systém lze popsat diferenciální rovnicí [1]-[12]:

$$\frac{dx}{dt} = \rho \cdot f(t, x) \quad x(t_0) = x_0, \quad (1.8)$$

kde x je vektor stavových proměnných, ρ definuje „pomale“ změny stavových veličin, x_0 je vektor počátečních podmínek, $f(t, x)$ je nespojitou funkcí času a vektoru stavových veličin. Po průměrování podle [1] pro x v čase vznikne:

$$\frac{dx_{av}}{dt} = \rho \cdot f_0(x_{av}) \quad x_{av}(t_0) = x_0, \quad (1.9)$$

$$f_0(x_{av}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_a}^{t_a+T} f(t, x) dt, \quad t_a \geq t_0, \quad (1.10)$$

dále lze dokázat:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \|x(t) - x_{av}(t)\| = 0 \quad \text{pro } \forall t \in \left\langle t_0, \frac{T_0}{\rho} \right\rangle, \quad (1.11)$$

kde T_0 je konstanta. Tato limita ukazuje, že průměrový systém je na daném intervalu velmi blízký originálu, pokud je ρ dostatečně malé. Neboli, čím jsou změny stavových veličin v čase pomalejší, tím více se průměrový model blíží originálu (u DC-DC konvertorů zaniká zvlnění stavových veličin).

1.3 ODVOZENÍ PRŮMĚROVÉHO MODELU PWM SPÍNAČE

Podle [2]-[12] lze průměrový model odvodit ze stavového popisu obvodu měniče. Obvod popíšeme soustavou diferenciálních rovnic (1.8). Pro každý akumulací prvek se uvažuje jedna diferenciální rovnice, která popisuje vztah mezi stavovou

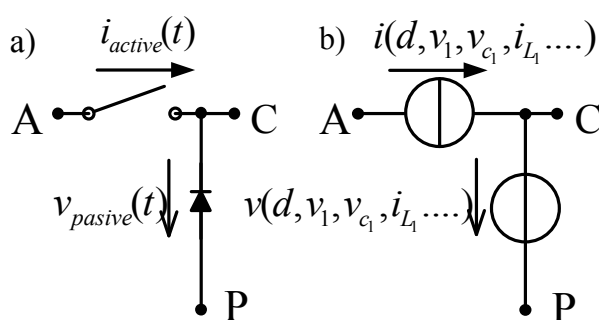
proměnnou daného akumulárního prvku a její derivaci. Konvertor má v CCM dvě obvodové konfigurace, v DCM jsou tyto konfigurace tři. Podrobněji se rozdíly mezi DCM a CCM módy zabývá následující kapitola. Odvodí se tedy matice stavového popisu pro obě obvodové konfigurace obvodu, za předpokladu CCM. Střední hodnotu stavových proměnných lze získat:

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{x}_{avg}) &= \frac{1}{T} \int_0^T f(t, \mathbf{x}) dt = \frac{1}{T} \left[\int_0^{dT} \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{B}_1 v dt + \int_{dT}^T \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{B}_2 v dt \right] = \\
 &= d(\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{avg} + \mathbf{B}_1 v) + (1-d)(\mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{avg} + \mathbf{B}_2 v) = \\
 &= \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{avg} + \mathbf{B}_2 v + d(\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{avg} - \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{avg} + \mathbf{B}_1 v - \mathbf{B}_2 v),
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

kde \mathbf{x}_{avg} je vektor středních hodnot stavových veličin. Následným dosazením do (1.8) lze získat stavovou rovnici průměrového modelu:

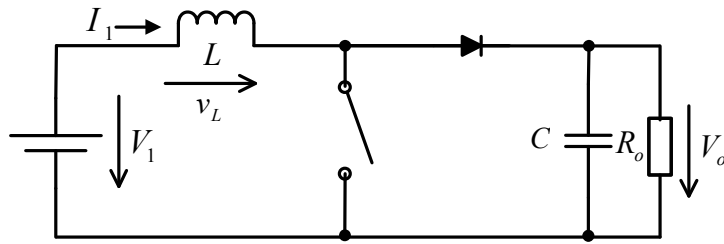
$$\frac{d\mathbf{x}_{avg}}{dt} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{avg} + \mathbf{B}_2 v + d(\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{avg} - \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{avg} + \mathbf{B}_1 v - \mathbf{B}_2 v). \tag{1.13}$$

Podrobněji se stavovým popisem zabývá [2]. Jako zjednodušení uvádí použití náhradního modelu PWM spínače [7] - [19]. PWM spínač tvoří aktivní a pasivní spínač. Aktivní je řízen spínacím signálem, pasivním spínačem je dioda (obr. 1.4). Jedná se o dvojici řízených zdrojů. Jeho odvození lze ukázat na Buck-Boost konvertoru. V [11] - [15] se předpokládá nahrazení aktivního spínače řízeným zdrojem proudu a pasivního spínače řízeným zdrojem napětí. PWM spínač a výsledný průměrový model (SSA) je zobrazen na obr. 1.4. Napětí a proudy řízených zdrojů uvažujeme průměrované přes periodu spínání, proto pro ostatní veličiny získáme pouze jejich střední hodnotu, informaci o zvlnění ztrácíme. Průměrový model platí v módu spojitých proudů (CCM).



Obr. 1.4 - Spínač PWM a jeho SSA model.

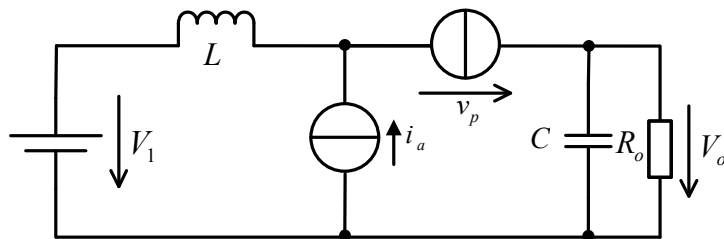
Vztah mezi průměrovým modelem ve tvaru stavového popisu a náhradního modelu z [2] lze ukázat na konkrétním měnič. Boost konvertor (obr. 1.5) popíšeme soustavou diferenciálních rovnic pro sepnutý aktivní spínač a pro sepnutý pasivní spínač.



Obr. 1.5 - Boost konvertor s ideálními akumulacími prvky.

Dosazením do (1.13) získáme stavovou rovnici průměrového modelu Boost měniče:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d-1}{L} \\ \frac{1-d}{C} & -\frac{1}{R_0 C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_1(t). \quad (1.14)$$



Obr. 1.6 - Boost měnič s průměrovým modelem PWM spínače.

Totéž lze odvodit pomocí průměrového modelu. Na obr. 1.6 je Boost konvertor s průměrovým modelem PWM spínače podle [2], jeho soustavu diferenciálních rovnic lze zapsat:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{n_1-1}{L} \\ \frac{1-n_2}{C} & -\frac{1}{R_0 C} - n_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_1(t), \quad (1.15)$$

dosazením :

$$\begin{aligned} v_p &= -d v_C, \\ i_a &= -d i_L, \end{aligned} \quad (1.16)$$

obdržíme (1.15). Výraz (1.16) je odvozený podle postupu v [11] - [15]. Napětí v_p je definováno jako napětí na pasivním spínači, proud i_a je proud aktivního spínače. Obě veličiny se odvozují ze stavu, kdy je sepnut aktivní spínač. Z celého odvození vyplývá, jak velké zjednodušení poskytuje použití náhradního modelu. Na místo relativně složitěho stavového popisu postačí použít dva řízené zdroje. Zdroje [3] - [14] uvádějí modifikace a možná použití tohoto modelu, neřeší však jeho přesnost a platnost.

1.4 CÍLE DISERTACE

Práce se zabývá několika vybranými metodami řešení spínaných obvodů, které rozšiřují dosud používané algoritmy. Cíle práce je možné rozdělit do následujících bodů:

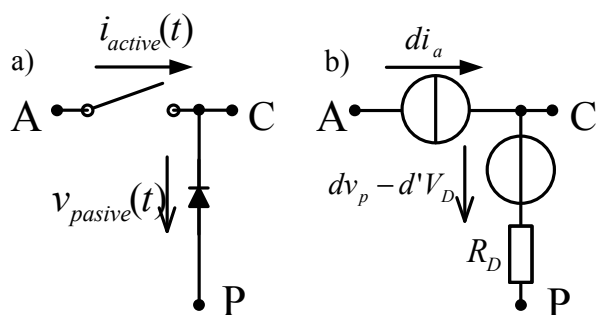
Symbolická analýza spínaných konvertoru založená na průměrovém modelu. Průměrový model, popsáný v kapitole 1.3, umožňuje nahrazením obou spínačů řízenými zdroji transformovat DC-DC měnič na obvod se spojitým časem. Cílem práce je formulovat algoritmy založené na modifikované metodě uzlových napětí, které umožní získání symbolického řešení jak pro stavové veličiny, tak pro obě hlavní přenosové funkce LTO a CTO. Zcela novým prvkem je použití algoritmů symbolického zjednodušování pro zmenšení rozsahu výsledného vzorce. Předpokládá se implementace algoritmů do programu Snap. Žádný známý program podobnou analýzu neumožňuje.

Využití průměrových modelů pro zjednodušení analýzy ustáleného stavu. Přímá časová analýza spínaných měničů s cílem získat ustálený stav je velmi výpočetně náročná. Vhodnou volbou počátečních podmínek je možné urychlit ustálení řešení. Cílem je navrhnout metodu, která pro volbu počátečních podmínek využije stacionární řešení průměrového modelu.

Ověření platnosti a určení chyby průměrových modelů pomocí metody harmonické rovnováhy. Žádná dosud publikovaná práce neřeší komplexně obor platnosti průměrových modelů. Zdroje [3] - [13] uvádějí jeho platnost do poloviny spínací frekvence. Důkaz nebo ověření není v literatuře popsáno. Ačkoli se jedná o silně nelineární systém, je v případě spínaného měniče možné netradičně použít metodu harmonické rovnováhy pro získání referenčního řešení. V práci budou analyzovány funkce LTO i CTO a odvozeny podmínky pro odhad maximální chyby.

2 SYMBOLICKÉ ŘEŠENÍ

Metoda SSA (State Space Averaging) je založena na průměrování napětí a proudů přes periodu spínání. Podle [11] - [16] lze použít náhradní model PWM (Pulse Width Modulation) spínače pracujícího v režimu spojitých proudů. Jak ukazuje obr. 2.1a, PWM spínač se skládá ze dvou spínačů – aktivního a pasivního. Obvykle je aktivním spínačem tranzistor a pasivním spínačem dioda. Náhradní obvod (obr. 2.1b) je doplněn o odpor aktivního spínače v sepnutém stavu a prahové napětí pasivního spínače. Tímto způsobem je možné zahrnout tyto reálné parazitní prvky do náhradního modelu [28] a [29]. Cílem symbolického řešení je určit přesně v úplném symbolickém tvaru funkce LTO a CTO. Lze nalézt mnoho variant použití průměrového modelu pro získání symbolické funkce, podle [33] - [38]. Obr. 1.2 definuje tyto veličiny: i_a je proud aktivního spínače během doby, kdy je sepnutý aktivní spínač, v_p je napětí na pasivním spínači během doby, kdy je sepnutý aktivní spínač, d – střída, V_D – úbytek napětí na pasivním spínači (diodě), R_D – diferenciální odpor pasivního spínače.



Obr. 2.1 - PWM spínač a jeho náhradní model.

Zdroje jsou řízeny:

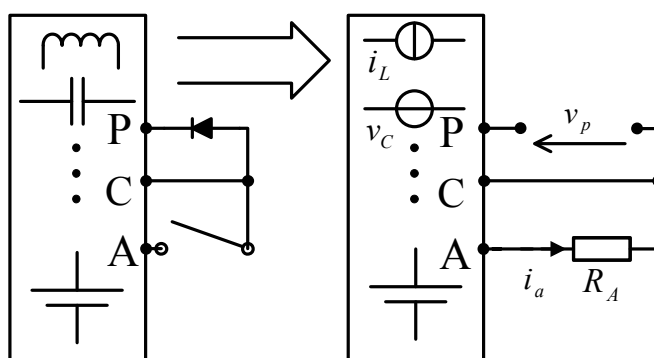
$$I_n = di_a, V_n = dv_p - d'V_D \quad (2.1)$$

2.1 SYMBOLICKÝ VÝPOČET ŘÍDÍCÍCH VELIČIN

Aby bylo možné výpočet řídicích veličin zalgoritmizovat, je nutné provést několik úprav ve schématu (obr. 2.1a.). Protože hledané veličiny závisí na stavových veličinách, je nutné příslušné součástky ve schématu DC-DC konvertoru nahradit zdroji (obr. 2.1b). Cívky proudovými a kondenzátory napěťovými zdroji. Spínač je ve stavu, kdy je sepnutý aktivní spínač a pasivní rozepnutý. Aktivní spínač se nahradí rezistorem R_A a pasivní spínač se vynechá bez náhrady. Řídicí veličiny lze obecně veličiny vyjádřit jako lineární kombinaci vstupních a stavových veličin:

$$\begin{aligned} i_a &= k_1 v_{C1} + k_2 v_{C2} + k_3 i_L + \dots \\ v_p &= q_1 v_{C1} + q_2 v_{C2} + q_3 i_L + \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

kde koeficienty $k_1..k_n$ a $q_1..q_n$ závisí na konkrétním obvodu.



Obr. 2.2 - Obecné schéma pro určení řídicích funkcí.

2.2 MALOSIGNÁLOVÝ MODEL

Pro funkci Line-To-Output je obvod i po dosazení náhradního obvodu z obr. 2.1 lineární. Pro funkci Control-To-Output je situace jiná, protože zde jsou modelovány změny střídý, stává se obvod nelineárním. Důvodem je, že změnou střídý se mění jak i_a , tak i V_p . Protože změny střídý jsou relativně malé, lze použít linearizaci v okolí pracovního bodu, který je určen stejnosměrnými hodnotami D_0 , I_{a0} , a V_{p0} .

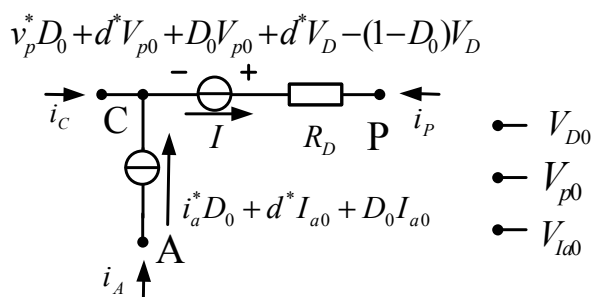
Tím se výpočet rozpadne na tři části: 1) výpočet řídicích veličin pro řízené zdroje, 2) výpočet přenosových funkcí, které závisí na pracovním bodu, 3) určení pracovního bodu (D_0 , I_{a0} , a V_{p0}) a jeho dosazení. Malé změny v okolí pracovního bodu jsou: $d^* \rightarrow 0$, $i_a^* \rightarrow 0$, $v_p^* \rightarrow 0$. Dosadíme-li do rovnic (2.1) a zanedbají-li se součiny členů označených *.

$$d = (D_0 + d^*), v_p = (V_{p0} + v_p^*), i_a = (I_{a0} + i_a^*), v_p = (V_{p0} + v_p^*), \quad (2.3)$$

dostáváme:

$$\begin{aligned} (D_0 + d^*)(I_{a0} + i_a^*) &\approx i_a^* D_0 + d^* I_{a0} + D_0 I_{a0}, \\ (D_0 + d^*)(V_{p0} + v_p^*) - (1 - D_0 - d^*) V_D & \\ \approx v_p^* D_0 + d^* V_{p0} + D_0 V_{p0} + d^* V_D - (1 - D_0) V. \end{aligned} \quad (2.4)$$

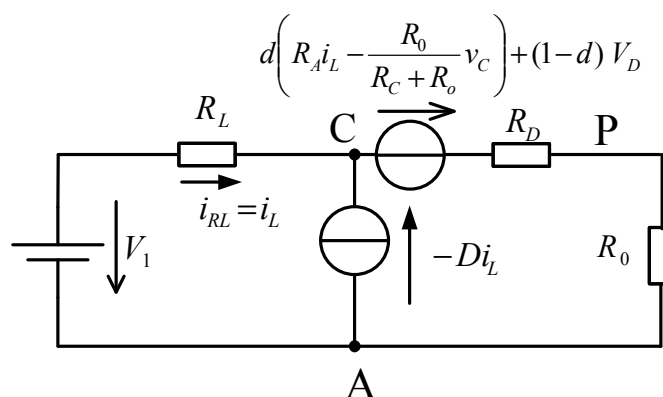
Pomocné vstupy, které mají formálně rozměr napětí, určují pracovní bod spínače. Napětí V_{D0} odpovídá střídě D_0 , podobně napětí V_{Ia0} odpovídá proudu I_{a0} .



Obr. 2.3 - Náhradní obvod PWM spínače linearizovaného v okolí pracovního bodu.

2.3 VÝPOČET PRACOVNÍHO BODU

Pro výpočet pracovního bodu, který je dán D_0 , I_{a0} , a V_{p0} , lze použít jednoduchý model z obr. 2.1. Náhradní schéma pro Boost konvertor je na obr. 2.4. Protože se jedná o DC analýzu, vynechají se akumulární prvky, proud I_L se uvažuje jako proud I_{RL} a napětí V_C jako napětí V_{R0} . Pomocí MMUN získáme I_{a0} , a V_{p0} v symbolickém tvaru.



Obr. 2.4 - Náhradní Boost konvertoru výpočet stavových veličin.

2.4 SYMBOLICKÁ APROXIMACE

Symbolická aproximace je implementována v symbolickém simulátoru Snap [39]. Podle modelu z obr. 2.3 lze vytvořit součástku zde použitelnou, není však možné určit pracovní bod. Lze však použít numerické hodnoty I_{a0} , a V_{p0} z Spice. Řešení je ale již pro konkrétní hodnoty součástek: $V_1 = 60$ V, $R_0 = 60$ Ω , $L = 6$ mH, $R_L = 3$ Ω , $C = 1000$ μ F, $R_C = 1$ Ω , $T_S = 100$ μ s, $D = 0,25$, $R_A = 1$ Ω , $R_D = 1$ Ω , $V_D = 0,6$ V. Pomocí Spice lze určit výstupní napětí $V_{R0} = 70,636$ V, které odpovídá V_C a proud cívku $I_L = 1,571$ A. Pomocí Snapu se určí úplný tvar funkce LTO (obr. 2.5).

Výsledek je velmi složitý, obsahuje 42 členů. Aby byl lépe interpretovatelný, je možné použít symbolickou aproximaci [33]. Ta spočívá v identifikaci numericky nevýznamných členů tak, aby chyba fáze a modulu nepřesáhla volitelnou mez. Výraz takto sice zjednodušíme, ale jen za cenu ztráty jeho obecnosti. Výsledek pro dva body $f_1 = 1$ Hz, $\Delta_{M1} = 1$ dB, $\Delta_{\phi1} = 5^\circ$, $f_2 = 30$ Hz, $\Delta_{M2} = 2$ dB, $\Delta_{\phi2} = 20^\circ$ je rovnice (2.5). Výsledná funkce se redukuje pouze na přenosovou funkci prvního řádu, ze které je jednoduše možné určit dominantní pól. Tyto výsledky byly publikovány v [45], [48], [49].

$\frac{\text{symbolic}}{R_c \cdot R_0 \cdot D_0 + R_0^2 \cdot D_0 - R_c \cdot R_0 - R_0^2 + s \cdot (C \cdot R_c^2 \cdot R_0 \cdot D_0 + C \cdot R_c \cdot R_0^2 \cdot D_0 - C \cdot R_c^2 \cdot R_0 - C \cdot R_c \cdot R_0^2)}$ $\frac{-R_c \cdot R_d - R_0 \cdot R_d + R_c \cdot R_0 \cdot D_0 + 2 \cdot R_0^2 \cdot D_0 - R_0^2 \cdot D_0^2 - R_c \cdot R_0 - R_0^2 + R_c \cdot D_0 \cdot R_a + R_0 \cdot D_0 \cdot R_a - R_L \cdot R_0 + R_0 \cdot D_0 \cdot R_d + R_c \cdot D_0 \cdot R_d - R_L \cdot R_c - s \cdot (C \cdot R_c^2 \cdot R_0 - C \cdot R_c \cdot R_0^2 \cdot D_0 - C \cdot R_c^2 \cdot D_0 \cdot R_a + C \cdot R_c \cdot R_0^2 \cdot D_0 - C \cdot R_c^2 \cdot R_0 \cdot D_0 - C \cdot R_0^2 \cdot D_0 \cdot R_d - 2 \cdot C \cdot R_c \cdot R_0 \cdot D_0 \cdot R_a - C \cdot R_0^2 \cdot D_0 \cdot R_a + 2 \cdot C \cdot R_c \cdot R_0 \cdot R_d + C \cdot R_0^2 \cdot R_d - C \cdot R_c^2 \cdot D_0 \cdot R_d + C \cdot R_c^2 \cdot R_d - 2 \cdot C \cdot R_c \cdot R_0 \cdot D_0 \cdot R_d + R_L \cdot C \cdot R_0^2 + L \cdot R_c + L \cdot R_0 + 2 \cdot R_L \cdot C \cdot R_c \cdot R_0 + R_L \cdot C \cdot R_c^2) - s^2 \cdot (L \cdot C \cdot R_c^2 + 2 \cdot L \cdot C \cdot R_c \cdot R_0 + L \cdot C \cdot R_0^2)}$

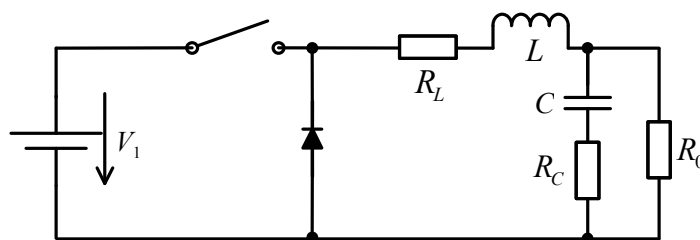
Obr. 2.5 - Úplný symbolický tvar funkce LTO.

$$LTO_{Boost} = \frac{R_0}{s(R_L C R_0 + R_L C R_C + R_d C R_0) + R_0 + R_C - R_0 D_0} \quad (2.5)$$

2.5 PŘESNÉ SYMBOLICKÉ VYJÁDŘENÍ LTO A CTO FUNKCÍ.

Nevýhoda použití Snapu je, že není možné určit pracovní bod. Ten se dosazuje z Spice. Proto byl model implementován v Matlabu tak, že všechny kroky lze provést bez zásahu uživatele. První krok, získání řídicích výrazů pro závislé zdroje, je uveden v kapitole 2.1. Podle obr. 2.2 se nahradí PWM spínač rezistorem R_A a akumulární prvky příslušnými zdroji. Pak již pomocí MMUN lze určit V_p a I_a . Ve druhém kroku podle kapitoly 2.3 lze určit pracovní bod, jehož numerické hodnoty jsou shodné s hodnotami určenými v Spice. Je možné určit obě hledané odezvy v jednom kroku, za předpokladu, že jsou uvažovány V_1 i d^* jako střídavé zdroje. Ve výsledku se dosadí za $V_1 = 0$ pro CTO a $d^* = 0$ pro LTO.

Tímto způsobem lze získat LTO a CTO funkce pro všechny základní typy konvertorů. Tento postup byl publikován v [48] a [49]. Pro simulace byly použity stejné hodnoty jako v kapitole 2.4. Příklad je uveden pro LTO Buck měniče.



Obr. 2.6 - Buck měnič.

$$D0 \cdot R0 \cdot (p \cdot C \cdot Rc + 1) / (R0 \cdot p \cdot C \cdot Rc + RL \cdot p \cdot C \cdot Rc + RL \cdot p \cdot C \cdot R0 + p^2 \cdot L \cdot C \cdot Rc + p^2 \cdot C \cdot L \cdot R0 + R0 + RL + Rd + Rd \cdot p \cdot C \cdot R0 + Rd \cdot p \cdot C \cdot Rc + D0 \cdot p \cdot C \cdot Rc \cdot Ra - D0 \cdot Rd \cdot p \cdot C \cdot Rc + D0 \cdot p \cdot C \cdot R0 \cdot Ra - D0 \cdot Rd \cdot p \cdot C \cdot R0 + D0 \cdot Ra - D0 \cdot Rd + p \cdot L)$$

Obr. 2.7 - Úplný symbolický tvar LTO Buck konvertoru.

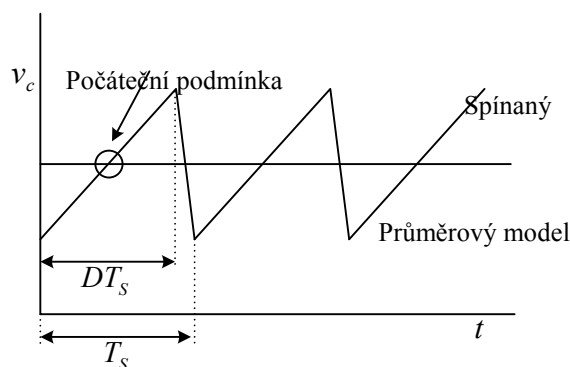
Po dosazení lze získat K_{LTO} v semisymbolickém tvaru:

$$K_{LTO_{Buck}} = \frac{7.5 \cdot 10^6 + 7.5 \cdot 10^2 p}{3.2 \cdot 10^7 + 1.55 \cdot 10^4 p + 1.83 p^2} \quad (2.6)$$

3 ZJEDNODUŠENÍ ANALÝZY USTÁLENÉHO STAVU V ČASOVÉ OBLASTI POMOCÍ PRŮMĚROVÉHO MODELU

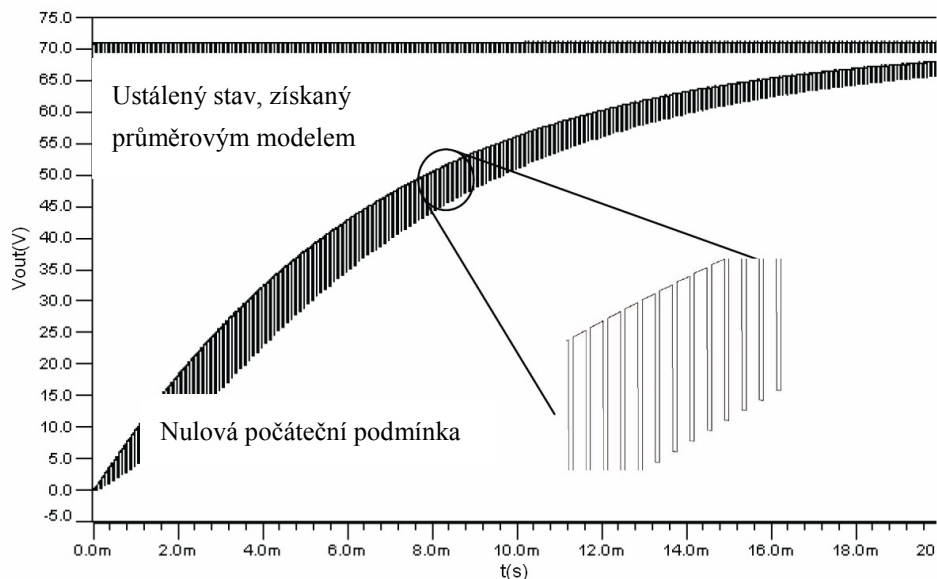
Tato kapitola popisuje využití průměrového modelu pro analýzu v časové oblasti. Základní myšlenka spočívá ve využití průměrového modelu pro získání vhodné počáteční podmínky. Při analýze v časové oblasti není možné jednoduše určit parametry ustáleného stavu DC-DC konvertoru. Ustálený stav konvertoru nastane až po uplynutí několika tisíc period spínacího kmitočtu. Ustálený stav je možné získat pomocí průměrového modelu. Základní výhodou tohoto modelu ve VHDL-AMS [40] je, že získáme jak střední hodnotu výstupního napětí, tak i zvlnění, které při průměrovém modelování ztrácíme. Velkou výhodou je, že v jazyku VHDL-AMS můžeme určit, který typ analýzy se má použít. Pro stejnosměrnou i střídavou analýzu použijeme průměrový model a pro časovou analýzu spínaný model.

V modu spojitých proudů lze stavové veličiny (proud cívkou, napětí na kapacitě) aproximovat pomocí lomených přímek [41]. Jak ukazuje obr. 3.1, napětí V_C osciluje kolem své střední hodnoty.



Obr. 3.1 - Aproximace lomenými přímkami stavové veličiny v_c .

Ustálený stav je popsán $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(T_s)$, kde \mathbf{x} je vektor stavových proměnných. Hledání ustáleného stavu v časové oblasti je ekvivalentní nalezení počáteční podmínky rovnice. Z toho plyne, že je možné použít hodnoty ustáleného stavu získané pomocí průměrového modelu jako tuto počáteční podmínku. Průměrový model se použije v DC a AC oblasti, v časové oblasti použijeme spínaný model. Pro simulaci byly použity numerické hodnoty shodné s kapitolou 2.4. Výsledkem je časová analýza (obr. 3.2) pro dvě počáteční podmínky (nulové a průměrové). Dokázalo se, že DC pracovní bod získaný pomocí průměrového modelu umožní získat korektní tvar výstupního napětí už po jedné periodě spínání. Kdežto při nulové počáteční podmínce je nutné analyzovat více než 2000 period spínání. Tyto výsledky byly publikovány v [50].



Obr. 3.2 - Porovnání nulové průměrové počáteční podmínky.

4 METODA HARMONICKÉ ROVNOVÁHY

4.1 METODA HARMONICKÉ ROVNOVÁHY PRO LTO

V módu CCM jsou časy, po které platí jednotlivé konfigurace, dány pouze střídou spínacího signálu. Pro odvození přenosu LTO je obvod lineární, proto jej lze popsat první stavovou rovnicí [1]:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}_q \mathbf{x} + \mathbf{B}_q v \quad q=1,2, \quad (4.1)$$

kde \mathbf{x} je vektor stavových proměnných, q je index konfigurace obvodu, v je vstupní napětí (buzení), \mathbf{A} je systémová matice obvodu, \mathbf{B} je stavová matice vazeb obvodu na vstup (vstupní matice). Druhá stavová rovnice určuje vztah mezi vektorem výstupu a vektory stavu vstupu. Pro výstupní napětí měniče má tvar:

$$u = \mathbf{C}_q \mathbf{x} + \mathbf{D}_q v \quad q=1,2, \quad (4.2)$$

kde \mathbf{C} je matice vazeb výstupu na stav (výstupní matice), \mathbf{D} je matice přímých vazeb výstupu na vstup, u je výstupní napětí. Konfigurace obvodu se periodicky mění s periodou $T_s = 1/f_s$, kde f_s je frekvence spínání. Pro odvození LTO lze považovat střidu d konstantní v čase. Celý obvod se chová jako systém proměnný v čase:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)v, \quad u = \mathbf{C}(t)\mathbf{x} + \mathbf{D}(t)v. \quad (4.3)$$

Všechny matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} mají po dobu $d T_s$ tvar \mathbf{A}_1 , \mathbf{B}_1 , \mathbf{C}_1 , \mathbf{D}_1 a po dobu $(1-d)T_s$ tvar \mathbf{A}_2 , \mathbf{B}_2 , \mathbf{C}_2 , \mathbf{D}_2 . V časové oblasti se koeficienty matic mění skokově, proto lze analyticky stanovit jejich spektrální rozvoj ve tvaru:

$$\mathbf{H}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}^{(k)} e^{jk\omega_s t}, \quad (4.4)$$

kde \mathbf{H} představuje libovolnou matici stavového popisu, prvky těchto matic tvar:

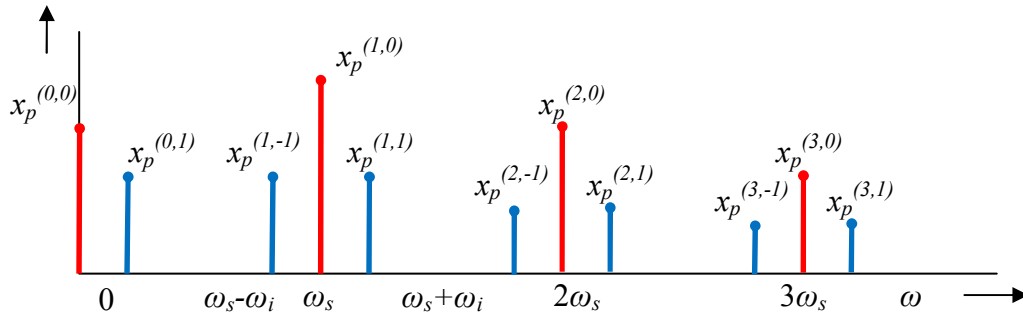
$$h_{i,j}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{H}_{i,j}^{(k)} e^{jk\omega_s t}, \quad (4.5)$$

kde $\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$, horní index k určuje harmonickou frekvenci. Při uvažování dvou konfigurací obvodu v CCM je konvertor popsán maticemi \mathbf{A}_1 , \mathbf{B}_1 , \mathbf{C}_1 , \mathbf{D}_1 a \mathbf{A}_2 , \mathbf{B}_2 , \mathbf{C}_2 , \mathbf{D}_2 . Indexy určují fázi konvertoru. Spektrální komponenty těchto matic a vektorů jsou dány:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(0)} &= d \mathbf{H}_1 + (1-d) \mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_2 + d(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \\ \mathbf{H}^{(k)} &= d \operatorname{sinc}(k \pi d) e^{-jk \pi d} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Rovnice (4.3) představují lineární časově proměnný (LTV) systém. Jsou-li \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_2 řešení, pak také $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$ je řešením. Vzhledem ke vstupnímu napětí $v(t)$ platí princip superpozice. Můžeme tedy zkoumat frekvenční charakteristiku jen pro „jednosložkový“ vstupní signál o frekvenci $\omega_i v(t) = e^{j\omega_i t}$. Spektrum stavových

veličin $\mathbf{x}(t)$ bude obecně obsahovat harmonické frekvence ω_s a kombinační složky $\omega_s \pm \omega_i$. Harmonické složky vektoru $\mathbf{x}(t)$ označíme jako $x_p^{(k,l)}$, kde k je násobek ω_s a $l = -1, 0, 1$ (násobek ω_i). Index p označuje stavovou proměnnou ve stavovém vektoru. Za těchto předpokladů lze graficky znázornit spektrum stavové veličiny $x_p^{(k,l)}$.



Obr. 4.1 - Spektrum stavového vektoru $\mathbf{x}(t)$.

Spektrum z obr. 4.1 lze popsat Fourierovou řadou ve tvaru:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_p(t) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\mathbf{x}_p^{(k,0)} e^{jk\omega_s t} + \mathbf{x}_p^{(k,1)} e^{j(k\omega_s + \omega_i)t} + \mathbf{x}_p^{(k,-1)} e^{j(k\omega_s - \omega_i)t}] = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\mathbf{x}_p^{(k,0)} + \mathbf{x}_p^{(k,1)} e^{j\omega_i t} + \mathbf{x}_p^{(k,-1)} e^{-j\omega_i t}] e^{jk\omega_s t}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Derivace spektra stavového vektoru podle času je dána

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [jk\omega_s \mathbf{x}_p^{(k,0)} + j(k\omega_s + \omega_i) \mathbf{x}_p^{(k,1)} e^{j\omega_i t} + j(k\omega_s - \omega_i) \mathbf{x}_p^{(k,-1)} e^{-j\omega_i t}] e^{jk\omega_s t}. \quad (4.8)$$

Dosazení do rovnice (4.3) získáme a po úpravách:

$$\begin{aligned} &\sum_{k=-\infty}^{+\infty} [jk\omega_s \mathbf{x}_p^{(k,0)} + j(k\omega_s + \omega_i) \mathbf{x}_p^{(k,1)} e^{j\omega_i t} + j(k\omega_s - \omega_i) \mathbf{x}_p^{(k,-1)} e^{-j\omega_i t}] e^{jk\omega_s t} = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(k-m)} [\mathbf{x}_p^{(m,0)} + \mathbf{x}_p^{(m,1)} e^{j\omega_i t} + \mathbf{x}_p^{(m,-1)} e^{-j\omega_i t}] e^{jk\omega_s t} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathbf{B}^{(k)} e^{j(k\omega_s + \omega_i)t}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Rovnice (4.9) popisuje rovnost spekter dvou signálů. Pokud neuvažujeme aliasing, tak se musí rovnat složky na stejné frekvenci. Prvky matic \mathbf{A} i \mathbf{B} obsahují pouze násobky ω_s , viz (4.5). Rovnováhu budou samostatně tvořit složky se stejným koeficientem l . Za předpokladu $\omega_i \neq z\omega_s$, kde z je libovolné celé číslo, lze rovnici (4.9) rozdělit na tři rovnice. Pro $l = -1$ je stavová proměnná $x_p^{(k,-1)}$, vznikne:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} [j(k\omega_s - \omega_i) \mathbf{x}_p^{(k,-1)}] e^{j(k\omega_s - \omega_i)t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(k-m)} \mathbf{x}_p^{(m,-1)} e^{j(k\omega_s - \omega_i)t}, \quad (4.10)$$

pro $l = 0$ je stavová proměnná $x_p^{(k,0)}$, rovnice má tvar:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} [j k \omega_s \mathbf{x}_p^{(k,0)}] e^{jk \omega_s t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(k-m)} \mathbf{x}_p^{(m,0)} e^{jk \omega_s t}, \quad (4.11)$$

pro $l = 1$ je stavová proměnná $x_p^{(k,1)}$:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} [j(k \omega_s + \omega_i) \mathbf{x}_p^{(k,1)}] e^{j(k \omega_s + \omega_i)t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(k-m)} \mathbf{x}_p^{(m,1)} e^{j(k \omega_s + \omega_i)t} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \mathbf{B}^{(k)} e^{j(k \omega_s + \omega_i)t}. \quad (4.12)$$

Kterákoli z rovnic (4.10) - (4.12) představuje nekonečně rozlehlou soustavu rovnic. Rovnice (4.12) se liší tím, že na rozdíl od (4.10) a (4.11) obsahuje buzení (matici \mathbf{B}). Pro pasivní obvody je možné podle [43] aproximovat nekonečně rozlehlé soustavy soustavami konečnými. Pokud je omezena maximální hodnota ω_i , pak řešení konečné soustavy rovnic konverguje k řešení nekonečně rozlehlé soustavy. Pouze rovnice (4.12) má nenulové řešení. Řešením zbývajících rovnic (4.10) a (4.11) je nulový vektor. Uvážíme-li po vykrácení $e^{jk \omega_s t}$ první harmonickou složku signálu ω_i bude $k = 0$ a rovnice (4.12) přejde na tvar:

$$j \omega_i \mathbf{x}_p^{(0,1)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(-m)} \mathbf{x}_p^{(m,1)} + \mathbf{B}^{(0)} \rightarrow [\mathbf{A}^{(0)} - j \omega_i \mathbf{E}] \mathbf{x}_p^{(0,1)} + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{+\infty} \mathbf{A}^{(-m)} \mathbf{x}_p^{(m,1)} = -\mathbf{B}^{(0)}, \quad (4.13)$$

kde \mathbf{E} je jednotková matice. Bez členu:

$$\sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{+\infty} \mathbf{A}^{(-m)} \mathbf{x}_p^{(m,1)}, \quad (4.14)$$

po dosazení za $\mathbf{A}^{(0)}$ a $\mathbf{B}^{(0)}$ přejde rovnice na tvar:

$$[\mathbf{A}_2 + d(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) - j \omega_i \mathbf{E}] \mathbf{x}_p^{(0,1)} = -\mathbf{B}_2 - d(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2), \quad (4.15)$$

pro který lze dokázat, že se jedná o rovnici průměrového modelu (1.13). Dosazením do této rovnice za \mathbf{x} z (4.7), jeho derivaci (4.8) a za buzení. Obdržíme při omezení spektra jen na první harmonickou ω_s a zkrácení členu $e^{j\omega_s t}$:

$$j \omega_i \mathbf{x}_p^{(0,1)} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_p^{(0,1)} + \mathbf{B}_2 + d(\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_p^{(0,1)} - \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_p^{(0,1)} + \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2), \quad (4.16)$$

který lze upravit:

$$[\mathbf{A}_2 + d(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) - j \omega_i \mathbf{E}] \mathbf{x}_p^{(0,1)} = \mathbf{B}_2 - d(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2), \quad (4.17)$$

tím je dokázáno, že (4.15) je stavová rovnice průměrového modelu.

Člen (4.14) představuje chybovou funkci, která popisuje rozdíl mezi průměrovým modelem a skutečností. Jeho vliv závisí na spektru matice \mathbf{A} , hlavně pak na spektrální složce $x_p^{(k,1)}$, která představuje zvlnění stavových veličin (stavového vektoru) v okolí jejich průměrné hodnoty. Spektrum matice \mathbf{A} je určeno stavovými

maticemi jednotlivých fází měniče ($\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$) a střídou d . Vliv spektrální složky $x_p^{(k,1)}$ klesá s rostoucím poměrem ω_s / ω_i .

Pro určení odezvy CTO je nutné uvažovat nekonstantní střídu. Zde se využije spektrum PWM modulace, které lze nalézt v literatuře [42]. Spektrum všech stavových matic obsahuje jak násobky ω_s , tak i kombinační kmitočty ω_i . Pak mají stavové matice tvar:

$$\mathbf{H}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t}, \quad (4.18)$$

kde prvky matic $\mathbf{A}^{(k,m)}$, $\mathbf{B}^{(k,m)}$, $\mathbf{C}^{(k,m)}$, $\mathbf{D}^{(k,m)}$ mají tvar:

$$h_{i,j}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{H}_{i,j}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t}. \quad (4.19)$$

Uvažujeme řídicí signál PWM modulátoru ve tvaru:

$$v(t) = c_0 + c_1 \sin(\omega_c t), \quad (4.20)$$

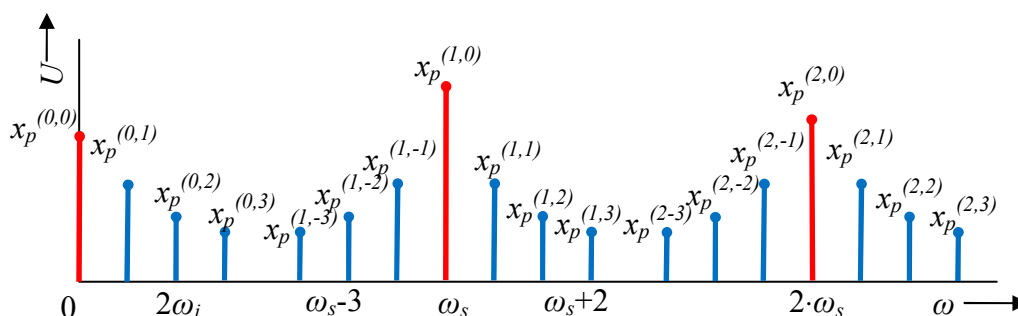
kde c_0 odpovídá střídě d ($c_0 = d$) a c_1 je amplituda modulačního signálu, která definuje malosignálové změny střídy. Spektrální komponenty stavových matic závisí na použitém typu modulace. Pro modulaci jedné hrany (vzestupné) a uniformní vzorkování jsou dány:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(0,0)} &= \mathbf{H}_2 + c_0(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \\ \mathbf{H}^{(0,\pm 1)} &= \frac{\pm c_1}{2j}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \\ \mathbf{H}^{(k,0)} &= \frac{1}{j2\pi k} [J_0(2\pi k c_1) e^{j\pi k c_0} - e^{-j\pi k c_0}] (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \quad k \neq 0, \\ \mathbf{H}^{(k,m)} &= \frac{J_m(2\pi k c_1)}{j2\pi k} e^{j\pi k c_0} (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \quad k \neq 0, \quad m \neq 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

kde J_m je Besselova funkce m -tého řádu, prvního druhu. Koefficienty pro modulaci obou hran a uniformní vzorkování jsou dány:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{(0,0)} &= \mathbf{H}_2 + c_0(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \\ \mathbf{H}^{(0,\pm 1)} &= \frac{\pm c_1}{2j}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \\ \mathbf{H}^{(k,0)} &= \frac{1}{j2\pi k} [J_0(\pi k c_1) e^{j\pi k c_0} - J_0(\pi k c_1) e^{-j\pi k c_0}] (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \quad k \neq 0, \\ \mathbf{H}^{(k,m)} &= \frac{1}{j2\pi k} [J_m(\pi k c_1) e^{j\pi k c_0} - J_m(-\pi k c_1) e^{-j\pi k c_0}] (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2), \quad k \neq 0, \quad m \neq 0. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Z důvodu bohatšího spektra stavových matic, je nutné uvažovat spektrum stavového vektoru \mathbf{x} s kmitočty $k \omega_s + m \omega_i$, $k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, $m = \dots -2, -1, 0, 1, \dots$.



Obr. 4.2 - Spektrum stavového vektoru \mathbf{x} pro určení CTO.

Toto spektrum a jeho derivaci je možné popsat:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t}, \quad \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} j(k\omega_s + m\omega_i) \mathbf{x}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t}. \quad (4.23)$$

Po dosazení do první stavové rovnice (4.3) a s ohledem na (4.18) a za předpokladu konstantního výstupního napětí $\mathbf{v} = V_1$ vznikne:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} j(k\omega_s + m\omega_i) \mathbf{x}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t} = \\ & = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t} + V_1 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{B}^{(k,m)} e^{j(k\omega_s + m\omega_i)t}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Rovnice (4.24) představuje rovnost spekter dvou signálů. Stejným způsobem jako u (4.9) postačí porovnat jednotlivé spektrální složky. Pro spektrální složku (k^*, m^*) vznikne nekonečně rozlehlých lineárních rovnic:

$$j(k^* \omega_s + m^* \omega_i) \mathbf{x}^{(k^*, m^*)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}^{(k^* - k, m^* - m)} \mathbf{x}^{(k, m)} + V_0 \mathbf{B}^{(k^*, m^*)}. \quad (4.25)$$

Pro nekonečné množství spektrálních komponent, vznikne nekonečně rozsáhlá soustava rovnic o nekonečném počtu neznámých $\mathbf{x}^{(k,m)}$. Podle je [43] možné za předpokladu omezení kmitočtu ω_c aproximovat řešení konečným počtem rovnic o konečném počtu neznámých. Pro stejnosměrnou složku a složku o frekvenci ω_i se dosadí do (4.24) za $k^* = 0$ a $m^* = 0, 1$:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(0,0)} \mathbf{x}^{(0,0)} &= -V_0 \mathbf{B}^{(0,0)} - \mathbf{G}^{(0,0)}, \\ (\mathbf{A}^{(0,0)} - j\omega_c \mathbf{E}) \mathbf{x}^{(0,1)} &= -\mathbf{A}^{(0,1)} \mathbf{x}^{(0,0)} - V_0 \mathbf{B}^{(0,1)} - \mathbf{G}^{(0,1)}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

kde \mathbf{E} je jednotková matice. Tím opět vznikla rovnice představující průměrový model (1.13), ovšem bez chybového členu:

$$\mathbf{G}^{(0,0)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0 \text{ pro } k=0}}^{+\infty} \mathbf{A}^{(-k,-m)} \mathbf{x}^{(k,m)}, \mathbf{G}^{(0,1)} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0,1 \text{ pro } k=0}}^{+\infty} \mathbf{A}^{(-k,1-m)} \mathbf{x}^{(k,m)}, \quad (4.27)$$

který představuje rozdíl mezi realitou a průměrovým modelem. Výstupní napětí se odvodí z druhé stavové rovnice (4.2), pro spektrální složku (k^*, m^*) dostáváme:

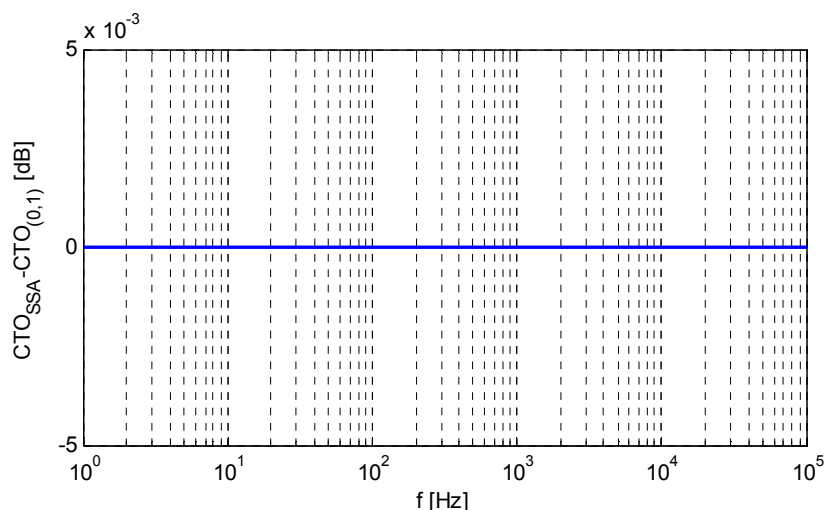
$$u^{(k^*, m^*)} = \sum_{k=-K}^{+K} \sum_{m=-M}^{+M} \mathbf{C}^{(k^*-k, m^*-m)} \mathbf{x}^{(k,m)} + D^{(k^*, m^*)}. \quad (4.28)$$

Shoda s průměrovým modelem byla ověřena na Buck měnič. Koefficienty modulace jedné hrany PWM pulsu jsou dány (4.21). Počet harmonických ω_s je $K = 10$, počet kombinačních kmitočtů ω_i pro každou harmonickou ω_s je $M = 10$. Hodnoty součástek jsou shodné s kapitolou 2.4, $c_1 = 0,1$, $c_0, c_0 = d$. Stavové matice pro ideální Buck jsou:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_0} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_0} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \mathbf{0} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = 0 \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_2 = 0$$

Dokonalá shoda SSA modelu a složky $u^{(0,1)}$ je dána tvarem stavových rovnic, matice $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2 = 0$, proto zde nefigurují žádné vyšší harmonické, odezva konvertoru je zcela určena první harmonickou kmitočtu f_i .

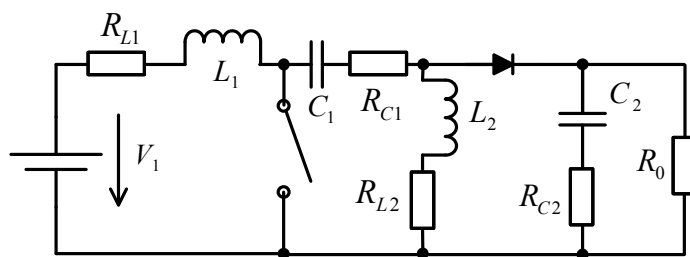


Obr. 4.3 - Odchylka průměrového modelu od spektrální složky (0,1).

4.2 OVĚŘENÍ PRŮMĚROVÉHO MODELU PRO KONVERTOR TYPU SEPIC

Tento konvertor obsahuje čtyři akumulční prvky. Hodnoty indukčností jsou vypočteny tak, aby konvertor pracoval na hranici CCM a DCM. Pro simulaci s $d=0,7$ byly použity desetkrát nižší hodnoty ztrátových prvků.

$$\begin{aligned} V_1 &= 60V, R_0 = 60\Omega, R_{L1} = 2\Omega \\ R_{L2} &= 2\Omega, C_1 = 1mF, R_{C1} = 1\Omega \\ C_2 &= 1mF, R_{C2} = 1\Omega, T_s = 100\mu s, d = 0,25 \end{aligned} \quad (4.30)$$



Obr. 4.4 - SEPIC konvertor.

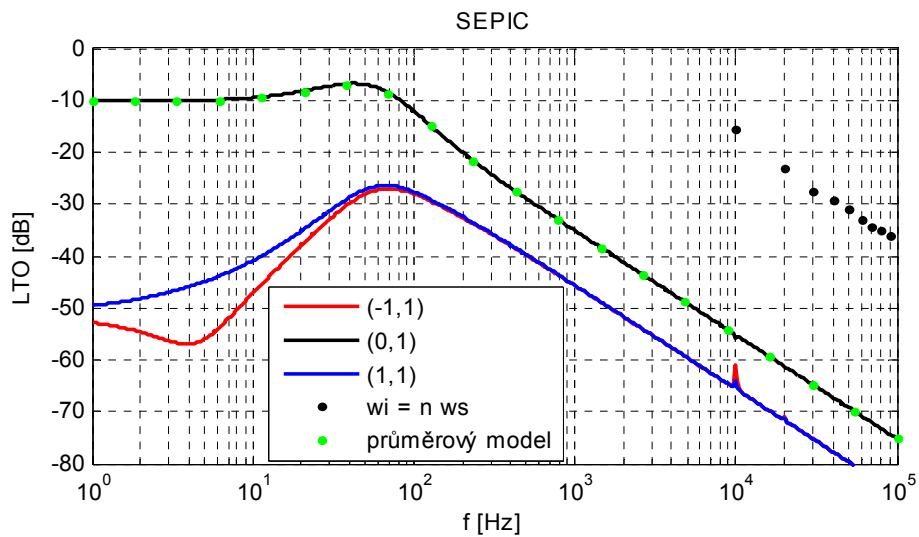
Stavové rovnice SEPIC měniče jsou dány:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1}}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{C1} + R_{L2}}{L_2} & -\frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R_0)} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

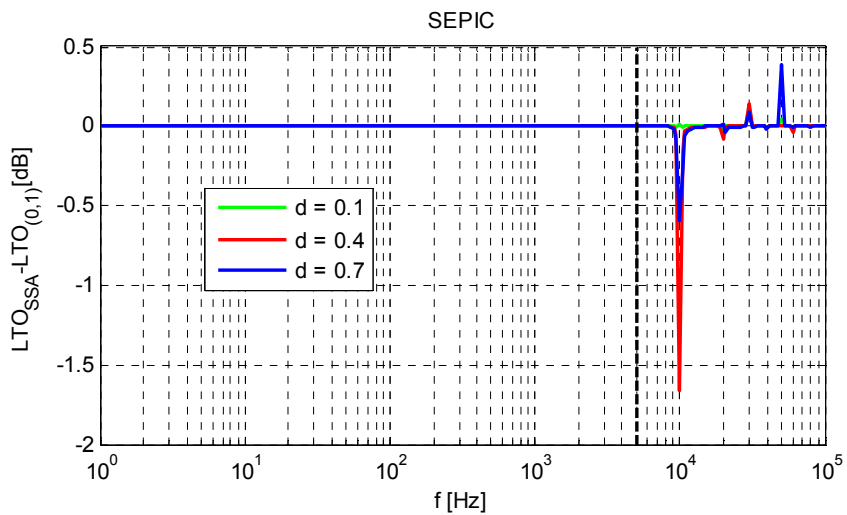
$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1} + R_{C1} + R_{C2} \parallel R_0}{L_1} & \frac{R_{C2} \parallel R_0}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & -\frac{R_0}{L_1(R_{C2} + R_0)} \\ \frac{R_{C2} \parallel R_0}{L_2} & -\frac{R_{L2} + R_{C2} \parallel R_0}{L_2} & 0 & \frac{R_0}{L_2(R_{C2} + R_0)} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_0}{C_2(R_{C2} + R_0)} & -\frac{R_0}{C_2(R_{C2} + R_0)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R_0)} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{R_0}{R_{C2} + R_0} \end{bmatrix}, D_1 = 0 \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} R_{C2} \parallel R_0 & -R_{C2} \parallel R_0 & 0 & \frac{R_0}{R_{C2} + R_0} \end{bmatrix}, D_2 = 0$$

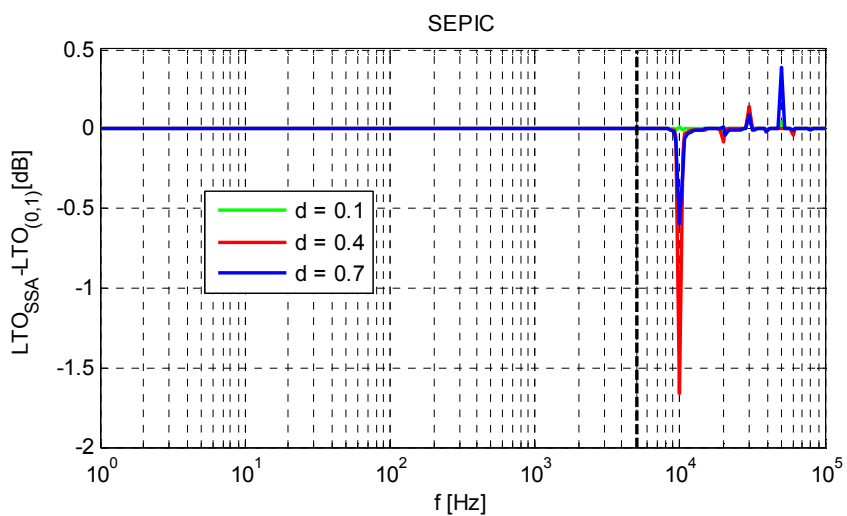
Z obr. 4.6 je patrné, že chyba průměrového modelu roste se střídou, maxima však dosáhne pro střední hodnotu střídy, pro vysoké hodnoty střídy se chyba s rostoucí střídou snižuje. Vlivem konečné strmosti hrany PWM pulsu (obr. 4.7) se snižují maxima a minima v okolí násobků spínacího kmitočtu.



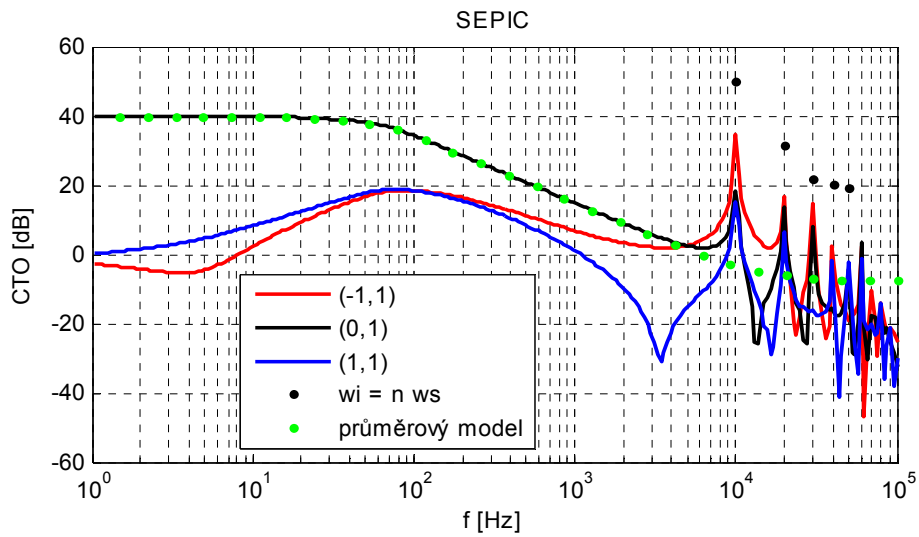
Obr. 4.5 - LTO SEPIC měniče.



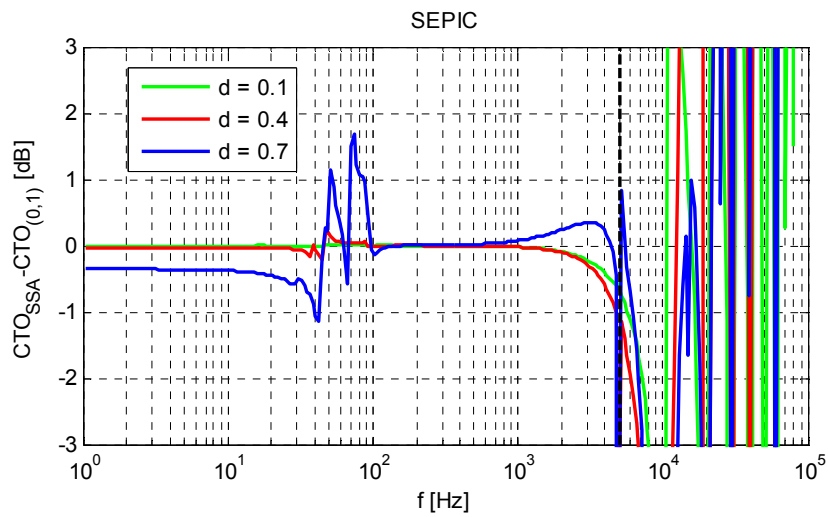
Obr. 4.6 - Závislost chyby průměrového modelu LTO SEPIC konvertoru na střídě.



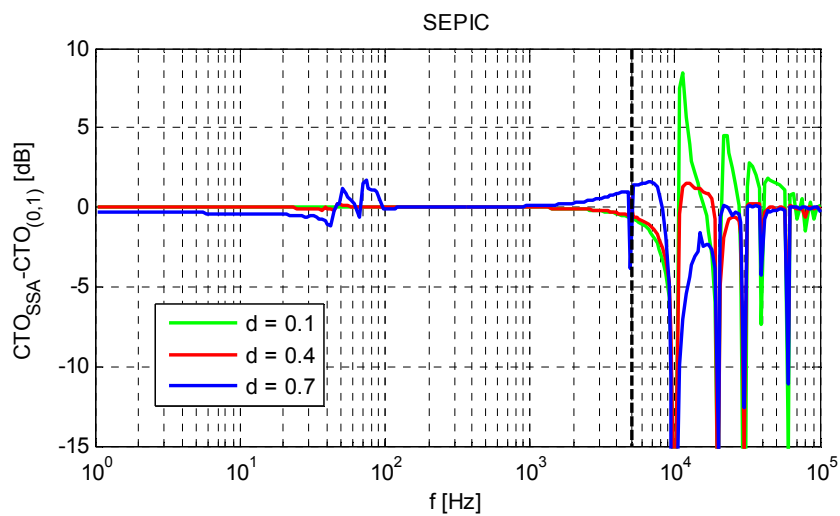
Obr. 4.7 - Závislost chyby průměrového modelu LTO SEPIC konvertoru na strmosti hran.



Obr. 4.8 - CTO SEPIC konvertoru.



Obr. 4.9 - Závislost chyby průměrového modelu CTO SEPIC konvertoru na střídě při modulaci jedné hrany.



Obr. 4.10 - Závislost chyby průměrového modelu CTO SEPIC konvertoru na střídě při modulaci obou hran.

5 ZÁVĚR

Cíle disertační práce jsou rozděleny na tři oblasti. První oblastí je symbolická analýza spínaných konvertorů založená na průměrovém modelu. V této oblasti se podařilo vytvořit algoritmus, který na základě obvodové konfigurace odvodí pomocí MMUN odezvy LTO a CTO v symbolickém tvaru. Jejich složitost, lze podle této metody snížit použitím symbolické aproximace, která je implementována v programu Snap. Byl vytvořen linearizovaný model PWM spínače pro odvození CTO odezvy. Obvody konvertoru, jsou totiž z pohledu změn střídny nelineární. Podařilo se však dokázat, že po určení pracovního bodu v ustáleném stavu lze použít linearizovaný model. Kapitoly 2.4 a 2.5 uvádějí výsledky vyvinutého algoritmu pro tři základní DC-DC měniče (Buck, Boost, Buck-boost). Tyto výsledky byly publikovány v [51], [49], [48], [47], [45].

Druhou oblastí zájmu je využití průměrového modelu pro zjednodušení analýzy ustáleného stavu. V této části se podařilo dokázat, že ustálený stav měniče odvozený pomocí průměrového modelu je možné použít jako počáteční podmínku časové analýzy. Spojením průměrového modelu se spínaným modelem je totiž možné získat i informaci o zvlnění všech stavových veličin, o které se přichází použitím průměrového modelu. To bez vysoké výpočetní náročnosti. Simulace provedená v kapitole 3 dokazuje, že postačuje analyzovat jen jednu periodu spínání DC-DC měniče, místo několika tisíc. To přináší podstatné zjednodušení. Tento postup byl publikován v [50].

Poslední a zároveň nejdůležitější oblastí je ověření platnosti a určení chyby průměrového modelu pomocí metody harmonické rovnováhy. Zde se podařilo tuto metodu aplikovat zvlášť pro LTO a CTO odezvu. Aplikace pro LTO odezvu je mnohem jednodušší. Předpokládá se konstantní střída v čase, pak je spektrum spínání dáno spektrem pravoúhlého impulsu. Toto spektrum má dobře známý tvar funkce sinc. Z tohoto důvodu spektrum obsahuje pouze násobky spínací frekvence ω_s . Tím i u spekter stavových matic a vektoru stavových vystačíme jen s dvěma kombinačními kmitočty pro každou harmonickou ω_s , jak ukazuje obr. 4.1 na straně 16. V odvozeném řešení se podařilo identifikovat stavovou rovnici průměrového modelu a chybový člen, který určuje odchylku průměrového modelu od skutečnosti. Metoda harmonické rovnováhy neuvažuje případ, kdy dojde k aliasingu. Obecně je tato otázka velmi těžko řešitelná, ale pro speciální případ, kdy je modulační frekvence násobkem spínací frekvence ($\omega_i = z \omega_s$), se podařilo tento problém vyřešit. Tím ve funkci LTO dodefinujeme hodnotu LTO odezvy na násobcích ω_s . Dále se podařilo do této metody zahrnout konečnou strmost spínání PWM spínače. Toho bylo dosaženo tím, že místo spektra pravoúhlého pulsu uvažujeme puls lichoběžníkový s definovanou dobou hrany. Spektrum takového pulsu je odvozeno. Při shodné době nástupné a sestupné hrany se podařilo ze symbolického tvaru spektra lichoběžníkového pulsu vytknout sinc funkci. Ta představuje spektrum ideálního pravoúhlého pulsu. Druhý člen spektra lichoběžníkového pulsu je tvarovací funkcí, která potlačuje vyšší harmonické složky. Její tvar je opět funkce sinc, ale argumentu, který závisí na poměru T_h/T_s .

Pro odvození metody harmonické rovnováhy pro CTO odezvu jsou předpoklady náročnější. Střída d je modulována PWM modulací, z tohoto důvodu bylo nutné upravit známé vztahy pro spektrum této modulace tak, aby vyhovovaly této metodě. Spektrum modulace PWM je bohatší, než spektrum ideálního pulsu. Byly vybrány dvě varianty modulace s uniformním vzorkováním (s modulací nástupné nebo obou hran PWM pulsu). Bohatší spektrum vedlo k nutnosti uvažovat více kombinačních kmitočtů ve spektru stavového vektoru. Stejně jako u LTO se podařilo v řešení identifikovat stavovou rovnici průměrového modelu a chybový člen. U CTO funkce se také podařilo určit hodnotu CTO funkce na násobcích ω_s , i když jen jednoduchým součtem příslušných koeficientů. Důvod byl ten, že upravovat 21 rovnic namísto 3 u LTO by bylo velmi pracné a nepřehledné. Díky odvození tvarovací funkce pro konečné hrany PWM pulsu se podařilo implementovat vliv konečných hran do CTO odezvy. Obě výše uvedené metody byly použity na ověření platnosti průměrového modelu pro pět základních konvertorů. Tím se podařilo stanovit platnost a odhadnout přesnost průměrového modelu tento postup byl publikován v [44], [46].

Chování Buck měniče je nejjednodušší ze všech. Z jeho stavového popisu se dá odvodit chování. Jeho stavové matice \mathbf{A} i \mathbf{C} jsou v čase konstantní, rozdíl $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2$ i $\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2$ je nulový, proto se nevybudí žádné vyšší harmonické. Tím je chování dáno pouze první harmonickou modulačního kmitočtu, respektive průměrovým modelem. Přenosové funkce mají platnost i na vysokých kmitočtech nad Nyquistovou frekvencí, jak pro CTO, tak pro LTO odezvu. Z těchto důvodů nebylo účelné analyzovat vliv typu modulace a doby hran na tomto měniči.

Pro odhad chyby byl proveden pokus získat symbolické řešení konvertoru. Experiment se týkal ideálního Buck-boost měniče. Pro $K = 0$ vyšlo řešení shodné s průměrovým modelem z kapitoly 2.5, ale již pro $K = 1$ je výsledný vzorec velmi obsáhlý, což jeho použitelnost znemožňuje. Lze jej nalézt v elektronické příloze v souboru LTO_Buck_boost.m. Rozsah přesahuje 28 stran A4. Ukázalo se tedy, že tato cesta není průchodná.

Po prozkoumání vlivu jednotlivých modifikací metody harmonické rovnováhy lze tvrdit: Chyba průměrových modelů závisí na tvaru matice \mathbf{A} , pro hodnoty použité v této práci nepřesáhla hodnotu nízkých jednotek decibelů pod Nyquistovou frekvencí. Na druhou stranu s výjimkou Buck měniče se chyba objevuje vždy. Její velikost je velmi ovlivněna tím, jak blízko rozhraní DCM a CCM se konvertor nachází. Pro technickou praxi je tedy nutné uvažovat větší hodnoty indukčnosti, než je minimum pro CCM. Pak je chyba průměrového modelu i pod Nyquistovou frekvencí zanedbatelná. Výjimku tvoří Buck konvertor, pro který platí průměrový model bez ohledu na blízkost hranice CCM a DCM.

VYBRANÁ LITERATURA

- [1] SUN, J.; GROSTOLLEN, H, Averaged modelling of switching power converters: reformulation and theoretical basis, In *Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC '92 Record., 23rd Annual IEEE* , vol.2, pp.1165-1172, 29 Jun-3 Jul 1992
- [2] CUK, S., MIDDLEBROOK, R. D, A general unified approach to modelling switching-power-stages, In *IEEE PESC'76 Record*, pp.18-31, 1976.
- [3] E. DIJK, J. N. SPRUIT, M. O. SULLIVAN, J. B. KLAASSENS, PWM-switch modeling of DC-DC converters, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1995, vol. 10, no. 6, p. 659-664. ISSN: 0885-8993
- [4] VORPERIAN, V. Synthesis of Medium Voltage dc-to-dc Converters From Low-Voltage, High-Frequency PWM Switching Converters, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2007, vol.22,no.5, p.1619-1635, ISSN: 0885-8993
- [5] SANDERS, J., A., VERHULST, F., MURDOCK, J., Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems, In *Springer* ,2nd ed., 2007, XXIV, 434 p, ISBN 978-0-387-48916-2
- [6] BALACHANDRA, M., SETHNA, P. R., A generalization of the method of averaging for systems with two-time scales In *Archive Rat. Mech. and Analysis*, Vo1.58, pp.261-283, 1975.
- [7] BAINOV, D., D., MILUSHEVA, S.,D., Justification of the averaging method for a system of functional differential equations with variable structure and impulses", *Appl. Math. Optim.*, vol. 16, pp.19-36, 1987.
- [8] SUN, J., ET AL., Averaging methods for a class of discontinuous systéme In, *Proceedings of the 3rd Chinese Control and Decision Conference*, August 1991, Shenyang, China.
- [9] SUN J., ET AL., Averaging methods for discontinuous systems with two-time scales ,In *BUAA Scientific Research Reports B4092 (in Chinese)*, Beijing 1991.
- [10] KREIN, P. T. BASS, R. M., Geometric formulation and classification methods for power electronic systems", *IEEE PESC'90 Record*, pp.499 -505, 1990.
- [11] CUK, S., MIDDLEBROOK, R. D, A general unified approach to modelling DC-to-DC converters in discontinuous conduction mode", *IEEE PESC'77 Record*, pp36-57, 1977.
- [12] MEERKOV, S. M. ,Averaging of trajectories of slow dynamic systems, In *Differential Equations (translated from Russian)*, Vo1.9, N0.9, pp.1239 -1245, 1975.
- [13] VORPERIAN, V, *Fast analytical techniques for electrical and electronic circuit*. Cambridge: CAMBRIDGE UNIVERSITY PREEES, 2002 476 pages ISBN: 0-521-62442-8
- [14] VORPERIAN, V. Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch. Continuous conduction mode, In *IEEE Transactions on Aerospace and electronic system*, 1990, p490-496 ISSN: 0018-9251.
- [15] TYMERSKI, R. VORPERIAN, V. LEE, F.C.Y. BAUMANN, W.T. Nonlinear modeling of the PWM switch, In *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1989, p.225-233. ISSN: 0885-8993
- [16] VORPERIAN, V., A ripple theorem for PWM DC-to-DC converters operating in continuous conduction mode, In *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual* , vol.1, no., pp. 28- 35 Vol.1, 20-25 June 2004,
- [17] MOUSSA, W.M., MORRIS, J.E., Comparison between state space averaging and PWM switch for switch mode power supply analysis, In *Southern Tier Technical Conference, 1990., Proceedings of the 1990 IEEE* , vol., no., pp.15-21, 25 Apr 1990
- [18] JIANPING, X., LEE, C.Q., Generalized state-space averaging approach for a class of periodically switched networks, In *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on* , vol.44, no.11, pp.1078-1081, Nov 1997
- [19] FORSYTH, A.J., MOLLOV, S.V., Modelling and control of DC-DC converters, In *Power Engineering Journal* , vol.12, no.5, pp.229-236, Oct 1998
- [20] ZAFRANY, I., BEN-YAAKOV, S., Average modeling, analysis and simulation of current shared DC-DC converters, In *Power Electronics Specialists Conference, 1998. PESC 98 Record. 29th Annual IEEE* , vol.1, no., pp.640-646 vol.1, 17-22 May 1998

- [21] YUANCHENG REN, WANYING KANG, ZHAOMING QIAN, A novel average model for single switch buck-boost DC-DC converter , In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2000. Proceedings. IPEMC 2000. The Third International* , vol.1, no., pp.436-439 vol.1, 2000
- [22] CARDESIN, J., SEBASTIAN, J., VILLEGAS, P., HERNANDO, A., FERNANDEZ, A., Average small-signal model of buck converter used as power factor preregulator, In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the* , vol.3, no., pp. 2147- 2151 vol.3, 2002
- [23] LEHMAN, B., BASS, R.M., Extensions of averaging theory for power electronic systems, In *Power Electronics Specialists Conference, PESC '94 Record., 25th Annual IEEE* , vol., no., pp.1053-1057 vol.2, 20-25 Jun 1994
- [24] LEHMAN, B., BASS, R.M., Recently developed averaging theory applied to power electronic systems, In *American Control Conference, 1994* , vol.2, no., pp. 1563- 1567 vol.2, 29 June-1 J
- [25] LUCHETTA, A.; MANETTI, S.; PICCIRILLI, M.C.; REATTI, A., Frequency domain analysis of DC-DC converters using a symbolic approach, In *Circuits and Systems, 1995. ISCAS '95., 1995 IEEE International Symposium on* , vol.3, no., pp.2043-2046 vol.3, 30 Apr-3 May 1995
- [26] NICULESCU, E., IANCU, E.P., Boundary between CCM and DCM in fourth-order PWM converters," *AFRICON, 1999 IEEE* , vol.2, no., pp.711-714 vol.2, 1999
- [27] JINGQUAN CH., ERICKSON, R., MAKSIMOVIC, D., Averaged switch modeling of boundary conduction mode DC-to-DC converters, In *Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE* , vol.2, no., pp.844-849 vol.2, 2001
- [28] BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V., KOLKA, Z. SPICE modeling of switched DC-DC converters via generalized model of PWM switch. In *Proceedings of the 17th International Conference Radioelektronika 2007*. Brno, Czech Republic: Brno University of Technology, 2007. s. 35-38. ISBN: 1-4244-0821-0.
- [29] BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V., KOLKA, Z. Efektivní SPICE analýza ustálených stavů DC-DC měničů typu nábojová pumpa. In *Slaboproudý obzor*, 2008, roč. 63, č. 1-2, s. 40-44. ISSN: 0037-668X.
- [30] BASSO, C.P. *Switch-mode power supply SPICE cookbook*. NEW YORK: MCGRAW-HILL ,2001 253 pages ISBN: 0-07-137509-0
- [31] Cadence, Affirma RF Simulator User Guide, Cadence Design Systems, Inc., 555 River Oaks Parkway, San Jose, CA 95134, USA, Tech. Rep. 4.4.6, April 2001.
- [32] HAIFEI D., HUANG, A.Q., YAN M., Frequency response analysis for switching converters in SPICE without averaging, In *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, pp. 861- 866 Vol.2, 20-25 June 2004:...
- [33] d-Mode DC-to-DC Converters. In *Proceedings of the 4th WSEAS Int. Conference on Applications of Electrical Engineering (AEE'05)*. Praha, Czech Republic: WSEAS, 2005. s. 257-260. ISBN: 960-8457-13-0.
- [34] BIOLKOVÁ, V.; KOLKA, Z.; BIOLEK, D. State-Space Averaging (SSA) Revisited: On the Accuracy of SSA-Based Line-To-Output Frequency Responses of Switched DC- DC Converters. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, 2010, roč. 9, č. 2, s. 81-90. ISSN: 1109- 2734.
- [35] KOLKA, Z., POSPÍŠIL, V. Symbolic Simulator for Teaching of Electronic Circuits. In *Proc. of the 9th International Workshop on Symbolic Methods and Applications to Circuit Design*. Florence: University of Florence, 2006. s. 102-105. ISBN: 88-8453-509-3
- [36] DAI, D.; TSE, C.K.; MA, X., Symbolic Analysis of Switching Systems: Application to Bifurcation Analysis of DC/DC Switching Converters, In *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on* , vol.52, no.8, pp. 1632- 1643, Aug. 2005
- [37] JIAN SUN; GROSTOLLEN, H., Symbolic analysis methods for averaged modeling of switching power converters, In *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.12, no.3, pp.537-546, May 1997
- [38] SU, H.; WONG, C.C.; PAYNE, F.H., Power converter analysis and design using symbolic modelling, In *Power Electronic Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1998. Proceedings. 1998 International Conference on* , vol.2, no., pp. 953- 958 Vol. 2, 1-3 Dec. 1998

- [39] KOLKA, Z., BIOLEK, D., *Snap* [počítačový program]. Ver. 2.61. [Česká republika], 2010 [citováno 2010-16-08]. Dostupné z <http://snap.webpark.cz/>
- [40] CRISTEN, E., BAKALAR, K. VHDL-AMS – A Hardware Description Language for Analog and Mixed-Signal Applications, In *IEEE Transaction on Circuits and Systems II*, vol.46, no.10, Oct. 1999, p. 1263-1272.
- [41] SOMMER, R., PLATTE, D., BROZ, J., DREYER, A., HALFMANN, T., BARKE, E., Automatic Nonlinear Behavioral Model Generation using Sequential Equation Structures, In *Proceedings of 9-th International Workshop on Symbolic Methods and Application to Circuit Design (SMACD'06)*, Florence, Italy, 2006, [CD-ROM]. ISBN: 88-8453-509-3.
- [42] PANTER, P., F. Modulation, noise, and spectral analysis applied to information transmission, McGraw-Hill in New York 1965, ISBN 0070484465
- [43] SANDBERG, I. On Truncation Techniques in the Approximate Analysis of Periodically Time-Varying Nonlinear Networks. In *IEEE Transactions*, vol. 11, no. 2, 1964, p. 195- 201.

VYBRANÉ PUBLIKACE

- [44] KOVÁŘ, J., BIOLEK, D., KOLKA, Z. Comparison of Averaging and Harmonic Balance Methods for Switched DC- DC Converters. In *Proceedings of the 17th International Conference Mixed Design of Integrated Circuits and Systems MIXDES 2010*. wroclaw: 2010. s. 402-407. ISBN: 978-83-928756-3-5.
- [45] KOVÁŘ, J., KOLKA, Z., BIOLEK, D. Symbolic analysis of DC- DC converters. *Elektronika*, 2010, roč. 2009, č. 12, s. 72-75. ISSN: 0033- 2089.
- [46] KOLKA, Z., BIOLEK, D., KOVÁŘ, J. On Accuracy of Averaged Control-To-Output Frequency Responses of Switched DC- DC Converters. In *Proceedings of 20th International Conference Radioelektronika 2010*. Brno: Brno University of Technology, 2010. s. 213-216. ISBN: 978-1-4244-6319- 0.
- [47] KOVÁŘ, J. SYMBOLIC SOLUTION OF TRANSIENT FUNCTION OF DC- DC CONVERTERS. In *Zborník příspěvků konference Králíky 2009*. 1. Brno: VUT v Brně, 2009. s. 156-159. ISBN: 978-80-214-3938- 2.
- [48] KOVÁŘ, J., KOLKA, Z., BIOLEK, D. Symbolic Analysis of DC- DC Converters Using Generalized Averaged Model of PWM Switch. In *Proceedings of the 16th International Conference MIXED DESIGN OF INTEGRATED CIRCUITS AND SYSTEMS MIXDES 2009*. Łódź: Technical University of Łódź, 2009. s. 577-580. ISBN: 978-83-928756-0- 4.
- [49] KOVÁŘ, J., KOLKA, Z. Symbolic Modeling of Switched DC-DC Converters. In *Proceedings of the 18th International Conference Radioelektronika 2008*. Praha: Czechoslovakia Section IEEE, 2008. s. 203-206. ISBN: 978-1-4244-2087-2.
- [50] KOLKA, Z.; KOVÁŘ, J. VHDL-AMS MODELING OF DC-DC CONVERTERS FOR STEADYSTATE ANALYSIS. In *Proc. of the 15th International Conference MIXED DESIGN OF INTEGRATED CIRCUITS AND SYSTEMS*. Poland: Technical University of Lodz, 2008. s. 543-546. ISBN: 83-922632-7-8.
- [51] KOLKA, Z.; KOVÁŘ, J. ANALYSIS OF SWITCHED CIRCUITS USING HSPICE RF. In *Proc. of Electronic Devices and Systems EDS' 08 IMAPS CS International Conference 2008*. Brno: VUT v Brně, 2008. s. 379-382. ISBN: 978-80-214-3717- 3.

ŽIVOTOPIS

Osobní údaje:

Jméno: Ing. Jan Kovář

Datum narození: 20. 8. 1982

Adresa: Kundratice 49, 51401 Jilemnice

E-mail: j.kosticek@seznam.cz

Vzdělání:

- 2007 – 2012 Doktorský studijní program Elektronika a sdělovací technika, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, disertační práce – Metody pro řešení spínaných obvodů.
- 2005 – 2007 Magisterský studijní program Elektronika a sdělovací technika, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, diplomová práce – Programový modul pro kompenzaci Dopplerova posunu.
- 2002 – 2005 Bakalářský studijní program Elektronika a sdělovací technika, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, bakalářská práce – Počítačový návrh nekaskádní realizace filtrů.

Pedagogická praxe:

- 2007 – 2011 výuka počítačových cvičení v kurzu *Teorie elektronických obvodů a Počítačové řešení elektronický obvodů* na Ústavu radioelektroniky VUT v Brně, vedení 3 diplomových a 5 bakalářských prací.

Jazykové znalosti:

Anglický jazyk – pokročilý

ABSTRAKT

Tato disertační práce se zabývá simulacemi DC-DC měničů v jejich základních konfiguracích (Buck, Boost, Buck-boost, Ćuk, SEPIC). V první části lze nalézt odvození přenosových funkcí Line-To-Output (LTO) a Control-To-Output (CTO) v symbolickém tvaru pro tři jednodušší konvertory (Buck, Boost, Buck-boost) s využitím známých průměrových modelů [2], [6], [11] - [15]. Z důvodu velké složitosti odvozených výrazů, byla použita metoda symbolické aproximace, která na úkor obecnosti výrazu jej podstatně zjednoduší.

Průměrový model je také použit pro zjednodušení výpočetní náročnosti analýzy DC-DC měničů v časové oblasti. Pro tyto simulace byl použit jazyk VHDL-AMS.

Jádrem disertační práce je metoda harmonické rovnováhy, upravená pro řešení DC-DC měničů. Jsou popsány její dvě varianty, protože podmínky a předpoklady se ve spínaných měničích pro LTO a CTO funkce velmi liší. Pro funkci LTO je možné předpokládat střidu spínacího signálu za konstantní v čase, tím i spektrum tohoto signálu je jednodušší, postačuje ve tvaru známé funkce sinc. U CTO se musí použít modulace PWM, jejíž spektrum obsahuje mnohem více kombinačních kmitočtů.

Modulací PWM lze nalézt v literatuře celou řadu [42]. Pro simulace byla použita PWM modulace s uniformním vzorkováním (časově ekvidistantním) a modulací buď vzestupné nebo obou hran PWM signálu. Konečná strmost spínání PWM spínače byla modelována pomocí konečných hran PWM pulsu. V závěru je prozkoumána odchylka takto odvozených funkcí se všemi modifikacemi (typ modulace, konečné hrany) od již zmíněných průměrových modelů.

ABSTRACT

The dissertation deals with simulations of the DC-DC converters in their basic configurations (Buck, Boost, Buck-boost, Ćuk, SEPIC). In the first part of the thesis derivation of transfer functions Line-to-Output (LTO) and Control-To-Output (CTO) can be found. These symbolic responses are derived for three types of basic converters (Buck, Boost, Buck-boost) using well-known average model [1]. Derived expressions are very complicated. For reduction of these expressions symbolic approximation method was used, however the generality is lost.

The average model was used to for decreasing the computational effort of analysis of DC-DC converters in the time domain. For these simulations VHDL-AMS language was used.

The main topic of the thesis is harmonic balance method, which was adapted to DC-DC converters. Because conditions and assumptions for LTO and CTO functions are very different, harmonic balance method was derived into two variants. For obtaining of LTO response, duty cycle of switching signal can be considered as constant in time. Spectrum of this signal is simple as follows from well-known sinc function. For obtaining of CTO response PWM modulation must be used. Compared to sinc function spectrum of PWM modulation is richer (contains more combination frequencies). Many types of PWM modulation is described in [31]. For simulation PWM modulation with uniform sampling in two variants (single and double edge) was used. Non-ideal switching of PWM switch was modeled by PWM pulse with defined slew rate. Last section deals with comparison of all derived functions (LTO, CTO, modulation type, defined slew rate) with well-known averaged model.