

VĚDECKÉ SPISY VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO V BRNĚ

Edice PhD Thesis, sv. 623

ISSN 1213-4198

thesis
?
IS

Ing. Tomáš Pospíšil

**Stochastické modelování
kompozitních materiálů**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta strojního inženýrství
Ústav matematiky

Ing. Tomáš Pospíšil

Stochastické modelování kompozitních materiálů

Stochastic Modeling of Composite Materials

Zkrácená verze Ph.D. Thesis

Obor: Aplikovaná matematika
Školitel: Prof. RNDr. Jan Franců, CSc.
Oponenti: Prof. RNDr. Viktor Beneš, DrSc.
Prof. Ing. Josef Kohoutek, CSc.

Datum obhajoby: 3.12.2010

KEYWORDS

Composite Materials, Non-periodic Structures, Random processes, Normality, Homogeneity

KLÍČOVÁ SLOVA

Kompozitní materiály, Neperiodické struktury, Náhodné procesy, Normalita, Homogenita

Místo uložení práce

Knihovna FSI VUT v Brně, Technická 2896/2, 616 69 Brno

© Tomáš Pospíšil, 2011

ISBN 978-80-214-4290-0

ISSN 1213-4198

Obsah

1	Úvod	4
1.1	Pojem kompozitního materiálu	4
1.2	Cíle práce	4
2	Stochastické procesy	5
2.1	Základní pojmy	5
2.2	Karhunen-Loèveův rozvoj	6
3	Simulace náhodné struktury	8
3.1	Algoritmus I	9
3.2	Algoritmus II	10
3.3	Algoritmus III	11
3.4	Algoritmus IV	12
4	Statistický popis	13
4.1	Popisná statistika	13
4.2	Prostorová náhodnost	14
5	Závěr	15
6	Publikace autora	18
7	Životopis	19
8	Abstrakt	20

1 Úvod

1.1 Pojem kompozitního materiálu

Vícesložkové materiály – tzv. kompozity, jsou heterogenní materiály tvořené dvěma případně více fázemi obvykle rozdílného chemického složení, které se liší také svými fyzikálními a mechanickými vlastnostmi. Jedna z fází tvoří tzv. *matrici* kompozitu a je souvislou fází. Sekundární fáze, která zpevňuje matici kompozitu, je obvykle nesouvislá, a je tvořena částicemi různého typu a tvaru. Jako příklad uveďme matici vyztuženou vlákny, kdy hovoříme o vláknovém kompozitu. Vhodným výběrem vzájemných kombinací matrice a zpevňující fáze a volbou jejich vzájemného objemového poměru (*volume fraction*) je možné dosáhnout vysoké úrovně užitných vlastností kompozitů. Matrice kompozitu má v porovnání se zpevňující fází nižší pevnostní vlastnosti a větší plasticitu. Často je požadována také nízká hustota materiálu matrice. Základní funkcí matrice je přenos vnějšího zatížení na zpevňující fázi. Matrice dále spojuje částice zpevňující fáze, chrání je před mechanickým, popř. chemickým poškozením. Matrice odděluje jednotlivé částice zpevňující fáze a brání rozvoji křehkého porušení kompozitu. Dále přenáší převážnou část vnějšího zatížení.

Vláknové kompozity nacházejí v dnešní době velmi široké uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti. Jako příklad se zmiňme o jejich širokém využití např. v automobilovém, kosmickém či stavebním průmyslu pro jejich dobré fyzikální vlastnosti. Z hlediska matematického modelování nám jde především o znalost některých fyzikálních vlastností bez nutnosti jejich výroby. Experimentální měření jsou totiž dosti složitá a nákladná, a navíc vyžadují nejdříve vyrobit vzorky, a proto je užitečné umět spočítat tyto veličiny z parametrů jednotlivých složek a jejich geometrického uspořádání.

1.2 Cíle práce

Matematické modelování heterogenních materiálů je velmi obtížné, zejména v případech kompozitních materiálů s jemnou strukturou.

Jedním postupem, jak řešit takové úlohy, je matematická metoda nazývaná homogenizace. Fyzikálně pod tímto pojmem rozumíme nahrazení heterogenního materiálu s periodickou strukturou z makroskopického hlediska „ekvivalentním“ materiálem homogenním. Tato metoda však předpokládá periodickou strukturu daného materiálu.

Jelikož reálné kompozitní materiály nevykazují periodickou strukturu, tj. rozložení vláken v matici má náhodný charakter, tak nás zejména bude zajímat

otázka, jak velké chyby se dopustíme, jestliže neperiodický (reálný) materiál nahradíme materiálem periodickým.

Cílem práce bylo proto vytvoření algoritmu na generování náhodné struktury dvousložkového vláknového kompozitu při zachování objemového poměru (*volume fraction*) obou fází. Dalším cílem bylo shromáždit stochastické metody pro analýzu prostorových struktur a vygenerované struktury pomocí těchto metod analyzovat a srovnat s reálnými vzorky.

2 Stochastické procesy

Algoritmy pro generování náhodných struktur využívají následující pojmy z teorie stochastických procesů.

2.1 Základní pojmy

Definice 2.1. Nechť $T \subseteq \mathbb{R}$ ($T \neq \emptyset$) a $\{X_t; t \in T\}$ je systém náhodných veličin definovaných na pravděpodobnostním prostoru (Ω, \mathcal{A}, P) . Pak $\{X_t\}_{t \in T}$ nazýváme stochastickým (náhodným) procesem.

Poznámka 2.2.

1. Je-li T jednobodová, pak $\{X_t\}_{t \in T}$ je náhodná veličina.
2. Je-li $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$, pak $\{X_t\} = (X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$ je náhodný vektor.
3. Je-li $T = (a, b)$ interval, pak mluvíme o stochastickém procesu se spojitým časem.

Poznámka 2.3.

1. Je-li $\{X_t\}_{t \in T}$ stochastický proces, tak pro $\forall t \in T$ je X_t náhodná veličina, tj. $X_t = X_t(\omega)$.
2. $\{X_t\}_{t \in T} = X_t = X(t, \omega) = X_t(\omega)$.
3. Je-li ω pevné, pak $X(t) = X(t, \omega)$ reprezentuje jednu realizaci (trajektorii) stochastického procesu $\{X_t\}_{t \in T}$. Tedy $\{X_t\}_{t \in T}$ lze chápat jako množinu trajektorií.

Definice 2.4 (Bílý šum). Stochastický proces ξ_t budeme nazývat bílý šum (*white noise process*), jestliže pro libovolné časové okamžiky $t_1 \neq t_2$ jsou ξ_{t_1} a ξ_{t_2} nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem λ , tj. $\mathbf{E}[\xi_t] = 0$; $\mathbf{D}[\xi_t] = \lambda$. Píšeme pak $\xi_t \sim \mathbf{WN}(0, \lambda)$.

Poznámka 2.5. Bílý šum nemá spojité trajektorie a nelze je proto nakreslit.

Definice 2.6 (Brownův pohyb). Stochastický proces B_t , kde $t \in \langle 0, \infty \rangle$ budeme nazývat Brownův pohyb (nebo též Wienerův proces), jestliže platí:

- $B_0 = 0$ a jednotlivé trajektorie Brownova pohybu jsou spojité funkce času t .
- Pro $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_n$ jsou přírůstky (tj. náhodné veličiny) $B_{t_1} - B_{t_0}, \dots, B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$ nezávislé.
- Pro libovolné t a $h > 0$, má $B_{t+h} - B_t$ normální (Gaussovo) rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem h , tj. $B_{t+h} - B_t \sim \mathbf{N}(0, h)$.

Lemma 2.7. *Nechť B_t je Brownův pohyb. Pak platí*

- $\mathbf{E}[B_t^2] = t$.
- $\mathbf{E}[B_t B_s] = \min\{t, s\}$ pro $t \geq 0, s \geq 0$.
- $\mathbf{E}[(B_t - B_s)^2] = |t - s|$.

2.2 Karhunen-Loèveův rozvoj

Karhunen-Loèveův rozvoj stochastického procesu $a(x, \omega)$ je založen na spektrálním rozvoji jeho kovarianční funkce

$$C(t_1, t_2) = \mathbf{E}[(a(t_1, \omega) - \mathbf{E}[a(t_1, \omega)])(a(t_2, \omega) - \mathbf{E}[a(t_2, \omega)])], \quad \forall t_1, t_2 \in D,$$

kde t_1 a t_2 značí časové souřadnice a D značí množinu, na které je daný stochastický proces definován. Z definice kovarianční funkce náhodného procesu plyne, že je ohraničená, symetrická a pozitivně definitní. Proto existuje spektrální rozklad kovarianční funkce ve tvaru

$$C(t_1, t_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \Phi_n(t_1) \Phi_n(t_2),$$

kde λ_n a $\Phi_n(\cdot)$ jsou vlastní čísla a vlastní funkce příslušného kovariančního jádra, které dostaneme řešením následující integrální Fredholmovy rovnice druhého druhu

$$\int_D C(t_1, t_2) \Phi(t_2) dt_2 = \lambda \Phi(t_1).$$

Dá se ukázat, že všechny vlastní funkce jsou vzájemně ortogonální. Karhunen-Loèveův rozvoj pak má tvar

$$a(t, \omega) = \mathbf{E} [a(t, \omega)] + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_n} \Phi_n(t) X_n(\omega),$$

kde X_n , $n = 1, 2, \dots$ je posloupnost vzájemně nezávislých náhodných veličin. Největší význam této spektrální reprezentace je ten, že časové náhodné odchylky můžeme vyjádřit jako součet deterministických funkcí v časových souřadnicích vynásobených náhodnými veličinami, které jsou nezávislé na těchto souřadnicích. Dále, označíme-li

$$a_K(t, \omega) = \mathbf{E} [a(t)] + \sum_{n=1}^K \sqrt{\lambda_n} \Phi_n(t) X_n(\omega), \quad (t, \omega) \in D \times \Omega,$$

pak platí

$$\mathbf{E} [(a - a_K)^2(t)] \rightarrow 0, \quad \text{pro } K \rightarrow \infty, \quad t \in D.$$

Pro Brownův pohyb definovaný na množině $D = \langle 0, T \rangle$ se dá ukázat, viz např. [19], [13], že pro vlastní funkce a vlastní hodnoty platí následující vztahy:

$$\Phi_n(t) = \sqrt{2} \sin \left(\frac{t}{\sqrt{\lambda_n}} \right), \quad \lambda_n = \frac{4T^2}{\pi^2(2n+1)^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad t \in \langle 0, T \rangle.$$

Brownův pohyb lze pak psát ve tvaru

$$B_t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\sqrt{2}T}{\pi(2n+1)} \sin \left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) X_n(\omega).$$

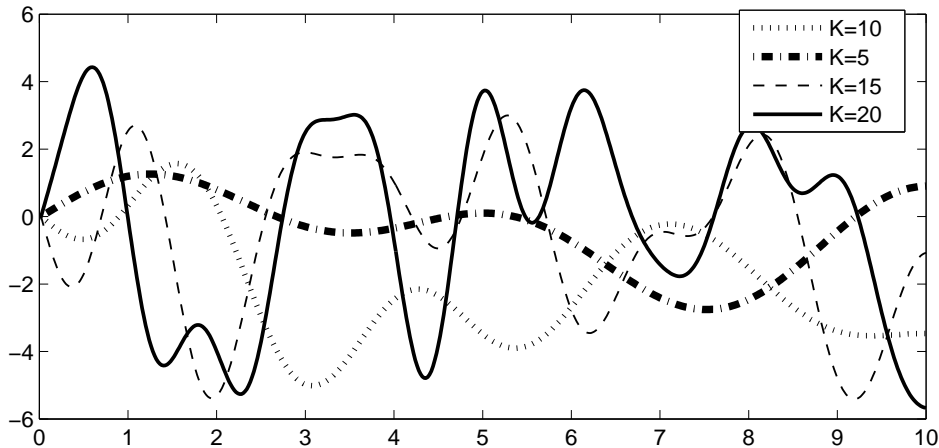
Z předchozího je jasné, že nahrazením uvedené sumy pouze konečným počtem jejích členů dostaneme trajektorii Brownova pohybu, která ovšem bude „hladší“ než skutečný Brownův pohyb.

Nyní uvedeme Karhunen-Loèveův rozvoj s konečným počtem členů pro stochastický proces $S(t, \omega)$ definovaný na intervalu $\langle 0, T \rangle$, který později využijeme v jednom algoritmu k simulaci náhodné struktury. Ten má následující tvar

$$S(t, \omega) = \sum_{n=0}^K \sin \left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T} \right) X_n(\omega).$$

Tento proces má charakter vyhlazeného bílého šumu (*smoothed white noise*) a pro naši simulaci je zcela dostačující. Platí, že čím více má daný proces

charakter bílého šumu, tím větší počet členů v rozvoji je třeba. V praxi však často vystačíme jen s několika členy. Na následujícím obrázku jsou nakresleny trajektorie pro $K = 5, 10, 15, 20$.



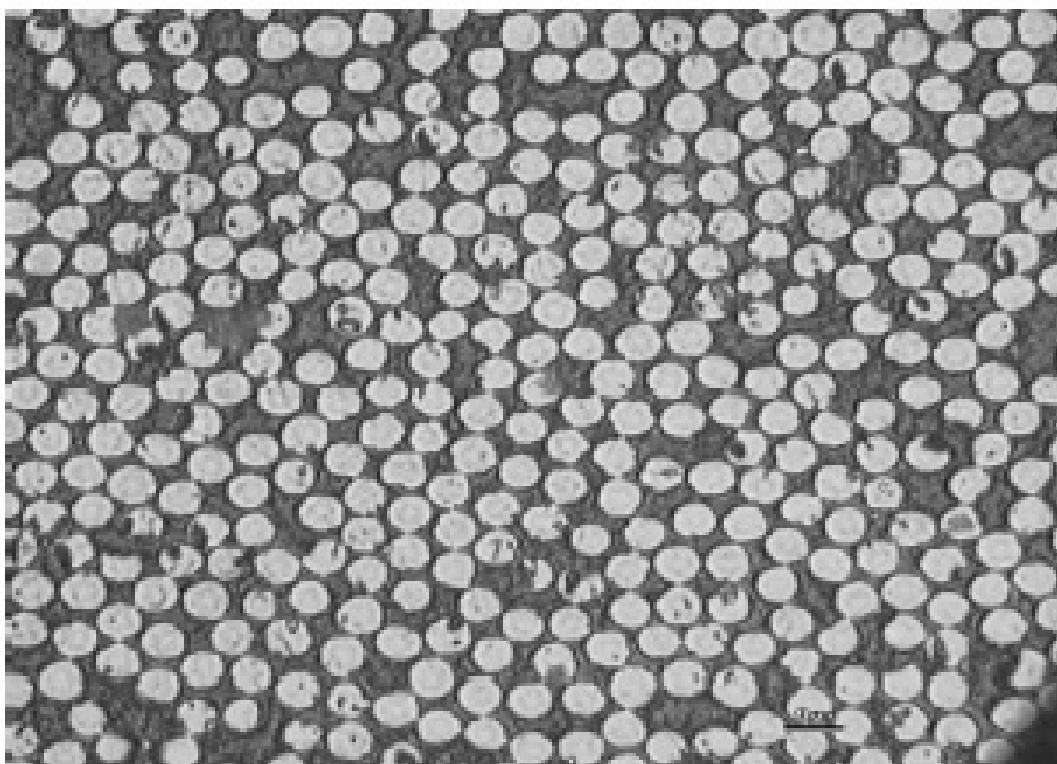
Obr. 1. Trajektorie procesu $S(t, \omega)$ pro různá K

3 Simulace náhodné struktury

Jak již bylo řečeno v úvodu, simulace náhodné struktury má svůj význam jak po stránce teoretické, tak i po stránce praktické. Nyní ukážeme reálnou strukturu vláknového kompozitu, která byla převzata z práce [38].

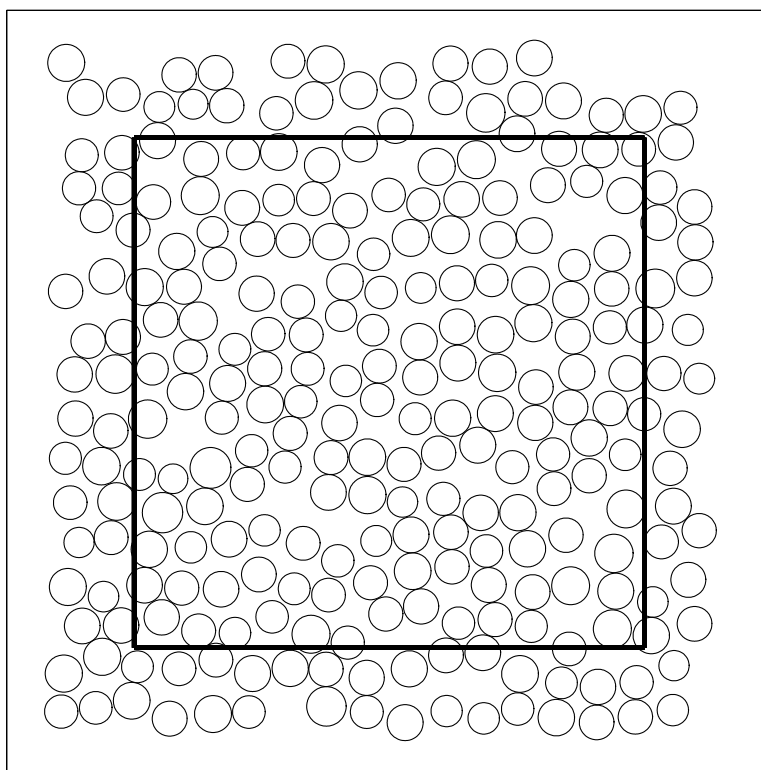
Je důležité připomenout, že většina dosavadních výsledků týkající se generování vzorků kompozitního materiálu vychází ze skutečnosti, že středy vláken reprezentující kompozitní materiál nejsou blíže než je průměr vlákna, který byl považován za konstantní pro všechna vlákna vystupující v daném vzorku. Algoritmy, generující vzorky tohoto typu jsou založeny zejména na tzv. prostorových bodových procesech (*spatial point processes*), které vycházejí z faktu, že počet a pozice vláken ve vzorku jsou náhodné veličiny. Tyto se však liší od algoritmů, které budou postupně uvedeny, jelikož umožňují pracovat s nekonzstantními poloměry vláken vystupující v daném vzorku při zachování výsledného objemového podílu vláken ve vzorku.

Celkem byly vytvořeny čtyři algoritmy **AI-AIV**. Vstupem byla velikost strany čtvercového vzorku 1144 pixelů, objemový podíl vláken ve vzorku a pravděpodobnostní rozdělení průměrů vláken ve vzorku. Na základě článku [38] bylo voleno normální rozdělení průměrů vláken $\mathbf{N}(71, 87; 20, 96)$ (jednotkou je 1 pixel) a objemový podíl vláken 0,4869 (tedy 48,69% obsahu plochy vzorku tvoří vlákna).



Obr. 2. Reálný vzorek kompozitu.

3.1 Algoritmus I



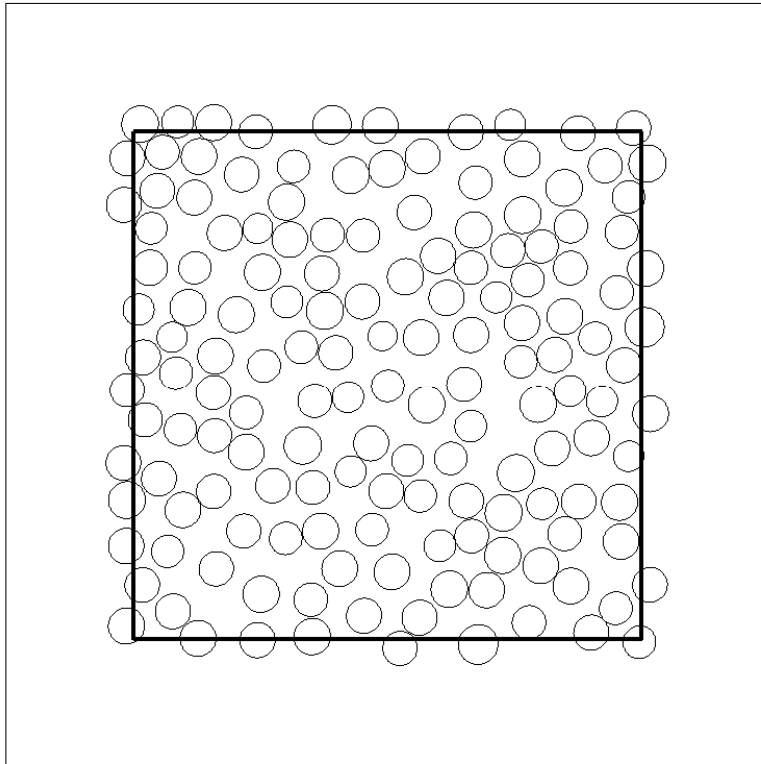
Obr. 3. Výsledná struktura generovaná algoritmem AI.

Tento algoritmus **AI** využívá Karhunen-Loèveova rozvoje procesu, mající charakter vyhlazeného bílého šumu

$$S(t, \omega) = \sum_{n=0}^K \sin\left(\frac{(2n+1)\pi t}{2T}\right) X_n(\omega).$$

Algoritmus generuje náhodnou strukturu, jak můžeme vidět na Obr. 3.

3.2 Algoritmus II

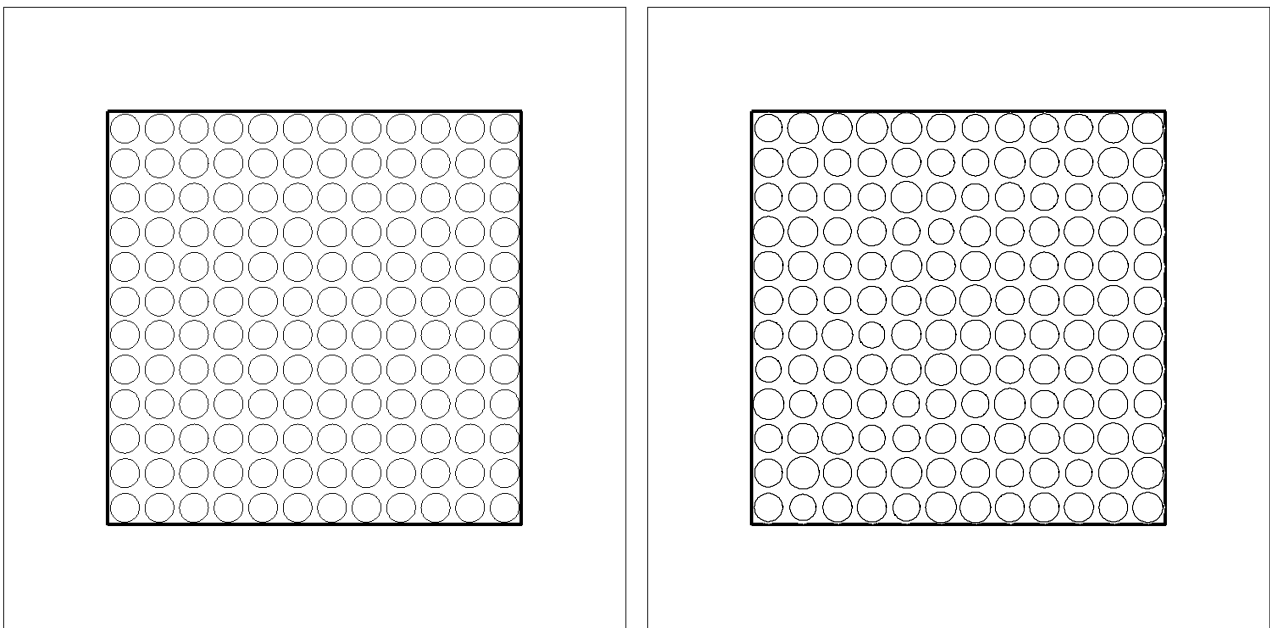


Obr. 4. Výsledná struktura generovaná algoritmem **AII**.

Princip algoritmu **AII** je postaven na několika krocích. Nejprve se vygeneruje vlákno uvnitř vzorku a pak se zvolí náhodný směr a vzdálenost, kam se „umístí“ další vlákno (s náhodným průměrem). Tento postup se dále opakuje. Při každém kroku je třeba ověřit, zda nová pozice vlákna je reálná, tj. zda nedojde k překryvu vláken. Zároveň je přitom kontrolována minimální vzdálenost mezi sousedními vlákny. Pokud je skutečná vzdálenost menší než námi zvolená nebo pokud dojde k překryvu vláken, tak musíme z výchozího vlákna vygenerovat nový náhodný směr, vzdálenost a následně vše opět zkontrolovat. Postup se opakuje tak dlouho, dokud aktuální objemový podíl vláken je menší než požadovaný, tj. 0,4869. Výsledek této simulace můžeme vidět na Obr. 4.

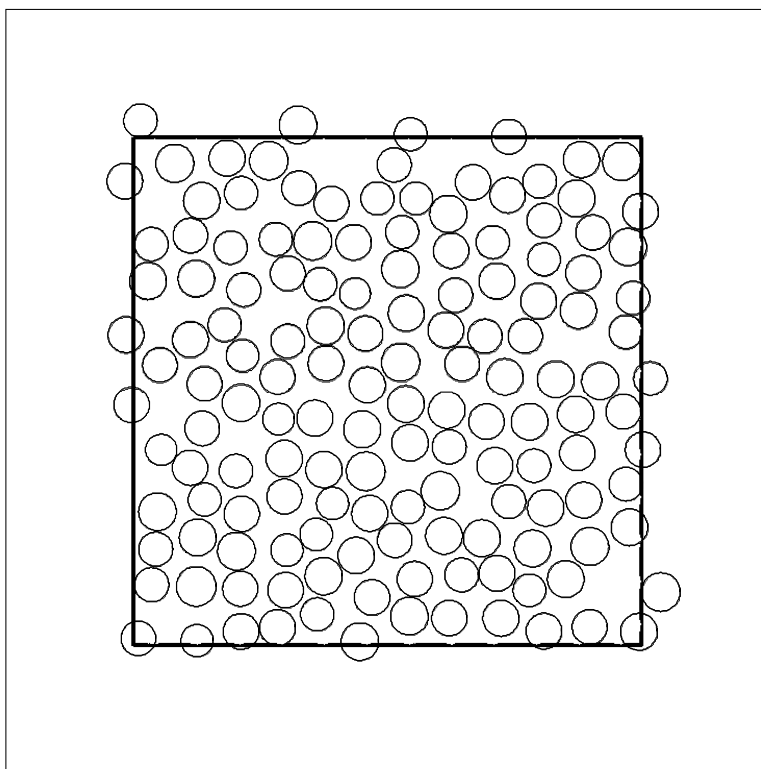
3.3 Algoritmus III

Tento algoritmus se od předchozích dvou dosti odlišuje. Vychází ze samotné fyzikální podstaty Brownova pohybu částic. Simulace probíhá tak, že nejprve nageneryjeme čistě periodickou strukturu, kde všechny poloměry vláken jsou konstantní při zachování požadovaného objemového podílu. Potom průměr každého vlákna náhodně změním podle známého rozdělení průměrů vláken. Tento postup můžeme vidět na Obr. 5 a 6.



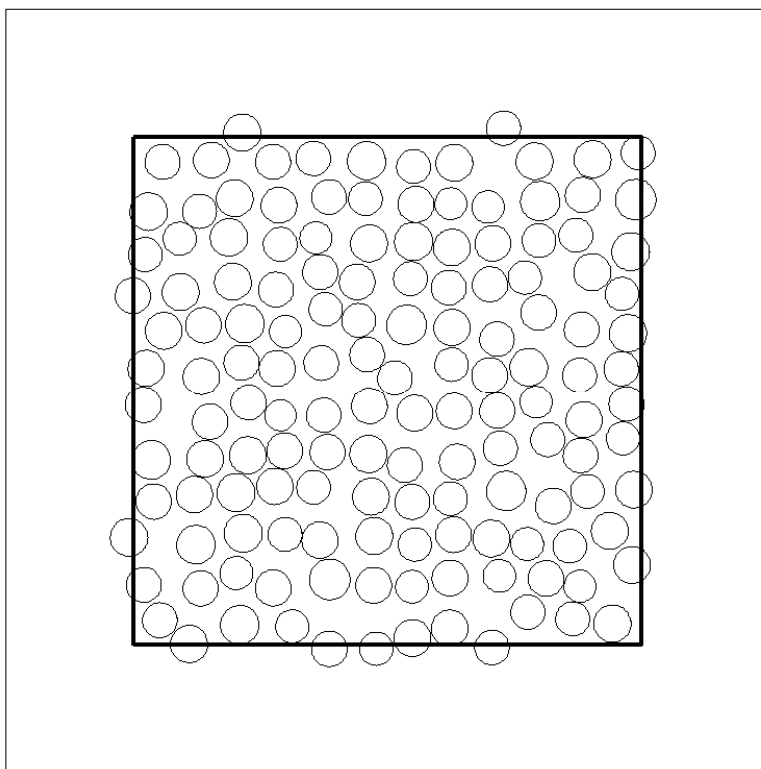
Obr. 5 a 6. K simulaci algoritmu **AIII**.

V následujícím kroku simulace podrobíme postupně každé vlákno Brownově pohybu. Jinak řečeno, zvolíme náhodný směr a vzdálenost, o kterou každé vlákno vychýlíme. V každém kroku musíme dále kontrolovat, zda nedojde k překryvu vláken nebo nedodržení minimální vzdálenosti. Pokud ano, zvolíme jiný náhodný směr a vzdálenost a postup opakujeme do té doby, dokud není všechno v pořádku. Důležité je, že generované náhodné výchylky se pohybují řádově v desetinách velikosti průměru vlákna, tedy jsou relativně malé. Tato skutečnost tudíž odpovídá představě reálného Brownova pohybu. Rozdíl je pouze v tom, že zde neuvažujeme srážky dvou nebo více částic a předávání hybnosti při nárazu jedné částice do druhé. Výslednou strukturu generovanou algoritmem **AIII** můžeme vidět na následujícím obrázku.



*Obr. 7. Výsledná struktura generovaná algoritmem **AIII**.*

3.4 Algoritmus IV



*Obr. 8. Výsledná struktura generovaná algoritmem **AIV**.*

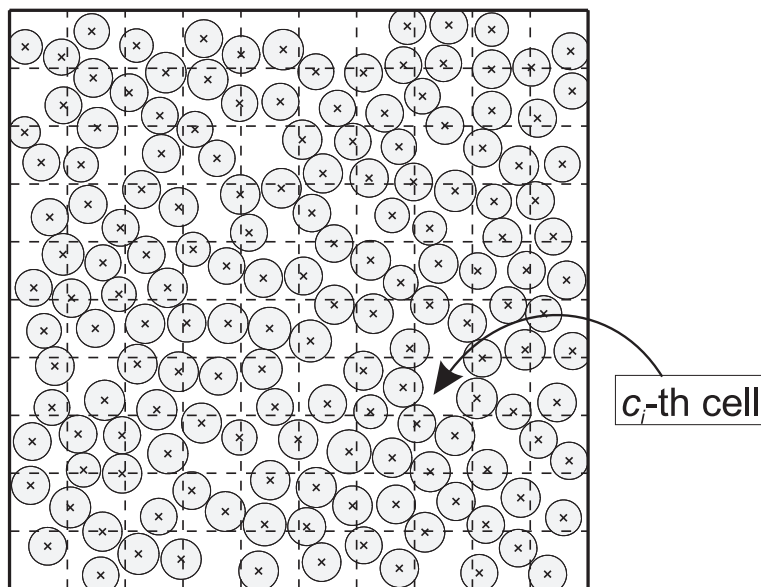
Princip tohoto algoritmu je velice podobný jako princip algoritmu **AIII**. Rozdíl je pouze v tom, že pokud dojde při vychýlení vlákna k překryvu nebo nedodržení minimální vzdálenosti, tak se negeneruje nová poloha, ale vlákno zůstane na svém původním místě. Tato skutečnost způsobí, že výsledná struktura není tak náhodná jako tomu bylo v předchozím případě. Výhoda spočívá v tom, že generování této struktury je podstatně rychlejší. Výsledek je vidět na Obr. 8.

4 Statistický popis

Nyní uvedeme některé statistické indikátory používané ke správnému popisu rozdílů jednotlivých vzorků kompozitního materiálu.

4.1 Popisná statistika

Za účelem možnosti použití metod popisné statistiky, musíme vytvořit sadu parametrů pro každý vzorek, kterou dále použijeme pro další výpočty. Nejjednodušší je rozdělit každý vzorek regulární abstraktní $n \times n$ čtvercovou sítí. V našich vzorcích použijeme $n = 10$, tj. 10×10 síť. Dále, pro každou buňku c_i spočítáme elementární objemový podíl (volume fraction) a tuto obdržanou sadu objemových podílů $\{f_i\}_{i=1}^{n \times n}$ použijeme pro následné výpočty.



Obr. 9. Rozdělení vzorku abstraktní sítí.

Je velmi důležité zvolit optimální poměr mezi velikostí n a průměrným průměrem vláken ve vzorku. Je zřejmé, že volba velkého n je bezpředmětná, jelikož

některé buňky by měly nulový objemový podíl. Na druhou stranu volba malého n by plně nevystihla náhodnost vzorku. Označme symbolem f_i^j , $i = 1, \dots, n^2$, $j = 1, \dots, 15$ elementární objemové podíly v i -té buňce pro j -tou realizaci. Výsledky popisné statistiky jsou uvedeny v tabulce 1.

	Průměr	Medián	Min.	Max.	Rozsah	Rozptyl	Sm. odch.	Šikm.	Špič.
No. 1	51.63	53.35	17.38	92.39	75.01	215.32	14.67	2.97	-0.04
No. 2	51.13	54.21	0.00	86.84	86.84	295.23	17.18	2.99	-0.49
No. 3	47.93	48.53	0.28	86.17	85.90	326.10	18.06	2.85	-0.34
No. 4	44.32	46.51	0.00	74.44	74.44	277.27	16.65	2.91	-0.55
No. 5	53.79	54.44	15.86	93.25	77.39	242.45	15.57	2.60	0.05
No. 6	52.48	54.16	0.00	81.10	81.10	240.03	15.49	3.51	-0.62
No. 7	42.76	44.50	0.00	78.95	78.95	364.05	19.08	2.72	-0.55
No. 8	49.66	52.33	14.79	80.69	65.90	227.93	15.10	2.10	-0.09
No. 9	44.74	45.71	0.00	73.06	73.06	226.27	15.04	2.93	-0.37
No. 10	42.47	41.95	0.00	78.55	78.55	295.63	17.19	2.78	-0.09
No. 11	52.48	53.91	20.09	80.31	60.22	200.27	14.15	2.43	-0.32
No. 12	50.20	52.14	0.00	82.89	82.89	350.25	18.72	3.08	-0.70
No. 13	52.43	51.26	5.76	89.63	83.87	296.10	17.21	2.84	-0.24
No. 14	46.40	46.18	11.48	92.29	80.81	229.73	15.16	2.99	0.19
No. 15	47.90	47.36	0.00	86.14	86.14	275.41	16.60	2.81	-0.15
Průměr	48.69	49.77	5.71	83.78	78.07	270.80	16.39	2.83	-0.29

Tab. 1. Spočítané popisné statistiky elem. obj. podílů pro všechny vzorky.

V tabulce 2 jsou uvedeny popisné statistiky pro počet vláken v reálných vzorcích.

	Průměr	Medián	Min.	Max.	Rozsah	Rozptyl	Sm. odch.	Šikm.	Špič.
Real	164.60	164	145	189	44	167.40	12.94	2.04	0.14

Tab. 2. Spočítané popisné statistiky pro celkový počet vláken ve všech vzorcích.

4.2 Prostorová náhodnost

Úplná prostorová náhodnost (*complete spatial randomness* (CSR)), viz např. [9] nebo [8] pro její definici je středem zájmu v teorii kompozitů. Důvodem je její fyzikální podstata, viz [9]. Testy náhodnosti jsou zpravidla založeny na následujících třech oblastech metod:

- Quadrat tests
- Second-order methods
- Distance methods

Metody prvního typu jsou nejvíce používány v základních studiích, ale měly by být vždy doplněny jinými metodami. Metody druhého typu jsou založeny na použití metod typu Monte-Carlo a metody třetího typu využívají informaci přesných pozic vláken a mají výhodu, že nevyžadují dělení vzorku na jednotlivé kvadráty(sít).

5 Závěr

Kompozitní vláknové materiály mají v dnešní době velmi široké uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti a jsou proto právem velmi intenzivně studovány a analyzovány. Pro řádný výzkum je však mít třeba reálné vzorky těchto materiálů, jejichž zhotovení je velmi nákladné. Je proto důvod vyvíjet algoritmy, které nám dokáží s jistou přesností reálný materiál nasimulovat.

V práci jsou navrženy postupně čtyři různé algoritmy, které na základě reálného materiálu dokáží daný materiál nasimulovat s vysokou přesností. Jejich popis je v práci uveden. Využívají zejména teorie stochastických procesů a Brownova pohybu. Další krok spočívá v tom, jak dané vzorky získané těmito algoritmy mezi sebou navzájem statisticky porovnat. To je dalším cílem práce. V praxi existuje celá sada metod, jak tohoto dosáhnout. Mezi nejběžnější patří metody, které jsou založeny na rozdělení vzorku na tzv. kvadráty, ve kterých se jednotlivě spočítají elementární objemové podíly(volume fractions), se kterými se nadále pracuje. Mezi druhou třídu patří metody, založené na použití funkcí druhého řádu, kde nejrozšířenější je tzv. Ripleyova funkce. A nakonec třetí třídu tvoří metody využívající informace o přesných pozicích vláken nevyžadující dělení vzorku na kvadráty, které může být někdy obtížné zvolit.

Studium vláknových kompozitů je velmi složité a proto tvorba nových algoritmů a metod jejich statistického porovnávání může být otázkou dalšího výzkumu.

Literatura

- [1] Abramowitz, M., Stegun, I.A.: *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover, New York, 1964.
- [2] Anděl, J.: *Statistické metody*. Matfyzpress, Praha, 2005.
- [3] Anděl, J.: *Základy matematické statistiky*. Matfyzpress, Praha, 2005.
- [4] Anderson, T.W., Darling, D.A.: Asymptotic theory of certain goodness of fit criteria based on stochastic processes. *Annals of Mathematical Statistics*, **23**:193–212, 1952.
- [5] Baddeley, A.J., Kerscher, M., Schladitz, K., Scott, B.T.: Estimating the J -function without edge corrections.
- [6] Chen, J.S., Moon, Y.S.: Fingerprint Matching with Minutiae Quality Score *Lecture Notes in Computer Science*, Volume 4642, 2007.
- [7] Cliff, A.D., Ord, J.K.: *Spatial autocorrelation*. Pion, London, 1973.
- [8] Cressie, N.A.C.: *Statistics for Spatial Data*. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [9] Diggle, P.J.: *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns*. Oxford University Press Inc., New York, 2003.
- [10] Dixon, P.M.: Ripley's K -function. *Encyclopedia of Environmetrics*, **3**:1796–1803, 2002.
- [11] Fitzgibbon, A., Pilu, M., Fisher, R.B.: Direct least square fitting of ellipses. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **21**(5):476–480, 1999.
- [12] Gajdošík, J.: Quantitative analysis of fiber composite microstructure. Master's thesis, Czech Technical University in Prague, 2004.
- [13] Ghanem, R.G., Spanos, P.D.: *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*. Springer-Verlag, New York, 1991.
- [14] Hátle, J., Likeš, J.: *Základy počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky*. SNTL, ALFA, Praha, 1974.
- [15] Hebák, P., Hustopecký, J. & kol.: *Vícerozměrné statistické metody [1], [2], [3]*. INFORMATORIUM, Praha, 2005.
- [16] Hendl, J.: *Přehled statistických metod zpracování dat*. Portál, Praha, 2004.
- [17] Holden, H., Øksendal, B., Ubøe, J., Zhang, T.: *Stochastic Partial Differential Equations. A modelling, White Noise Functional Approach*. Birkhäuser Boston, Springer-Verlag New York, New York, 1996.

- [18] Islam, K.: *Transformed Tests for Homogeneity of Variances and Means*. PhD thesis, Graduate College of Bowling Green State Univ. Ohio, 2006.
- [19] Kloeden, P.E., Platen, E., Schurz, H.: *Numerical Solution of SDE Through Computer Experiments*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [20] Mansilla, D. Trias: *Analysis and Simulation of Transverse Random Fracture of Long Fibre Reinforced Composites*. PhD thesis, Universitat de Girona, 2005.
- [21] Meloun, M., Militký, J.: *Statistická analýza experimentálních dat*. Academia, Praha, 2004.
- [22] Meloun, M., Militký, J., Hill, M.: *Počítačová analýza vícerozměrných dat v příkladech*. Academia, Praha, 2005.
- [23] Mikosch, T.: *Elementary Stochastic Calculus*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1998.
- [24] Militký, J.: *Prostorová statistika v matlabu*. Sborník příspěvků z 8. konference, MATLAB 2000, HUMUSOFT Praha.
- [25] Ohser, S., Mücklich, F.: *Statistical Analysis of Microstructures in Material Science*. John Wiley & Sons, Chichester, 2000.
- [26] Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K., Chiu, S.N.: *Spatial Tessellations*. John Wiley & Sons, Chichester, 1999.
- [27] Øksendal, B.: *Stochastic Differential Equations*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, Germany, 2000.
- [28] Pospíšil, T.: *Mathematical modelling of composite material with random structure*. Master's thesis, Brno University of Technology, Dept. of Mathematics, 2003.
- [29] Rektorys, K. & kol.: *Přehled užití matematiky I, II*. Prometheus, Praha, 2000.
- [30] Ripley, B.D.: *Spatial Statistics*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2004.
- [31] Ryan, T.A., Joiner, B.L.: *Normal probability plots and tests for normality*, 1976.
- [32] Sofia Mucharreira de Azeredo Lopes: *Statistical Analysis of Particle Distributions in Composite Materials*. PhD thesis, Univ. of Sheffield, 2000.
- [33] Škrášek, J., Tichý, Z.: *Základy aplikované matematiky I,II,III*. SNTL, Praha, 1990.
- [34] Smith, T.E.: *Notebook On Spatial Data Analysis*. <http://www.seas.upenn.edu/~ese502/>.
- [35] Statistics Toolbox for use with Matlab. User's Guide, 2001.

- [36] Štecha, J.: *Optimalizační rozhodování a řízení*. Skriptum FEL ČVUT, Praha, 2000.
- [37] Torquato, S.: *Random Heterogeneous Materials*. Springer-Verlag, New-York, 2002.
- [38] Zeman, J.: *Analysis of Composite Materials with Random Microstructure*. PhD thesis, Czech Technical University in Prague, 2003.
- [39] Zeman, J.: *Analysis of mechanical properties of fiber-reinforced composites with random microstructure*. Master's thesis, Czech Technical University in Prague, 1999.

6 Publikace autora

1. Pospíšil T.: *Matematické modelování kompozitního materiálu s náhodnou strukturou*, Práce SVOČ 2003, ÚM FSI VUT v Brně, 36 stran.
2. Pospíšil T.: *Mathematical modeling of composite materials*, 2nd International Workshop 2003, FAST VUT v Brně.
3. Pospíšil T.: *Modelování pomocí stochastických diferenciálních rovnic*, Sborník z 13. semináře Moderní matematické metody v inženýrství, VŠB-TU Ostrava 2004, str. 180-183.
4. Pospíšil T.: *Mathematical Modelling of Composite Materials*, Proceedings of the International Interdisciplinary Honeywell EMI 2005.
5. Franců J., Nechvátal L., Pospíšil T.: *Mathematical Problems of Modelling of Real Composite Materials*, SEMINÁŘ Z APLIKOVANÉ MATEMATIKY U příležitosti 100. výročí narození prof. Františka Vyčichlo, Stavební fakulta ČVUT Praha 2005.
6. Pospíšil T.: *Generating of Random Structures for Mathematical Modelling of Composite Materials*, 5th International Workshop 2006, FAST VUT v Brně.
7. Pospíšil T.: *On Mathematical Modelling of Composites*, 6th International Workshop 2007, FAST VUT v Brně.
8. Pospíšil T.: *On Mathematical Modeling of Composite Material with Random Structure*, preprint.
9. Pospíšil T.: *On Statistical Description of Random Structures*, (accepted for publication in Mechanical Engineering).
10. Pospíšil T.: *Generating Non-Periodic Microstructures of Fiber Composites*, accepted for publication in Mechanical Engineering).

7 Životopis

A. Osobní údaje

Jméno a příjmení: Tomáš Pospíšil

Titul: Ing.

Trvalý pobyt: Rašelinová 4, 628 00 Brno

e-mail: tomin.pos@seznam.cz

Datum narození: 12. května 1980

Stav: svobodný, bezdětný

B. Dosažené vzdělání

1991–1998 Gymnázium Táborská, Brno

1998–2003 Inženýrské studium na ÚM FSI VUT v Brně, prospěl s vyznamenáním

2003–2010 Doktorský studijní program na ÚM FSI VUT v Brně

C. Pedagogická praxe

2003–2006 vedení cvičení na FSI VUT v Brně-Matematika III

2003–2006 vedení cvičení na FSI VUT v Brně-Matematika IV

2006 vedení přednášek a cvičení na FCH VUT v Brně-Informatika

D. Jazykové znalosti

Anglický jazyk: dobře

Německý jazyk: středně

E. Další dovednosti

Dobrá znalost OS Windows, MS Office, \LaTeX , Matlab, Maple, Delphi, C++

F. Ocenění

2003 2. místo v česko-slovenském kole soutěže SVOČ v sekci

2003 Cena děkana

2003 Cena Nadace Marie a Josefa Hlávky

2005 2. místo v soutěži řešitelů doktorského grantu VUT FSI 2005.

8 Abstrakt

Mathematical modeling of composite materials is very difficult due to their fine structure and random character. For the computational reasons, the real materials, i.e. materials with non-periodic structure are replaced by an “equivalent” structures having almost the same mechanical properties. The dissertation is devoted to generating of random structures of two-component fibre composite materials and to statistical methods for analysis of randomness of these structures. Four algorithms of structures with fibres of random diameter were developed. The obtained samples were statistically compared with real dates. Different methods for statistical analysis of plane structures were included.