

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta strojního inženýrství

Ústav Mechaniky těles

Ing. Luboš Náhlík

**ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN V OKOLÍ
ROZHHRANÍ DVOU ELASTICKÝCH MATERIÁLŮ**

**FATIGUE CRACK PROPAGATION NEAR AN INTERFACE
OF TWO ELASTIC MATERIALS**

ZKRÁCENÁ VERZE PHD THESIS

Obor: Inženýrská mechanika

Školitel: Prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc.

Oponenti: Prof. Ing. Otakar Bokůvka, CSc.
Ing. Zbyněk Keršner, CSc.
Ing. Vladislav Kozák, CSc.

Datum obhajoby: 25. 6. 2002

KLÍČOVÁ SLOVA

bi-materiálové rozhraní, zobecněný součinitel intensity napětí, faktor hustoty deformační energie, kritérium stability

KEY WORDS

bi-material interface, generalized stress intensity factor, strain energy density factor, stability criterion

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Disertační práce je uložena na oddělení vědy a výzkumu Fakulty strojního inženýrství VUT v Brně, Technická 2, 616 69 Brno.

© 2002 Luboš Náhlík

ISBN 80-214-2184-3

ISSN 1213-4198

OBSAH

1 ÚVOD.....	5
2 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY	7
3 CÍL PRÁCE.....	8
4 ROZDĚLENÍ NAPĚTÍ PRO TRHLINU S VRCHOLEM NA BI-MATERIÁLOVÉM ROZHRANÍ.....	9
4.1 Stanovení zobecněného součinitele intenzity napětí.....	11
5 FORMULACE KRITERIA STABILITY PRO TRHLINU S VRCHOLEM NA BI-MATERIÁLOVÉM ROZHRANÍ.....	13
5.1 Postup při formulaci kritéria stability	14
6 KRITERIUM STABILITY ZALOŽENÉ NA KONCEPCI ZOBECNĚNÉHO FAKTORU HUSTOTY DEFORMAČNÍ ENERGIE.....	15
6.1 Zobecněný faktor hustoty deformační energie	15
6.2 Formulace kritéria stability	17
6.2.1 <i>Kriterium stability pro normálový mód zatížení</i>	18
6.2.2 <i>Příklad aplikace</i>	19
6.3 Kriterium stability obecného singulárního koncentrátoru napětí.....	20
6.3.1 <i>Příklad aplikace</i>	20
6.4 Shrnutí.....	23
7 DISKUSE	24
8 ZÁVĚR.....	28
9 SUMMARY.....	30
10 LITERATURA	31
11 SEZNAM AUTOROVÝCH PUBLIKACÍ	33
12 AUTOROVO CURRICULUM VITAE.....	36

1 ÚVOD

Životnost a spolehlivost některých materiálových systémů (jako jsou např. kompozitní materiály, povrchové ochranné vrstvy apod.) může být podstatně ovlivněna chováním trhliny v blízkosti rozhraní jednotlivých materiálových složek. V mnoha případech dochází k porušení funkčnosti celého systému iniciací a šířením trhliny s následným lomem právě v důsledku specifických vlastností rozhraní. Z tohoto hlediska může být rozhodující chování trhliny v okamžiku, kdy se šíří v jednom z vázaných materiálů a přitom její vrchol dosáhne rozhraní s druhým materiálem. Otázka, zda trhlina překročí rozhraní a projde do druhého materiálu, či zda se bude šířit podél rozhraní nebo případně zda se „odrazí“ zpět do materiálu prvního, je rozhodující v řadě praktických případů.

Problematika trhliny, šířící se v jednom materiálu, která má přitom vrchol na rozhraní s materiálem druhým je tedy pro posouzení stability materiálových systémů v celé řadě případů klíčová [14].

Cílem disertační práce je popsat chování vysokocyklové únavové trhliny šířící se v okolí rozhraní dvou materiálů a zejména posoudit stabilitu únavové trhliny, jejíž vrchol leží na tomto rozhraní. Protože existence rozhraní v materiálu ovlivňuje nejen rozdělení napětí v celém tělese, ale mění i charakter lokálního rozdělení napětí v okolí studovaného defektu typu trhliny, vychází se při řešení z rozdělení napětí pro trhlinu s vrcholem ležícím na tomto rozhraní. Dále je v práci popsána rychlost a směr dalšího šíření únavové trhliny šířící se přes bi-materiálové rozhraní a vliv materiálových vlastností obou materiálů na tuto rychlost.

Praktickým výsledkem této disertační práce je možnost kvantitativního odhadu vlivu rozhraní na životnost těles porušovaných šířením únavových trhlin v oblasti vysokocyklové únavy.

Studium chování trhlin v nehomogenních materiálech je v současné době předmětem širokého zájmu a vzhledem k praktickému významu (např. kompozitní materiály) se stalo cílem jak teoretického výzkumu, tak i praktických aplikací lomové mechaniky.

Práce si kladla za cíl studovat chování trhliny s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů v rámci jednoparametrové lineárně elastické lomové mechaniky a stanovit podmínky, které určují, zda se trhlina bude či nebude dále šířit z rozhraní do druhého materiálu. V případě, že dojde k dalšímu šíření únavové trhliny přes bi-materiálové rozhraní, stanovit vliv tohoto rozhraní na rychlost šíření trhliny.

Z lomově-mechanického hlediska představuje konfigurace trhliny s vrcholem na rozhraní singulární koncentrátor napětí. V klasické lineární elastické lomové mechanice je napěťové pole v okolí vrcholu trhliny v homogenním prostředí popsáno jediným singulárním členem typu $\sigma \sim K / r^{1/2}$, tj. exponent singularity napětí je roven 1/2. Konstanta úměrnosti K odpovídá součiniteli intenzity napětí

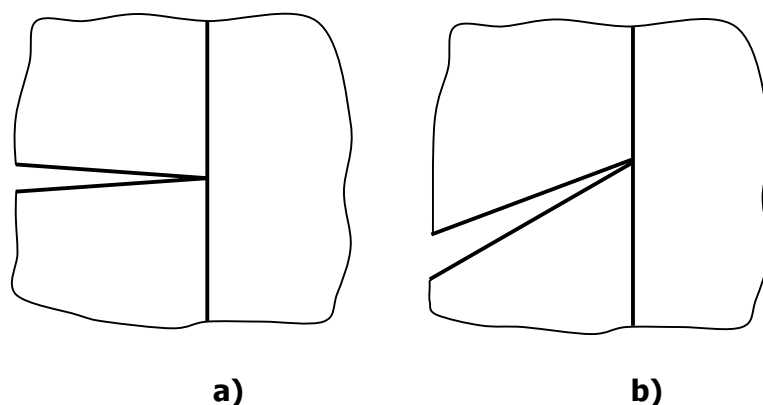
a v případě obecného (rovinného) namáhání lze napětí vyjádřit jako superpozici dvou členů odpovídajících normálovému (K_I) a smykovému (K_{II}) módu.

V případě konfigurace trhliny s vrcholem na rozhraní je pole napětí v okolí jejího vrcholu popsáno obecně pomocí dvou singulárních členů s exponenty singularity $0 < p_2 \leq p_1 < 1$. Konstanty úměrnosti u obou těchto singulárních členů jsou v tomto případě úměrné zobecněným součinitelům intenzity napětí H_I a H_2 . Na rozdíl od trhliny v homogenním materiálu, nelze obecně v tomto případě jednotlivé módy namáhání explicitně odlišit. Existence obecně dvou singularit napětí a skutečnost, že odpovídající exponenty singularity jsou různé od $1/2$ znemožňuje formulaci kritéria stability na základě postupů konvenční lineární elastické lomové mechaniky.

Formulace kritérií stability trhliny na rozhraní dvou materiálů navržených v této práci vycházejí ze dvou předpokladů:

- pro popis napěťového pole v okolí vrcholu trhliny jsou postačující singulární členy v odpovídajícím rozvoji,
- mechanismus šíření trhliny z rozhraní do druhého materiálu je stejný jako mechanismus, kterým se trhlina šíří v homogenním prostředí odpovídajícímu druhému materiálu (tj. určující je hodnota lomové houževnatosti druhého materiálu, respektive prahová hodnota součinitele intenzity napětí, konstanty Parisova-Erdoganova vztahu atd.).

Lomově-mechanický popis trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů vyžaduje obecně výpočet pole napětí v okolí vrcholu trhliny s ohledem na orientaci trhliny vzhledem k rozhraní a formulaci podmínky stability pro singulární koncentrátor napětí s obecnou hodnotou exponentu singularity. V práci bylo pro formulaci kritérií stability použito Sihovo kritérium hustoty deformační energie a parametry plastické zóny před vrcholem trhliny. Na jejich základě pak byl modifikován Paris-Erdoganův vztah pro stanovení rychlosti šíření únavové trhliny přes bi-materiálové rozhraní.



Obr. 1. Studované konfigurace trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní: a) trhlina kolmá k bi-materiálovému rozhraní, b) trhlina obecně orientovaná vzhledem k bi-materiálovému rozhraní

2 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Chceme-li popsat chování únavové trhliny šířící se v okolí rozhraní dvou elastických materiálů za předpokladu platnosti lineární elastické lomové mechaniky (LELM), je k tomu zapotřebí následujících tří kroků:

- V první řadě je třeba znát rozdělení napětí v blízkosti vrcholu trhliny nacházejícím se na bi-materiálovém rozhraní.
- Dalším krokem je nezbytný numerický výpočet veličin rozhodujících o šíření únavových trhlin přes bi-materiálové rozhraní, respektive použití vypočtených hodnot pro určení hodnoty zobecněného součinitele intenzity napětí pro konkrétní geometrii bi-materiálového tělesa, okrajové podmínky a zatížení.
- Posledním krokem je stanovení kriteria šíření trhliny s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů.

Pokud jde o analytický popis rozdělení napětí v okolí vrcholu trhliny, jenž se nachází na bi-materiálovém rozhraní, je tento problém v literatuře poměrně dobře a detailně popsán. Ve svých pracích se jím zabývalo mnoho autorů. Analytické řešení pro rozdělení napětí pro trhlinu kolmou k bi-materiálovému rozhraní je možno nalézt například v pracích [9], [17], [18]. Analytické řešení pro trhlinu obecně orientovanou k bi-materiálovému rozhraní obsahují např. práce [2], [4], [8]. Tyto práce obsahují pouze obecné analytické výrazy pro rozdělení napětí v okolí kořene trhliny bez určení hodnot zobecněného součinitele intenzity napětí a uvažují většinou pouze jedinou singularitu napětí. Podrobný literární rozbor této oblasti byl učiněn v [22]. Po shrnutí všech známých prací lze říci, že v oblasti analytického popisu rozdělení napětí v okolí vrcholu trhliny nacházejícím se na rozhraní dvou elastických materiálů, obsahují uvedené práce dostatek potřebných informací a je možné přistoupit ke krokům následujícím.

Z analytického řešení jde určit tvar složek tenzoru napětí, včetně patřičných exponentů singularity napětí, až na multiplikativní konstanty úměrné zobecněným součinitelům intenzity napětí. Postupy popisující jejich určení se v literatuře již tak často neobjevují. Jako příklad prací, které se touto tematikou zabývaly uveďme práce [12] a [15].

Pokud jde o oblast numerických výpočtů či numerického modelování chování trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní existuje pouze několik prací na toto téma. Tyto jsou bohužel většinou založeny na použití speciálních, autory článků vytvořených trhlinových či hybridních prvků, které nelze obecně se standardními numerickými systémy použít, nebo dokonce jsou k modelování použity speciální numerické metody vyvinuté pouze k popisu některých specifických jevů. Tyto metody jsou proto velmi omezeny pro obecnější použití. Z tohoto důvodu jsem se v rámci mého studia zaměřil na použití přímých metod, které lze bez větších problémů v běžných numerických výpočtových systémech aplikovat.

Pokud jde o kritéria stability trhliny, jejíž vrchol se nalézají na bi-materiálovém rozhraní je z literárního rozboru publikovaném v [22] zřejmé, že tato oblast je poměrně řídká, nedostatečně a neúplně popsána a bylo by tedy žádoucí nalézt vhodné parametry v rámci LELM použitelné k formulaci patřičného kritéria stability trhliny, jejíž vrchol se nachází na bi-materiálovém rozhraní. Neexistuje mnoho publikovaných prací na toto téma, a proto bylo nutné se tomuto problému věnovat a hledat další, pro daný problém vhodná lomová kritéria.

Disertační práce je zaměřena zejména na způsob určení zobecněných součinitelů intenzity napětí, včetně patřičných exponentů singularity napětí a na sestavení vhodných kritérií stability trhliny s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů. Dále je doplněna o postup stanovení rychlosti šíření únavové trhliny, v okamžiku, kdy se její vrchol nachází na bi-materiálovém rozhraní.

Uvedená problematika je rozšířena na obecné singulární koncentrátoři napětí, s exponentem singularity různým od $1/2$, např. na ostré V-vrubby.

Závěrem této části, bych chtěl konstatovat, že neexistují publikace, které by se problematikou šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů zabývaly komplexně.

3 CÍL PRÁCE

Hlavním cílem disertační práce je v rámci lineární elastické teorie pružnosti zobecnit popis šíření vysokocyklové trhliny v homogenním prostředí na prostředí s materiálovým rozhraním. Práce je přitom koncipována tak, aby získané vztahy umožňující kvantitativní popis tohoto děje neobsahovaly žádné nové materiálové konstanty a odpovídající kvantitativní výsledky bylo možno získat na základě výpočtů metodou konečných prvků (MKP), a to pomocí systému ANSYS.

Na základě informací uvedených v kapitole 2 a detailního literárního rozboru publikovaného v [22] byly formulovány a upřesněny následující cíle disertační práce:

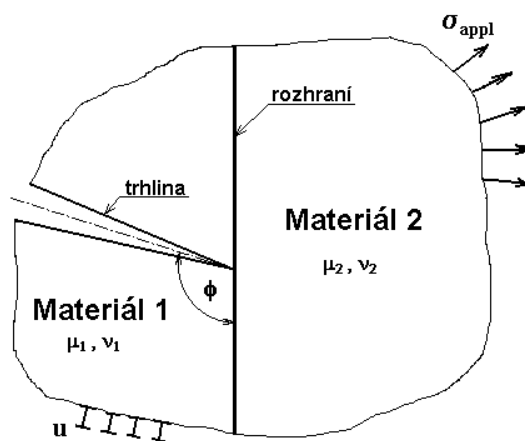
- Na základě známých analytických vztahů pro rozdělení napětí v okolí vrcholu trhliny ležícím na rozhraní dvou materiálů a v rámci předpokladů LELM, vypracovat metodiku výpočtu zobecněného součinitele intenzity napětí. Výpočet provést metodou konečných prvků pomocí systému ANSYS. Analyzovat vliv kompozitních materiálových parametrů na typ singularity napětí v uvedeném případě a udělat parametrickou studii vlivu těchto parametrů na hodnoty exponentu singularity. Sestavit soubor programů, který umožňuje komplexní výpočet rozdělení napětí pro trhlínu s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů v konečném tělese s předepsaným zatížením.
- Modifikovat obecný postup, který umožňuje formulovat kritéria stability pro obecné singulární koncentrátoři napětí pro řešení studované problematiky.

Tento postup aplikovat na případ únavové trhliny šířící se přes rozhraní dvou materiálů, speciálně pak na případ únavové trhliny s vrcholem na rozhraní.

- Stanovit kvantitativně vliv kompozitních parametrů na rychlost šíření únavové trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů a odpovídající prahové hodnoty pro její šíření do druhého materiálu.
- Na základě energetických úvah odvodit výrazy pro směr šíření (únavové) trhliny šířící se z jednoho materiálu do druhého.
- Na základě získaných výsledků analyzovat vliv materiálového rozhraní na únavovou zbytkovou životnost materiálově složených komponent.

4 ROZDĚLENÍ NAPĚTÍ PRO TRHLINU S VRCHOLEM NA BI-MATERIÁLOVÉM ROZHRAŇÍ

Výpočet napětí v tělese s trhlinou s vrcholem na rozhraní dvou materiálů (obr. 2) se skládá (podobně jako pro homogenní těleso) ze dvou kroků. V první fázi se určí analyticky tvar řešení (včetně exponentu singularity), které obsahuje neznámé multiplikativní konstanty. Toto řešení závisí pouze na vlastnostech obou materiálů a vzájemné poloze trhliny a rozhraní. Obvykle se toto řešení uvádí ve tvaru nekonečné řady, jejíž první člen (s multiplikativní konstantou odpovídající zobecněnému součiniteli intenzity napětí) je singulární vzhledem k souřadnici r . Tento člen charakterizuje rozložení napětí v okolí kořene trhliny pro potřeby LELM. Multiplikativní konstanty (zejména zobecněný součinitel intenzity napětí) se pak určí v druhé fázi řešení tak, aby byly splněny odpovídající okrajové podmínky. Hodnoty těchto konstant jsou závislé na geometrii tělesa a předepsaných okrajových podmínkách a jsou úměrné velikosti vnějšího namáhání. Pro stanovení těchto multiplikativních konstant je nutno provést numericky kompletní napěťovou analýzu celého tělesa s trhlinou.



Obr. 2. Bi-materiálové těleso s trhlinou na rozhraní.

Předpokládejme nyní těleso, jenž je zatíženo vnějším napětím σ_{appl} a na části jeho povrchu může být předepsáno posunutí u . Povrch trhliny je volný a orientace trhliny vzhledem k rozhraní je dána úhlem ϕ (viz obr. 2.). Příslušné výrazy pro složky napětí odpovídající uvedeným předpokladům mají tvar nekonečné řady, pro které platí další zjednodušující předpoklady:

- jedná se o dvourozměrnou úlohu (rovinnou napjatost nebo rovinnou deformaci);
- deformace je kvazistatická, izotermální;
- objemové síly jsou zanedbány.

Výraz pro složky napětí v okolí vrcholu trhliny pak lze pro účely lomové mechaniky reprezentovat singulárními členy odpovídajícími oběma singularitám, tj.

$$\sigma_{ij} = \frac{H_1}{\sqrt{2\pi}} f_{ij1}(\phi, \alpha, \beta, \lambda_1, \theta) \cdot r^{-p_1} + \frac{H_2}{\sqrt{2\pi}} f_{ij2}(\phi, \alpha, \beta, \lambda_2, \theta) \cdot r^{-p_2}, \quad (4.1)$$

kde (r, θ) jsou polární souřadnice s počátkem ve vrcholu trhliny a tvar funkcí f_{ij} je znám analyticky (např. [2], [4]). α, β jsou tzv. kompozitní parametry závislé na elastických konstantách obou materiálů a definované v [3]. H_1 [$\text{MPa} \cdot \text{m}^{p_1}$] a H_2 [$\text{MPa} \cdot \text{m}^{p_2}$] jsou zobecněné součinitele intenzity napětí odpovídající silnější a slabší singularitě (tj. předpokládáme, že platí $p_1 > p_2$). λ je vlastní číslo, $\lambda = 1 - p$. Hodnoty p_1, p_2 lze určit řešením charakteristické rovnice plynoucí z okrajových podmínek úlohy. Ta má tvar:

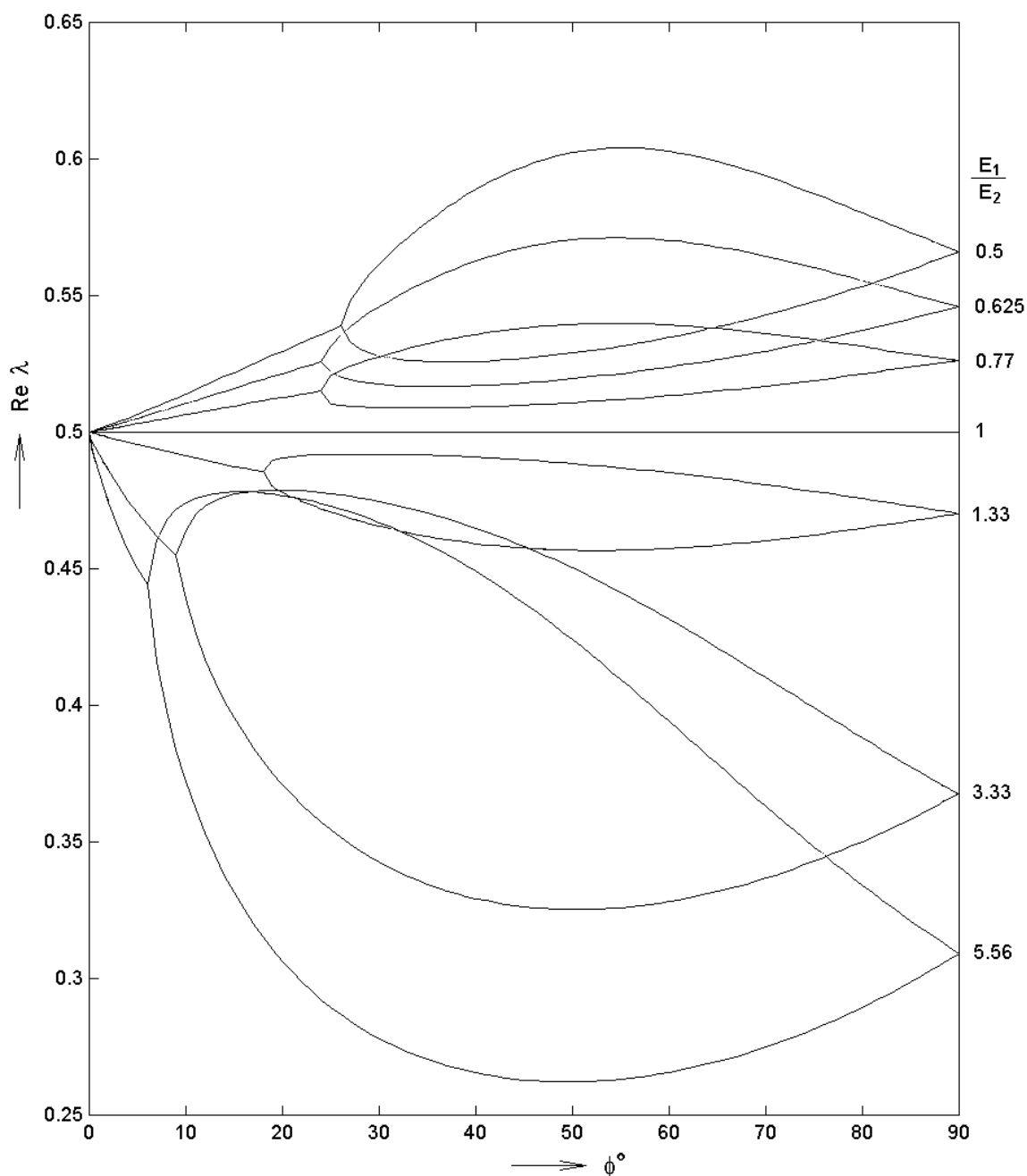
$$f(\phi, \alpha, \beta, \lambda) = 0. \quad (4.2)$$

Řešení této rovnice je pro výpočet pole napětí klíčové. Velikost zobecněných součinitelů napětí z analytického řešení stanovit nelze.

Vlastní řešení λ může být obecně komplexní. Na obr. 3 pocházejícím z mé práce [20] je zobrazena reálná část řešení λ v intervalu $0 < \lambda < 1$, pro různé poměry modulů pružnosti v tahu obou materiálů a různé úhly ϕ , které svírá trhlina s bi-materiálovým rozhraním.

V případě, že je trhlina kolmá k bi-materiálovému rozhraní ($\phi = 90^\circ$), existuje pouze jedno reálné řešení λ pro danou kombinaci E_1, E_2 (moduly pružnosti v tahu) a ν_1, ν_2 (Poissonova čísla), respektive α, β . Potom bude napětí v okolí vrcholu trhliny popsáno pouze první částí výrazu (4.1) s členem H_1 . V případě $\phi = 0^\circ$, tj. trhlina leží v bi-materiálovém rozhraní, je reálná část $\lambda = 0,5$ a komplexní část řešení je závislá na aktuální kombinaci elastických konstant obou materiálů. V intervalu $0 < \phi < 90^\circ$ je možné nalézt jedno nebo dvě řešení λ . Pro malé úhly ϕ (viz obr. 3) je pro λ

známo jedno komplexně sdružené řešení v daném intervalu, pro ostatní úhly ϕ pak dvě reálná řešení, např. [4].

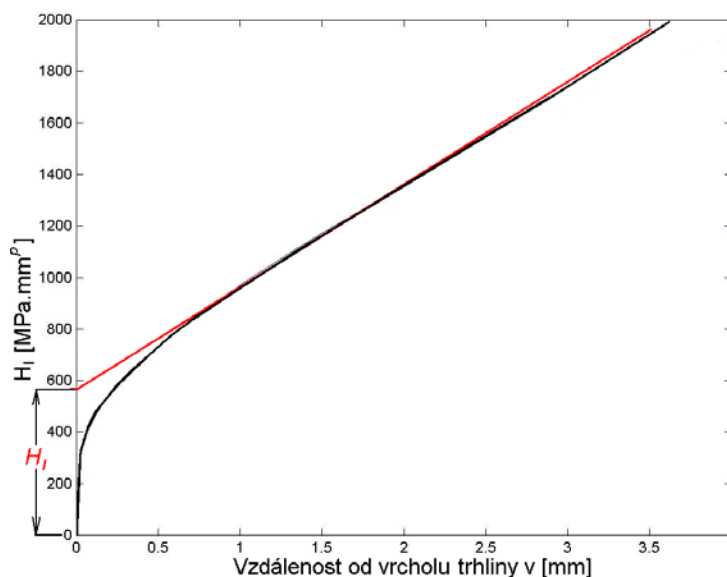


Obr. 3. Reálná část λ v závislosti na orientaci trhliny vůči bi-materiálovému rozhraní danou úhlem ϕ , pro vybrané poměry modulů pružnosti v tahu. Výpočet byl proveden pro případ rovinné deformace a $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$.

4.1 STANOVENÍ ZOBECNĚNÉHO SOUČiniteLE INTENSITY NAPĚTÍ

Ke stanovení hodnot zobecněného součinitele intensity napětí je možné použít tzv. **přímé metody**. Ta spočívá v určení součinitele intensity napětí z definice, tj. porovnáním numerických řešení a řešení z definičních vztahů. Na základě výpočtu

MKP zjistíme rozdělení napětí a posunutí před vrcholem trhliny. Zobecněný součinitel intenzity napětí H_I pak určíme porovnáním vypočtených hodnot z MKP s analytickým řešením.



Obr. 4. Určení zobecněného součinitele intenzity napětí extrapolací přímoú metodou.

V okolí vrcholu trhliny jsou hodnoty posuvů, resp. napětí zatíženy největší chybou, proto se pro danou síť stanovuje optimální odhad hodnot součinitele intenzity napětí obvykle extrapolací lineární části závislosti $H_I = H_I(r)$ v blízkosti vrcholu trhliny do bodu $r = 0$ (tj. vrcholu trhliny viz obr. 4).

Uvedený postup je možno použít pro určení zobecněného součinitele intenzity napětí, předpokládáme-li pouze jednu singularitu napětí pro tento případ.

Je zřejmé, že takový postup vyžaduje speciální volbu sítě MKP. V oblastech s velkým gradientem napětí, tj. zejména v okolí vrcholu trhliny je nutno volit velikost elementů mnohem menší než je charakteristický rozměr trhliny. Výhodou tohoto postupu je, že lze pro stanovení součinitele intenzity napětí využít standardních systémů MKP bez jakýchkoliv úprav. Na druhé straně vyžaduje přesnější výpočet poměrně hustou síť v okolí vrcholu trhliny a tím se prodlužuje i čas výpočtu.

Popsaný postup je vhodný pro případ existence pouze jedné singularity napětí, např. pro trhlinu kolmoú k bi-materiálovému rozhraní, nebo v případě kdy je jedna singularita napětí výrazně silnější než druhá. V případě, že uvažujeme trhlinu obecně orientovanou k bi-materiálovému rozhraní a nechceme, nebo nemůžeme zanedbat jednu z existující singularit, popisujeme napětí v okolí vrcholu trhliny pomocí vztahu (4.1).

Protože napjatost je popsána kombinací H_1 a H_2 , je zapotřebí k jejich určení dvou rovnic. Použijeme některou ze složek napětí, např. složku $\sigma_{\theta\theta}$. Pomocí MKP určíme velikost vybrané složky napětí v závislosti na vzdálenosti r od vrcholu trhliny pro

dva různé úhly δ_1, δ_2 . S využitím znalosti analytického rozdělení napětí a numerického řešení řešíme soustavu:

$$\begin{bmatrix} r^{-p_1} f_{\theta\theta 1}(\phi, \alpha, \beta, \lambda_1, \delta_1) \cdot (2\pi)^{-1/2} & r^{-p_2} f_{\theta\theta 2}(\phi, \alpha, \beta, \lambda_2, \delta_1) \cdot (2\pi)^{-1/2} \\ r^{-p_1} f_{\theta\theta 1}(\phi, \alpha, \beta, \lambda_1, \delta_2) \cdot (2\pi)^{-1/2} & r^{-p_2} f_{\theta\theta 2}(\phi, \alpha, \beta, \lambda_2, \delta_2) \cdot (2\pi)^{-1/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\theta\theta}(r, \delta_1) \\ \sigma_{\theta\theta}(r, \delta_2) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

a následnou extrapolací pro $r \rightarrow 0$ určíme i hledané zobecněné součinitele intenzity napětí H_1 a H_2 .

Pro určení zobecněného součinitele intenzity napětí existují i jiné postupy, například integrální přístup popsáný např. v pracích [5], [6], [29], [30], [31]. Jak přímé metody, tak integrální přístup spolu korespondují. Vzájemné srovnání obou přístupů lze nalézt v práci [6].

5 FORMULACE KRITERIA STABILITY PRO TRHLINU S VRCHOLEM NA BI-MATERIÁLOVÉM ROZHRAŇÍ

Lomová mechanika vychází při analýze chování těles s trhlinami z předpokladu, podle kterého je pro chování trhliny rozhodující rozdělení napětí v oblasti blízko okolí jejího vrcholu (pro $r \rightarrow 0$). V rámci LELM je rozdělení napětí pro zadané okrajové podmínky (geometrie, zatěžování) jednoznačně dáno hodnotami součinitelů intenzity napětí K_I , K_{II} a K_{III} . V LELM lze pak definovat další lomově-mechanické parametry, které určují chování trhliny (např. hnací sílu trhliny G , J -integrál). Srovnáním těchto parametrů s jejich kritickými hodnotami (které jsou chápány jako materiálové konstanty) lze pak stanovit podmínky stability (lomová kritéria) pro trhlínu. Jako příklad lze uvést K_{IC} kritérium pro křehký lom ve tvaru (omezíme se na normálové namáhání)

$$K_I(a, F_{appl}) < K_{IC}, \quad (5.1)$$

kde K_{IC} je lomová houževnatost, a délka trhliny a F_{appl} aplikované zatížení. Analogicky lze pro homogenní těleso formulovat kritéria stability pomocí hnací síly trhliny G , příp. J -integrálu.

Trhlína s vrcholem na rozhraní dvou různých elastických materiálů představuje obecný singulární koncentrátor napětí. Abychom mohli formulovat kritérium stability pro tento případ, budeme v dalším předpokládat, že trhlína se bude v druhém materiálu M2 šířit stejným mechanismem jako se v tomto materiálu šíří v případě homogenního prostředí. Tento předpoklad je přijatelný, neboť v obou případech se jedná o singulární koncentrátoři napětí a o jejich chování rozhodují veličiny odvozené pomocí středních hodnot složek napětí v určité (malé) oblasti v jejich okolí. Je tedy i v tomto případě pro šíření trhliny rozhodující hodnota lomové houževnatosti K_{IC} pro materiál M2. Je však zřejmé, že v tomto případě

nelze přímo použít kritéria typu (5.1) a to již i proto, že rozměry zobecněného součinitele intenzity napětí H a lomové houževnatost K_{IC} nejsou stejné.

Kriteriem stability (lomovým kritériem) obecného singulárního koncentrátoru napětí (s exponentem singularity různým od $\frac{1}{2}$) rozumíme podmínky, které určují, kdy se z koncentrátoru začne šířit (případně je zde iniciována) trhlina. V našem modelu se jedná o nespojitý proces, exponent singularity se v případě dalšího šíření trhliny z rozhraní do druhého materiálu mění skokem na hodnotu $\frac{1}{2}$, odpovídající homogennímu prostředí. V důsledku této skutečnosti nelze např. definovat hnací sílu trhliny G , která má nulovou hodnotu pro exponent singularity $p < \frac{1}{2}$ a konverguje k nekonečnu pro $p > \frac{1}{2}$, viz práce [13].

5.1 POSTUP PŘI FORMULACI KRITÉRIA STABILITY

V této části předpokládejme pro jednoduchost pouze normálový mód namáhání (pro stručnost a přehlednost nebudeme používat index I, tj. $K = K_I$ apod.)

Postup při formulaci kritéria stability obecných singulárních koncentrátorů napětí lze založit na porovnání hodnot veličiny s jednoznačným fyzikálním významem, kterou určíme v případě trhliny v homogenním materiálu a v případě obecného koncentrátoru. Označme takovou veličinu L a předpokládejme, že ji můžeme stanovit (výpočtem) jako funkci proměnných, které jsou pro studovaný mechanismus porušení rozhodující, tj. např. materiálových charakteristik, geometrie a zatížení tělesa, lomově-mechanických parametrů trhliny (včetně součinitelů intenzity napětí) apod. V případě trhliny v homogenním materiálu je L zejména funkcí součinitele intenzity napětí K , tj. $L = L(\dots, K, \dots)$. Obdobně v případě obecného koncentrátoru napětí bude tatáž veličina záviset na hodnotě zobecněného součinitele intenzity napětí H , tj. $L = L(\dots, H, \dots)$. Předpokládáme-li v obou případech stejný mechanismus porušení, budou mít v okamžiku porušení stability kritické hodnoty L_C veličiny L stejnou velikost jak v případě trhliny, tak i v případě obecného singulárního koncentrátoru napětí, tj.

$$L_C(\dots, K_C, \dots) = L_C(\dots, H_C, \dots), \quad (5.2)$$

kde H_C je kritická hodnota zobecněného součinitele intenzity napětí (zobecněná lomová houževnatost). Z rovnice (5.2) pak určíme relaci mezi H_C a K_C a kritérium stability pro obecný singulární koncentrátor napětí můžeme napsat ve tvaru

$$H(\sigma_{appl}) < H_C(K_C). \quad (5.3)$$

Uvedený postup je obecný a nezávisí na typu koncentrátoru napětí, např. [11]. Volba veličiny L závisí však na předpokládaném mechanismu šíření trhliny. Např. pro štěpný lom předpokládáme, že veličina L představuje střední hodnotu složky napětí $\sigma_{\theta\theta}$ v určité oblasti před vrcholem koncentrátoru napětí, v případě šíření únavových trhlin je výhodné použít jako veličinu L parametry plastické zóny v okolí vrcholu koncentrátoru případně hustotu deformační energie. Tato veličina je

výhodná i v případě, kdy se jedná o kombinovaný mód namáhání a umožňuje nám stanovit i směr šířící se trhliny. V případě, kdy je mechanismus silněji ovlivněn plastickými deformacemi je vhodné použít jako L otevření trhliny apod.

Uvedený postup je fenomenologický, zobecňuje přístup LELM na defekty netrhlínového charakteru a může být použit pro řešení celé řady praktických problémů. Výhodou tohoto postupu je i skutečnost, že pro jeho aplikaci není nutno experimentálně určovat žádné nové materiálové konstanty. Vzhledem ke komplikovanému rozměru veličiny H , $[H] = \text{MPa}\cdot\text{m}^p$, je však nutno kritické hodnoty zobecněného faktoru intenzity napětí H přepočítat na jinou veličinu, např. kritické napětí σ_{crit} .

Tento princip byl použit i při formulaci kritérií stability trhliny s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů a dalších postupech, jenž jsou popsány v následujících kapitolách.

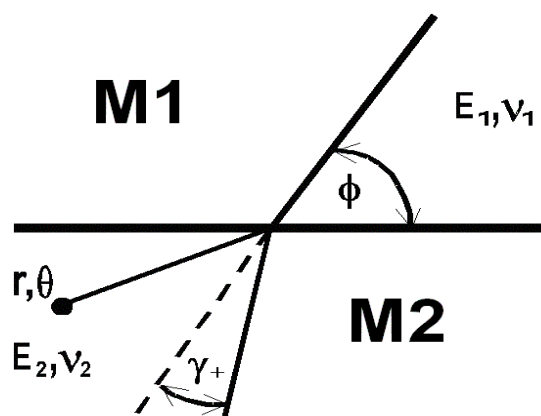
Poznamenejme dále, že při aplikaci tohoto postupu vystupuje ve výsledných vztazích parametr, který má rozměr délky a který souvisí s mechanismem porušení. Jeho stanovení, případně volba jeho velikosti může být v některých případech problematická. Další omezení uvedeného postupu vycházejí z předpokladů o vlastnostech rozhraní a z aplikace předpokladů lineární elastické teorie pružnosti izotropního prostředí.

6 KRITERIUM STABILITY ZALOŽENÉ NA KONCEPCI ZOBECNĚNÉHO FAKTORU HUSTOTY DEFORMAČNÍ ENERGIE

Jedním z používaných kritérií LELM je Sihova koncepce hustoty deformační energie, respektive faktoru hustoty deformační energie. Výhodou této koncepce je možnost odhadu směru dalšího šíření trhliny. Na jejím základě bylo postaveno i kritérium stability obecného singulárního koncentrátoru napětí popsané v dalším textu.

6.1 ZOBECNĚNÝ FAKTOR HUSTOTY DEFORMAČNÍ ENERGIE

Faktor hustoty deformační energie S byl původně odvozen Sihem např. [32], [33], [34], pro trhliny v homogenních materiálech. V dalším uvedme modifikaci Sihova zobecněného faktoru hustoty deformační energie Σ pro trhlínu s vrcholem na rozhraní, respektive pro obecný singulární koncentrátor napětí.



Obr. 5. Trhlina s vrcholem na rozhraní dvou materiálů, orientovaná pod úhlem ϕ vzhledem k rozhraní. Směr dalšího šíření trhliny je dán úhlem γ .

Hustota deformační energie

Hustota deformační energie w je dána výrazem

$$w = \frac{dW}{dV} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (6.1)$$

kde σ_{ij} a ε_{ij} jsou odpovídající složky napětí a přetvoření, dV je objemový element. Omezíme-li se na rovinnou úlohu, tak w můžeme vyjádřit následovně (uvažujeme pouze materiál M2)

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{16\mu_2} \left[k(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2 \right], \quad (6.2)$$

kde pro stav rovinné deformace je $k = (1 - 2\nu_2)$ nebo $k = (1 - \nu_2)/(1 + \nu_2)$ pro stav rovinné napjatosti. μ_2 je modul pružnosti ve smyku a ν_2 je Poissonovo číslo materiálu M2.

Rozdělení hustoty deformační energie

Výraz pro hustotu deformační energie v okolí vrcholu trhliny můžeme vyjádřit substitucí vztahů pro složky napětí do (6.2). Poté dostaneme

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{r} \left[A_{11}H_1^2 + 2A_{12}H_1H_2 + A_{22}H_2^2 \right], \quad (6.3)$$

kde A_{11} , A_{12} a A_{22} jsou funkce polárního úhlu θ , kompozitních parametrů α, β , úhlu ϕ mezi trhlinou a rozhraním a vzdálenost r od vrcholu trhliny. H_1 a H_2 jsou hodnoty zobecněných součinitelů intenzity napětí (je použito značení arabskými

číslicemi, neboť oba dva součinitele intensity napětí v sobě zahrnují jak smykový, tak i normálový mód namáhání, které nejdou vzájemně odlišit a značení římskými číslicemi, jak je obvyklé u homogenních těles, by bylo v tomto případě zavádějící).

Faktor hustoty deformační energie

Výraz (6.3) můžeme napsat, podobně jako v homogenním případě ve formě

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{\Sigma(\alpha, \beta, \theta, \Phi, r)}{r}, \quad (6.4)$$

kde

$$\Sigma = (A_{11}H_1^2 + 2A_{12}H_1H_2 + A_{22}H_2^2). \quad (6.5)$$

Veličina Σ je zobecněný faktor hustoty deformační energie a je v dalším použita pro formulaci kriteriia stability. Na rozdíl od faktoru hustoty deformační energie pro homogenní tělesa S , je zobecněný faktor hustoty deformační energie Σ závislý na vzdálenosti r od vrcholu trhliny.

Poznamenejme, že v homogenním případě je $H_I = K_I$ a $H_{II} = K_{II}$ a

$$\Sigma = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_IK_{II} + a_{22}K_{II}^2 = S,$$

kde S je faktor hustoty deformační energie zavedený Sihem.

6.2 FORMULACE KRITERIA STABILITY

Teorie založená na koncepci hustoty deformační energie pro trhliny v homogenním materiálu (tj. pro exponent singularity $p = 1/2$) vychází ze dvou základních hypotéz o šíření trhliny:

- Trhlina se bude šířit ve směru, kde je hustota deformační energie S minimální.
- Kritická hodnota hustoty deformační energie $S = S_{cr}$ je určující pro její další šíření.

Poznamenejme, že S_{cr} je materiálová charakteristika a ve speciálních případech může být v relaci s lomovou houževnatostí materiálu K_{IC} .

Podobně jako pro trhlinu v homogenním tělese je za pomoci hustoty deformační energie definován zobecněný faktor hustoty deformační energie Σ pro trhlinu s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní (tj. pro exponent singularity $p \neq 1/2$). Opětovně, z první hypotézy můžeme odhadnout směr šíření trhliny ve druhém materiálu a z druhé počátek jejího šíření. Mimoto, předpokládáme-li, že přítomnost rozhraní ovlivní šíření trhliny do druhého materiálu pouze kvantitativně, a že mechanismus šíření bude stejný, obdržíme

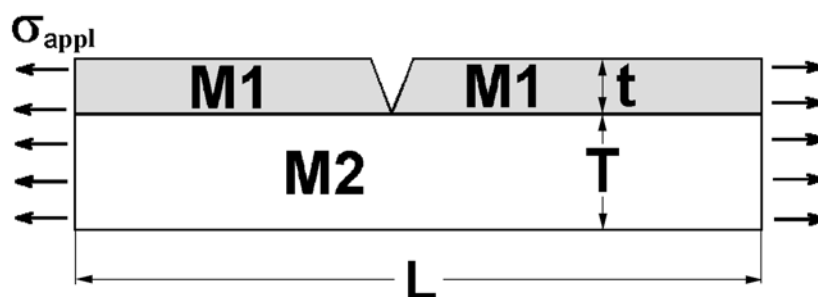
$$S_{cr} = \Sigma_{cr}(r), \quad (6.6)$$

kde r je neznámá vzdálenost od vrcholu trhliny, ve které kritérium aplikujeme. Podmínku stability potom můžeme zapsat ve formě

$$\Sigma < \Sigma_{cr}. \quad (6.7)$$

Aplikace kritéria stability (6.7) umožňuje odhad kritického napětí σ_{crit} , což bude učiněno dále v textu.

6.2.1 Kritérium stability pro normálový mód zatížení



Obr. 6. Trhlina kolmá na rozhraní dvou materiálů s vrcholem na tomto rozhraní. Aplikované napětí σ_{appl} působí rovnoběžně s rozhraním. Tato konfigurace odpovídá normálovému módu zatížení.

Uvažujeme-li trhlinu kolmou k bi-materiálovému rozhraní s vrcholem na tomto rozhraní a zatížení rovnoběžné s rozhraním, viz obr. 6., napětí v okolí vrcholu trhliny odpovídá normálovému módu zatížení a $H_2 = 0$. Trhlina se tedy bude dále šířit kolmo z rozhraní do druhého materiálu. V tomto případě pro exponent singularity p a danou kombinaci materiálů existuje v intervalu $(0,1)$ pouze jedno reálné řešení. Potom lze výraz (6.5) zapsat ve formě

$$\Sigma = A_{11} H_1^2. \quad (6.8)$$

Ze vztahu (6.7) plyne, že trhlina se bude dále šířit jestliže,

$$H_1 > H_{th}, \quad (6.9)$$

kde H_{th} je prahová hodnota zobecněného součinitele intenzity napětí pro normálový mód namáhání. Porovnáním vztahu (6.8) s následujícím vztahem platným pro homogenní případ

$$S_{cr} = K_{th}^2 \frac{1-2\nu}{4\mu}, \quad (6.10)$$

a za předpokladu, že $\theta=0$, získáme hledaný výraz pro H_{th}

$$H_{th} = f_{\alpha\beta} \frac{1}{2} r^{p-\frac{1}{2}} K_{th}, \quad (6.11)$$

kde $f_{\alpha\beta}$ je funkce elastických konstant obou materiálů a exponentu singularity napětí. Můžeme nyní určit i kritické napětí σ_{crit} , při kterém se trhлина začne šířit z rozhraní:

$$\sigma_{crit} = \frac{f_{\alpha\beta} \frac{1}{2}}{H_I (1 \text{ MPa})} r^{p-\frac{1}{2}} K_{th}. \quad (6.12)$$

Jestliže kritické napětí $\sigma_{crit} < \sigma_{appl}$, trhлина se bude šířit dále z rozhraní do druhého materiálu. Hodnota σ_{crit} závisí na geometrii a okrajových podmínkách, na kompozitních parametrech α a β , na úhlu ϕ , který svírá trhлина s rozhraním a na prahové hodnotě K_{th} materiálu M2. Na rozdíl od homogenního tělesa, je v tomto případě podmínka stability, a tudíž i velikost kritického napětí σ_{crit} , závislá na vzdálenosti r , ve které je podmínka aplikována.

Tuto vzdálenost je tedy třeba vhodným způsobem zvolit. Protože se pohybujeme v oblasti vysokocyklové únavy, ve které hraje významnou roli při šíření trhliny velikost plastické zóny před jejím vrcholem, zvolme tuto vzdálenost jako $r = r_p$.

6.2.2 Příklad aplikace

Uvažujme tahový bi-materiálový vzorek viz obr. 6, s trhlinou kolmou k bi-materiálovému rozhraní, zatížený $\sigma_{appl} = 300$ MPa. K výpočtu σ_{crit} bylo použito zobecněného faktoru hustoty deformační energie a vztahu (6.12). Jako vzdálenost r , ve které kriterium aplikujeme, byla zvolena velikost plastické zóny před vrcholem trhliny, tedy $r = r_p$. Výsledné hodnoty kritického napětí, při kterém se trhliny začne šířit z rozhraní do materiálu M2 jsou uvedeny v tabulce 1.

E_1/E_2	σ_{crit} [MPa]
0,2	154
0,5	106
1,0	80
2,0	55
5,0	43

Tabulka 1. Kritická napětí pro trhlinu kolmou k bi-materiálovému rozhraní určená dle vztahu (6.12).

6.3 KRITERIUM STABILITY OBECNÉHO SINGULÁRNÍHO KONCENTRÁTORU NAPĚTÍ

Máme-li obecný singulární koncentrátor napětí (např. trhlina s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní, V-vrub, V-vrub s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní), a uvažujeme-li obě singularitu napětí, jež se v těchto případech obecně mohou vyskytnout, je rozdělení napětí v okolí takového koncentrátoru dáno vztahem (4.1). Pro případ existence dvou singularit napětí je výhodné použít kritéria stability popsaného v kapitole 6.2.

Stanovení hodnoty σ_{crit}

Protože nemůžeme hodnotu Σ_{cr} stanovit přímo, budeme předpokládat, že trhlina se začne šířit z rozhraní v okamžiku, kdy zobecněný faktor hustoty deformační energie dosáhne hodnoty S_{cr} , určené pro homogenní případ (materiál M2), neboť mechanismus šíření trhliny předpokládáme v obou případech stejný, tedy

$$\Sigma_{cr}(r) = S_{cr}. \quad (6.13)$$

Kritické napětí poté určíme následovně:

$$\sigma_{crit} = \frac{\Sigma_{cr}}{\Sigma(1\text{MPa})} \cdot 1[\text{MPa}], \quad (6.14)$$

kde $\Sigma(1\text{MPa})$ je Σ určený pro $\sigma_{appl}=1$ MPa a násobení 1 [MPa] je čistě formální.

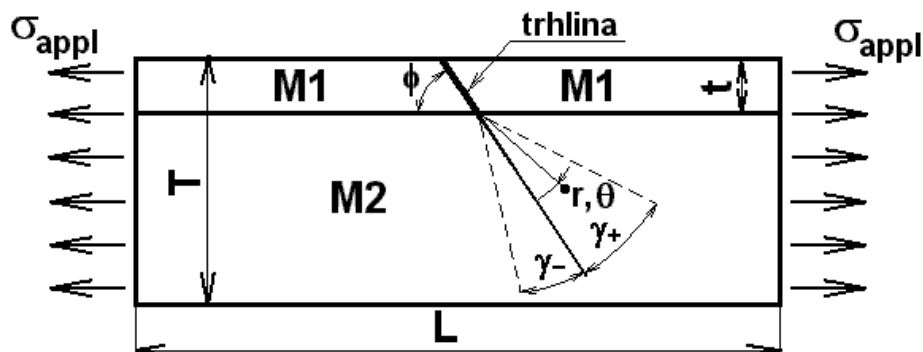
Poznamenejme, že takto formulované kritérium stability a kritické napětí, lze použít nejen pro případ trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní, ale i pro případ jakéhokoliv singulárního koncentrátoru napětí, např. ostrý V-vrub.

Trhlina se potom bude šířit ve směru ve kterém minimální hodnota Σ dosáhla kritické hodnoty Σ_{cr} .

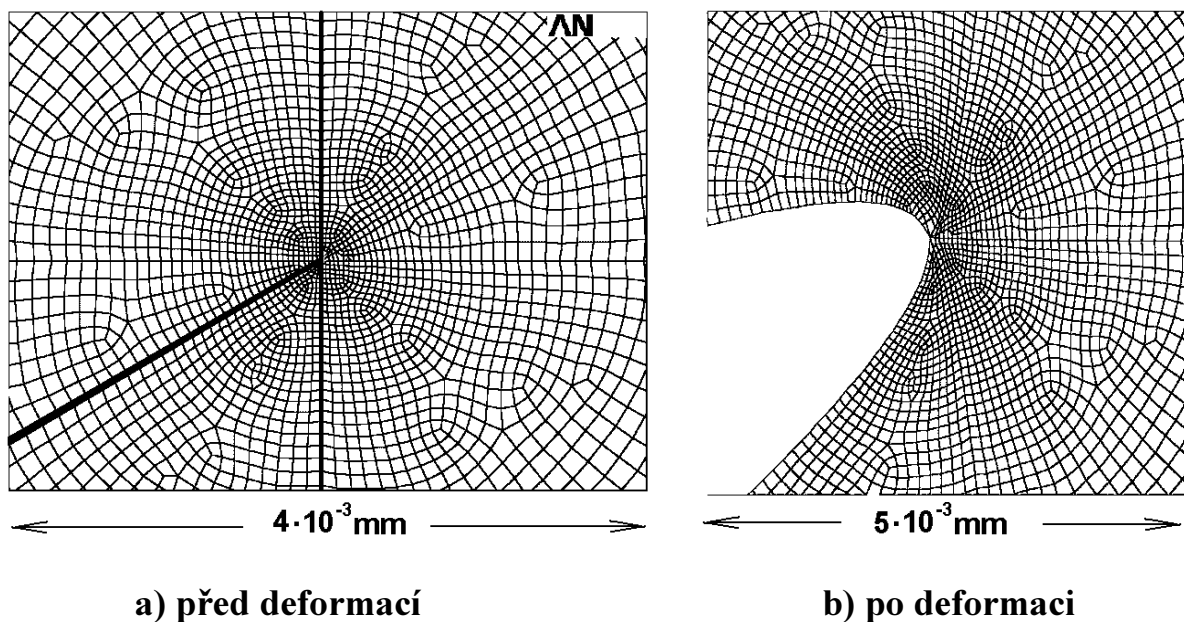
6.3.1 Příklad aplikace

Jako numerický případ ilustrující výše uvedený postup byl proveden výpočet kritického napětí σ_{crit} a úhlu dalšího šíření trhliny γ z bi-materiálového rozhraní v nehomogenním vzorku dle obr. 7. Napjatost v okolí vrcholu trhliny byla stanovena metodou konečných prvků. Pro výpočet byl použit standardní systém MKP ANSYS. Vzhledem k typu úlohy (odhad velikosti a charakteristik napětí v případě singulárního rozložení napětí) byla značná pozornost věnována volbě sítě MKP v okolí vrcholu trhliny (viz obr. 8). Výsledné hodnoty kritického napětí σ_{crit} , úhlu dalšího šíření trhliny z rozhraní, hodnoty zobecněných součinitelů intenzity napětí i příslušné exponenty singularity napětí jsou v závislosti na materiálových parametrech (poměru modulů pružnosti v tahu obou materiálů) a úhlu, který svírá

trhlina s rozhraním uvedeny v tabulce 2. Vnější namáhání bylo voleno $\sigma_{appl} = 100$ MPa. Neuvažuje se šíření trhliny podél rozhraní. Ve všech případech bylo zvoleno $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, $E_2 = 2 \cdot 10^5$ MPa, prahová hodnota součinitele intenzity napětí materiálu M2 $K_{th} = 6,42$ MPa.m^{1/2} a mez kluzu materiálu M2 $\sigma_o = 800$ MPa.



Obr. 7. Model bi-materiálového tělesa a zvolený souřadný systém ve vrcholu trhliny ležícím na rozhraní dvou elastických materiálů. Pro výpočty bylo zvoleno: $T = 15$ mm, $t = 1$ mm, $L = 60$ mm.



Obr. 8. Ukázka zjemnění sítě v okolí vrcholu trhliny. a) před deformací – rozhraní mezi materiály je naznačeno svislou silnou čarou, trhlina šikmou silnou čarou, b) po deformaci.

Výpočet zobecněného faktoru hustoty deformační energie pro nehomogenní případ ($E_1 \neq E_2$) byl proveden dle vztahu (6.5). Jelikož je Σ veličina závislá na vzdálenosti r od vrcholu trhliny, byly příslušné výpočty provedeny pro r odpovídající velikosti plastické zóny před čelem trhliny r_p , pro $r = 1000 \cdot r_p$ a pro $r = 1$ m. Příslušné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2. Tabulka 2a obsahuje hodnoty vypočítané pro homogenní případ.

Tabulka 2. Vypočítané hodnoty.

$E_1/E_2 = 1$					
ϕ	90°	80°	70°	60°	50°
K_I [MPa.m ^{1/2}]	6,40	6,35	6,09	5,68	5,13
K_{II} [MPa.m ^{1/2}]	0,00	0,69	1,33	1,88	2,32
S [N/m]	130,76	128,65	123,00	114,56	103,46
σ_{crit} [MPa]	100,0	101,4	106,3	114,1	126,4
γ [°]	0	-12	-22	-29	-36

2a. Vypočítané hodnoty pro homogenní případ.

$E_1/E_2 = 0,5$					
ϕ	90°	80°	70°	60°	50°
p_1	0,4353	0,4466	0,4572	0,4654	0,4711
p_2	0,4325	0,4198	0,4063	0,3973	0,3977
H_1 [MPa.m ^{p₁}]	2,473	2,594	2,674	2,708	2,723
H_2 [MPa.m ^{p₂}]	2,439	2,246	1,952	1,557	1,052
$r = 1$					
Σ [N/m]	97,52	95,10	88,31	76,95	61,00
σ_{crit} [MPa]	134,1	137,5	148,1	169,9	214,4
γ [°]	-1	-13	-22	-29	-32
$r = r_p * 1000$					
r [m]	6,5E-04	7E-04	7,5E-04	0,8E-04	0,85E-04
Σ [N/m]	36,96	36,46	34,35	31,04	27,00
σ_{crit} [MPa]	353,8	358,6	380,6	421,2	484,3
γ [°]	0	-6	-11	-16	-19
$r = r_p$					
r [m]	6,5E-07	7E-07	7,5E-07	8E-07	8,5E-07
Σ [N/m]	14,84	15,14	15,70	16,24	16,46
σ_{crit} [MPa]	881,1	863,6	832,8	805,1	794,4
γ [°]	0	2	4	5	5

2b. Vypočítané hodnoty pro $E_1/E_2 = 0,5$.

$E_1/E_2 = 2$					
ϕ	90°	80°	70°	60°	50°
p_1	0,5758	0,5864	0,5960	0,6022	0,6039
p_2	0,5732	0,5616	0,5488	0,5373	0,5280
H_1 [MPa.m ^{p_1}]	3,912	3,006	2,111	1,388	0,854
H_2 [MPa.m ^{p_2}]	4,117	4,863	5,483	5,749	5,848
$r = 1$					
Σ [N/m]	147,41	143,88	140,82	132,79	125,23
σ_{crit} [MPa]	88,7	90,9	92,7	98,4	104,4
γ [°]	1	10	17	19	19
$r = r_p * 1000$					
r [m]	4,40E-03	6,00E-03	8,00E-03	1,00E-02	1,65E-02
Σ [N/m]	330,49	304,58	253,11	205,50	165,17
σ_{crit} [MPa]	39,5	44,0	51,7	63,6	79,2
γ [°]	1	4	8	10	11
$r = r_p$					
r [m]	4,40E-06	6,00E-06	8,00E-06	1,00E-05	1,65E-05
Σ [N/m]	925,00	809,02	635,72	455,63	308,71
σ_{crit} [MPa]	14,1	16,2	20,6	28,7	42,4
γ [°]	0	-5	-8	-11	-11

2c. Vypočítané hodnoty pro $E_1/E_2 = 2$.

6.4 SHRNU TÍ

Bylo studováno chování trhliny s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů v rámci jednoparametrové LELM a stanoveny podmínky, které určují, za jakých podmínek se trhlina bude šířit z rozhraní do druhého materiálu.

V případě konfigurace trhliny s vrcholem na rozhraní je pole napětí v okolí jejího vrcholu popsáno obecně pomocí dvou singulárních členů s exponenty singularity $0 < p_2 \leq p_1 < 1$. Konstanty úměrnosti u obou těchto singulárních členů jsou v tomto případě úměrné zobecněným součinitelům intensity napětí H_1 a H_2 . Na rozdíl od trhliny v homogenním materiálu, nelze obecně v tomto případě jednotlivé módy namáhání explicitně odlišit. Existence dvou singularit napětí a skutečnost, že odpovídající exponenty singularity jsou různé od $1/2$ znemožňuje formulaci kritéria stability na základě postupů konvenční LELM.

Lomově-mechanický popis trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů vyžaduje obecně výpočet pole napětí v okolí vrcholu trhliny s ohledem na orientaci trhliny vzhledem k rozhraní a formulaci podmínky stability pro singulární koncentrátor napětí s obecnou hodnotou exponentu singularity. Zde bylo pro formulaci kritéria stability použito Sihovo kritérium hustoty deformační energie.

Byl zobrazen Sifův faktor hustoty deformační energie pro studovanou konfiguraci. Na základě tohoto zobrazení byly formulovány podmínky určující směr šíření trhliny do druhého materiálu a podmínky její stability.

7 DISKUSE

V rámci platnosti LELM byla v práci navržena obecná kritéria stability trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní, určeno kritické napětí, při jehož dosažení se trhlina začne dále šířit z rozhraní do druhého materiálu a postup umožňující určit vliv bi-materiálového rozhraní na rychlost šíření únavové trhliny.

S tímto cílem byla provedena kompletní napěťová analýza trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní, tedy:

- z analytického řešení byly určeny odpovídající hodnoty exponentů singularity napětí a
- za pomoci numerických metod určeny velikosti zobecněných součinitelů intenzity napětí.

Byl popsán způsob určení příčných exponentů singularity, vycházející z Williamsova řešení, který je pro řešení podobných problémů v publikovaných pracích často používán.

Je ukázáno, že pro velký rozsah úhlů ϕ , který svírá trhlina s rozhraním, existují na intervalu (0;1) dva reálné exponenty singularity napětí a tedy i dva zobecněné součinitele intenzity napětí příslušející ke každému exponentu singularity. Pro trhlinu kolmou k rozhraní existuje pouze jediný reálný exponent singularity na uvedeném intervalu, a pro malé úhly ϕ jeden komplexní exponent singularity napětí.

K určení zobecněného součinitele intenzity napětí byl v této práci použit standardní systém MKP ANSYS. K jeho určení jde použít i jakýkoliv jiný běžně používaný komerční systém MKP, např. Abaqus, MARC, Nastran apod. Byl ukázán postup jeho určení, i v případě existence dvou singularit napětí.

Dále byla použita zejména přímá metoda určení zobecněného součinitele intenzity napětí. Její výhodou je relativní snadnost použití a softwarová nenáročnost. K výpočtům se dá s úspěchem použít (byť s trochou nepohodlí) i jakýkoliv běžný tabulkový procesor, např. Excel. (pozn. autorem byl používán matematický software MATLAB). Nevýhodou je subjektivita při extrapolaci výsledků, kdy může dojít (zejména při velkých rozdílech elastických konstant, nebo malém úhlu mezi trhlinou a rozhraním) k většímu rozptylu při odhadech hodnot zobecněného součinitele intenzity napětí. Tento postup tedy vyžaduje od výpočtáře určitou zkušenost a znalost problematiky, při extrapolaci zobecněných součinitelů intenzity napětí.

Rozptylu hodnot vzniklých při extrapolaci zobecněných součinitelů intenzity napětí se dá zabránit použitím integrační metody. Její výhodou je přesnost

vypočítaných hodnot a nezátíženost subjektivním pohledem a zkušenostmi výpočtáře, nevýhodou pak nutnost použití speciálního softwaru.

Navržená kritéria stability byla založena na dvou základních principech určujících chování trhliny:

- parametru charakterizujícího plastickou zónu před čelem trhliny: velikost, resp. plocha plastické zóny,
- energetickém: zobecněný faktor hustoty deformační energie.

Srovnání obou těchto přístupů pro trhlinu kolmou k bi-materiálovému rozhraní je uvedeno v tabulce 3.

Z ní je vidět, že obě navržená kritéria poskytují podobné hodnoty kritického napětí σ_{crit} . K většímu rozdílu hodnot došlo až v případě velkého rozdílu poměru modulů pružnosti v tahu, pro poměr $E_1/E_2 = 5$.

Obecně z tabulky 3 plyne, že šíří-li se trhlina z méně tuhému materiálu (E_1) do materiálu více tuhému (E_2) velikost napětí nutného pro její další šíření přes bi-materiálové rozhraní vzroste a poklesne rychlost šíření trhliny, za předpokladu vysokocyklové únavy. Toto je velmi významný fakt, neboť může dojít k situaci, že velikost vnějšího napětí bude nižší než napětí kritické $\sigma_{appl} < \sigma_{crit}$ a šířící se trhlina se na bi-materiálovém rozhraní zastaví a nebude se dále šířit do druhého materiálu. Tento jev by se dal s výhodou použít např. pro zlepšení odolnosti proti únavovému poškození kompozitních materiálů.

E_1/E_2	$\sigma_{crit}^{R_p}$ [MPa]	σ_{crit}^{Σ} [MPa]
0,2	158	154
0,5	116	106
1,0	80	80
2,0	48	55
5,0	20	43

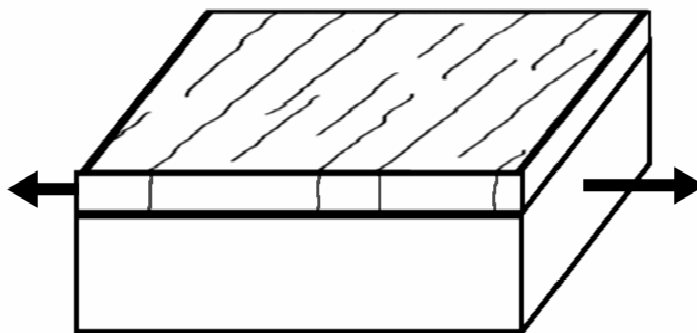
Tabulka 3. Srovnání hodnot kritických napětí. $\sigma_{crit}^{R_p}$ je hodnota určená výpočtem přes velikost plochy plastické zóny před vrcholem trhliny. Patříčný postup je popsán v autorových pracích, např. [26], [28]. σ_{crit}^{Σ} je napětí určené za pomoci zobecněného faktoru hustoty deformační energie dle vztahu (6.12).

Bude-li $E_1 > E_2$ poklesne hodnota σ_{crit} a zvýší se i rychlost šíření trhliny, což je kvalitativně v souladu s praxí.

V autorem publikovaných pracích, např. [27], byl studován i vliv Poissonových čísel na hodnoty H_I , resp. kritická napětí. Jejich vliv je ovšem značně menší než vliv modulů pružnosti v tahu, proto bylo pro porovnání různých materiálových konfigurací využito zejména různých poměrů E_1 / E_2 .

Kriteria stability založeného na velikosti plochy plastické zóny R_p je vhodné použít zejména pro případ trhliny kolmé k bi-materiálovému rozhraní a pro stanovení rychlosti šíření trhliny v takovémto případě. Výhodou je jeho nezávislost na místě použití, na rozdíl od kriteria založeného na zobecněném faktoru hustoty deformační energie. Nevýhodou pak jeho horší aplikovatelnost pro případ trhliny, jež svírá jiný než pravý úhel s rozhraním. Tato nevýhoda zcela zanikne u tenkých vrstev, např. ochranných povlaků, kde se trhliny (sítě trhlín viz obr. 9) šíří kolmo nebo téměř kolmo k bi-materiálovému rozhraní.

Použití kriterií založených na parametrech plastické zóny před vrcholem trhliny, lze s výhodou použít v případě, že existuje, nebo uvažujeme, pouze jednu singularitu napětí a předpokládáme jako dominantní normálový mód namáhání. Uvažujeme-li dvě singularitu napětí nebo smíšený mód zatížení, je třeba použít kriteria založeného na zobecněném faktoru hustoty deformační energie.

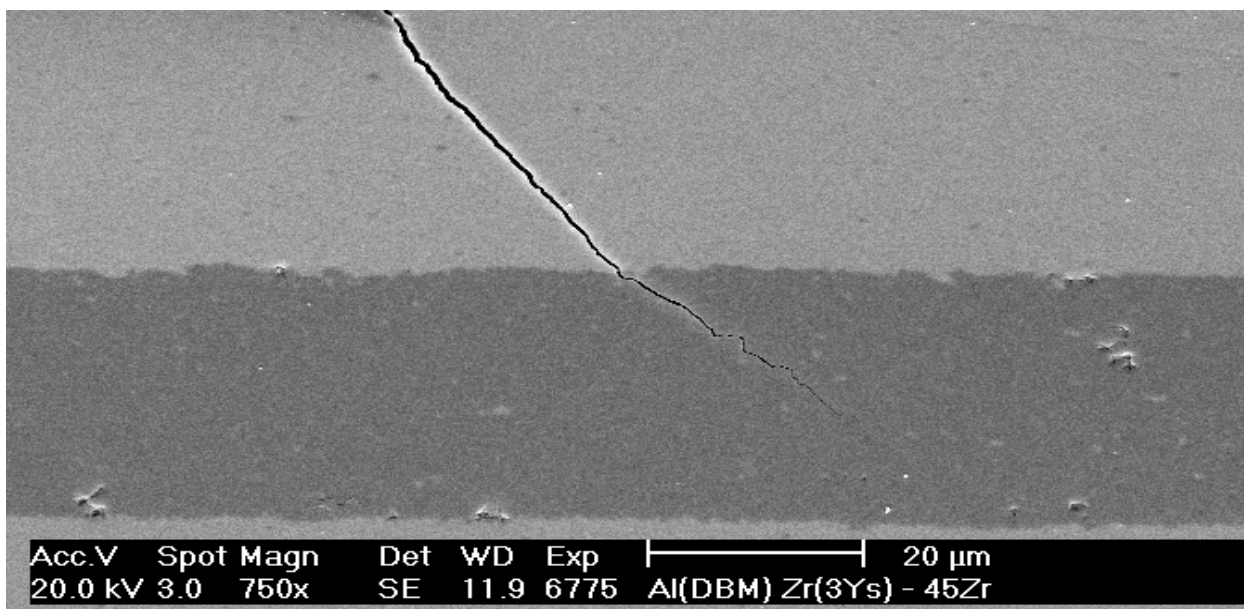


Obr. 9. Síť trhlín v povrchové vrstvě tahově namáhaného tělesa.

Kriterium založené na zobecněném faktoru hustoty deformační energie Σ je možné použít i v případech, kdy se trhliny více přiklání k bi-materiálovému rozhraní a pro zatížení smíšeným módem zatížení, tj. kombinací normálového (I) a smykového (II) módu. Další výhodou je možnost odhadu směru dalšího šíření trhliny po průchodu bi-materiálovým rozhraním a jeho použitelnost i pro jiné obecné singulární koncentrátory napětí než je trhlina s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní, např. pro ostrý V-vrub. Nevýhodná je jeho závislost na vzdálenosti r od vrcholu trhliny (singulárního koncentrátoru napětí), ve které toto kriterium aplikujeme.

Volbu vhodné vzdálenosti r (stačí určit pouze řádově, neboť závislost na ní není nikterak výrazná, viz tabulka 2), a potažmo i kvantitativní shodu obou kriterií stability, resp. hodnot kritických napětí, je nutno ověřit řadou časově a materiálově náročných cílených experimentů. Náročná je zejména příprava vhodných zkušebních vzorků, aby experiment mohl být dostatečně průkazný. Možnost provedení alespoň části potřebných experimentů a měření se v současné době rýsuje ve spolupráci s Ústavem materiálového inženýrství Fakulty strojního inženýrství VUT v Brně.

Na tomto pracovišti již byly v minulosti provedeny některé experimenty (viz obr. 10), jenž prokazují kvalitativní shodu s postupem navrženým v kapitole 8.4, týkající se změny směru šíření trhliny, po jejím průchodu bi-materiálovým rozhraním. Tato změna směru šíření trhliny je dobře viditelná na obrázku 10, kde se směr šíření trhliny mění po průchodu rozhraním ve vrstevnatém kompozitu $\text{Al}_2\text{O}_3 / \text{ZrO}_2$ připraveném elektroforetickou depozicí.



Obr. 10. Ukázka změny směru šíření trhliny po průchodu rozhraním ve vrstevnatém kompozitu $\text{Al}_2\text{O}_3 / \text{ZrO}_2$ připraveném elektroforetickou depozicí. ZrO_2 je světlejší a Al_2O_3 je tmavší fáze. Na obrázku je dobře vidět změna směru šíření trhliny po průchodu rozhraním, která se šíří z ZrO_2 do Al_2O_3 . Fotografie pochází z práce [7].

V příkladech aplikací uvedených kritérií stability a výpočtech kritických napětí byl uvažován zejména výpočet prahových hodnot zobecněného součinitele intenzity napětí, respektive napětí, při kterých se trhlina začne šířit z bi-materiálového rozhraní. Uvedené postupy lze ovšem stejným způsobem použít pro odhad hodnot H_{IC} , tedy hodnot zobecněné lomové houževnatosti.

Na závěr ještě poznamenejme, že všechna uvedená kritéria přejdou pro hodnotu exponentu singularity $p = 1/2$, v kritérium stability pro homogenní tělesa, ve tvaru, v jakém jsou známa z klasické LELM.

V práci nebyl uvažován vliv plasticity a anizotropie na sledované veličiny. Další výzkum by se proto mohl zaměřit právě tímto směrem. Bylo by zajímavé a účelné studovat například případ tvrdé ochranné vrstvy na houževnatém materiálu substrátu, ve kterém se může dobře rozvíjet plastická zóna. Toto je z praktického hlediska jistě potřebný a také častý případ. Stejně tak bude zajímavé sledovat vliv anizotropie na velikost kritických hodnot (H_{th} , σ_{crit}), neboť anizotropie je častá vlastnost jednotlivých fází (vrstev) kompozitních materiálů.

V práci je navrženo kritérium stability trhliny (obecného singulárního koncentrátoru napětí), které bere v úvahu existenci dvou typů singularit napětí, respektive dvou zobecněných součinitelů intensity napětí, které se mohou vyskytnout. Většina publikovaných prací se omezuje pouze na konstatování, že v popsáných případech existují dvě singularity, nicméně v dalším, autoři jednu (slabší) singularitu zanedbávají a dále se jí nevěnují. Cílem práce proto bylo vyplnit vzniklou mezeru a nevyhýbat se tomuto faktu. Proto byl stanoven postup určení patřičných zobecněných součinitelů intensity napětí. V dalším pak jejich znalosti využito k sestavení kritéria stability, jenž bere v potaz oba existující zobecněné součinitele intensity napětí, a které umožňuje určit podmínky, za jakých se trhlina bude dále šířit z bi-materiálového rozhraní do druhého materiálu, respektive odhadnout směr jejího dalšího šíření ve druhém materiálu.

8 ZÁVĚR

Hlavní získané výsledky práce lze shrnout takto:

- Na základě limitního analytického řešení pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů byla provedena analýza singulárních členů popisujících rozložení napětí v okolí vrcholu trhliny. Je ukázáno, že pro účely lomové mechaniky lze napětí popsat obecně pomocí dvou singulárních členů s exponenty singularity různými od $1/2$. Pro hodnoty p_1 a p_2 odpovídajících exponentů singularity byla sestavena a vyřešena charakteristická rovnice a to v závislosti na úhlu orientace trhliny vzhledem k rozhraní a materiálových parametrech obou prostředí. Každý singulární člen odpovídá kombinaci normálového a smykového namáhání. V obecném případě nelze jednotlivé módy namáhání od sebe oddělit.
- Napětí v okolí vrcholu trhliny je určeno dvěma hodnotami zobecněných součinitelů intensity napětí H_1 a H_2 . Je navržen postup výpočtu H_1 a H_2 přímou metodou na základě výsledků získaných metodou konečných prvků, respektive uveden postup jejich výpočtu integrální metodou.
- Na základě známých analytických vztahů pro rozdělení napětí v okolí vrcholu trhliny ležícím na rozhraní dvou materiálů byla vypracována metodika výpočtu zobecněného součinitele intensity napětí. Výpočet byl proveden metodou konečných prvků pomocí systému ANSYS. Byl analyzován vliv kompozitních materiálových parametrů na typ singularity napětí v uvedeném případě a provedena parametrická studie vlivu těchto parametrů na hodnoty exponentu singularity. Dále byl sestaven soubor programů, který umožňuje komplexní výpočet rozdělení napětí pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů v konečném tělese s předepsaným zatížením.
- Byl modifikován obecný postup, který umožňuje formulovat kritéria stability pro obecné singulární koncentrátory napětí pro řešení studované problematiky. Tento postup byl aplikován na případ únavové trhliny šířící se přes rozhraní

dvou materiálů, speciálně pak na případ únavové trhliny s vrcholem na tomto rozhraní.

- Na základě obecného postupu byla zformulována dvě kritéria stability založená jednak na parametrech plastické zóny před vrcholem trhliny a na energetickém principu, konkrétně modifikaci Sihova faktoru hustoty deformační energie.
- Byl stanoven kvantitativně vliv kompozitních parametrů na rychlost šíření únavové trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů a odpovídající prahové hodnoty pro její šíření do druhého materiálu.
- Byl zobecněn Sihův faktor hustoty deformační energie pro studovanou konfiguraci. Na základě tohoto zobecnění byly formulovány podmínky určující směr šíření trhliny do druhého materiálu a podmínky její stability. Je diskutováno použití těchto podmínek ve studovaném případě pro odhad kritického napětí nutného pro šíření trhliny z jednoho materiálu přes rozhraní do materiálu druhého.
- Na základě získaných výsledků, konkrétně modifikace Parisova-Erdoganova vztahu pro efektivní hodnotu součinitele intenzity napětí, lze analyzovat vliv materiálového rozhraní na únavovou zbytkovou životnost materiálově složených komponent.

Významným rysem uvedených postupů ať už pro určení prahových hodnot, kritických napětí či vlivu bi-materiálového rozhraní na rychlost šíření únavové trhliny je, že nevyžadují zavedení a měření žádných nových materiálových charakteristik a jsou postaveny na známých charakteristikách (např. K_{th} , konstanty m a C Parisova-Erdoganova vztahu) určených pro homogenní materiál.

Poznamenejme závěrem, že presentované výsledky mohou být zobecněny a použity pro popis lomově-mechanického chování obecných singulárních koncentrátorů napětí, zejména pak pro formulaci kritéria jejich stability a tím rozšiřují platnost a použitelnost konvenční LELM trhlín. Z praktického hlediska představují navržené postupy výsledky, které lze bezprostředně využít v lomové mechanice složených těles a kompozitů.

Výsledky obsažené v této práci byly dosaženy v rámci řešení grantů:

- GA ČR č. 106/01/0381 „Šíření únavových trhlín přes rozhraní dvou materiálů“
- GA AV č. K 2076106 „Role rozhraní dvou materiálů v lomové mechanice“
- GA ČR č. 106/99/1173 „Aplikace dvouparametrové lomové mechaniky na šíření únavových trhlín“
- GA ČR č.101/99/0829 „Mikromechanika a nefenomenologické konstitutivní modely kompozitů s křehkou maticí v podmínkách víceosého nízkocyklického tlakového zatěžování“

9 SUMMARY

The fatigue crack propagation near an interface of two elastic materials is analyzed under assumptions of linear elastic fracture mechanics (LEFM) and conditions for crack propagation from bi-material interface to material of substrate are formulated.

The stress distribution around a crack with the tip on the bi-material interface is, in general case, described by two singular terms with stress singularity exponents $0 < p_2, p_1 < 1$. The proportionality constants of these singular terms correspond to the generalized stress intensity factors H_1 and H_2 . In contrast to a crack in homogenous material, in this case the normal and shear modes of loading cannot be artificially separated. Moreover, in a particular case when the stress state is described by two dissimilar stress singularity exponents other than $1/2$, the two stress intensity factors generally exist. Therefore it is impossible to formulate the stability criteria on the basis of classical LEFM.

A methodology to determination of generalized stress intensity factors is formulated from the known analytical solution of the stress distribution near the crack tip terminating at the bi-material interface. The linear-elastic solver of finite element system ANSYS was used to obtain the nodal stresses and displacements.

The stability criteria based on plastic zone parameters and on energy density concept were proposed. The material dissimilarity was taken into account using the composite parameters. Subsequently, the influence of composite parameters on fatigue crack rate for a crack with the tip on bi-material interface was determined. The corresponding threshold values for a crack propagating into the material of substrate were introduced.

The Sih's factor of strain energy density was generalized to describe the conditions of crack stability and direction of crack propagation in material of substrate. Application of the stability criteria to assessment of critical stresses of crack propagation into the material of substrate is discussed here. On the basis of the obtained results, especially on modification of Paris-Erdogan law for effective value of stress intensity factor, it is possible to analyze the influence of the interface of two elastic materials on residual fatigue life of composite materials or bodies with protective layers.

The most important feature of the suggested procedures is that no new stability criteria are needed to assess the crack behaviour and so the algorithm as a whole use only the material characteristics pertaining to homogeneous body of substrate. The proposals and results introduced in this work can be generalized and used to description of fracture-mechanical behaviour of general stress concentrators. These properties broaden a validity and applicability of conventional linear elastic fracture mechanics of cracks. From practical point of view, the suggested procedures are general and can be used in considerations on the crack stability in composite materials, protective layers, etc.

10 LITERATURA

- [1] ANDERSON, T., L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Second Edition. CRC Press, 1995.
- [2] BOGY, D.B. On the Plane Elastostatic Problem of a Loaded Crack Terminating at a Material Interface. Journal of Applied Mechanics, pp. 911 – 918, December 1971.
- [3] DUNDURS, J. Elastic interaction of dislocation with inhomogeneities. Mathematical theory of dislocations, The American Society of Mechanical Engineers, New York, 1969.
- [4] FENNER, D.N. Stress singularities in composite materials with an arbitrarily oriented crack meeting an interface. International Journal of Fracture, Vol. 12, No. 5, pp. 705-721, October 1976.
- [5] GRÖGER, R. Integral methods for determination of fracture characteristics of the general stress concentrators. Sborník konference Aplikovaná mechanika 2002, TU Ostrava, str. 95 – 104, 2002.
- [6] GRÖGER, R., NÁHLÍK, L. Výpočty lomových parametrů obecných koncentrátorů napětí: II. Integrované formulace výpočtu lomových parametrů pro materiálově nehomogenní tělesa. Sborník semináře Únava a lomová mechanika 2002, Žinkovy, 2002.
- [7] HADRABA, H. Keramické vrstevnaté kompozitní materiály. Přednáška a sborník konference Juniormat 2001, FSI VUT v Brně, p. 52-54, 2001.
- [8] HE, M.Y., HUTCHINSON, J.W. Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials. International Journal of Solids Structures, Vol. 25, No. 9, pp. 1053-1067, 1989.
- [9] CHIANG, C. R. On the stress intensity factors of crack near an interface between two media. International Journal of Fracture 47, R55-R58, 1991.
- [10] KLESNIL, M., LUKÁŠ, P. Fatigue of Metallic Materials. Academia, Praha, 1992.
- [11] KLUSÁK, J. Lineární elastická lomová mechanika V-vrubu. Pojednání ke Státní doktorské zkoušce. FSI VUT v Brně, 2001.
- [12] KNĚSL, Z, KNÁPEK, A., BEDNÁŘ, K. Evaluation of the critical stress in bonded materials with a crack perpendicular to the interface. The Institute of Materials, London, 1998.
- [13] KNĚSL, Z. A criterion of V-notch stability. International Journal of Fracture, Vol. 48, R79 – 83, 1991.
- [14] KNĚSL, Z., KNÁPEK, A. Lomově – mechanický popis trhliny s vrcholem v bi-materiálovém rozhraní. Konference Inženýrská mechanika 96, str. 71-76, Svratka 1996.

- [15] KNĚSL, Z., ŠRÁMEK, A., KAĎOUREK, J., KROUPA, F. Stress concentration at the edges of coatings on tensile specimens. *Acta technica ČSAV*, No. 5, p. 574 – 593, 1991.
- [16] KNĚSL, Z. The application of the strain energy density concept to the determination of crack propagation direction initiated at a sharp notch tip. *Acta Technica ČSAV*, 38, p. 221 – 234, 1993.
- [17] LIN, K.Y., MAR, J. W. Finite element analysis of stress intensity factors for cracks at bi-material interface. *International Journal of Fracture*, Vol. 12, No. 4, pp. 521-531, August 1976.
- [18] MEGUID, S.A., TAN, M., ZHU, Z.H. Analysis of cracks perpendicular to bimaterial interfaces using a novel finite element. *International Journal of Fracture* 73, pp. 1-23, 1995.
- [19] MENČÍK, J. *Mechanics of components with treated or coated surfaces*. Kluwer Academic Publishers Dordrecht, Boston, London, 1996.
- [20] NÁHLÍK, L. Analýza rozdělení napětí pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů. Sborník pedagogicko-vědecké konference u příležitosti 100. výročí založení FSI, str. 221-224, Brno 2000.
- [21] NÁHLÍK, L. Determination of a crack propagation direction initiated at the bi-material interface. *Applied mechanics* 2001, pp.157-164, Nečtiny, 2001.
- [22] NÁHLÍK, L. Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů. Pojednání ke státní doktorské zkoušce. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2001.
- [23] NÁHLÍK, L., GRÖGER, R. Výpočty lomových parametrů obecných koncentrátorů napětí: III. Analýza rozdělení napětí V-vrubu s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů. Sborník semináře Únava a lomová mechanika 2002, Žinkovy, 2002.
- [24] NÁHLÍK, L., KNĚSL, Z. Estimation of the critical stress for failure of protective layers. CD sborník konference *Materials structure & micromechanics of fracture*, Brno 2001.
- [25] NÁHLÍK, L., KNĚSL, Z. Formulace podmínek křehkého porušení pro materiálově složená tělesa. Sborník konference *Inženýrská mechanika 2002*, Svratka, 2002.
- [26] NÁHLÍK, L., KNĚSL, Z. Influence of bi-material interface on the fatigue threshold value. Sborník konference *Inženýrská mechanika 2000*, Vol. IV, str. 31-36, Svratka 2000.
- [27] NÁHLÍK, L., KNĚSL, Z. Kritické napětí pro šíření trhlin v betonu. Sborník semináře *Problémy modelování*. FAST VŠB - TU Ostrava, str. 65 – 71, 2002.

- [28] NÁHLÍK, L., KNÉSL, Z., VRBKA, J. Propagation of a fatigue crack through a protective layer. Proceedings of conference Surface treatment 2001, pp. 181 –190, Sevilla 2001.
- [29] QIAN, Z.Q. On the evaluation of wedge corner stress intensity factors of bi-material joints with surface tractions. Computers and Structures 79, pp. 53 – 64, 2001.
- [30] QIAN, Z.Q., AKISANYA, A.R. Wedge corner stress behaviour of bonded dissimilar materials. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol. 32, pp. 209 – 222, 1999.
- [31] QUIAN, J., HASEBE, N. On the Technique of Shifting Side Nodes in Isoparametric Elements to Impose Arbitrary Singularity. Computers & Structures, 6, pp. 841 – 846, 1998.
- [32] SIH, G. C. A special theory of crack propagation, in Mechanics of Fracture, ed. G.C.Sih, Noordhoff Intern. Publishing, Leyden 1977.
- [33] SIH, G.C. Mechanics and physics of energy density theory. Theoretical and Applied Mechanics 4, pp. 157 - 173, 1985.
- [34] SIH, G.C. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. International Journal of Fracture, Vol. 10, No. 3, pp. 305 - 321, 1974.

11 SEZNAM AUTOROVÝCH PUBLIKACÍ

- (1) Náhlík, L. Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou materiálů. Diplomová práce FSI VUT v Brně, 1999.
- (2) Knésl, Z., Klusák, J., Náhlík, L. Šíření únavové trhliny v okolí rozhraní dvou materiálů. Konference Inženýrská mechanika 99, svazek 2, str. 367-372, Svratka 1999.
- (3) Náhlík, L., Seitl, S. Analýza rozdělení napětí pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů. Sborník konference Inženýrská mechanika 2000, str. 305 – 310, Liberec 2000.
- (4) Náhlík, L., Knésl, Z. Influence of bi-material interface on the fatigue threshold value. Sborník konference Inženýrská mechanika 2000, Vol. IV, str. 31-36, Svratka 2000. (v českém jazyce)
- (5) Náhlík, L., Knésl, Z. Analytická a numerická analýza napěťového pole v okolí trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů v případě kombinovaného namáhání. Sborník konference Výpočtová mechanika 2000, str. 291-298, Nečtiny 2000.
- (6) Knésl, Z., Náhlík, L., Vrbka, J. Grain fracture model: Influence of grain size and orientation. Fall 2000, Symposium Z, Multiscale Materials Modeling, abstract p. 495, Boston 2000.

- (7) Náhlík, L. Analýza rozdělení napětí pro trhlinu s vrcholem na rozhraní dvou materiálů. Sborník pedagogicko-vědecké konference u příležitosti 100. výročí založení FSI, str. 221-224, Brno 2000.
- (8) Knésl, Z., Náhlík, L., Keršner Z. Calculation of the critical stress in two-phase materials. Proceedings of the International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, pp. 737-744, Cape Town 2001.
- (9) Náhlík, L. Determination of a crack propagation direction initiated at the bi-material interface. Applied mechanics 2001, pp.157-164, Nečtiny, 2001. (v českém jazyce)
- (10) Náhlík, L., Knésl, Z. Influence of grain orientation on threshold values of short fatigue cracks. CD sborník konference Inženýrská mechanika 2001, Svratka 2001. (v českém jazyce)
- (11) Náhlík, L., Knésl, Z., Vrbka, J. Propagation of a fatigue crack through a protective layer. Proceedings of Conference Surface treatment 2001, Sevilla 2001.
- (12) Náhlík, L. Odhad kritického napětí pro poškození povrchové vrstvy. Sborník semináře Problémy lomové mechaniky, str. 64 – 71, Brno 2001.
- (13) Náhlík, L., Knésl, Z. Estimation of the critical stress for failure of protective layers. Sborník konference Materials structure & micromechanics of fracture, str. 478 – 485, Brno 2001.
- (14) Náhlík, L. Vliv materiálových charakteristik na rychlost šíření únavové trhliny přes rozhraní dvou materiálů. Sborník konference Výpočtová mechanika 2001, str. 239 –246, Nečtiny 2001.
- (15) Náhlík, L. Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou materiálů. Přednáška z cyklu „Lomová mechanika a její aplikace“, ÚFM AV ČR, Žižkova 22, Brno, 21.2.2001.
- (16) Náhlík, L. Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů. Pojednání ke státní doktorské zkoušce. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2001.
- (17) Náhlík, L. Šíření únavových trhlin v ochranné vrstvě. CD sborník vědecko-výzkumných prací doktorandů FSI VUT v Brně, FSI VUT v Brně, 2001.
- (18) Náhlík, L., Knésl, Z. Kritické napětí pro šíření trhlin v betonu. Sborník semináře Problémy modelování. FAST VŠB - TU Ostrava, str. 65 – 71, 2002.
- (19) Gröger, R., Náhlík, L. Výpočty lomových parametrů obecných koncentrátorů napětí: II. Integrovaná formulace výpočtu lomových parametrů pro materiálově nehomogenní tělesa. Sborník semináře Únava a lomová mechanika 2002, Žinkovy, 2002.

- (20) Náhlík, L., Gröger, R. Výpočty lomových parametrů obecných koncentrátorů napětí: III. Analýza rozdělení napětí V-vrubu s vrcholem na rozhraní dvou elastických materiálů. Sborník semináře Únava a lomová mechanika 2002, Žinkovy, 2002.
- (21) Knésl, Z., Náhlík, L., Keršner, Z. Problematika trhlin s vrcholem na rozhraní dvou materiálů. Sborník semináře Únava a lomová mechanika 2002, Žinkovy, 2002.
- (22) Náhlík, L., Knésl, Z. Formulace podmínek křehkého porušení pro materiálově složená tělesa. Sborník konference Inženýrská mechanika 2002, Svatka, 2002.
- (23) Keršner, Z., Náhlík, L., Knésl, Z. Lomová procesní zóna v betonu: Interakce trhlina – kamenivo. Sborník konference Inženýrská mechanika 2002, Svatka, 2002.
- (24) Náhlík, L. Kriteria stability trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní. Sborník semináře Problémy lomové mechaniky II, str. 54 - 75, ÚFM AV ČR a FAST VUT v Brně, Brno, 2002.
- (25) Knésl, Z., Náhlík, L., Radon, J. Influence of interface on fatigue threshold values. Bude předneseno na Computation Mechanics of Materials, TU Darmstadt, September 2002.

12 AUTOROVO CURRICULUM VITAE

Jméno: Luboš Náhlík, Ing.
Datum narození: 12. září 1975
Adresa: Nerudova 14, Brno, 602 00
Telefon: 05 / 3229 0351
Rodinný stav: svobodný
Národnost: česká
E-mail: nahlik@ipm.cz
Homepage: www.kneslteam.wz.cz



VZDĚLÁNÍ:

- 1999 – 2002** Interní doktorské studium na Ústavu mechaniky těles FSI VUT v Brně a Ústavu fyziky materiálů Akademie věd ČR. Téma disertační práce: *Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů.*
- 1994 – 1999** Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, obor: Aplikovaná mechanika, specializace: Inženýrská mechanika.
- 1990 – 1994** Střední průmyslová škola strojnická, Sokolská 1, Brno.

ODBORNÁ PRAXE:

- 1999 – 2002** Spolupráce na řešení grantů GA ČR a GA AV: „Šíření únavových trhlin přes rozhraní dvou materiálů“, „Aplikace dvouparametrové lomové mechaniky na šíření únavových trhlin“, „Role rozhraní dvou materiálů v lomové mechanice“, „Mikromechanika a nefenomenologické konstitutivní modely kompozitů s křehkou maticí v podmínkách víceosého nízkocyklického tlakového zatěžování“.

Vyučující předmětu Pružnost a pevnost II na FSI VUT v Brně.

- 1997 – 1999** Konstruktor, Strejček spol. s r.o. (Energetické stroje a zařízení, spalovací a parní turbíny).

OCENĚNÍ:

- 2001** První místo v soutěži vědecko-výzkumných prací doktorandů FSI VUT v Brně.