

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

*Edice PhD Thesis, sv. 857*

*ISSN 1213-4198*

*thesis*  
**IS**

*Ing. Jan Komínek*

**Pokročilé metody  
pro inverzní úlohy  
vedení tepla**



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

**LABORATOŘ PŘENOSU TEPLA A PROUDĚNÍ**

**POKROČILÉ METODY PRO INVERZNÍ ÚLOHY  
VEDENÍ TEPLA**

**ADVANCED INVERSE HEAT CONDUCTION METHODS**

**ZKRÁCENÁ VERZE PH.D. THESIS**

<b>OBOR</b>	<b>Inženýrská mechanika</b>
<b>AUTOR PRÁCE</b>	<b>Ing. Jan Komínek</b>
<b>ŠKOLITEL</b>	<b>prof. Ing. Miroslav Raudenský, CSc.</b>
<b>OPONENTI</b>	<b>prof. Ing. Mária Čarnogurská, CSc. Ing. Daniel Hajduk, CSc.</b>
<b>DATUM OBHAJOBY</b>	<b>14. května 2018</b>

**Brno 2018**

**Klíčová slova:**

Inverzní úloha vedení tepla, 2D inverzní úloha, sekvenční přístup

**Keywords:**

Inverse heat conduction problem, 2D inverse task, sequential approach

**Místo uložení práce:**

Dizertační práce je dostupná v tištěné podobě na oddělení vědy a výzkumu  
Fakulty strojního inženýrství Vysokého učení technického v Brně, Technická 2896/2,  
616 69 Brno.

© Jan Komínek, 2018

ISBN 978-80-214-5635-8

ISSN 1213-4198

# OBSAH

<b>Úvod</b>	<b>5</b>
<b>1 Inverzní úlohy vedení tepla</b>	<b>6</b>
1.1 Inverzní úloha . . . . .	6
1.2 Metody řešení inverzních úloh vedení tepla . . . . .	6
<b>2 Prudce se měnící okrajové podmínky</b>	<b>7</b>
2.1 Problémy při řešení klasickými metodami . . . . .	7
2.2 Dvoufázové řešení . . . . .	9
2.2.1 Popis realizace . . . . .	9
2.2.2 Shrnutí . . . . .	10
2.3 Sub-doménová metoda . . . . .	11
2.3.1 Popis metody . . . . .	11
2.3.2 Tolerance skoku . . . . .	14
2.3.3 Shrnutí . . . . .	15
<b>3 Nestacionárně nehomogenní chlazení vysoce tepelně vodivých materiálů</b>	<b>16</b>
3.1 Testovací úloha . . . . .	17
3.2 Problémy při řešení klasickými metodami . . . . .	17
3.2.1 Základní řešení . . . . .	18
3.3 Metoda posouvání hranic . . . . .	19
3.4 Aproximace řešení parametrickou funkcí . . . . .	20
3.5 Iterační metoda . . . . .	21
3.6 Porovnání vyvinutých metod . . . . .	23
<b>Závěr</b>	<b>27</b>
<b>Reference</b>	<b>30</b>



# ÚVOD

V dnešní době se stává praxí, že se vliv chlazení, kalení a jiných tepelných procesů na vzniklé struktury, zbytkové napětí v materiálu, predikuje pomocí numerických simulací. K simulacím je zapotřebí znát geometrie, materiálové vlastnosti, počáteční a okrajové podmínky.

Geometrie jsou většinou dané zadáním problému. Materiálové vlastnosti jsou k nalezení v databázích nebo jsou stanoveny měřením. Počáteční podmínkou je často homogenní rozložení teploty v materiálu.

Problémem zůstávají okrajové podmínky. Pro jednoduché případy, jako jsou obtékání rovinné stěny nebo válce, existují přesné empirické vztahy popisující okrajové podmínky na základě rozměrů, geometrie, rychlostí a vlastnostech kapaliny. Pro složitější případy, které jsou běžné v průmyslových aplikacích, jsou empirické vztahy značně zjednodušené, nepřesné nebo často vůbec neexistují. Okrajové podmínky se tak získávají experimentální cestou.

Experimenty jsou navrhovány tak, aby co nejděleji reprodukovaly reálné počáteční a okrajové podmínky. Z praktických důvodů je snaha pracovat se zjednodušenými a zmenšenými vzorky oproti reálné situaci. To je vhodné i pro vyhodnocení experimentů pomocí inverzní úlohy, zejména z pohledu omezení dimenze modelu.

Případy, kdy může být reálná situace věrohodně nahrazena jednorozměrným modelem s malou změnou materiálových vlastností v průběhu experimentu, měřenými teplotami blízko povrchu atd., jsou většinou dobře řešitelné stávajícími „klasickými“ inverzními metodami. Podstatně komplikovanějšími případy je například situace, kdy geometrie chlazeného tělesa není možné zjednodušit, nebo pokud daný typ chlazení přirozeně způsobuje intenzivní vedení tepla ve více dimenzích.

Právě těmito úlohami, pro které klasické inverzní metody nejdou použít nebo nedosahují dobrých výsledků, se zabývá tato dizertační práce.

# 1 INVERZNÍ ÚLOHY VEDENÍ TEPLA

## 1.1 Inverzní úloha

Úlohu označujeme jako inverzní, pokud je cílem stanovení některé z příčin pozorovaných důsledků. Opačným případem je přímá úloha, při které jsou známé příčiny a hledají se jejich důsledky. Pro případ inverzních úloh vedení tepla, zkráceně IHCP (Inverse Heat Conduction Problem), jsou příčiny:

- počáteční podmínky (rozložení teplot)
- okrajové podmínky
- materiálové vlastnosti

Důsledkem je vývoj teploty v čase.

Typickou aplikací IHCP je stanovení okrajových podmínek za předpokladu známých materiálových vlastností, počáteční teploty a měřených teplot v několika bodech tělesa.

## 1.2 Metody řešení inverzních úloh vedení tepla

Inverzní úlohy vedení tepla se dají rozdělit podle typu řešení do dvou skupin - na odhady parametrů a odhady funkcí [1]. Toto rozdělení není sice zcela korektní, protože při odhadech funkcí se používají aproximace konečným počtem parametrů a je možné ji považovat za parametrické odhady, ale i přes to se tohoto rozdělení budeme v této práci držet, protože je již zavedené [1] a poměrně dobře rozděluje inverzní úlohy podle složitosti. Za parametrické odhady považujeme případy, kdy se stanovují jednotky (výjimečně až desítky) parametrů. Zatímco o hledání funkce hovoříme v případě, že je řešení aproximováno pomocí stovek až tisíců parametrů.

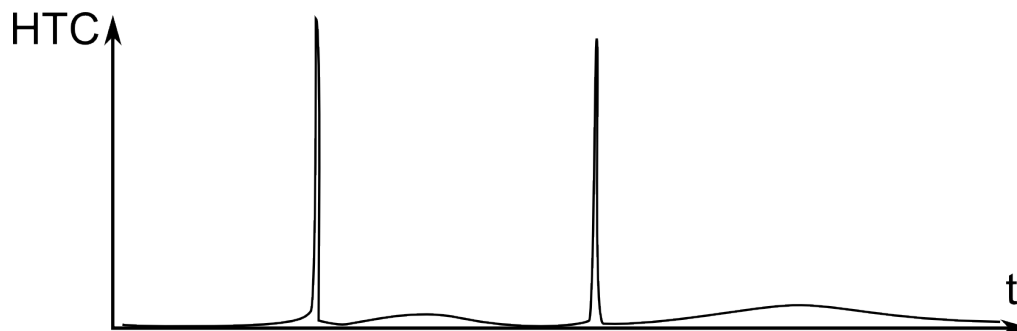
Úlohy hledání funkcí jsou většinou označovány jako „Ill-posed“ tedy špatně podmíněné úlohy. Konkrétně pro inverzní úlohy vedení tepla to znamená, že i malá změna vstupních parametrů (změřených teplot) může způsobit extrémní změnu řešení (hustoty tepelných toků) [2].

V dizertační práci jsou podrobněji popsány deterministické metody řešení inverzních úloh, tj. celo-doménová metoda a sekvenční Beckova metoda. Pro zajímavost je úvodem uveden i Stolzův algoritmus. Dále je uvedena problematika regularizace a metoda založená na použití numerického filtru.

Použití metod umělé inteligence pro výpočet inverzních úloh vedení tepla bylo v devadesátých letech minulého století studováno v Laboratoři přenosu tepla a proudění (součást FSI, VUT Brno) [3], [4], [5], [6], [7], [8].

## 2 PRUDCE SE MĚNÍCÍ OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Předpokládejme časově závislou úlohu s relativně dlouhým záznamem dat, kterou je potřebné vyhodnotit v celém časovém intervalu. Kromě pozvolně se měnících okrajových podmínek se v úloze vyskytuje i omezené množství extrémně prudkých změn viz 2.1. V průběhu experimentu dále dochází k významným změnám materiálových vlastností vlivem změny teplot.



Obrázek 2.1: Příklad pozvolně se měnící okrajové podmínky (součinitele přestupu tepla (Heat Transfer Coefficient)) se dvěma extrémními změnami

V následujících kapitolách budou probrány problémy běžných způsobů řešení této úlohy a dvě nově navržená řešení:

- Dvofázové řešení – V první fázi se vyřeší úloha „běžným“ způsobem. Ve druhé fázi se provede korekce problematických úseků jejich přepočítáním jinou metodou.
- Sekvenční sub-doménový přístup, který používá celo-doménového přístupu sekvenčním způsobem na subdoménách.

### 2.1 Problémy při řešení klasickými metodami

Délka úlohy a proměnlivost okrajových podmínek znemožňuje řešit úlohu stanovením parametrů jednoduché funkce, kterou by se popsal průběh okrajových podmínek. Obecně je potřeba použít některou z metod odhadu funkce. Úlohu zároveň není možné řešit efektivně jednodílně kvůli její délce, viz podkapitoly celo-doménový přístup a regulace v dizertační práci. Ze sekvenčních metod pak můžeme vyřadit ty, které nejsou schopny postihnout vývoj materiálových vlastností. Za vhodnou metodu se dá považovat sekvenční Beckova metoda, jejíž dobrá funkčnost mimo extrémní změny v okrajových podmínkách je ověřena v LPTP [9]. K jak velkému zkreslení výsledku dochází, v oblastech s prudkou změnou okrajové podmínky, bude ilustrováno na testovacích úlohách.

#### Řešení sekvenční Beckovou metodou

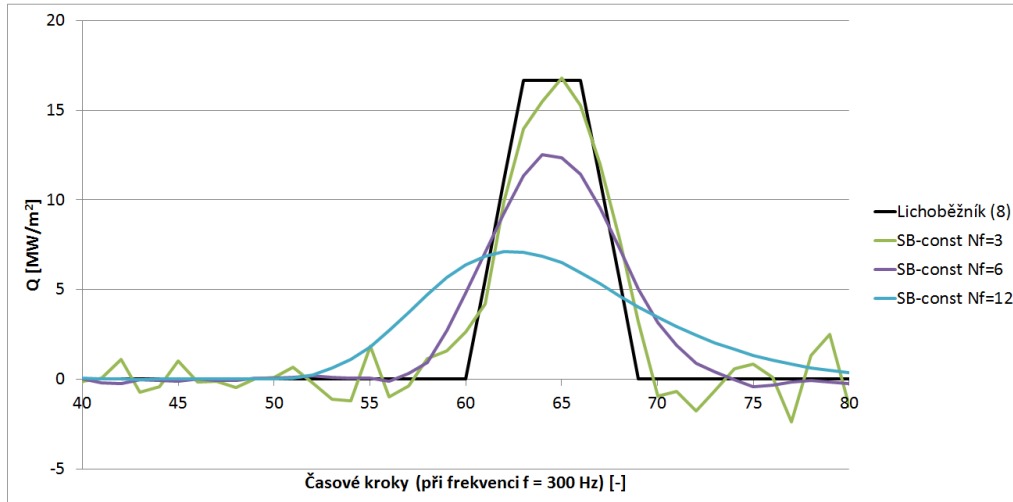
Poměr mezi přesností a stabilitou výpočtu sekvenční Beckovy metody je dán vhodnou volbou počtu dopředných kroků  $N_f$  [10]. Pro názornost byly použity tři různé hodnoty:

- $N_{f,1} = 3$  je zvoleno na hranici stability výpočtu



- $N_{f,2} = 6$
- $N_{f,3} = 12$ .

Testovací úlohy byly řešeny postupně pro všechny tři volby počtu dopředných kroků. Výsledky pro lichoběžníkový průběh jsou srovnány s přesnými řešeními v grafu 2.2. K výpočtům byly použity teplotně závislé materiálové vlastnosti.



Obrázek 2.2: Srovnání výsledků sekvenční Beckovy metody

### Řešení celo-doménovou metodou s regularizací

Řešení testovací úlohy celo-doménovou metodou je silně závislé na šumu ve vstupních datech.

Pro nízkou úroveň šumu (normální rozdělení s parametrem  $\sigma = 0,02$ ) je možné úlohu řešit bez použití regularizace, zatímco pro větší šum (normální rozdělení s parametrem  $\sigma = 0,2$ ) je již regularizace nevyhnutelná.

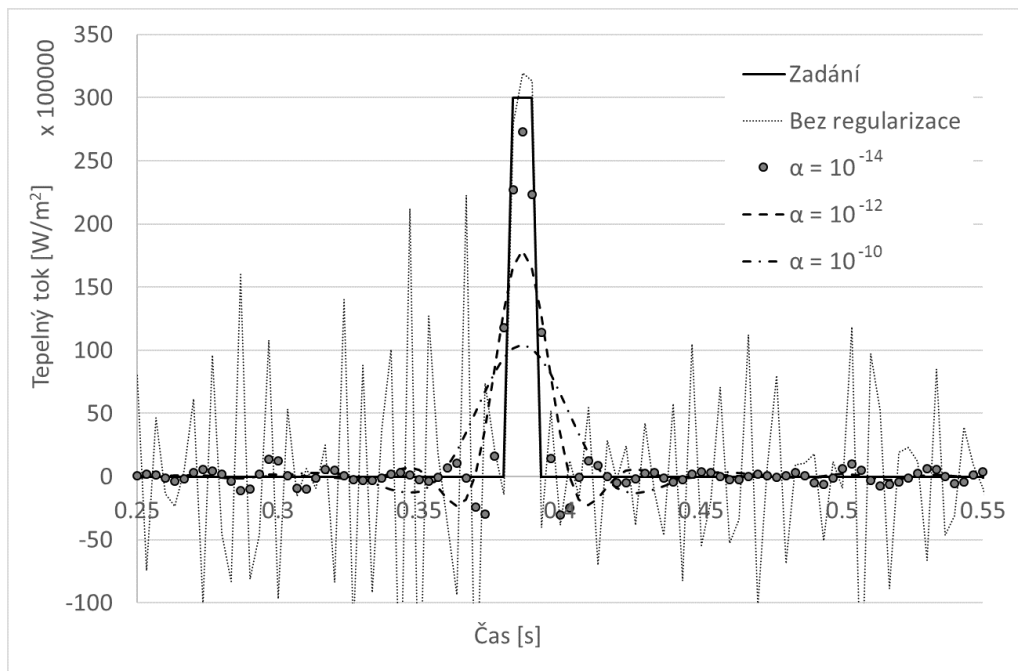
Při vyhodnocování experimentů, které typově odpovídají popisované problematice, jsou v LPTP běžně používány teploty měřené termočláanky, které mívají charakter šumu s přibližně normálním rozdělení s parametrem  $\sigma = 0,2$ . Použití celo-doménové metody na úlohy, které jsou řešeny v této kapitole, je tak téměř vždy spojeno s regularizací nebo s filtrováním dat před samotným inverzním výpočtem. Řešení testovací úlohy s různou úrovní regularizace je v grafu 2.3 společně s ideálním řešením (zadáním) této úlohy.

Z grafu 2.3 je patrné, že vhodnou volbou parametrů regularizace (v tomto případě  $\alpha = 10^{-14}$ ) je možné dosáhnout relativně dobrého řešení, které není příliš zkreslené a zároveň dostatečně potlačuje šum.

Jednou z nevýhod celo-doménové metody je, že se ve výpočtu nezohledňují tepelně závislé materiálové vlastnosti.

Problematiku řešení tohoto typu úloh celo-doménovou metodou můžeme shrnout takto:

- Je potřebné použít regularizaci.
- Nejde použít na dlouhé záznamy z důvodu výpočetní náročnosti.
- Nejde použít při změně teploty ve velkém rozsahu, protože metoda používá konstantní materiálové vlastnosti.



Obrázek 2.3: Srovnání řešení pro různou míru regularizace (podle hodnoty koeficientu  $\alpha$ ) s přesným řešením a řešením bez regularizace

## 2.2 Dvoufázové řešení

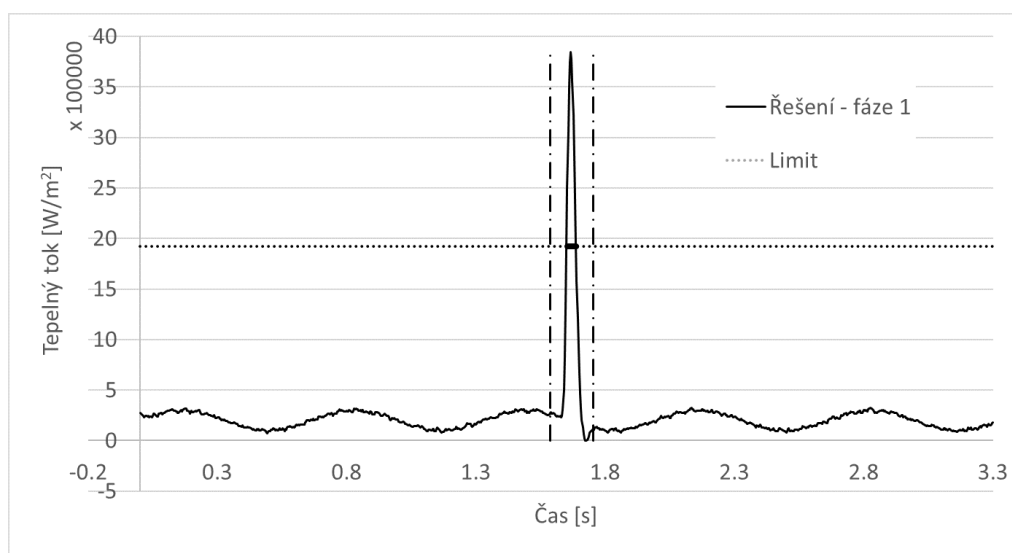
Stejná problematika byla podobným přístupem řešena na VUT (LPTP 2002) [11]. K řešení byla tehdy použita sekvenční Beckova metoda, která byla v kritických místech nahrazena optimalizací parametrů funkce HTC (součinitele přestupu tepla) známého tvaru. Metoda dávala dobré výsledky za předpokladu, že typ (tvar) hledané funkce je neměnný a známý. Popsaný přístup, avšak s jinou metodou pro druhou fázi (bez požadavku na známý typ funkce), byl testován v rámci této dizertační práce a na závěr je srovnán s ostatními přístupy.

V první fázi se použije výpočetně efektivní metoda, schopná pracovat s tepelně závislými materiálovými vlastnostmi. Z vyhodnocených okrajových podmínek se vyberou kritická místa s prudkými změnami okrajových podmínek, které se přepočítají v druhé fázi jinou metodou. Díky tomu, že se v druhé fázi přepočítávají jen krátké úseky záznamu, je možné použít širší nabídku výpočetních metod. Není nutné, aby zvolená metoda byla výpočetně nenáročná. V některých případech je možné díky krátkému časovému úseku předpokládat, že se materiálové vlastnosti příliš nemění a model aproximovat jako model lineární.

### 2.2.1 Popis realizace

Pro demonstraci tohoto přístupu byla zvolena testovací úloha kombinující pozvolně se měnící okrajovou podmínku tvaru sinusové funkce a jednu prudkou změnu obdélníkového tvaru. Model vzorku zůstal stejný jako v předchozích úlohách. Vzdálenost teplotního senzoru od chlazeného povrchu je 1 mm a frekvence vstupních dat je 300 Hz. Pro realizaci první fáze výpočtu byla použita sekvenční Beckova metoda. Počet dopředných kroků byl stanoven na 10, respektive

na dopředný čas 0,033 s. Na základě tohoto řešení jsou stanoveny úseky výpočtu, které mají být přepočítány v druhé fázi. Konkrétně jsou vybrány intervaly, na kterých řešení první fáze překračuje stanovenou limitní hodnotu. Limitní hodnota pro uvedený příklad byla zvolena jako polovina maxima tohoto řešení. Nalezené intervaly musí být dále rozšířeny minimálně o počet dopředných kroků tak, aby pokrývaly celou oblast, kde je výpočet první fáze zkreslený prudkou změnou hledaného řešení. Pro případ zvolené testovací úlohy byl interval rozšířen o dvojnásobek počtu dopředných kroků  $Nf$  na každou stranu<sup>1</sup>. Ukázka první fáze řešení testovací úlohy je v grafu 2.4, kde je též vynesena zvolená limit a rozšířený interval pro druhou fázi výpočtu.



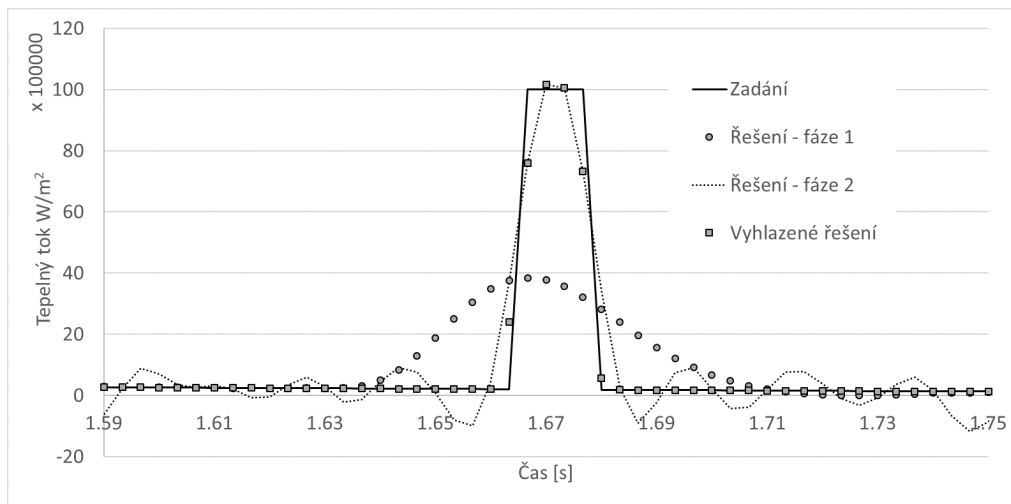
Obrázek 2.4: Výsledky první fáze výpočtu s vyznačeným intervalem pro druhou fázi výpočtu

Vybrané intervaly jsou v druhé fázi řešeny celo-doménovou metodou, kterou je možné použít díky krátké délce řešených úseků. Ke stabilizaci výpočtu je opět použita "slabá" regularizace. Tj. regularizace s malou hodnotou parametru  $\alpha$  tak, aby regularizace příliš neovlivňovala průběh řešení, zvláště pak maximální vypočtené hodnoty. Důsledkem této volby je šum v řešení, který je ve srovnání s šumem z první fáze mnohonásobně větší. Na druhou stranu je tento šum stále přijatelný ve srovnání s výsledky druhé fáze potažmo se zadáním. Popsaná řešení obou fází ve srovnání se zadáním jsou v grafu 2.5. V uvedeném grafu je dále uvedeno vyhlazené řešení, které je možné získat bez toho, aniž bychom rozostřili průběh řešení v okolí jeho maxima.

## 2.2.2 Shrnutí

Dvoufázové řešení je jednoduché a efektivní řešení pro případy, kdy v dlouhém záznamu plynule se měnící okrajové podmínky je omezený počet izolovaných prudkých změn. Přičemž intervaly pro vyhodnocení v druhé fázi by měly být relativně krátké a nesmí v nich docházet k velkým změnám materiálových vlastností při použití celo-doménové metody pro druhou fázi výpočtu.

<sup>1</sup>Pro neznámý typ hledané okrajové podmínky není možné po první fázi výpočtu určit optimální délku intervalu pro fázi druhou. Vhodnost této volby se však dá ověřit zpětně po dokončení výpočtu druhé fáze, podle toho na jakém intervalu se shoduje výpočet první a druhé fáze výpočtu. Pokud se řešení na krajích intervalu neshodují, tak byl použit příliš malý interval a řešení druhé fáze by mělo být přepočítáno pro větší interval.



Obrázek 2.5: Srovnání řešení obou fází se zadáním

Metoda není vhodná v případě, že časové intervaly pro druhou fázi řešení jsou příliš dlouhé (počtem vzorků) a nedělitelné.

## 2.3 Sub-doménová metoda

Hlavní myšlenkou je použití celo-doménové metody sekvenčním způsobem. Tj. hodnota okrajové podmínky v časovém kroku  $M$  je stanovena celo-doménovou metodou na základě změřených teplot v  $Nf$  budoucích krocích. Jde o extrémní případ použití sub-doménové metody, kterou v nedávné době (rok 2015) vyvíjela V. Hříbová v rámci své diplomové práce pod vedením M. Pohanky, který je zároveň školitelem specialistou této práce [12]. Zmíněná metoda výpočetní doménu (celý záznam teplot v čase) rozdělí do menších sub-domén s mírným překryvem. Na sub-doménách pak probíhá výpočet celo-doménového typu. Dizertační práce se bude zabývat extrémním případem, kdy každá subdoména je dlouhá  $Nf$  hodnot a z toho  $Nf - 1$  je překryv. V každém časovém kroku se tak použije pouze jedna spočtená hodnota tepelného toku.

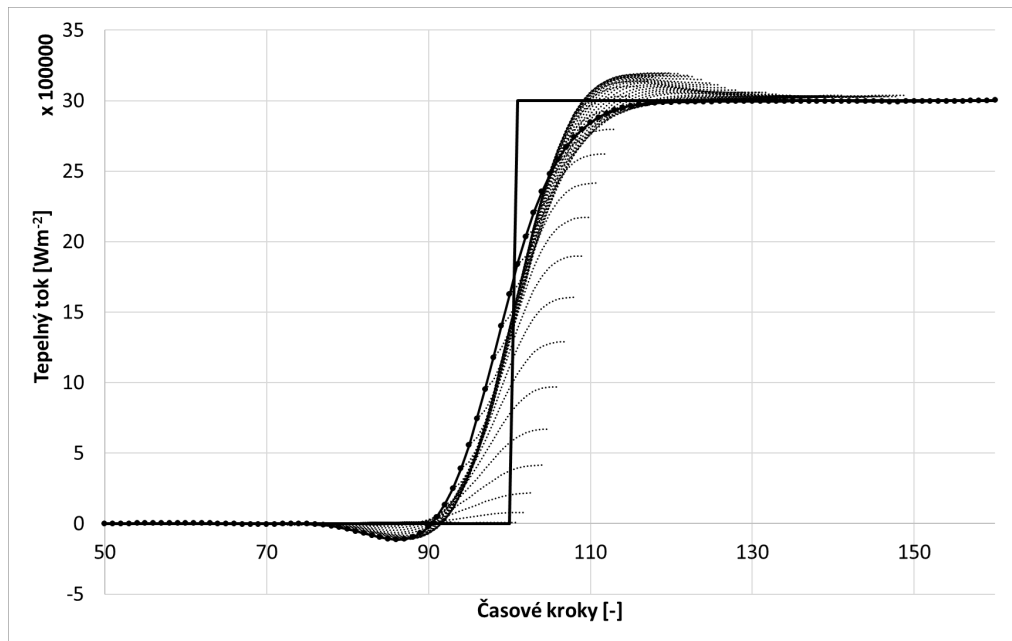
### 2.3.1 Popis metody

Úloha je řešena sekvenčním způsobem od začátku do konce. Hledanou okrajovou podmínkou je tepelný tok  $Q_i$  pro  $i = 1, \dots, N - Nf$ , kde  $N$  je počet časových kroků celé úlohy a  $Nf$  délka sub-domény (počet dopředných časových kroků). V každém kroku  $M$  se stanoví okrajová podmínka  $Q$  v časových krocích  $M, M + 1, \dots, M + Nf - 1$ , z těchto hodnot se vybere pouze první z nich, tj.  $Q_M$ .

Vhodnou délku sub-domén  $Nf$  je možné stanovit stejným způsobem, jako u sekvenční Beckovy metody, na základě teplotní odezvy na okrajovou podmínky typu Diracův impulz. Příliš malá hodnota způsobí, že samotná hodnota  $Q_M$  je obsažena ve vstupních datech s tak malou citlivostí, že se dílčí řešení každé sub-domény stane nestabilním. Ze stejného důvodu jsou méně stabilní a přesné hodnoty ke konci subdomény.

Na rozdíl od sekvenční Beckovy metody, kde je okrajová podmínka v  $Nf$  dopředných krocích nahrazena jednou hledanou hodnotou  $Q_M$  (nebo směrnici přímkou), nejsou v sub-doménové metodě tepelné toky  $Q_M, Q_{M+1}, \dots, Q_{M+Nf-1}$  spočtené v rámci jedné sub-domény striktně svázané. Z tohoto důvodu nedochází k přehlazení dílčích výsledků, ani pro volbu velkého počtu dopředných kroků  $Nf$ . Zároveň to znamená, že v dílčích řešeních není potlačován šum, který je pro běžné praktické úlohy nepříjemně vysoký. K potlačení šumu se použije vhodný typ regularizace.

Používání regularizace má samozřejmě své negativní důsledky, které jsou ilustrovány v grafu 2.6. Tento graf zobrazuje dílčí řešení v průběhu řešení.

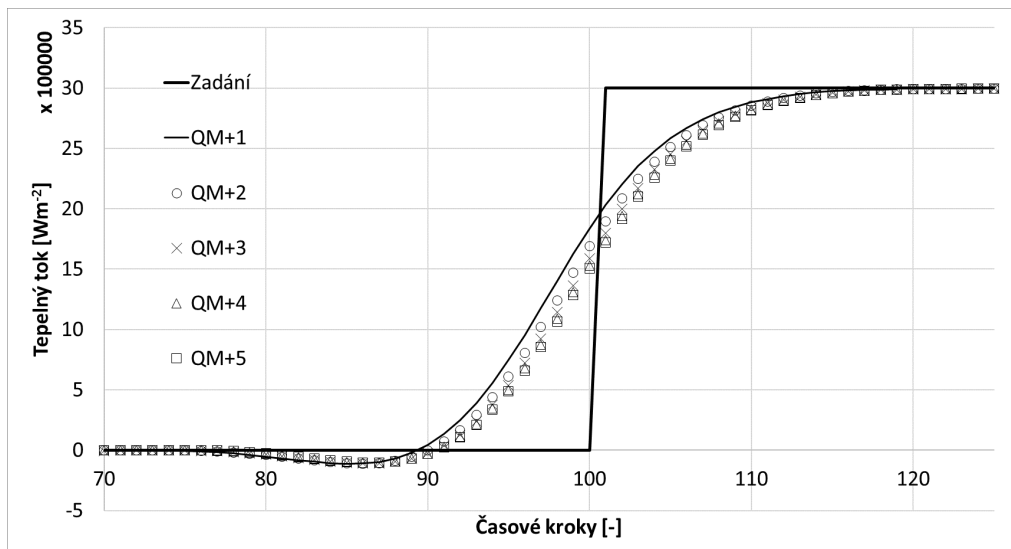


Obrázek 2.6: Ukázka řešení s regularizací prvního řádu a dílčích řešení.

Prvním negativním důsledkem regularizace, na který se zaměříme, je viditelné zkreslení konců dílčích řešení. Způsobeno je to tím, že použitá regularizace tlumí derivaci řešení se stejnou silou na celé sub-doméně, zatímco citlivost stanovení hodnot  $Q_i$  ke konci sub-domény výrazně klesá. Regularizace má proto ke konci sub-domény dominantní vliv a převáží nad hledaným řešením.

Druhým důsledkem regularizace, je chování prvních dvou (respektive tří, podle typu regularizace) vypočtených hodnot každé sub-domény. Problematika je zachycena v grafu 2.7, který kromě zadání (plná čára) znázorňuje prvních pět stanovených hodnot pro každou sub-doménu. První hodnoty (tj. stanovené řešení celé inverzní úlohy) jsou proloženy plnou čarou. Další jsou označeny značkami v pořadí: kolečko, křížek, trojúhelník a čtverec. Na uvedeném příkladu je vidět, že se začátky (první dvě hodnoty) dílčích řešení dvou po sobě jdoucích sub-domén příliš neshodují. Naopak třetí až pátá hodnota již vykazuje dobrou shodu.

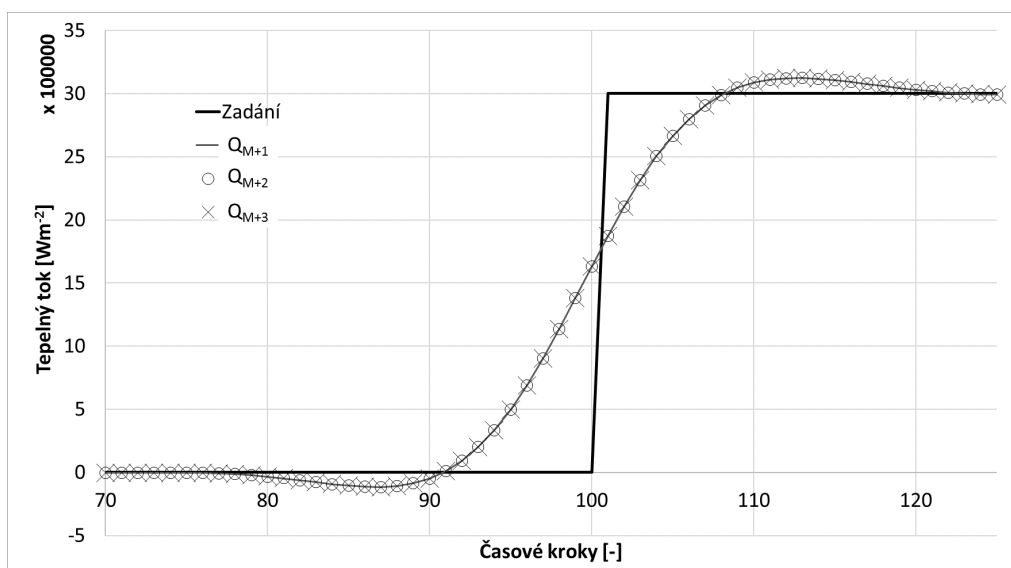
Příčina je opět v regularizaci. Konkrétně pro regularizaci prvního řádu se každá hodnota  $Q_i$  vyskytuje ve dvou výrazech, kromě první a poslední hodnoty. Proto je první hodnota sub-domény tlumena výrazně jinak, než zbytek hodnot. Včetně hodnoty druhé z předchozí



Obrázek 2.7: Prvních pět hodnot z každé subdomény

sub-domény, která by jinak měla být téměř stejná. V případě regularizace druhého řádu jsou tímto způsobem ovlivněny první dvě hodnoty. Zkreslení hodnoty následující je pak způsobeno vynucenou návazností na předcházející silně zkreslenou hodnotu.

Řešením je rozšířit regularizační matici a s ní i celou citlivostní matici o dvě hodnoty (pro regularizaci druhého řádu) předcházející první vypočtené hodnotě sub-domény. Koeficienty na prvních dvou řádcích citlivostní matice a pravé straně soustavy jsou nastaveny tak, aby řešení prvních dvou tepelných toků odpovídalo řešením z předchozích dvou sub-domén. Regularizace tak zaručí, že začátek každé sub-domény bude ve smyslu regularizace navazovat na výpočet předchozí sub-domény. Vliv této modifikace je patrný ze srovnání grafů 2.8 a 2.7, které zobrazují řešení stejné úlohy.



Obrázek 2.8: Řešení s rozšířenou regularizací na jednu hodnotu z předchozí sub-domény.

### 2.3.2 Tolerance skoku

V reálných úlohách se často vyskytují extrémně prudké změny okrajové podmínky. Základním problémem je, jak tyto oprávněné změny odlišit od šumu, který se též vyznačuje extrémními změnami ve spočtených průbězích okrajové podmínky. V praxi používané metody tento problém nedokáží řešit a jejich použití je vždy kompromisem mezi redukcí šumu a mírou zkreslení prudkých změn v řešení. Tato problematika byla částečně řešena v rámci mé předchozí práce [13], ve které byla testována sekvenční verze genetického algoritmu pro řešení inverzních úloh vedení tepla s různými typy regularizací. Na problematiku omezeného počtu extrémně prudkých změn okrajové podmínky byla v práci testována metoda označená jako "tolerance skoku".

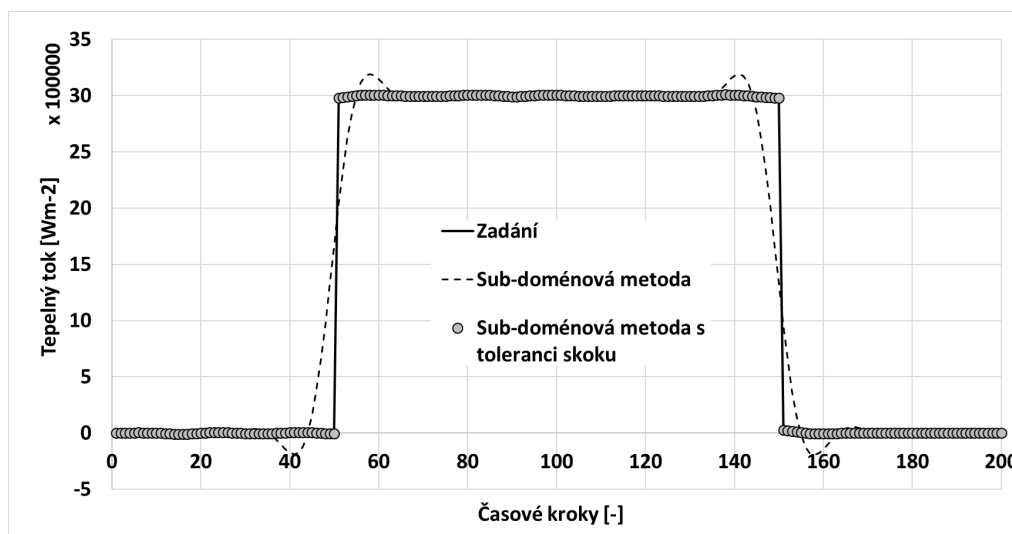
V praxi jde o to, že v určitém časovém kroku se cíleně vynechá jeden regularizační člen. V daném bodě, pak není vyžadována „spojitost“ (pro případ regularizace prvního řádu). Předpokladem pro použití této metody je ovšem znalost počtu a polohy skoků, které mají být tolerovány. V předešlé práci bylo předpokládáno, že počet skoků je známý, respektive, že jsme schopni určit interval, ve kterém leží právě jeden skok. Jeho konkrétní poloha se pak může určit předřazením běžného výpočtu bez tolerance skoků. Tolerance skoku se pak provede v bodě, pro který je gradient řešení v daném intervalu největší.

V této práci je testován stejný princip tolerance skoku navázaný na sub-doménovou metodu, která je díky svým vlastnostem vhodnější než dříve testovaný genetický algoritmus.

Pro účely detekce časového kroku, ve kterém má dojít ke skoku, byly v této práci vyzkoušeny dvě metody: sekvenční Beckova (konstanta) a sub-doménová.

V dalším textu bude pro detekci bodů vhodných pro toleranci skoku používána výhradně sub-doménová metoda.

Poté, co jsou nalezeny body pro toleranci skoku, je možné provést samotný výpočet, ve kterém budou tyto body oproštěny od regularizace. Výsledek modelové úlohy s obdélníkovým průběhem okrajové podmínky je v grafu 2.9. Pro srovnání je v grafu i zadání a běžné řešení sub-doménovou metodou.



Obrázek 2.9: Řešení testovací úlohy obdélníkového tvaru pomocí metody tolerance skoku.

Princip tolerance „skoku“ byl v předchozím textu vysvětlen na jednoduchém příkladu obdélníkového průběhu okrajové podmínky, který je složený ze skokového nárůstu a posléze poklesu hodnoty okrajové podmínky. V praxi existuje mnoho příkladů velmi prudce se měnících okrajových podmínek, které však nejsou přímo skokové („nespojité“). Potřebná modifikace je vysvětlena v plném textu dizertační práce.

### 2.3.3 Shrnutí

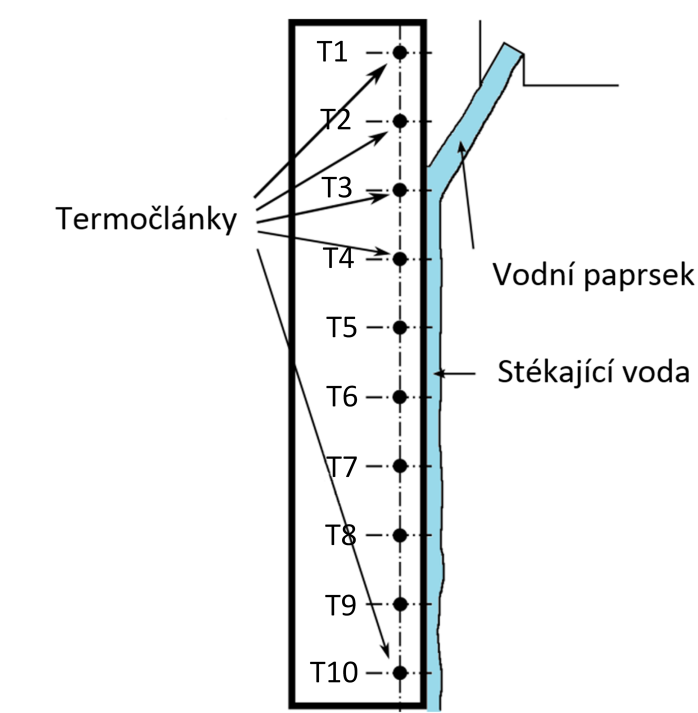
Vlastnosti sub-doménové metody se nejvíce podobají sekvenční metodě s optimalizací lineární funkce. Sub-doménová metoda však navíc poskytuje přesnější predikci okrajové podmínky v  $Nf$  dopředných krocích. Této predikce je možné použít pro další modifikace výpočetní metody.

Případné modifikace použité regularizace (respektive regularizačních členů), pak umožňuje základní vlastnosti metody dále modifikovat. Jako například výše popsaná "tolerance skoku".



### 3 NESTACIONÁRNĚ NEHOMOGENNÍ CHLAZENÍ VYSOCE TEPELNĚ VODIVÝCH MATERIÁLŮ

Uvažujme chlazení svislé plochy s relativně vysokou počáteční teplotou (nad Leidenfrostovou teplotou pro tento typ chlazení). Cílem je stanovit okrajovou podmínku na chlazeném povrchu. Chlazení je realizováno pomocí plochého paprsku vody, který dopadá na horní okraj svislé plochy. Poté, co se proud dotkne povrchu, po něm volně stéká směrem dolů. Okrajovou podmínku je potřeba stanovit nejen jako funkci teploty, protože je též závislá na vertikální vzdálenosti od místa dopadu paprsku. K dispozici je  $N$  záznamů teplot z podpovrchových teplotních senzorů, které jsou rozmístěny v různých výškách. Situace je zobrazena na schématu 3.1.



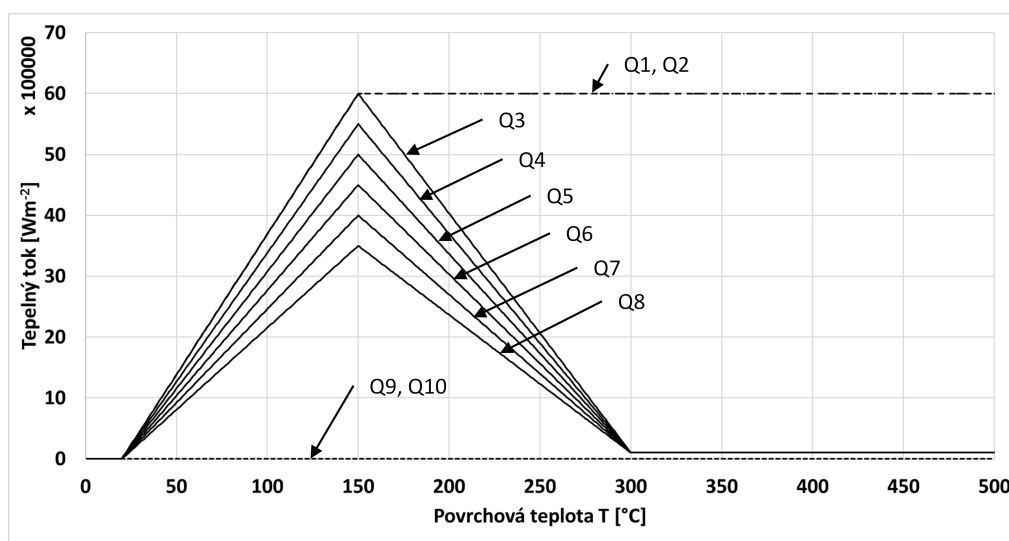
Obrázek 3.1: Průřez chlazeným vzorkem

V této kapitole bude často zmiňovaný Leidenfrostův (LF) efekt, který se týká varu kapaliny při kontaktu s horkým povrchem. Je-li teplota povrchu dostatečná (větší než Leidenfrostova teplota), pak se mezi povrchem a kapalinou vytvoří souvislá parní vrstva, která brání přímému kontaktu kapaliny s povrchem. Přítomnost této parní vrstvy funguje jako tepelná izolace a výrazně zpomaluje přenos tepla mezi povrchem a kapalinou.

Dále se v následujícím textu často objevuje pojem "LF hranice", kterým se rozumí rozhraní mezi částí povrchu s teplotou menší než LF teplota a částí povrchu s teplotou větší než LF teplota.

### 3.1 Testovací úloha

Testovací úloha byla zvolena tak, aby byla podobná výše popsané reálné úloze. Zůstává tak zachován specifický charakter chlazení silně ovlivněný Leidenfrostovým efektem s tím rozdílem, že pro tuto testovací úlohu známe správné řešení. Povrch je rozdělen do 10 oblastí, každá s jedním teplotním senzorem. První dvě oblasti jsou nechlazeny. Třetí a čtvrtá oblast je intenzivně chlazená i za vysokých teplot. Okrajové podmínky pro zbylé oblasti mají trojúhelníkové průběhy v závislosti na povrchové teplotě. Navzájem se liší pouze velikostí maxima tepelného toku, která ve směru dolů po povrchu vzorku rovnoměrně klesají. Okrajové podmínky v závislosti na teplotě jsou vyneseny v grafu 3.2.

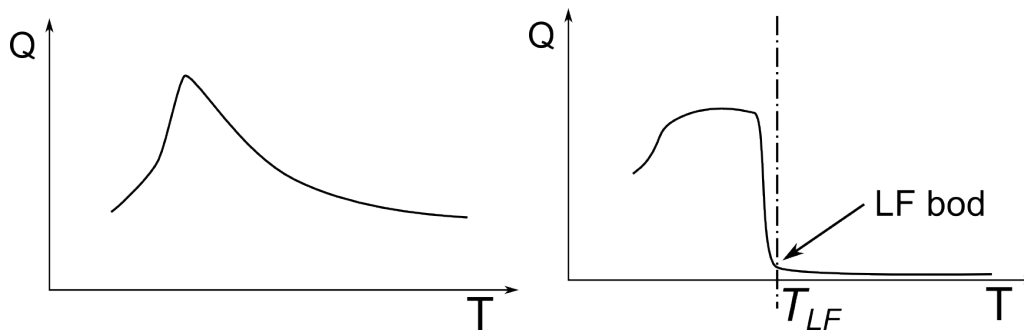


Obrázek 3.2: Okrajové podmínky testovací úlohy

### 3.2 Problémy při řešení klasickými metodami

Při řešení je potřebné rozlišit minimálně dvě oblasti s výrazně odlišným režimem chlazení. „Dopadovou zónu“, kde se voda dostává do kontaktu s povrchem, a zbytek chlazeného povrchu, kde voda volně stéká. Okrajová podmínka v druhé oblasti je silně závislá na povrchové teplotě. Leidenfrostův efekt, který je obecně popisován pro povrch zanořený ve vodě [14], je v tomto případě výrazně posílen tím, že zde chybí přítlačné síly, které by tekoucí vodu tlačily proti vznikající parní vrstvě. Tepelný tok  $Q$  je pro teploty  $T > T_{LF}$  zanedbatelný v porovnání s tepelným tokem pro  $T < T_{LF}$ , kde  $T_{LF}$  je Leidenfrostova teplota. Na rozdíl od toho v dopadové oblasti je  $T_{LF}$  posunuta do vysokých teplot (často vyšších než je počáteční teplota vzorku, takže LF efekt není vůbec v dopadové oblasti pozorován). Typický průběh hustoty tepelného toku v závislosti na povrchové teplotě je na obr. 3.3.

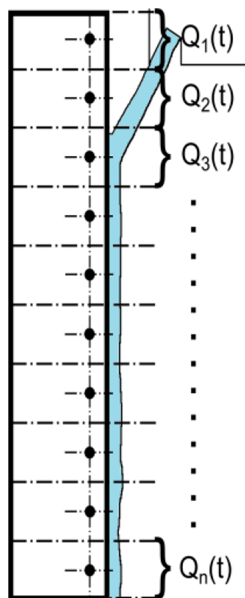
Popsané diametrálně odlišné chování vede k tomu, že se po začátku experimentu vytvoří podchlazená oblast v dopadové zóně. Tato oblast se nadále rozšiřuje směrem dolů díky vedení



Obrázek 3.3: Typický průběh hustoty tepelného toku v závislosti na teplotě. Vlevo pro dopadovou oblast a vpravo pro zbytek chlazeného povrchu

tepla uvnitř materiálu. Teprve poté, co je povrchová teplota v určitém bodě snížena kondukcí, začne výrazné chlazení konvekcí z povrchu.

K výpočtu je zapotřebí dvourozměrný model, který je schopen postihnout tepelné toky, jak do hloubky materiálu, tak i ve vertikálním směru. Okrajovou podmínku je možné aproximovat pomocí souboru  $N$  funkcí hustot tepelných toků v závislosti na čase, viz obr. 3.4.

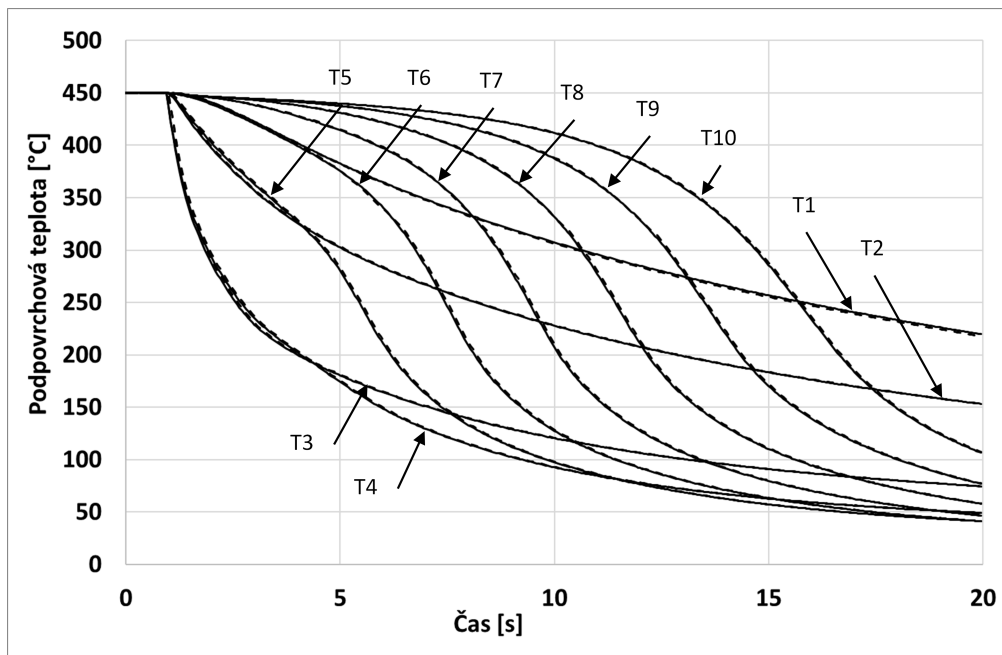


Obrázek 3.4: Rozvržení povrchu do kontrolních oblastí

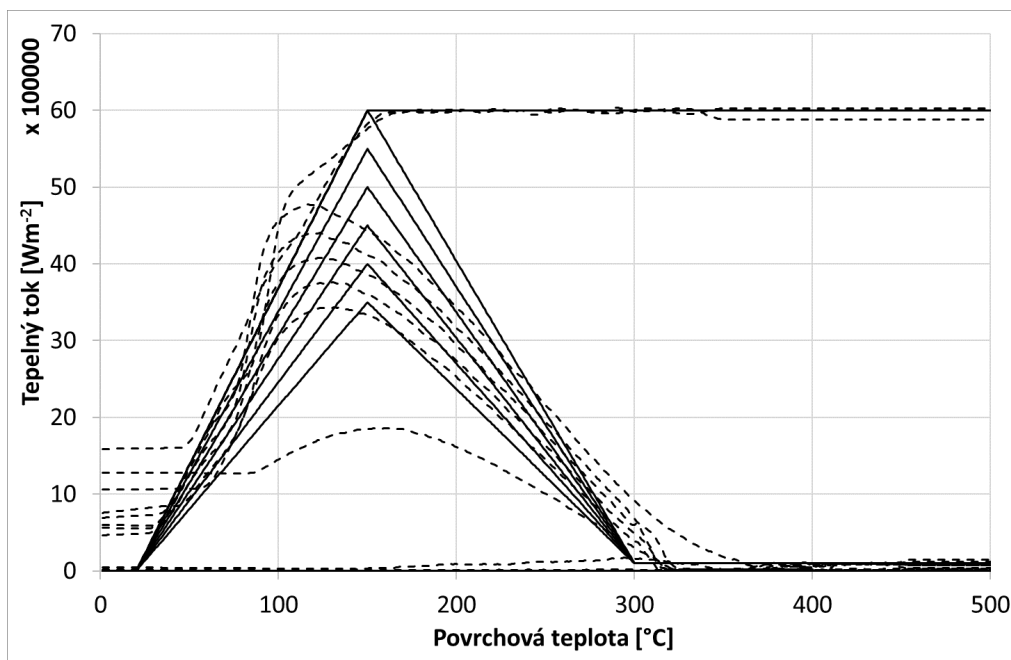
### 3.2.1 Základní řešení

Testovací úloha byla řešena sekvenční metodou. V každém kroku jsou optimalizovány hodnoty konstantních průběhů okrajových podmínek po dobu  $Nf$  dopředných kroků. Optimalizace pro všechny teplotní čidla probíhá zároveň, takže je umožněno vzájemné ovlivňování právě optimalizovaných okrajových podmínek prostřednictvím dvourozměrného modelu.

V grafu 3.5 je srovnání průběhů zadaných podpovrchových teplot s průběhy teplot, které odpovídají nalezenému řešení okrajových podmínek. I přes tuto dobrou shodu zadaných a spočtených teplot se stanovené okrajové podmínky značně odlišují, viz graf 3.6.



Obrázek 3.5: Srovnání podpovrchových teplot - zadanych (plné čáry) s vypočtenými (čárkované)

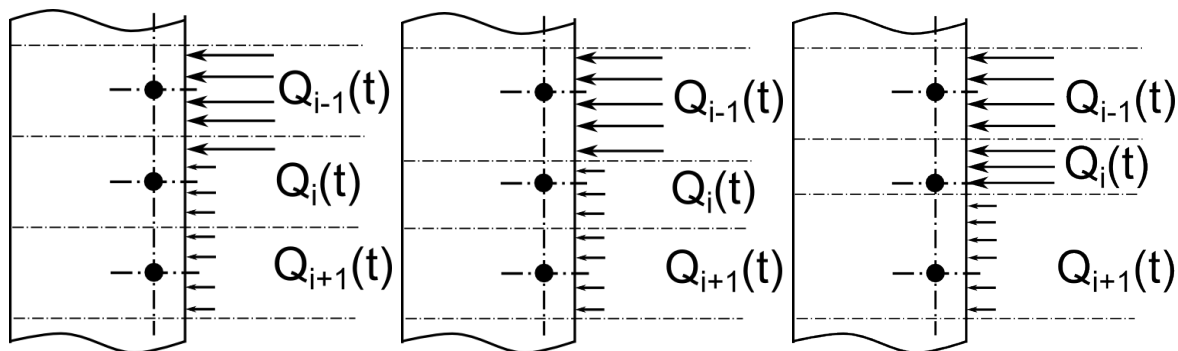


Obrázek 3.6: Srovnání základního řešení (čárkované křivky) se zadáním (plné křivky)

### 3.3 Metoda posouvání hranic

K největším nepřesnostem základního řešení dochází v situaci, kdy se LF hranice nachází blízko středu kontrolní oblasti. V tom případě je spočtená hodnota nejen zkreslená, ale je i chybně aplikována na největší část kontrolní oblasti. Vzniklá chyba je výrazně menší ve chvíli, kdy se LF hranice nachází na rozhraní oblastí dvou funkcí. Protože se však LF hranice pohybuje, je nutné, aby se pohybovaly i hranice mezi oblastmi vypočítaných funkcí. Tento princip je ilustrován na obr. 3.7. Obrázek vlevo znázorňuje situaci, kdy na část povrchu působí dvě odlišné

hustoty tepelných toků bez plynulého přechodu mezi sebou. Rozhraní mezi nimi neleží na hranici kontrolních oblastí, a tak dochází ke zkreslení vypočtených hodnot  $Q_i(t)$ , které jsou aplikovány na celou kontrolní oblast. Obrázek uprostřed znázorňuje řešení této situace pomocí posunuté hranice kontrolních oblastí. Celkový pohled na posouvající se hranice dokresluje obrázek vpravo, který znázorňuje rozložení hranic poté, co se LF hranice přesune přes  $i$ -tý termočlánek. [15]



Obrázek 3.7: Princip posouvání hranic

Samostatným problémem zůstává stanovení rychlosti (respektive polohy) s jakou se LF hranice pohybuje. Záznam polohy v čase je možné získávat:

- přímo z měření pomocí obrazové analýzy videozáznamu
- stanovit pomocí postupné minimalizace reziduí teplot z inverzního výpočtu nebo jiných charakteristických projevů ve spočtených tepelných tocích

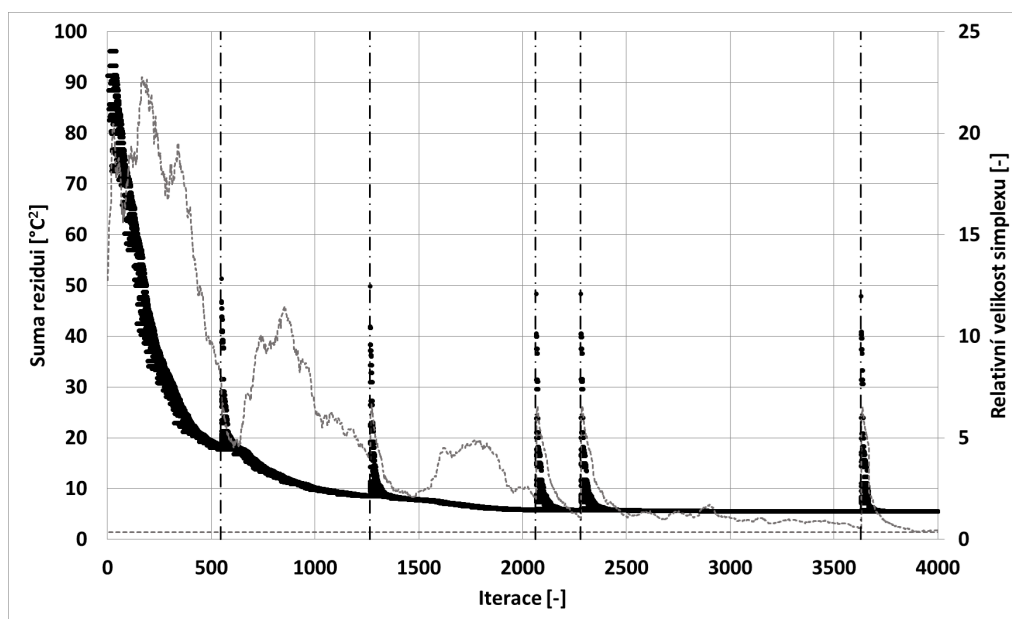
### 3.4 Aproximace řešení parametrickou funkcí

Výše popsaná metoda stanovuje hustotu tepelného toku v závislosti na čase a teprve posléze jsou výsledky přepočítány na funkce povrchové teploty. Nabízí se použít takovou metodu, která bude okrajové podmínky v závislosti na povrchové teplotě počítat přímo. Jednou z realizací je zvolení vhodné parametrické funkce teploty a polohy, které budou tvarově odpovídat reálné okrajové podmínce. Úloha se pak může řešit jako optimalizace parametrů, respektive minimalizace odchylek mezi měřeními a vypočtenými teplotami.

Metoda byla aplikována na testovací úlohu, která je popsána v úvodu této kapitoly (2.3.3). Řešení bylo hledáno v podobě parametrických funkcí. Pro každou z osmi výškových úrovní byla použita jedna parametrická funkce stejného typu nezávislá na ostatních. Každá funkce je popsána pomocí 4 parametrů ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ).

Optimalizace hledaných parametrů byla realizována pomocí tzv. simplexové metody (Nelder–Meadova metoda [16]). Počáteční simplex může být vytvořen na základě aproximace přibližného řešení jiné výpočetní metody. Pro účely testovací úlohy byl počáteční simplex zvolen tak, aby parametrické funkce byly v blízkosti správného řešení a jejich tvar přibližně odpovídal hledanému řešení.

Průběh optimalizace během iterací dobře popisují dva parametry, které jsou právě v závislosti na iteracích vyneseny v grafu 3.8.



Obrázek 3.8: Na hlavní ose je průběh reziduí během iterací výpočtu (tučné černé body). Na vedlejší (pravé) ose je vývoj velikosti simplexu (šedá tečkovaná křivka)

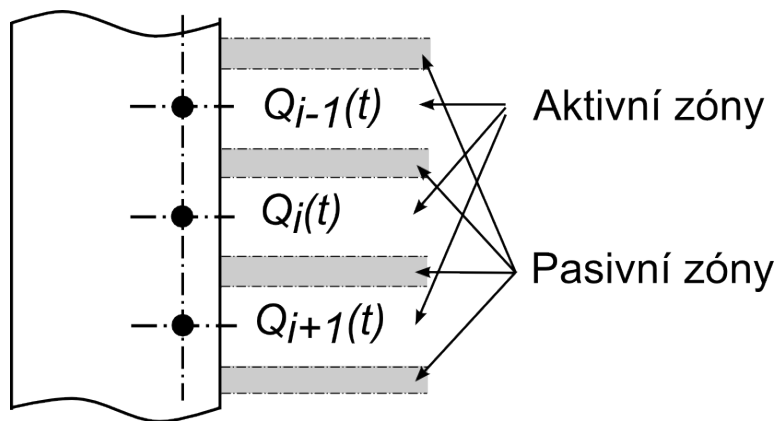
Metoda je schopná najít relativně přesné řešení za předpokladu, že jsou vhodně zvolené parametrické funkce. K úspěšnému řešení je proto nutná znalost tvaru hledaných okrajových podmínek. Zároveň musí být zvolené aproximace jednoduché (z pohledu počtu parametrů), protože navyšování počtu parametrů značně zpomaluje konvergenci ke správnému řešení a narůstá tak potřebný počet iterací a tím i výpočetní čas. Pro ilustraci uvedme, že poměrně jednoduchá testovací úloha byla aproximována pomocí 32 parametrů a výpočet potřeboval řádově 4000 iterací.

### 3.5 Iterační metoda

Metoda výpočtu je iterační, přičemž v každé iteraci proběhne celý výpočet 2D inverzní úlohy. Na chlazeném povrchu se opět předpokládá rozdělení do  $N$  zón příslušných k teplotním senzorům. V první iteraci je proveden přibližný výpočet pomocí 2D sekvenční Beckovy metody, která je popsána na začátku této kapitoly. Spočteny jsou hustoty tepelných toků, jako funkce času pro  $N$  různých výškových úrovní. Výsledky jsou převedeny do tvaru funkcí v závislosti na teplotě povrchu.

Původní rozdělení povrchu do  $N$  zón „aktivních“ je nadále rozšířeno o  $N + 1$  nových zón „pasivních“, které vzniknou na původních hranicích, viz obr. 3.9.

Tepelné toky v pasivních zónách jsou dány výsledky z předchozí iterace (ve formátu funkcí teploty), zatímco v aktivních zónách jsou nadále hustoty tepelných toků stanovovány inverzním výpočtem. Celková plocha pasivních zón se postupně během iterací zvětšuje na úkor aktivních zón.



Obrázek 3.9: Přidání pasivních zón mezi kontrolní oblasti

Pro zvýšení stability metody se v pasivních zónách iterace  $j + 1$  použijí relaxované hodnoty namísto výsledků z aktivních zón iterace  $j$ , tj. použité hodnoty jsou váženým průměrem nově stanovených hodnot a hodnot použitých v předchozí iteraci, viz rovnice 3.1.

$$Q_{pasivní,j+1} = r * Q_{pasivní,j} + (1 - r) * Q_{aktivní,j} \quad (3.1)$$

Metoda byla opět aplikována na testovací úlohu, viz úloha v kapitole 2.3.3. První iterace výpočtu odpovídá běžnému řešení se všemi výše popsány nepřesnostmi, viz kapitola 3.2 a konkrétně řešení na obrázku 3.6.

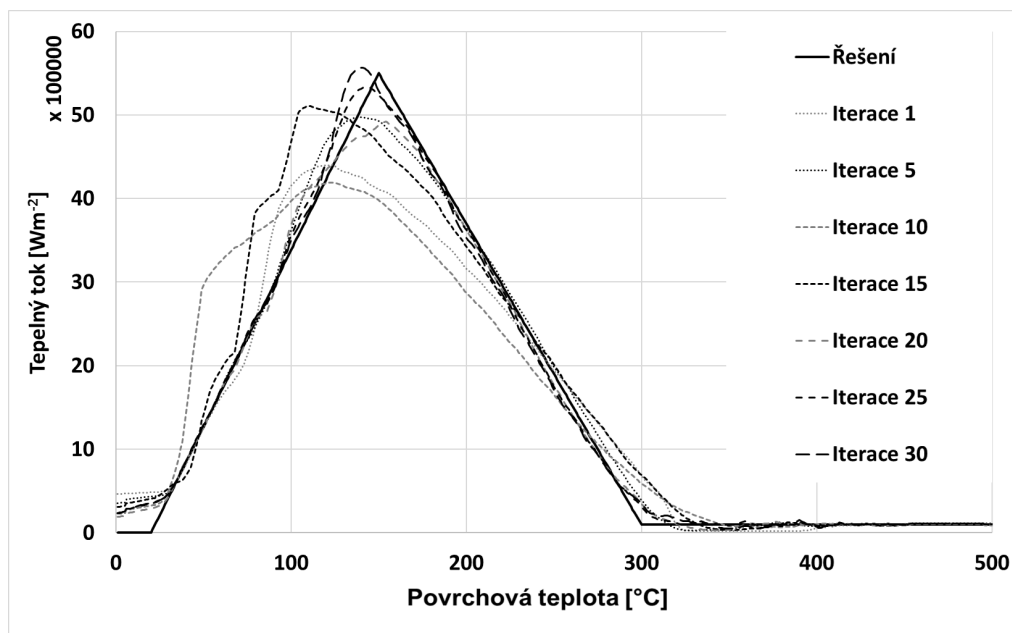
Pro další iterace se již používá systém aktivních zón (kde se okrajová podmínka právě optimalizuje) a zón pasivních (kde se používají hodnoty okrajových podmínek z předchozí iterace).

Pro stabilizaci výpočtu mezi jednotlivými iteracemi je na dílčí řešení aplikováno filtrování a relaxace. V tomto příkladu byla použita relaxace s lineárně narůstající hodnotou parametru  $r$ , viz rovnice 3.1. Z  $r = 0,5$  na  $r = 0,8$ .

Pro ilustraci vývoje řešení v průběhu iterací je v grafu 3.10 vyneseno řešení  $Q_6$  v iteracích 1, 5, 10, 15, 20, 25 a 30.

Popsaná metoda je schopna vylepšit základní řešení a přinést tak přesnější výsledky. Její praktické používání je ovšem komplikované zejména z těchto důvodů:

- Metoda nemusí zlepšit celé řešení. Místy může dojít k téměř náhodnému zkreslení (zhoršení).
- Nedá se obecně stanovit pravidlo, kolik iterací je potřebných pro konkrétní výpočet. Jedno z mála použitelných vodítek je sestavit testovací úlohu podobných vlastností, na které je možné počet potřebných iterací odhadnout a otestovat.
- Obdobně je nutné konkrétnímu typu úloh přizpůsobit parametry relaxace a nastavit pozvolnou změnu zastoupení aktivních a pasivních oblastí.
- Každá iterace výpočtu je řádově stejně složitá, jako základní výpočet prezentovaný v úvodu této kapitoly. Pro  $I$  iterací, je tak tato metoda  $I$  krát časově náročnější, než metoda základní. Pro uvedený příklad bylo  $I = 30$ . Pro reálné úlohy by mělo být použito



Obrázek 3.10: Postupné změny řešení v průběhu 30 iterací

více iterací, aby se zaručila konvergence k řešení i při mírně odlišném chování reálné úlohy.

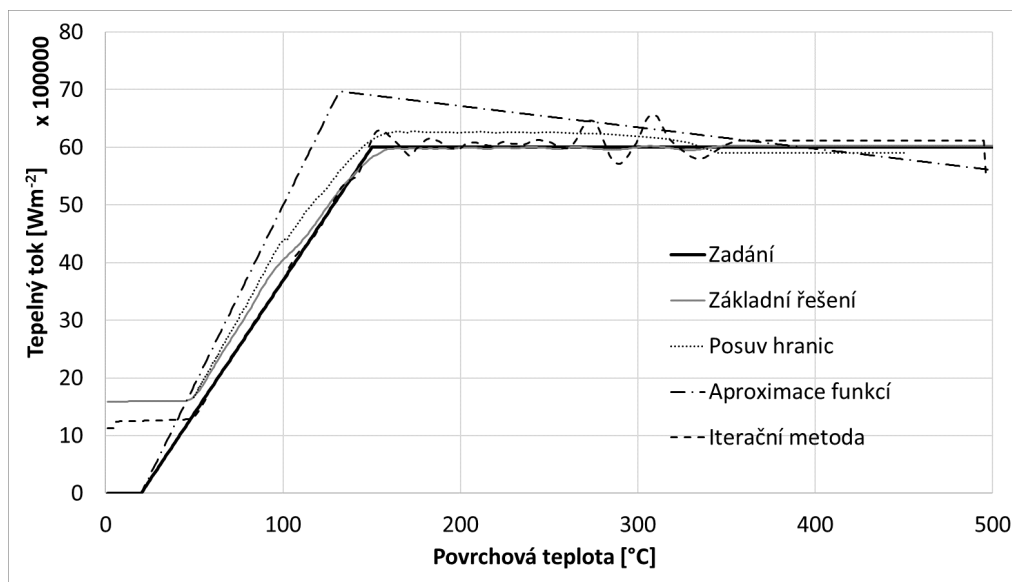
### 3.6 Porovnání vyvinutých metod

V rámci této dizertační práce byly vyvinuty tři metody ("Posuv hranic", "Aproximace funkcí", "Iterační metoda") pro řešení úlohy popsané v této kapitole (2.3.3). K vzájemnému srovnávání těchto metod je dále použita čtvrtá metoda, označená jako "základní řešení". Před samotným srovnáním vyvinutých metod je nutné si uvědomit, že dosažené výsledky jednotlivých metod na testovacích úlohách jsou z velké části dány vlastnostmi a parametry testované úlohy samotné. Praktické zkušenosti s odladováním popsaných metod ukázaly, že i volba, zda zadání (a tím i hledaná řešení) bude ve tvaru funkcí tepelných toků nebo součinitelů přestupu tepla, má velký vliv na kvalitu jednotlivých řešení. Nalezená řešení testovací úlohy jsou srovnány v grafech 3.11 a 3.12.

První graf (3.11) reprezentuje výsledky pro dopadovou oblast (třetí teplotní senzor). Okrajová podmínka testovací úlohy je v této oblasti zvolená tak, že má vysokou hodnotu i pro vysoké teploty. Není zde proto podstatný fenomén posouvání LF hranice a nejlepších výsledků dosahuje základní řešení. Obdobně přesného výsledku dosahuje metoda posuvu hranic. Méně přesná je pak iterační metoda, která sice kopíruje správný trend, ale je zatížena náhodnými oscilacemi a aproximační metoda, která se od správného řešení z porovnávaných metod odlišuje nejvíce.

Druhý graf (3.12) reprezentuje výsledky mimo dopadovou oblast (sedmý teplotní senzor odshora). V tomto případě je již vidět vliv posouvající se LF hranice, který silně zkresluje základní řešení. Nejlépe v tomto případě vychází iterační metoda, která správné řešení věrně



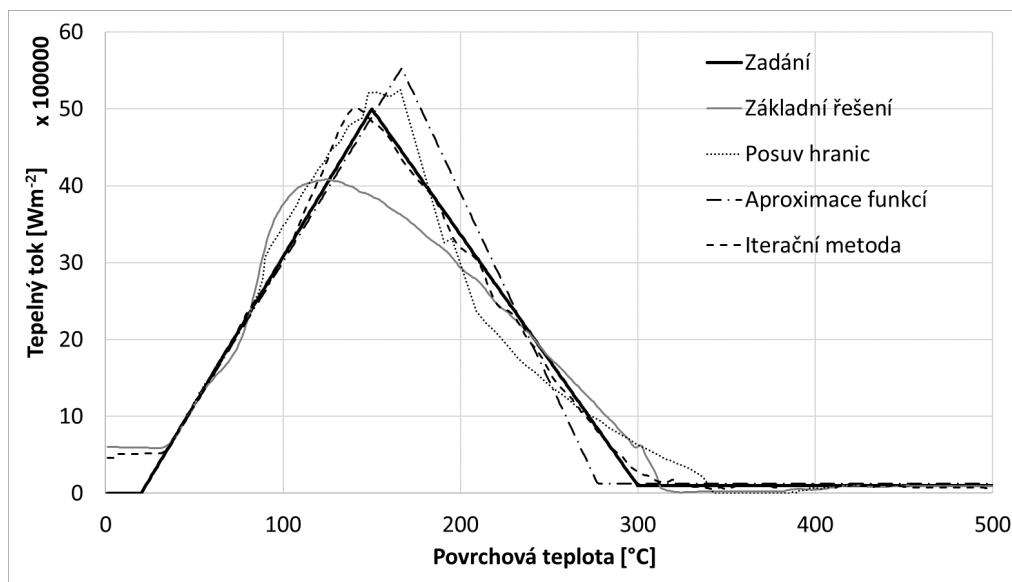


Obrázek 3.11: Srovnání výsledků vyvinutých metod na testovací úloze (dopadová oblast)

kopíruje a to i v kritickém bodě kolem teploty 300 °C (LF teplota). Řešení pomocí aproximace, stejně jako v předchozím případě řešení v dopadové oblasti, přibližně vystihuje trend správného řešení, ale konkrétní polohy významných bodů (maximum a LF teplota 300 °C) nejsou nalezeny přesně.

Relativně špatně též vychází metoda posuvu hranic a to především v okolí LF teploty (300 °C). Tento výsledek je z velké části ovlivněný volbou testovací úlohy, protože metoda posouvání hranic potřebuje pro svoji funkci prudký předěl mezi okrajovou podmínkou pod/nad LF teplotou. Optimální tvar okrajové podmínky pro metodu posouvání hranic je téměř nulová hodnota tepelného toku pro teploty nad LF teplotou se skokovou změnou na maximální hodnotu pro teploty pod LF teplotou. Testovací úloha samozřejmě nemůže být volena podle preferencí některé z výpočetních metod, ale současně není možné vyloučit, že se popsany tvar okrajové podmínky v praxi vyskytuje.

Výpočetní metody je možné srovnávat podle dalších kritérií, jako jsou například ideální podmínky pro jejich použití, výpočetní náročnost a náročnost implementace. První tabulka srovnává ideální podmínky pro jednotlivé výpočetní metody.



Obrázek 3.12: Srovnání výsledků vyvinutých metod na testovací úloze (mimo dopadovou oblast)

Metoda	Ideální podmínky použití
Základní řešení	Malé vzdálenosti mezi sousedními teplotními senzory.
Posuv hranic	Skoková změna tepelného toku mezi případy s povrchovou teplotou nad a pod LF teplotou. Ideálně nulový tepelný tok pro povrchové teploty nad LF teplotou.
Aproximace funkcí	Jednoduchý tvar okrajové podmínky z pohledu složitosti aproximující funkce a potřebného počtu parametrů.
Iterační metoda	Malé rozdíly v hledaných sousedních okrajových podmínkách.

Výpočetní náročnost je v následující tabulce uvedena relativně vůči výpočetní náročnosti základní metody. Uvedené hodnoty jsou přibližné a platí pro úlohy obdobných parametrů, jako má zvolená testovací úloha. Metoda s aproximací řešení sice nepoužívá inverzní výpočet v klasickém smyslu, ale jeho náročnost je přepočítána přes počet přímých výpočtů v porovnání se základní metodou.

Metoda	Výpočetní náročnost
Základní řešení	1
Posuv hranic	1-10, pro polohu LF hranice stanovenou dopředu na základě derivací teplot 5-20, pro automatickou detekci polohy LF hranice
Aproximace funkcí	10-1000
Iterační metoda	10-100

Metoda	Problematicčnost použití (Náročnost implementace)
Základní řešení	
Posuv hranic	Je nutné zpětně kontrolovat, zda je průběh LF hranice správně časově posunut tak, aby odpovídal realitě. Pro kontrolu není jednoznačné kritérium, které by udávalo jak poznat správné výsledky.
Aproximace funkcí	1) Je nutná znalost tvaru řešení. 2) Musí se zvolit vhodná aproximace. 3) Před samotným výpočtem je nutné provést přibližné řešení, aby se mohl nastavit startovací bod dostatečně blízko správného řešení.
Iterační metoda	Je nutné nastavit vhodnou míru relaxace a postup změny aktivních a pasivních zón. Špatné nastavení může kromě zkreslení výsledků a značného zpomalení konvergence řešení, způsobit i to, že řešení bude divergovat.

Posledním srovnávaným kritériem je obecnost metod. Nejméně obecnou metodou je posuv hranic. Tato metoda byla vyvinuta pro vyhodnocování konkrétního typu experimentů, viz úvod kapitoly 2.3.3. Ke svému chodu potřebuje jasné rozhraní, mezi velkou a téměř nulovou intenzitou chlazení. Pro variantu s automatickou detekcí je potřebné znát i přibližnou rychlost, směr a počátek pohybu této LF hranice. Zbylé dvě metody jsou obecnější, protože nejsou striktně omezeny na jednu pohybující se hranici, nevyžadují extrémní rozdíl okrajové podmínky před a za hranicí. Omezení pro metodu aproximace funkcí je složitost hledaného řešení z pohledu složitosti aproximujících funkcí (respektive počtu neznámých parametrů).

# ZÁVĚR

Tato dizertační práce je rozdělena do dvou částí. První část je teoretická a obsahuje popis běžně používaných metod pro řešení inverzních úloh vedení tepla. Pro každou metodu je stručně popsán princip, na kterém funguje a její základní vlastnosti.

Druhá část se zabývá konkrétním návrhem metod pro řešení inverzních úloh vedení tepla pro dva různé specifické typy úloh. Pro řešení těchto úloh bylo v rámci této dizertační práce navrženo a otestováno celkem pět metod a několik modifikací (dvě pro "prudce se měnící okrajové podmínky" a tři pro "nestacionárně nehomogenní chlazení vysoce tepelně vodivých materiálů").

Ani pro jeden ze studovaných typů úloh není možné v porovnávaných metodách najít jednu obecně nejlepší. Důvodem je to, že i v poměrně konkrétně specifikovaných úlohách, kterými se zabývá tato práce, je stále velká variabilita. Volba nejvhodnější metody je tak stále závislá na dalších vlastnostech zadané úlohy. Konkrétní stručná klasifikace vyvinutých metod je v následujícím textu.

## Prudce se měnící okrajové podmínky

Nově vyvinuté metody má smysl používat za předpokladu, že v řešených úlohách dochází k prudkým změnám okrajové podmínky. Za prudké změny se v tomto případě dá považovat zejména nárůst z nulové (téměř nulové) hodnoty okrajové podmínky na hodnotu blízkou maximální (v rámci dané úlohy) v čase kratším, než by byl dopředný čas při použití sekvenční metody.

Druhým předpokladem je, že je přesnější řešení požadováno. V praxi je mnoho aplikací, ve kterých rozostření nalezeného řešení nevadí, protože se pro další přímé výpočty používají například průměrné hodnoty. Na tomto místě je dobré si uvědomit, že rozdíl mezi "základním" a "zpřesněným" řešením je (v případě tepelných toků) pouze rozložení okrajové podmínky v čase. Integrál tepelných toků v čase (celkové odvedené teplo) by mělo být pro všechny uvažované metody stejný. Mírně komplikovanější situace je v případě, že je okrajová podmínka hledána ve formě HTC (součinitelů přestupu tepla), kdy do hry vstupují povrchové teploty.

**Dvoufázové řešení:** Metoda je vhodná pro dlouhé úlohy s omezeným počtem navzájem izolovaných prudkých změn v okrajové podmínce. V závislosti na použité metodě druhé fáze může být použitelnost metody omezena na krátké úseky s prudkými změnami (počtem časových elementů) a malou změnu materiálových vlastností v rámci jednotlivých intervalů řešených druhou fází metody. Tato omezení platí pro testovaný případ, kdy se v druhé fázi použije celo-doménová metoda.

Za předpokladu splnění výše uvedených podmínek může být dvoufázové řešení velmi efektivní a přitom jednoduchou metodou, jak vylepšit řešení inverzních úloh s dlouhými teplotními záznamy. Případná manuální kontrola nalezených řešení je zjednodušena tím, že všechny "kritické" části okrajové podmínky jsou nalezeny v rámci výpočtu dvoufázové metody

a nalezené řešení druhé fáze může být na těchto intervalech srovnáváno s výsledky fáze první. Relativně jednoduchá je i implementace.

**Sekvenční sub-doménová metoda:** Základní varianta sub-doménové metody má podobné vlastnosti jako sekvenční metoda s optimalizací lineární funkce. Lepších vlastností dosahuje za předpokladu dobrého naladění parametrů na zadaný typ úlohy. Naladění je ovšem složitější než u běžných sekvenčních metod, protože sub-doménová metoda kromě počtu dopředných kroků téměř vždy potřebuje nastavit parametr/y pro regularizaci. Hlavními výhodami této metody jsou:

- Predikce okrajové podmínky v rámci sub-domény (Nf dopředných kroků).
- "Symetrické" chování řešení na "symetrickém" tvaru hledané okrajové podmínky (například obdélníkový tvar okrajové podmínky).
- Možnost díky předchozím dvěma vlastnostem snadno metodu modifikovat pro konkrétní účely. Například popsaná modifikace "tolerance skoku".

**Sumarizace:** Pokud zadaná úloha splňuje všechna omezení pro použití dvoufázového řešení a zároveň není některého předem známého typu (například s předem známým obdélníkovým tvarem průběhu prudkých změn v okrajové podmínce), tak je výhodné použít dvoufázové řešení. V ostatních případech je vhodnější použít sub-doménovou metodu.

## Nestacionárně nehomogenní chlazení vysoce tepelně vodivých materiálů

Pro tento typ úlohy byly vyvinuty/testovány tři metody "Posuv hranic", "Aproximace funkcí" a "Iterační metoda". Jejich vlastnosti jsou srovnávány v kapitole 3.6. Porovnání dosažených výsledků na testovací úloze je v grafech 3.11, 3.12.

Ve stručnosti je možné říct, že všechny tři navržené metody jsou schopny dosáhnout relativně přesného řešení (ve srovnání se základním řešením) za předpokladu, že jsou splněny podmínky pro jejich použití.

Pokud je předem známý tvar řešení zadané úlohy a je možné toto řešení aproximovat dostatečně malým počtem parametrů, pak je výhodné použít metodu "aproximace funkcí". Metoda je implementačně nejjednodušší a její naladění není složité. Vážnými nevýhodami mohou být vysoká výpočetní náročnost (v závislosti na zvolené aproximaci) a nepříliš vysoká přesnost.

Nejméně výpočetně náročnou metodou z trojice uvedených je "posuv hranic". Metoda je však striktně omezena na případ, kdy po povrchu přechází jasné rozhraní mezi vysokou a téměř nulovou hodnotou okrajové podmínky. Na rozdíl od zbylých dvou metod, které je možné použít obecněji i pro jiné typy nestacionárně nehomogenního chlazení.

Poslední z vyvinutých metod, je metoda "iterační", která na zvolené testovací úloze dosahovala nejpřesnějšího řešení. Metodu je možné obecně aplikovat na širokou škálu úloh. Stěžejní je správné naladění metody, které zahrnuje volbu vývoje poměru aktivních/pasivních zón a

vývoj míry relaxace. Nevhodné nastavení může způsobit pomalou konvergenci, zkreslení nebo i divergenci řešení.

## REFERENCE

- [1] WOODBURY, Keith A. *Inverse Engineering Handbook*. Boca Raton: CRC Press, 2003, 466 s.
- [2] BECK, J. V., Ben BLACKWELL a Charles R ST. CLAIR. *Inverse heat conduction: ill-posed problems*. Wiley, 1985.
- [3] RAUDENSKÝ, Miroslav a Vladimír DUMEK. Neural Network & Inverse Problems. *Inverse Problem in Engineering Seminar*. Michigan State University, 1992.
- [4] DUMEK, V., M. DRUCKMULLER, M. RAUDENSKY a Keith WOODBURG. Novel approaches to the IHCP: neural networks and expert systems. *The 1st International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*. Palm Coast, FL, USA, 06/13-06/18/93 [online]. 1993 [cit. 2015-06-10].
- [5] RAUDENSKY, M., J. HORSKY, J. KREJSA a L. SLAMA. Usage of artificial intelligence methods in inverse problems for estimation of material parameters. *International Journal Of Numerical Methods For Heat & Fluid Flow* [online]. MCB UNIV PRESS LTD, 1996, 6(8): 19-29 [cit. 2015-06-10].
- [6] RAUDENSKY, M., J. HORSKY a J. KREJSA Usage of neural network for coupled parameter and function specification inverse heat conduction problem. *International Communications in Heat and Mass Transfer* [online]. 1995, 22(5): 661-670 [cit. 2015-06-10]. DOI: 10.1016/0735-1933(95)00052-Z.
- [7] KREJSA, J., K. A. WOODBURY, J. D. RATLIFF a M. RAUDENSKY Assessment of strategies and potential for neural networks in the inverse heat conduction problem. *Inverse Problems In Engineering* [online]. GORDON BREACH PUBLISHING, TAYLOR, 1999, 7(3): 197-213 [cit. 2015-06-18].
- [8] RAUDENSKY, M., K. A. WOODBURY, J. KRAL a T. BREZINA. Genetic Algorithm in Solution of Inverse Heat-Conduction Problems. *Numerical Heat Transfer Part B-Fundamentals* [online]. HEMISPHERE PUBL CORP, 1995, 28(3): 293-306 [cit. 2015-06-18].
- [9] POHANKA, Michal. *Technical Experiment Based Inverse Tasks in Mechanics = Inverzní úlohy mechaniky s vazbou na technický experiment*. Brno, 2006.
- [10] KOMÍNEK, J., M., POHANKA Estimation of the Number of Forward Time Steps for the Sequential Beck Approach Used for Solving Inverse Heat Conduction Problems. *Materiali in tehnologije*, 2016, vol. 50, no. 2, p. 207-210. ISSN: 1580-2949.
- [11] RAUDENSKÝ, M., POHANKA, M., HORSKÝ, J. Combined inverse heat conduction method for highly transient processes. *Computational Studies* [online]. 2002, s. 35-42 [cit. 2015-06-19].
- [12] HŘIBOVÁ, V. *Vývoj inverzní sub-doménové metody pro výpočet okrajových podmínek vedení tepla.*, Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2015.
- [13] KOMÍNEK, Jan. *Heuristické algoritmy pro optimalizaci. Vysoké učení technické v Brně*. Fakulta strojního inženýrství, 2012.
- [14] INCROPERA, F. P. a D. P. DEWITT *Fundamentals of heat and mass transfer.*, 4. vyd., New York: Wiley, 1996, 886 s.
- [15] KOMÍNEK, J., V. HŘIBOVÁ a M. POHANKA Methodology of Evaluation of Heat Transfer Experiment on Aluminum sample. In: *METAL: International Conference on Metallurgy and Materials*, Ostrava: Tanger, Ltd, 2015, s. 1-6.
- [16] Nelder, J. A., R. Mead A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 1965, 7, p. 308–313.

# ŽIVOTOPIS AUTORA

## Osobní údaje

**Datum narození:** 2. 12. 1986  
**Místo narození:** Brno  
**Trvalé bydliště:** Divadelní 15  
664 44 Ořechov  
**Telefon:** (+420) 777 271 596  
**E-mail:** Jan.Kominek@vut.cz  
**Rodinný stav:** ženatý

## Vzdělání

2012 - dosud **VUT v Brně**, Fakulta strojního inženýrství, Obor Inženýrská mechanika, doktorské studium  
2010 - 2012 **VUT v Brně**, Fakulta strojního inženýrství, Obor Matematické inženýrství, magisterské studium  
2007 - 2010 **VUT v Brně**, Fakulta strojního inženýrství, Obor Matematické inženýrství, bakalářské studium

## Zaměstnání

2012 - dosud **VUT v Brně**, Fakulta strojního inženýrství, Laboratoř přenosu tepla a proudění, technik

## Další schopnosti a dovednosti

**Jazykové znalosti:** Angličtina B1  
Němčina A1  
**Řidičské oprávnění:** skupina B  
**PC dovednosti:** MATLAB, C, C++, Pascal, Delphi, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, CAD systémy, MS Office



## ABSTRAKT

Numerické simulace tepelných procesů jsou založeny na znalosti geometrie, materiálových vlastností, počátečních a okrajových podmínek. Masivnímu používání těchto simulací v hutním průmyslu (například pro simulaci tepelného zpracování oceli) brání neznámost přesných okrajových podmínek, které na rozdíl od ostatních vstupních parametrů obvykle není snadné určit. Protože pro většinu netriviálních procesů neexistují dostatečně přesné empirické vztahy, je nutné okrajové podmínky získávat experimentální cestou. Okrajové podmínky nejde měřit přímo. Proto jsou místo nich zaznamenávány podpovrchové teploty, které jsou pomocí inverzní úlohy vedení tepla přepočítány na hledané okrajové podmínky.

Tato dizertační práce se zaměřuje na dva typy inverzních úloh, které jsou stávajícími metodami špatně řešitelné.

Prvním typem jsou úlohy, ve kterých dochází k prudkým (téměř skokovým) nárůstům/poklesům hodnoty okrajové podmínky. Pro tento typ úloh jsou v práci navrženy a srovnávány dva nové přístupy.

Druhým typem úlohy je nestacionárně nehomogenní chlazení. Pro tento případ jsou vyvinuty tři nové metody, které jsou aplikovány na případ vodního chlazení svislého povrchu hliníkového vzorku. Základní vlastností popisovaného případu je nehomogenita chlazení. Část povrchu je intenzivně chlazena stékající vodou na rozdíl od druhé části povrchu, který je chlazen jen s malou intenzitou, protože je od přímého kontaktu s vodou chráněn parní vrstvou (Leidenfrostův efekt). Rozložení těchto dvou částí je navíc nestacionární (v průběhu experimentu se mění).

Nově vyvinuté metody jsou vzájemně porovnávány.

## ABSTRACT

Numerical simulations of thermal processes are based on known geometry, material properties, initial and boundaries conditions. The massive use of these simulations in the metallurgical industry (for example for simulation of heat treatment of steel) is limited by the knowledge of precise boundary conditions, which are not easy to determine in compare to other input parameters. Empirical formulas are not sufficiently accurate for most non-trivial processes. Therefore, it is necessary to obtain the boundary conditions by experimental way. Boundary conditions can not be measured directly. The boundary conditions are determined by solving inverse heat conduction problem based on the measured temperature records.

This doctoral thesis focuses on two types of the inverse heat conduction problems, which are poorly solved by existing methods. The first type are tasks that contains sharp increase/decrease in the values of the boundary conditions. Two new approaches are proposed and compared in this thesis for this type of tasks.

The second type are tasks with non-stationary and non-homogeneous cooling. Three new methods were developed for this case. They are applied for the case of water cooling of vertical aluminum sample. The base characteristics of the current task is inhomogeneous cooling. One part of the surface is cooled intensively by flowing water in contrast to the other part of surface which is cooled only with low intensity since it is protected from direct contact with water by the vapor layer (Leidenfrost effect). The positions of these two part of surface are not stationary (they change during the experiment).

The newly developed methods are compared to each other.