

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta strojního inženýrství
Ústav procesního a ekologického inženýrství

Ing. Jiří Malášek

MÍSENÍ A KOMPAKTOVÁNÍ PARTIKULÁRNÍCH LÁTEK

MIXING AND COMPACTING OF PARTICULAR MATERIALS

ZKRÁCENÁ VERZE PH.D. THESIS

Obor:	Konstrukční a procesní inženýrství	
Školitel:	prof. Ing. Jaroslav Medek, CSc.	ÚPEI FSI VUT v Brně
Oponenti:	prof. Ing. Josef Kohoutek, CSc.	ÚPEI FSI VUT v Brně
	doc. Ing. Jindřich Petruška, CSc.	ÚMT FSI VUT v Brně
	doc. Ing. Miroslav Rousek, CSc.	MZLU v Brně
	Ing. Tomáš Svěrák, CSc.	FCH VUT v Brně

Datum obhajoby: 20. 2. 2004

KLÍČOVÁ SLOVA

Mísení, kompaktování, partikulární, kluzná čára, proudnice, mezní čára, napjatost, tenzor, kontinuum, splajn.

KEY WORDS

Mixing, compacting, particular, shear line, stream line, boundary line, state of stress, tensor, continuum, spline.

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Oddělení pro vědu a výzkum FSI VUT v Brně.

OBSAH

OBSAH	3
1 PODSTATA PRÁCE	5
2 ÚVOD	5
3 STANOVENÍ NAPJATOSTI – SILOVÝCH ÚČINKŮ PARTIKULÁRNÍCH LÁTEK NA STROJNÍ SOUČÁSTI	6
4 POLOHOVÁ – SMĚROVÁ A KOHEZNÍ KOREKCE NAPĚTÍ OD OBJEMOVÝCH SIL V PARTIKULÁRNÍCH LÁTKÁCH	14
5 ZÁVĚR	17
6 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	18
CURICULUM VITAE	20
ABSTRACT	20

1 PODSTATA PRÁCE

Pro obecný tvar kluzné čáry jako prostorové křivky v přetvářené partikulární látce je vytvořen způsob sestavování rovnic na základě analýzy vztahů oskulační roviny kluzné čáry a odpovídající Mohrovy roviny.

Tyto rovnice vedou k určení tenzoru napjatosti ve zvoleném bodě kluzné čáry pouze z polohy a tvaru krátkého úseku kluzné čáry, obsahujícího zvolený bod, a z mezní funkční závislosti smykových a normálových napětí.

Pokud jsou zvolené body příslušných kluzných čar na povrchu strojních součástí, pak těmto bodům příslušné tenzory napjatosti jednoznačně určují namáhání strojních součástí mísičů, kompakátorů, mnoha jiných strojních zařízení.

Pro analytický popis kluzných čar jako prostorových křivek je přizpůsoben kubický parametrický interpolační splajn pro libovolný počet proměnných a pro libovolný počet zadaných hodnot s vytvořením programu v systému MAPLE.

Tím je popsán princip určení sil na strojní součásti způsobených přetvářenou partikulární látkou.

2 ÚVOD

Mísení je plastickým přetvářením látky (hmoty) za účelem její homogenizace (stejnorodosti) a změn vlastností.

Kompaktování může být plastickým přetvářením látky (hmoty) za účelem její aglomerace (shlukování) a změn vlastností.

Plastické (i pružné) přetváření – deformace látek (hmot) v přírodních a technologických procesech (při mísení i kompaktování) namáhá zatěžujícími účinky mechanické součásti strojů.

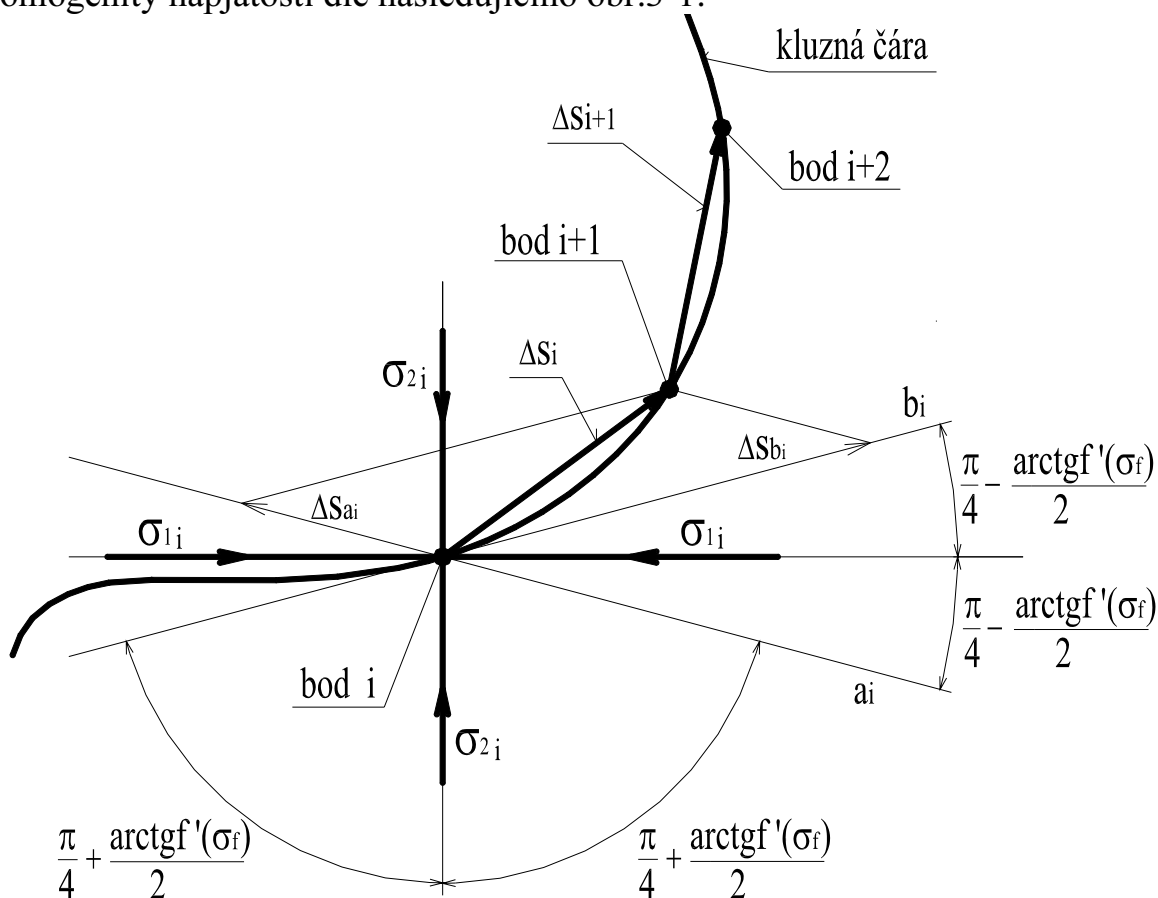
Mechanické součásti strojů (mísičů, kompakátorů) je třeba optimálně navrhnout z hlediska jejich tvaru, velikosti, pohybu a funkčních účinků k příslušné zpracovávané látce (hmotě) v dané technologii.

Proto je třeba určit vnější účinky přetvářené (mísené, kompaktované) látky (hmoty) na mechanické součásti strojů (mísičů, kompakátorů) to je podstatou práce.

Partikulární látky jsou složeny ze vzájemně se dotýkajících částic pevné fáze (tuhé až plastické) – tzv. **hrubodisperzní fáze** a z tekuté fáze (kapalná, plynná až vakua) – tzv. kontinuální fáze, která vyplňuje volné objemy (včetně pórů a dutin).

3 STANOVENÍ NAPJATOSTI – SILOVÝCH ÚČINKŮ PARTIKULÁRNÍCH LÁTEK NA STROJNÍ SOUČÁSTI

V různých bodech oblasti mezního stavu plastického přetvoření jsou hlavní napětí různých směrů a různých velikostí. Zakřivení kluzných čar existuje následkem nehomogenity napjatosti dle následujícího obr.3-1:



obr.3-1

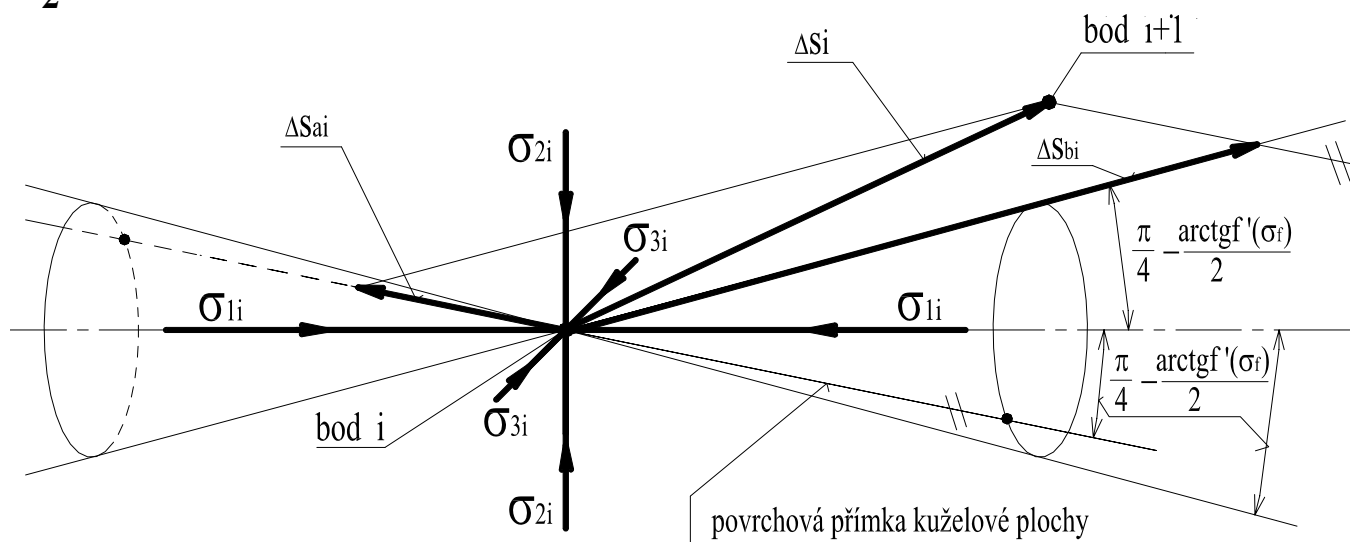
U dokonale kontinuální partikulární látky jsou jednotlivé posuvy Δs_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) velmi malé a kluzná čára je spojitou prostorovou křivkou. U obecné partikulární látky jsou jednotlivé posuvy různě velké a kluzná čára může být nespojitou prostorovou křivkou. V důsledku zpravidla tlakových hlavních napětí při mísení či kompaktování bude výsledný elementární smykový posuv Δs_i odkloněn od směru menšího

hlavního napětí σ_2 o úhel menší nebo roven $\frac{\pi}{4} + \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2}$. $\tau = f(\sigma)$ je mezní

funkční závislost smykových a normálových napětí – rovnice mezní čáry.

Tvar kluzné čáry ve vztahu k mezní funkční závislosti smykových a normálových napětí v Mohrově rovině vypovídá o fyzikálních a konstitutivních vlastnostech partikulární látky. V prostorové napjatosti mohou tvořit kluzné přímky v daném bodě odkloněné od směru největšího hlavního napětí kuželovou plochu s osou totožnou se směrem největšího hlavního napětí σ_1 a s vrcholovým úhlem kuželové plochy

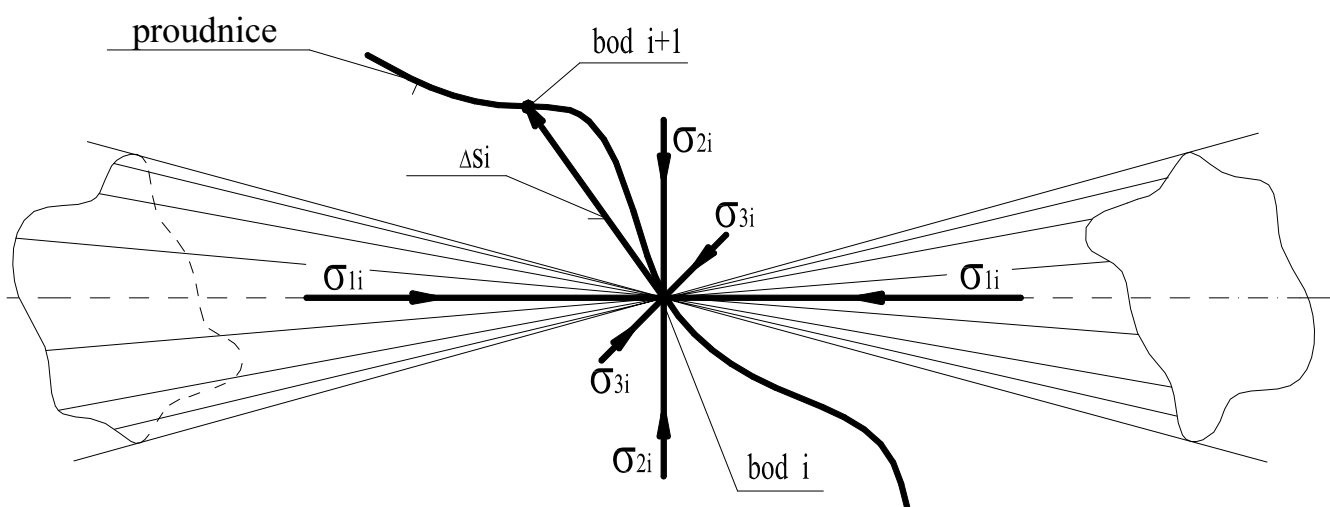
$$\frac{\pi}{2} - \text{arctgf}'(\sigma_f).$$



obr.3-2

Součtem dílčích **vždy pouze dvou** elementárních smykových posuvů $\Delta s_{ai}, \Delta s_{bi}$ vznikne výsledný elementární smykový posuv Δs_i pro $i=1,2,3,4,\dots,n$. Na kuželové ploše je splněna podmínka mezního stavu partikulární látky. U dokonale kontinuální partikulární látky při $\sigma_2 = \sigma_3 < \sigma_1$ bude tato kuželová plocha rotační.

V důsledku nehomogenit a různých konstitutivních vlastností partikulární látky mohou být velikosti úhlu vnitřního tření ϕ spolu s hodnotami $\text{arctgf}'(\sigma_f)$ funkcí směru průmětu povrchové přímky kužele do roviny kolmé k σ_1 . Kuželová plocha bude obecná – viz obr.3-3.



obr.3-3

Jednotlivé elementární posuvy po povrchových přímkách obecné kuželové plochy se budou sčítat ve výsledný elementární smykový posuv – podobně jako v obr.3-2.

V důsledku zpravidla tlakových hlavních napětí při mísení či kompaktování bude výsledný elementární smykový posuv Δs_i směřovat vždy do prostoru mimo vnitřek kuželové plochy dle obr.3-2 a obr.3-3, v krajním případě bude Δs_i totožný s povrchovou přímkou kuželové plochy.

Poloha a tvar kluzných čar jako spojitých křivek (dokonale kontinuální partikulární látka) může být při prostorové napjatosti poměrně stabilní v ustáleném mísícím nebo kompaktovacím tvaru oblasti mezního stavu plastického přetvoření.

Poloha a tvar kluzných čar jako nespojitých křivek (obecná, např. hrubozrná partikulární látka) je při prostorové napjatosti nestabilní, záleží na aktuálně měnících se konstitutivních a tím i mechanických vlastnostech partikulární látky v oblasti mezního stavu plastického přetvoření.

Experimentální zjištění a matematický popis kluzných čar v oblasti mezního stavu plastického přetvoření partikulární látky nám dá výpověď o proměnných vlastnostech a stavech zkoumané látky v dané oblasti.

V každém bodě kluzné čáry – prostorové křivky existuje mezní napjatost v rovině σ_1, σ_2 ,

tato rovina je totožná s tečnou a normálou kluzné čáry v daném bodě a rovněž je totožná s rovinou oskulační kružnice kluzné čáry v tomto bodě.

Větší hlavní napětí σ_1 svírá s tečnou kluzné čáry úhel $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctg f'(\sigma_f)}{2}\right)$,

kladná, nebo záporná orientace tohoto úhlu závisí na orientaci křivosti kluzné čáry vzhledem k relativním směru posuvu elementů partikulární látky.

Hlavní napětí σ_2 je kolmé na σ_1 , σ_1 i σ_2 patří do roviny tečny a normály (do roviny oskulační kružnice) kluzné čáry v daném bodě.

Hlavní napětí σ_3 je kolmé k této rovině tečny a normály, $(\sigma_3 \perp \sigma_2) \wedge (\sigma_3 \perp \sigma_1)$, zpravidla $\sigma_3 \in (\sigma_2, \sigma_1)$.

Jako elementární příklad uvedeme určení stavu napjatosti v rovině σ_1, σ_2 v oblasti mezního stavu plastického přetvoření vůči objemovým silám (napětím) od gravitačního (výsledného) zrychlení pro dokonale sypkou a nesoudržnou partikulární látku.

Zadáno: kluzná čára v partikulární látce \mathbf{k} ,

úhel vnitřního tření partikulární látky φ ,

hustota partikulární látky ρ , vzdálenost bodu \mathbf{Z} ve směru gravitačního (výsledného) zrychlení od hladiny – povrchu partikulární látky \mathbf{h} .

$\rho_{A'}$, $\rho_{B'}$ jsou kluzné čáry (roviny) pro stav napjatosti v bodě \mathbf{Z} , $\rho_{B'}$ je tečnou kluzné čáry \mathbf{k} .

Následující obr.3-5 zobrazuje mezní napjatost pro rovinu σ_1, σ_2 pro bod \mathbf{Z} v obr.3-4.

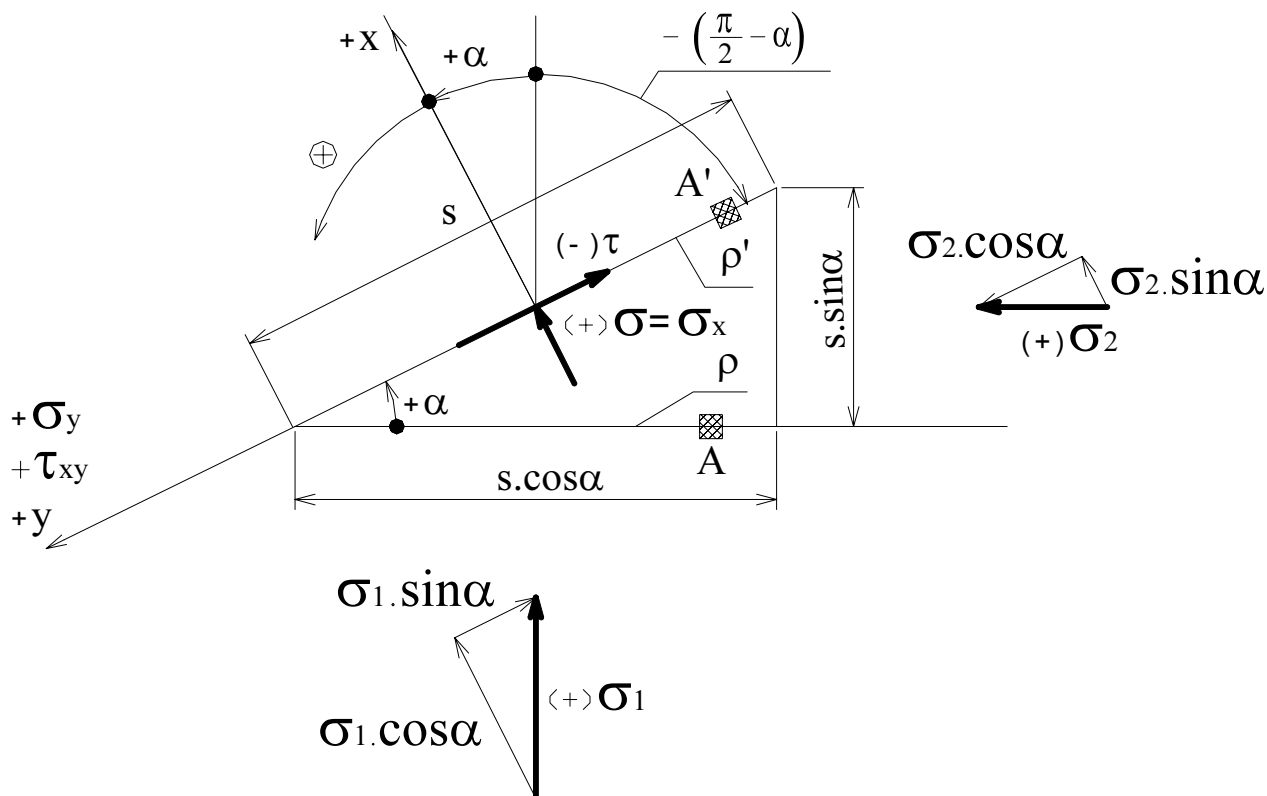
Odvození poměru hlavních napětí $\underline{\sigma_1, \sigma_2}$ pro dokonale sypkou a nesoudržnou partikulární látku v mezním stavu napjatosti v rovině σ_1, σ_2 :

$$k = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}} = \frac{\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot \left(1 - \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}}{2}\right)}{\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot \left(1 + \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}}{2}\right)} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}$$

Po užití goniometrických vztahů $2 \cdot \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$,
 $2 \cdot \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$

$$k = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{2 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (3-2)$$

Odvození parametrických rovnic negativní Mohrovy kružnice pro tlaková napětí kladná pro partikulární látky:



obr.3-6

(Výška trojbokého hranolu nad $\Delta(s, s \cdot \cos \alpha, s \cdot \sin \alpha)$ kolmo k rovině napjatosti σ_1, σ_2 je z).

Výslednice vnitřních sil ve směru $(+)\sigma \equiv \sigma_x \equiv +x$ je rovna $z.s.\sigma$.

$$z.s.\sigma = (z.s.\sin \alpha).\sigma_2.\sin \alpha + (z.s.\cos \alpha).\sigma_1.\cos \alpha$$

$$\sigma = \sigma_2.\sin^2 \alpha + \sigma_1.\cos^2 \alpha$$

Po užití goniometrických vztahů $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}.(1 - \cos 2\alpha)$ $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}.(1 + \cos 2\alpha)$

$$\sigma = \sigma_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.\cos 2\alpha \quad (3-3)$$

Výslednice vnitřních sil ve směru $(+)\tau \equiv \tau_{xy} \equiv +y$ je rovna $z.s.\tau$.

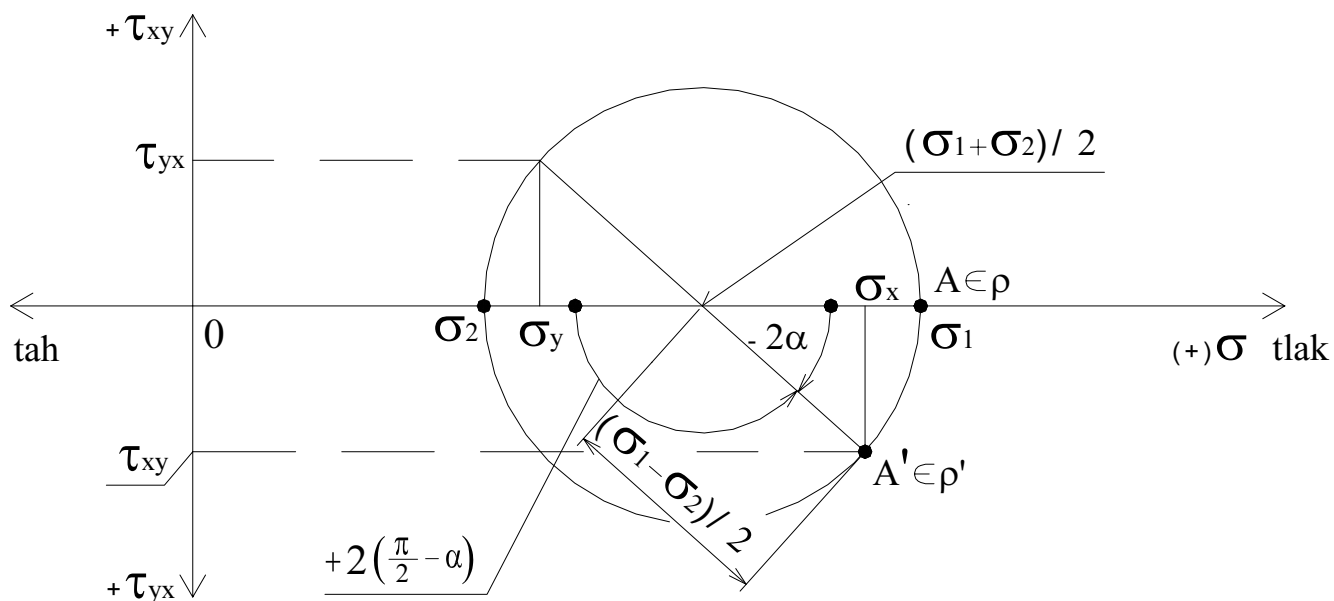
$$z.s.\tau = (z.s.\sin \alpha).\sigma_2.\cos \alpha - (z.s.\cos \alpha).\sigma_1.\sin \alpha$$

$$\tau = \sigma_2.\sin \alpha.\cos \alpha - \sigma_1.\sin \alpha.\cos \alpha.$$

Po užití goniometrického vztahu $\sin \alpha.\cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$

$$\tau = \tau_{xy} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}.\sin 2\alpha \quad (3-4)$$

Rovnice (3-3) a (3-4) jsou parametrickými rovnicemi negativní Mohrovy kružnice pro tlaková napětí kladná. τ_{xy} nám označuje smykové napětí od osy x ve směru osy y , pro $\sigma_1 > \sigma_2$ dle (3-4) bude hodnota τ_{xy} zřejmě záporná – viz obr.3-7 a obr.3-6.



obr.3-7

Následkem využití goniometrických vztahů s dvojnásobným úhlem a průběhu funkcí $\sin \alpha$ a $\cos \alpha$ platí pravidlo: **Dle obr.3-6 a dle obr.3-7:**

Pootočíme-li rovinu ρ v partikulární látce (rovinu je kolmá k rovině napjatosti σ_1, σ_2) o úhel $+\alpha$ jedním směrem, pootočí se bod A udávající příslušné hodnoty napětí σ_x a τ_{xy} po Mohrově kružnici o úhel -2α -tedy o dvojnásobný úhel opačným směrem.

V důsledku „opačnosti“ jde o tzv. **negativní Mohrovu kružnici**.

V rovnici (3-3) pro zde uvedenou aplikaci dle obr.3-4 a obr.3-5 platí $\sigma = h \cdot \rho \cdot g$, pak

užitím rovnic 3-2, 3-3, 3-4 při $k = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ možno **pro obr.3-4, 3-5** psát:

$$h \cdot \rho \cdot g = \frac{\sigma_1 \cdot (1 + k)}{2} + \frac{\sigma_1 \cdot (1 - k)}{2} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\sigma_1 = \frac{2h \cdot \rho \cdot g}{1 + k + (1 - k) \cdot \cos 2\alpha} \quad (3-5)$$

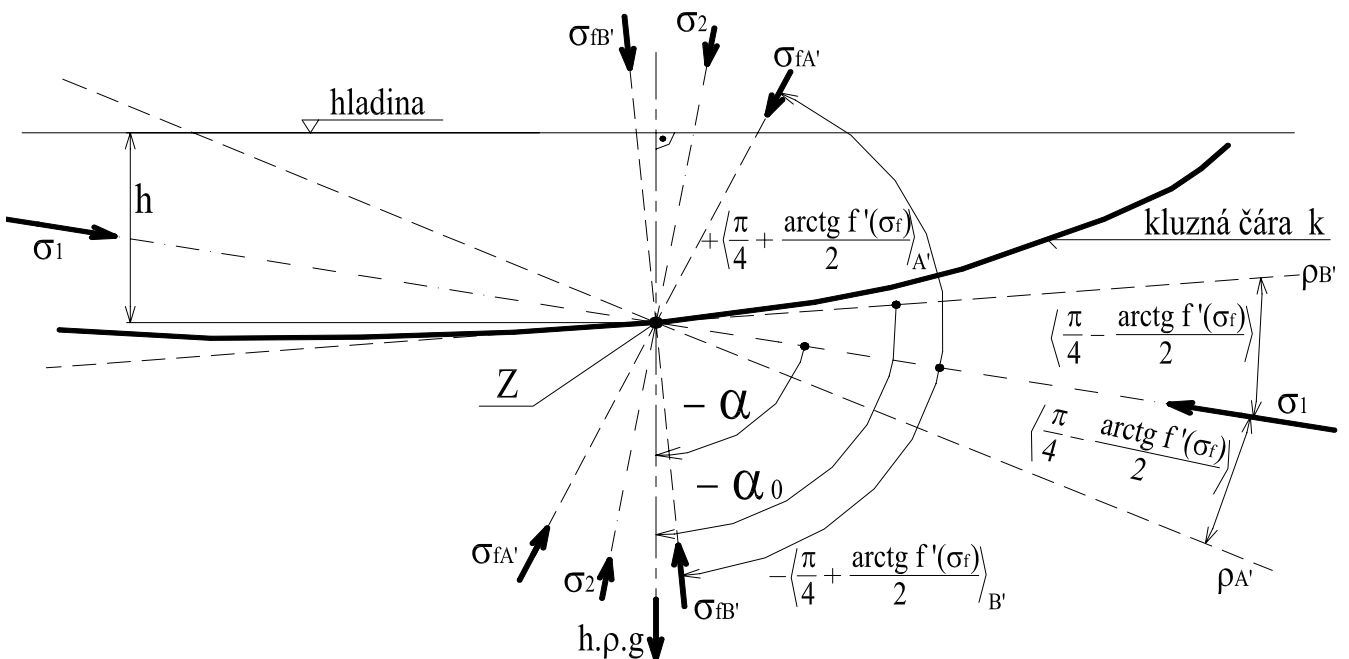
$$\sigma_2 = k \cdot \sigma_1 \quad (3-6)$$

Rovnice (3-5) a (3-6) platí pro výpočet hlavních napětí σ_1 a σ_2 v dokonale sypké a nesoudržné partikulární látce.

Nyní se oddělíme od zjednodušujícího předpokladu dokonale sypké a nesoudržné partikulární látky a budeme uvažovat kontinuální partikulární látku s jistou kohezí:

Zadáno: kluzná čára v partikulární látce k , rovnice obalové (mezní) čáry jako obálky mezních Mohrových kružnic $\tau = f(\sigma)$, hustota partikulární látky ρ , vzdálenost bodu Z ve směru gravitačního (výsledného) zrychlení od hladiny – povrchu partikulární látky h .

V oblasti mezního stavu plastického přetvoření (partikulární látka s jistou kohezí) známe (případně z důvodu koheze korigovanou) normálovou složku $\sigma_{f_{hpg}}$ příslušící napětí f_{hpg} , která má směr gravitačního (nebo výsledného) zrychlení: $\sigma_{f_{hpg}} = h \cdot \rho \cdot g$ (3-1)



obr.3-8

Při známé hodnotě $\tau_{\text{fhp}}g$ (známé smykové složce) možno psát z obr.3-8 a z obr.3-9 rovnici rovnocennou k rovnici (3-7) pro jedinou neznámou σ_f :

$$\tau_{\text{fhp}}g = f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} \cdot \sin 2 \cdot \left[\alpha_0 - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctg f'(\sigma_f)}{2} \right) \right] \quad (3-10)$$

Hodnota $\tau_{\text{fhp}}g$ je ovšem obtížně změřitelná i obtížně stanovitelná, existuje totiž na rozdíl od $\sigma_{\text{fhp}}g = h \cdot \rho \cdot g$ (případně korigovaného z důvodu koheze) pouze v mezním stavu, tato rovnice (3-10) však podobně jako rovnice (3-7) vede k určení σ_f a tím k možnosti použití rovnic (3-8) a (3-9) k určení hlavních napětí (napjatosti) v daném bodě **Z** kluzné čáry **k** v obr.3-8.

4 POLOHOVÁ – SMĚROVÁ A KOHEZNÍ KOREKCE NAPĚTÍ OD OBJEMOVÝCH SIL V PARTIKULÁRNÍCH LÁTKÁCH

V těchto doposud uvedených způsobech výpočtu napjatosti (sil) od přetváření partikulární látky na strojní součásti a tím ve způsobech výpočtu napjatosti v libovolném bodu v oblasti mezního stavu plastického přetvoření partikulární látky je záměrně

důležitý nedostatek – zjednodušující předpoklad

- výsledná objemová síla (vektor gravitačního(výsledného) zrychlení) leží v oskulační rovině kluzné čáry (totožné s rovinou σ_1, σ_2 – s rovinou deformace).
- tento důležitý nedostatek – zjednodušující předpoklad – se v praxi nemusí vyskytovat.
- způsob dodatečné korekce napjatosti od objemových sil do oskulační roviny kluzné čáry totožné s rovinou napjatosti σ_1, σ_2 je záměrný z důvodu obtížně obecně předpokládatelných směrových konstitutivních a popisných vztahů v partikulárních látkách.

Například elipsoid napjatosti v partikulární látce nemusí být rotační ($\sigma_2 \neq \sigma_3$),
nebo
v důsledku koheze existuje deformace od objemových sil ($h \cdot \rho \cdot g$) pouze částečně,
nebo vůbec.

V následujícím přehledu je uveden způsob této polohové – směrové a kohezní korekce, který je předpokladem k výpočtu normálového a tečného napětí od partikulární látky na strojní součást v místě vstupu kluzné čáry do strojní součásti.

Následující rovnice již předpokládají:

obecnou polohu i tvar strojní součásti v kontaktu s přetvářenou kohezní partikulární látkou,

obecný tvar i polohu kluzné čáry v prostoru přetvářené kohezní partikulární látky,

obecný směr výsledné objemové síly (gravitačního či výsledného zrychlení) v prostoru přetvářené kohezní partikulární látky.

Základem dalšího výpočtu budou rovnice odvozené v kapitole 2.2 a 4.4 dis. práce: Vztahy pro **směrové kosiny příslušné normálovému napětí σ_n** , tím též

normály \vec{n} příslušné rovině ρ :

$$|\cos \alpha_1| = \sqrt{\left| \frac{\tau_n^2 + (\sigma_n - \sigma_3) \cdot (\sigma_n - \sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_2) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)} \right|} = \frac{|\sigma_{nx}|}{\sigma_n} \quad (4-1)$$

$$|\cos \alpha_2| = \sqrt{\left| \frac{\tau_n^2 + (\sigma_n - \sigma_1) \cdot (\sigma_n - \sigma_3)}{(\sigma_2 - \sigma_3) \cdot (\sigma_2 - \sigma_1)} \right|} = \frac{|\sigma_{ny}|}{\sigma_n} \quad (4-2)$$

$$|\cos \alpha_3| = \sqrt{\left| \frac{\tau_n^2 + (\sigma_n - \sigma_1) \cdot (\sigma_n - \sigma_2)}{(\sigma_3 - \sigma_1) \cdot (\sigma_3 - \sigma_2)} \right|} = \frac{|\sigma_{nz}|}{\sigma_n} \quad (4-3)$$

Rovnice pro výpočet hlavních napětí σ_1 a σ_2 v kontinuální partikulární látce dokonale sypké, nebo s jistou kohezí při již známé hodnotě σ_f získané z rovnice (3-7) jsou zřejmé z obr.3-9:

$$\sigma_1 = \sigma_f + f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) + f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} \quad (4-4)$$

$$\sigma_2 = \sigma_f + f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) - f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} \quad (4-5)$$

Směr σ_1 je odkloněn od tečny kluzné čáry v o úhel $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2}\right)$ v oskulační rovině kluzné čáry.

Směr σ_2 je kolmý k σ_1 a k σ_3 a leží v oskulační rovině kluzné čáry.

Směr σ_3 je totožný s binormálou kluzné čáry.

Veškerá další pasivní napětí, která jsou překonávána např. akcí lopatky mísiče, **necht' se pro výpočet stanou součástí h.ρ.g a ovlivní tak jeho směr i velikost.**

α_1 je úhel mezi h.ρ.g a σ_1 . α_{hpgt} je úhel mezi h.ρ.g a tečnou kluzné čáry.

α_2 je úhel mezi h.ρ.g a σ_2 . α_{hpgn} je úhel mezi h.ρ.g a normálou kluzné čáry.

α_3 je úhel mezi h.ρ.g a σ_3 . **Normálové napětí:** $\sigma_{\text{nhpg}} = \text{h.}\rho.\text{g}$

Úhly α_1, α_2 nutno vyjádřit transformací souřadnic (rotace kolem binormály):

$$\cos \alpha_1 = (\cos \alpha_{\text{hpgt}}) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2} \right) + (\cos \alpha_{\text{hpgn}}) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2} \right) \quad (4-5,1)$$

$$\cos \alpha_2 = (\cos \alpha_{\text{hpgt}}) \cdot \cos(\pi - \arctgf'(\sigma_f)) + (\cos \alpha_{\text{hpgn}}) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2} \right) \quad (4-5,2)$$

Dosadíme-li rovnice (4-4),(4-5),(4-5,1),(4-5,2) do rovnic (4-1),(4-2)a(4-3), dostaneme soustavu **tří rovnic o třech neznámých** $\sigma_f, \sigma_3, \tau_{\text{nhpg}}$.

Tuto následující soustavu tří poměrně složitých rovnic možno řešit pomocí systému MAPLE. (τ_{nhpg} pro další výpočet nepotřebujeme). Rovnice možno psát ve tvaru:

$$\begin{aligned} & \left[(\cos \alpha_{\text{hpgt}}) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2} \right) + (\cos \alpha_{\text{hpgn}}) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2} \right) \right]^2 = \\ & = \frac{\tau_{\text{nhpg}}^2 + [\text{h.}\rho.\text{g} - \sigma_3] \cdot [\text{h.}\rho.\text{g} - \sigma_f - f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) + f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}]}{[2 \cdot f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}] \cdot [\sigma_f + f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) + f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} - \sigma_3]} \quad (4-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[(\cos \alpha_{\text{hpgt}}) \cdot \cos(\pi - \arctgf'(\sigma_f)) + (\cos \alpha_{\text{hpgn}}) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\arctgf'(\sigma_f)}{2} \right) \right]^2 = \\ & = \frac{\tau_{\text{nhpg}}^2 + [\text{h.}\rho.\text{g} - \sigma_f - f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) - f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}] \cdot [\text{h.}\rho.\text{g} - \sigma_3]}{[\sigma_f + f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) - f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} - \sigma_3] \cdot [2 \cdot f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}]} \quad (4-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha_3 &= \frac{\tau_{\text{nhpg}}^2 + [\text{h.}\rho.\text{g} - \sigma_f - f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) - f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}]}{[\sigma_3 - \sigma_f - f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) - f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}]} \text{ zlomek pokračuje} \\ & \text{zlomek pokračuje} \frac{[\text{h.}\rho.\text{g} - \sigma_f - f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) + f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}]}{[\sigma_3 - \sigma_f - f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) + f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)}]} \quad (4-8) \end{aligned}$$

Řešením této soustavy rovnic dostaneme třetí hlavní napětí σ_3 a hodnotu σ_f .

První a druhé hlavní napětí pak určíme z rovnic:

$$\sigma_1 = \sigma_f + f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) + f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} \quad (4-9)$$

$$\sigma_2 = \sigma_f + f(\sigma_f) \cdot f'(\sigma_f) - f(\sigma_f) \cdot \sqrt{1 + f'^2(\sigma_f)} \quad (4-10)$$

Normálové napětí na strojní součást v místě kontaktu kluzné čáry leží v normále plochy strojní součásti dané směrovými kosiny:

$$\sigma_n = \left| \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha_{1n} + \sigma_2 \cdot \cos^2 \alpha_{2n} + \sigma_3 \cos^2 \alpha_{3n} \right| \quad (4-11)$$

Smykové napětí kolmé k této normále:

$$\tau_n = \sqrt{\sigma_1^2 \cdot \cos^2 \alpha_{1n} + \sigma_2^2 \cdot \cos^2 \alpha_{2n} + \sigma_3^2 \cdot \cos^2 \alpha_{3n} - (\sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha_{1n} + \sigma_2 \cdot \cos^2 \alpha_{2n} + \sigma_3 \cos^2 \alpha_{3n})^2} \quad (4-12)$$

Směr smykového napětí dán příslušnými směrovými kosiny.

$$\cos \alpha_{1\tau n} = \frac{\sigma_1 \cdot \cos \alpha_{1n} - \sigma_n \cdot \cos \alpha_{1n}}{\tau_n} \quad (4-13)$$

$$\cos \alpha_{2\tau n} = \frac{\sigma_2 \cdot \cos \alpha_{2n} - \sigma_n \cdot \cos \alpha_{2n}}{\tau_n} \quad (4-14)$$

$$\cos \alpha_{3\tau n} = \frac{\sigma_3 \cdot \cos \alpha_{3n} - \sigma_n \cdot \cos \alpha_{3n}}{\tau_n} \quad (4-15)$$

Kohezní korekce, další snížení vlivu objemových sil, může být stanovena pouze experimentem – aktuálním určením kohezního koeficientu korekce $k_{\text{hpg}} \in \langle 0;1 \rangle$.

5 ZÁVĚR

Pro obecný tvar kluzné čáry jako prostorové křivky v přetvářené partikulární látce byly vytvořeny rovnice, určující pouze z krátkého úseku kluzné čáry v kontaktu se strojní součástí napětí působící na tuto strojní součást – jeho normálovou složku σ_n a tečnou složku τ_n při uvedení jejich směru i velikosti.

Přítom tvar a poloha namáhané strojní součásti jsou libovolné, směr objemových sil je libovolný.

Jako základ analytického popisu problematiky je v kapitole 5 disertační práce uveden a teoreticky popsán kubický parametrický interpolační splajn pro libovolný počet proměnných a pro libovolný počet zadaných hodnot, včetně vytvoření programu v systému MAPLE v kapitole 6 disertační práce, což je patrně důležitý matematický nástroj pro procesní inženýrství.

6 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Bartsch H.J.: Matematické vzorce. SNTL Praha,1983, 830 str., L11-E1-IV-51f/11839.
 - [2] Feda J.: Základy mechaniky partikulárních hmot. Academia Praha,1977, 347 str.
 - [3] Brdička M.: Mechanika kontinua. Academia Praha,2000, 799 str., ISBN 80-200-0072-5.
 - [4] Gere J.M. and Timoshenko: Mechanics of materials. Chapman and Hall. Third SI Edition, 1989, str.378-404, ISBN 55-503-79.
 - [5] Issler-Roos-Häfele: Festigkeitlehre-Grundlagen.1995, str.464-470, ISBN 3-540-58166-9.
 - [6] Kravárik M.: Miešanie partikulárnych látok. Disertačná práca. TU Bratislava,1999, 149 str.
 - [7] Maroš B., Marošová M.: Základy numerické matematiky. FSI VUT Brno, 1997, str.68-75, ISBN 80-214-0826-X.
 - [8] Medek J.: Mechanické pochody. FSI VUT Brno,1998, str.34-39,115-128,183-203, ISBN 80-214-1264-X.
 - [9] Ondráček, Moráček, Vrbka, Janíček, Mach, Novotný, Sotolář: Pružnost a pevnost I. SNTL Praha, 1982, str.13-21,182-202,237-240, ISBN 05-077-82.
 - [10] Novosad J.: Mechanika sypkých hmot. Praha, 1977.
 - [11] Rektorys K. a kol.: Přehled užití matematiky. SNTL Praha,1981, str. 67-70,185, ISBN 04-003-081.
- V rámci doktorandského studia byly prostudovány následující materiály, které nejsou přímo citovány nebo využity v této práci.
- [12] Alt C., Vogg H.: Untersuchungen zur Schüttgutbewegung beim kontinuierlichen Feststoffmischen. Universität Stuttgart, 1984, 145 str.

- [13] Dewicky, Grzegorz.: Bulk, solids, handling. The International Journal of Storing, Handling and Transporting Bulk. 2/2003, str.110-113.
- [14] Forejt M.: Teorie tváření. FSI VUT Brno,1992, 167 str., ISBN 80-214-0415-9.
- [15] Forejt M.: Teorie tváření a nástroje. FSI VUT Brno, 1991, 187 str., ISBN 80-214-0294-6.
- [16] Hoppe H.: Die führende Fachzeitschrift für die Schüttgut-Industrie. Schüttgut, 3/2003, str. 182-185.
- [17] Janusz B., Gajda R.: Mísení zrnitých látek v průmyslových podmínkách. MAPRINT, 13/1995,12 str.
- [18] Jaššo I., Molnár A., Peciar M.: Základy aglomerácie jemnozrnných materiálov a priemyselne metody granulácie a briketovania založené na lisovaní suchých práškov medzi valcami. MAPRINT, 6/1994, 35 str.
- [19] Macur M.: Úvod do analytické mechaniky kontinua I. PC-DIR s.r.o. Brno, 1995, 138 str., ISBN 80-214-0688-7.
- [20] Macur M.: Úvod do analytické mechaniky kontinua II. PC-DIR s.r.o. Brno, 1996, 234 str., ISBN 80-214-0792-1.
- [21] Nougier C., Bohatier C., Moreau J.J., Radjai F.: Force fluctuations in a pushed granular material. Granular Matter 2. Springer-Verlag 2000, str. 171-178.
- [22] Rombach G., Turek S.: Effiziente numerische Simulation der Fließvorgänge Medien auf der Basis von kontinuumsmechanischen Stoffmodellen. Forschungsantrag bei der DFG, 2000, str.1-17.
- [23] Schubert H.: Mechanische Verfahrenstechnik I. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1977, 171 str.
- [24] Schubert H.: Mechanische Verfahrenstechnik II. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1979, 247 str.
- [25] Šesták J., Rieger F.: Přenos hybnosti, tepla a hmoty. ČVUT Praha,1993, 299 str., ISBN 80-01-00957.
- [26] Šob F.: Hydromechanika. CERM s.r.o. Brno, 2002, str.103-119, ISBN 80-214-2037-5.

CURICULUM VITAE

- Osobní údaje: Ing. Jiří Malášek, narozen 26. 5. 1957 v Brně,
trvalé bydliště 635 00 BRNO, Teyschlova 23
- 1972 – 1976 studium SPŠ strojnická v Brně, Sokolská 1
1976 – 1981 studium VUT v Brně, Fakulta strojní, obor přístrojová,
regulační, automatizační technika
1981 – 1986 vývojový konstruktér, Přerovské strojírný – OPK Brno
1986 – 1991 vedoucí konstrukce, Výzkumný ústav měřící techniky, Brno
1991 – 1992 konstruktér, KOMET, GmbH – Ingenieurbüro, Besigheim,
Deutschland
od 1992 odborný asistent VUT v Brně – Fakulta strojního inženýrství,
Ústav dopravní techniky
od 1999 doktorské studium při VUT v Brně – FSI,
Ústav procesního a ekologického inženýrství,
rigorózní zkouška složena dne 25. 4. 2003

ABSTRACT

For a common form of a shear curve like a cubic curve in a deformed particular material – a way is created for a formation of formulas on the basis of analysing relations between an osculating plane of a shear line and of the Mohr's plane.

These formulas make for the determination of a stress tensor in a selected point of a shear curve only from a position and from a form of a short section of a shear curve with the selected point, and from a boundary functional dependence of shear stresses and direct stresses.

If selected points of shear curves are on a surface of machine parts, then the stress tensors of these points determine explicitly a stress of machine parts of mixers, compact – machines, many other engineering.

For an analytic description of a shear curve like a cubic curve, a cubic parametric interpolated spline is adapted for any number of variables and for any number of given values with a creating of the computer program in system MAPLE.

Thereby is described a procedure how to determinate powers acting on machine parts, caused by deformed particular material.