

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

Ing. Jan Pěnčík

FYZIKÁLNĚ NELINEÁRNÍ ANALÝZA BETONOVÝCH ROVINNÝCH  
PRUTOVÝCH KONSTRUKCÍ

THE MATERIAL NON-LINEAR ANALYSIS OF CONCRETE PLANE  
FRAME STRUCTURES

Teze doktorské disertační práce

PhD Thesis

Obor: 36-06-9 Teorie konstrukcí  
Školitel: Doc. Ing. Jaroslav Navrátil, CSc.  
Oponenti: Prof. Ing. Ľudovít Fillo, PhD.  
Doc. Ing. Alois Materna, CSc., MBA  
Ing. Petr Fajman, CSc.  
Datum obhajoby: 23. květen 2001

© 2001 Jan Pěňčík  
ISBN 80-214-1898-2  
ISSN 1213-4198

# OBSAH

<b>1. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY</b>	<b>4</b>
<b>2. CÍL PRÁCE</b>	<b>5</b>
<b>3. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ</b>	<b>6</b>
3.1. Výpočtový postup – koncepce řešení	6
3.1.1. <i>Základní charakteristiky výpočtového postupu</i>	6
3.1.2. <i>Prutový konečný prvek</i>	7
3.1.3. <i>Zařazení prutového konečného prvku do systému ANSYS</i>	9
3.2. Fyzikálně nelineární analýza	10
3.2.1. <i>Přístupy k řešení fyzikálně nelineárních úloh</i>	10
3.2.2. <i>Metody řešení fyzikálně nelineárních úloh</i>	11
3.2.3. <i>Materiálové modely</i>	12
3.2.4. <i>Materiálové modely pro výpočty prováděné pomocí odvozeného prvku</i>	13
3.3. Vrstvový přístup řešení	16
3.4. Příklad nelineárního výpočtu	17
<b>4. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE</b>	<b>21</b>
<b>5. ZÁVĚR</b>	<b>22</b>
<b>6. LITERATURA</b>	<b>22</b>
<b>7. SUMMARY</b>	<b>25</b>
<b>8. ŽIVOTOPIS AUTORA</b>	<b>29</b>

# 1. SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Při navrhování a následném provádění stavebních konstrukcí, výškových budov, mostních konstrukcí, rezervoárů, telekomunikačních věží apod., je používán jako stavební materiál zejména železobeton popř. předpjatý beton. Jak z uvedených typů konstrukcí vyplývá, tak při jejich návrhu musí být splněny zejména požadavky bezpečnosti, hospodárnosti a životnosti. Aby mohly být požadavky splněny, je žádoucí provádět návrh a analýzu konstrukcí s uvážením všech rozhodujících faktorů, které ovlivňují výsledné chování konstrukcí. Mezi faktory, které by měly být zohledněny při analýzách patří materiálová nelinearita, geometrická nelinearita a postup výstavby.

V současné době je k dispozici značné množství literatury, která se zabývá buď přímo nelineárními analýzami železobetonových a předpjatých stavebních konstrukcí nebo dílčími částmi (například způsobem řešení systému nelineárních algebraických rovnic, modelováním materiálových charakteristik, modelováním ztráty soudržnosti mezi betonem a výztuží, modelováním reologických vlastností betonu), které s nelineárními analýzami konstrukcí blízce souvisí.

Poměrně značná část literatury se zabývá kromě nelineárních analýz také podáním přehledu a výběrem vhodných konstitutivních vztahů materiálů. Materiálové charakteristiky výztuže, jak betonářské tak i předpínací se dají pomocí moderních zkušebních metod zjistit s poměrně velkou přesností. Většinou se při stanovování fyzikálně-mechanických vlastností vychází z tahových zkoušek. Celá řada autorů vyjádřila pracovní diagramy pomocí analytických vztahů. Takový způsob přístupu lze najít v pracích D. Darwina, J. Eibla a G. Iványiho. Analytická vyjádření se většinou vztahují vždy na určité druhy výztuží. Jejich vzájemné porovnání můžeme nalézt v práci J. Hájka [5], ve které se snaží sjednotit různé vyjádření závislosti mezi napětími a deformacemi. Na rozdíl od výztuže je zjišťování materiálových charakteristik betonu podstatně komplikovanější. Jelikož beton sám o sobě je v podstatě kompozitní materiál, který je tvořen plnivem, pojivem, vodou, přísadami a příměsemi, je zřejmé, že pracovní diagramy mohou být ovlivněny větším množstvím náhodných faktorů. Materiálové charakteristiky betonu nemusejí být ovlivněné například pouze použitým typem plniva, přísad a příměsí, ale také vodním součinitelem, způsobem ukládání betonové směsi, uspořádáním podélné a příčné betonářské výztuže apod. Navíc beton jako stavební materiál má rozdílné vlastnosti v tahu a tlaku. Obdobně jako u výztuže lze i pracovní diagramy betonu vyjádřit analyticky, a to jak v tlačené části tak i v tažené části. Problémem analytického vyjádření konstitutivních vztahů v tlačené oblasti se zabýval například S. Popovics, A. Jílek a další.

Celkový přehled o analytických modelech a výpočetních programech pro nelineární analýzy konstrukcí, které byly vyvinuty na University of California v Berkley shrnul ve svém článku A. C. Scordelis [16], ve kterém se zmiňuje také

o vrstevné idealizaci průřezu. Přístup s použitím prutových konečných prvků dělených na konečný počet vrstev lze nalézt v práci I. Carola [2], který v ní popisuje metodu pro nelineární analýzu konstrukcí, která umožňuje vystihnout vliv fyzikálně nelineární závislosti mezi napětím a deformací, časově závislých vlastností betonu a teorie II. řádu. Zmínku o vrstevné idealizaci příčného řezu můžeme nalézt také v článku C. O. Chowna [7], ve kterém představuje a popisuje program PLASAN, který používá při výpočtu vlivu reologických vlastností betonu na napjatost konstrukce Timoshenkův vrstevný prutový konečný prvek. Timoshenkův prutový konečný prvek také použili R. J. Owen a E. Hinton [10] k vytvoření programů TIMOSH a TIMLAY, u kterého je rovněž použit vrstevný přístup. Dalším autorem, který zmiňuje možnost použití vrstevného přístupu při řešení nelineárních úloh je J. Eibl a P. G. Malerba. Na Fakultě stavební Vysokého učení technického v Brně se problematikou fyzikálně nelineárních výpočtů za použití vrstevného přístupu modelování prutových konstrukcí zabývali zejména J. Žák [21] a P. Vokáč [19].

Poměrně velké množství publikovaných prací se zabývá nelineárními analýzami skořepin popř. vzájemnou kombinací skořepin a prutových prvků. Z prací můžeme například jmenovat práci A. H. Rahmana [15], M. Uedy [18], M. Cervery [4] a dalších.

S fyzikálně nelineárními výpočty úzce souvisí také způsob modelování vzniku a dalšího rozvoje trhlin. Ve většině modelů se předpokládá, že směr vzniku trhliny je kolmý na směr maximálního tahového napětí. Lze najít velké množství literatury a článků, ve kterých se rozebírá možnost a výhodnost použití přístupu rozptýlené nebo fixované trhliny. Další otázkou při fyzikálně nelineárních výpočtech je modelování ztráty soudržnosti mezi betonem a betonářskou výztuží. Modelováním ztráty soudržnosti se zabývá celá řada autorů, uveďme například D. Darwina, L. Frankeho, Y. Gotoa a K. S. Viridiho.

## 2. CÍL PRÁCE

Doktorská disertační práce se zabývá fyzikálně nelineární analýzou rovinných betonových prutových konstrukcí. Vlastním cílem disertační práce je sestavení výpočtového algoritmu, pomocí kterého lze sestavit výpočtový program, umožňující statický výpočet betonových rovinných prutových konstrukcí s uvážením fyzikálně nelineárního chování materiálů, který je možné doplnit i o analýzu reologických vlivů. Výpočtový algoritmus by měl také umožnit postupné modelování konstrukce.

Vlastní cíle doktorské disertační práce lze shrnout do následujících bodů:

- použití stávajících materiálových modelů popřípadě navržení nových materiálových modelů na základě zkoušek, které výstižným způsobem popisují skutečné fyzikální chování materiálů používaných při výstavbě železobetonových a předpjatých prutových stavebních konstrukcí,

- sestavení výpočtového algoritmu pro řešení betonových rovinných prutových konstrukcí s uvážením fyzikálně nelineárního chování materiálů,
- pomocí výpočtového algoritmu vytvořit výpočtový program nebo začlenit vypracovanou metodiku výpočtu do některého ze stávajících výpočtových systémů (ANSYS, ABACUS, NASTRAN, MARC, TDA apod.),
- provést ověření správnosti zvoleného výpočtového algoritmu na numerických příkladech a provedení srovnání výsledků s dostupnými experimenty.

### 3. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ

#### 3.1. Výpočtový postup – koncepce řešení

Při odvozování algoritmu pro výpočet betonových prutových konstrukcí s uvažováním fyzikálně nelineárního chování materiálů bylo nutné vytvořit koncepci postupu, zejména se zřetelem a ohledem na použitý výpočtový systém. Zvážením nabízených možností bylo rozhodnuto použít ke zpracování tématu doktorské disertační práce programový systém ANSYS. Po analýze standardních prutových konečných prvků, které poskytuje systém ANSYS bylo rozhodnuto, že z hlediska výpočtu a pochopení problematiky bude nejvhodnější včlenit do tohoto programu uživatelský prutový konečný prvek. Jako nejvhodnější byl zvolen prutový prvek, který je používán ve výpočtovém programu TDA - Time Dependent Analysis [17], který při výpočtu zohledňuje jak práci normálových sil a ohybových momentů, ale i práci posouvajících sil na deformaci prutového konečného prvku.

##### 3.1.1. Základní charakteristiky výpočtového postupu

Statickou analýzu rovinných prutových konstrukcí s uvážením fyzikálně nelineárního chování materiálů lze obecně rozdělit do následujících bodů:

- **Modelování geometrie konstrukcí s uvážením postupu výstavby.** Každá stavební konstrukce prochází během výstavby celou řadou změn, které se týkají změn geometrie, okrajových podmínek, zatížení apod. Z tohoto důvodu je nutné zahrnout i tyto vlivy do odvozovaného algoritmu pro výpočet konstrukcí s uvážením fyzikálně nelineárního chování materiálů.
- **Statická fyzikálně nelineární analýza konstrukcí.** Ke statické fyzikálně nelineární analýze konstrukcí lze použít celou řadu výpočtových metod (metodu konečných prvků, metodu sítí, metodu hraničních prvků). V případě použití výpočetního systému ANSYS s uživatelským prutovým konečným prvkem je k výpočtům použita deformační varianta metody konečných prvků.
- **Analýza reologických účinků.** Analýza reologických účinků v kombinaci s fyzikálně nelineární analýzou konstrukcí není v disertační práci obsažena. Vypracovaný algoritmus však umožňuje po doplnění provádět i tyto typy výpočtů.

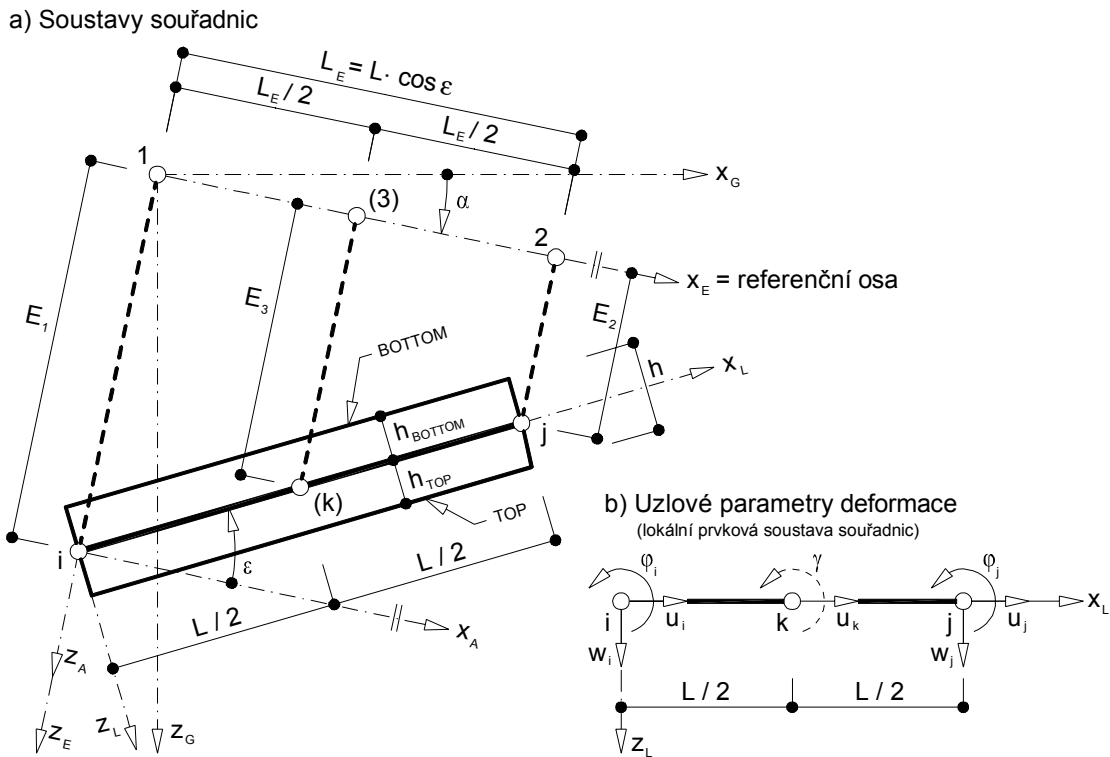
### 3.1.2. Prutový konečný prvek

Převážná většina stavebních konstrukcí je tvořena z různých nosných prvků (nosník, sloup, příčle, betonářská výztuž, předpínací výztuž apod.), které mohou být tvořeny z obecně různých materiálů (beton, betonářská výztuž, předpínací výztuž, apod.). Při volbě prutového konečného prvku, který je používán při výpočtech je vhodné volit takový konečný prvek, který umožňuje modelování všech výše uvedených konstrukčních typů prvků a materiálů.

Základní formulace prutového konečného prvku byla převzata z [8] a bylo provedeno opětovné odvození vektoru deformace, matice tuhosti, vektoru vnitřních sil a transformační matice, [11] a [12]. Odvození bylo doplněno o odvození redukované a neredukované matice hmotnosti, nového způsobu výpočtu vektoru vnitřních sil pomocí vypočtených deformací a napětí, vektoru uzlových zatížení, zatěžovacích vektorů od spojitých rovnoměrných zatížení a nerovnoměrné změny teploty.

Použitý prutový konečný prvek je přímým rovinným prutovým prvkem s excentrickým připojením koncových uzlů ( $i, j$ ) vztažených k uzlům metody konečných prvků (1, 2), které jsou umístěné v referenční ose, obr. 3.1a. Při volbě prutového konečného prvku pro fyzikálně nelineární výpočty byla snaha použít takový prvek, který umožňuje kompatibilitu deformace na povrchu excentrických prvků. Tento požadavek představuje zajištění spojitého průběhu deformace i v případech, kdy je mezi dvěma uzly umístěnými v referenční ose více jak jeden prutový konečný prvek. Příkladem tohoto přístupu může být samostatné modelování částí betonového průřezu, betonářské a předpínací výztuže. Aby byl splněn požadavek kompatibility deformace na povrchu excentrických prvků, byl použit přímý prutový prvek se třemi uzly – dvěma vnějšími ( $i, j$ ) a jedním vnitřním ( $k$ ) uzlem. Vnitřní uzel leží ve středu prutového konečného prvku a pro  $x$ -ovou souřadnici platí geometrická podmínka  $X_k = L/2$ , obr. 3.1, kde  $L$  je délka prutového konečného prvku v lokální prvkové soustavě souřadnic  $X_L Y_L Z_L$ .

K definování geometrie prutového konečného prvku je nutné zavést několik soustav souřadnic – globální soustavu souřadnic  $X_G Y_G Z_G$ , prvkovou soustavu souřadnic  $X_E Y_E Z_E$  a lokální prvkovou soustavu souřadnic  $X_L Y_L Z_L$ , obr. 3.1a. Navíc je vhodné z důvodu odvození transformační matice, která umožní přechod z lokální prvkové soustavy souřadnic  $X_L Y_L Z_L$  do globální soustavy souřadnic  $X_G Y_G Z_G$  zavést pomocnou soustavu souřadnic  $X_A Y_A Z_A$ , která je pootočená od lokální prvkové soustavy souřadnic o úhel  $\epsilon$  a je rovnoběžná s prvkovou soustavu souřadnic  $X_E Y_E Z_E$ . Poloha spojnice krajních uzlů ( $i$ ) a ( $j$ ) přes vnitřní uzel ( $k$ ), tj. těžištní osa prutového prvku tvoří osu  $X_L$  lokální prvkové soustavy souřadnic  $X_L Y_L Z_L$ . Tato těžištní osa je definována pomocí excentricit  $E_1$  a  $E_2$  v krajních uzlech metody konečných prvků  $1[x_1, z_1]$ ,  $2[x_2, z_2]$ , které se nacházejí v prvkové soustavě souřadnic  $X_E Y_E Z_E$  a zároveň tvoří osu  $X_E$  prvkové soustavy souřadnic  $X_E Y_E Z_E$ .



Obr. 3.1: Prutový konečný prvek - (a) soustavy souřadnic, (b) uzlové parametry deformace v lokální prvkové soustavě souřadnic

Při formulování prutového prvku je nutné definovat vektor složek zobecněných posunutí  $\{u(x)\}$  a polynomy, které jednotlivé složky vektoru zobecněných posunutí popisují. Vektor složek zobecněných posunutí lze zapsat ve tvaru

$$\{u(x)\} = \{u(x) \quad w(x) \quad \gamma\}^T, \quad (3.1)$$

kde  $u(x)$  je vodorovný posun ve směru osy  $X_L$ ,  $w(x)$  je svislý posun ve směru osy  $Z_L$  a  $\gamma$  je podélné zkosení prvku. Volba náhradních polynomů jednotlivých složek vektoru zobecněných posunutí je podmíněna zachováním kompatibility deformace na styku dvou prvků s různými excentricitami, ale totožnými uzly metody konečných prvků, které jsou umístěné v referenční ose. V případě, kdy lokální prvková soustava souřadnic  $X_L Y_L Z_L$  není totožná se soustavou prvkovou  $X_E Y_E Z_E$ , lze použít náhradní polynomy pro výpočet  $u(x)$  a  $w(x)$ , které se liší pouze o jeden stupeň

$$u(x) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot x^2, \quad (3.2)$$

$$w(x) = a_4 + a_5 \cdot x + a_6 \cdot x^2 + a_7 \cdot x^3, \quad (3.3)$$

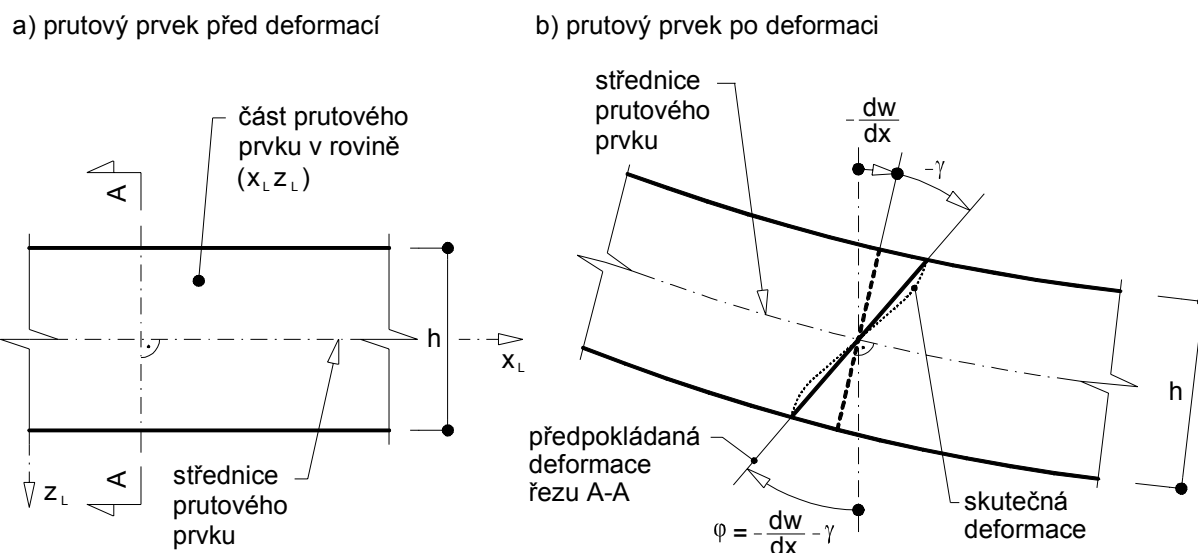
$$\gamma = a_8. \quad (3.4)$$

K vystižení vlivu práce posouvajících sil, viz kapitola 3.1, na deformaci prutového prvku je nutné přijmout předpoklad, že průřezy prutového prvku kolmé



na střednici prvku před deformací zůstávají rovinné, ne však nutně kolmé ke střednici prutového prvku po deformaci. Neplatí tedy předpoklad o kolmosti průřezů k deformované střednici prvku, obr. 3.2. Potom lze pootočení  $\varphi(x)$  vyjádřit ve tvaru

$$\varphi(x) = -\frac{dw(x)}{dx} - \gamma = -w'(x) - \gamma. \quad (3.5)$$



Obr. 3.2: Prutový konečný prvek (a) před a (b) po deformaci

Pomocí vektoru zobecněných posunutí lze následně zapsat vektor uzlových parametrů deformace ve tvaru

$$\{\Delta\} = \{u_i \quad w_i \quad \varphi_i \quad u_j \quad w_j \quad \varphi_j \quad u_k \quad \gamma\}^T, \quad (3.6)$$

kde pro indexy  $\mathbf{a} = (\text{uzel } i, j, k)$  a  $\mathbf{b} = (\text{uzel } i, j)$  jsou  $u_a$  vodorovné posuny uzlů ve směru osy  $X_L$ ,  $w_b$  svislé posuny ve směru osy  $Z_L$ ,  $\varphi_b$  pootočení uzlů okolo osy  $Y_L$  a  $\gamma$  konstantní podélné zkosení prvku.

### 3.1.3. Zařazení prutového konečného prvku do systému ANSYS

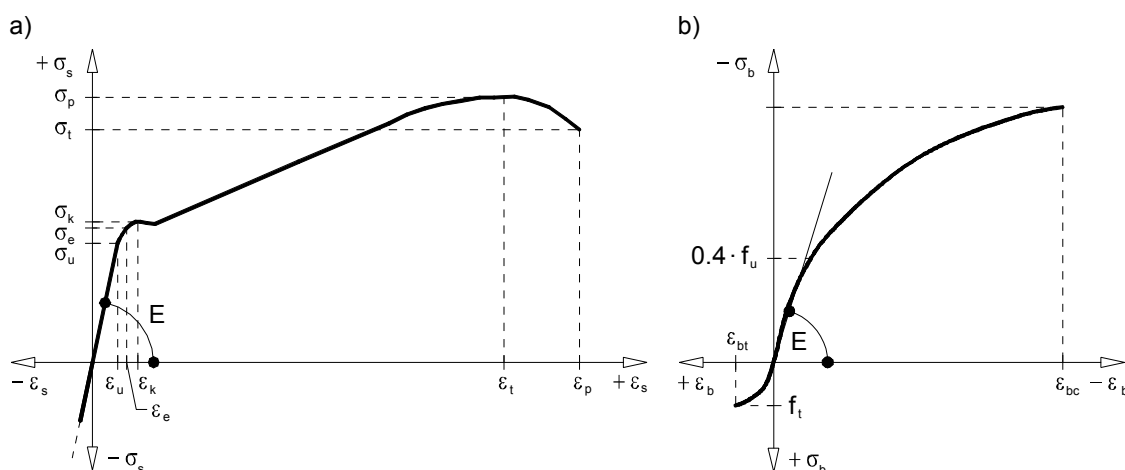
Po celkovém odvození prutového konečného prvku lze přistoupit k jeho implementaci do výpočetního systému ANSYS pod označením **USER102**. Zařazení je možné provést na základě otevřené architektury programu ANSYS [1], který deklaruje uživatelské definice vlastních procedur a funkcí, které se přímo včlení do systému nebo se mohou volat pouze jako uživatelem definované externí příkazy. Uživatel může například definovat nové chování materiálů, vlastní prvek nebo může modifikovat kritéria porušení materiálů. Součástí každé instalace systému ANSYS ve všech verzích jsou zdrojové kódy procedur a funkcí, které je nutné na základě nového odvození modifikovat. Jedná se především o procedury *uec102.f*, *uel102.f*, *uex102.f* a *uep102.f*.

## 3.2. Fyzikálně nelineární analýza

Fyzikálně nelineární úlohy obecně vyplývají z konstitutivních (fyzikálních) rovnic, tj. z respektování nelineární závislosti mezi vektorem napětí  $\{\sigma\}$  a vektorem deformace  $\{\varepsilon\}$ , které lze zapsat pomocí rovnice

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\}, \quad (3.7)$$

kde  $[D]$  je pružnoplastická matice tuhosti materiálu. Pro většinu materiálů používaných ve stavební praxi platí, že pro napětí menší než je limitní hodnota napětí materiálu, lze uvažovat lineární závislost mezi vektorem napětí a vektorem deformace. Například pro beton při jednoosém namáhání lze uvažovat lineární závislost mezi tlakovým napětím a deformací do hodnoty  $0,4 \cdot f_u$ , kde  $f_u$  je mezní napětí betonu v tlaku, obdobně lze podobnou závislost vysledovat i u oceli. Při překročení limitní hodnoty napětí materiálu musí být již uvažována nelineární závislost mezi napětím a deformací, obr. 3.3.



Obr. 3.3: Skutečné pracovní diagramy (a) oceli a (b) betonu

### 3.2.1. Přístupy k řešení fyzikálně nelineárních úloh

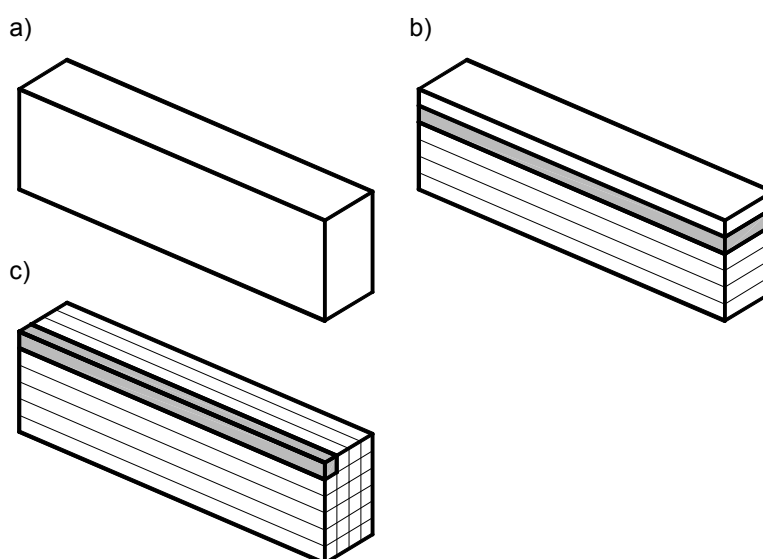
Z hlediska modelování nosných prvků konstrukce existují tři základní přístupy, které lze uplatnit při řešení fyzikálně nelineárních úloh, pomocí nichž se snažíme vystihnout průběh plastizování příčného řezu.

- **Integrální přístup.** Při použití integrálního přístupu řešení konstrukcí s uvažováním fyzikálně nelineárního chování materiálů je příčný řez uvažován jako jeden celek, obr. 3.4a. Použití integrálního přístupu při fyzikálně nelineárních výpočtech není vhodné, protože neumožňuje získat detailní informace o chování průřezu zatíženého prutového prvku.

- **Vrstvový přístup.** V případě použití tohoto přístupu při řešení nelineárních úloh je příčný řez rozdělen na konečný počet vrstev, obr. 3.4b, ve kterých se předpokládá jednoosý stav napjatosti. Pomocí vrstevového přístupu je možné poměrně dobře zachytit postupné plastizování příčného řezu. Předpokládá se, že

jakmile napětí v  $i$ -té vrstvě dosáhne hodnoty mezního napětí, tak dojde k jejímu zplastizování, zatímco ostatní vrstvy, které se nacházejí blíže neutrální ose prutového prvku jsou dále v pružném stavu. Ke zplastizování celého příčného řezu dojde tehdy, když ve všech vrstvách je dosaženo hodnoty mezního napětí.

- **Buňkový přístup.** Buňkový přístup řešení vychází z vrstevového přístupu, kdy je příčný řez rozdělen horizontálními a vertikálními řezy na oblasti – buňky, obr. 3.4c, ve kterých se předpokládá jednoosý stav napjatosti. Pomocí tohoto obecného přístupu je možné modelovat a popisovat plastické porušování průřezu. Buňkový přístup je vhodné použít v případě prostorového namáhání prutového prvku a při analýze prostorových rámců.



Obr. 3.4: Příklady dělení konstrukčních prvků při uvažování (a) integrálního, (b) vrstevového a (c) buňkového přístupu

### 3.2.2. Metody řešení fyzikálně nelineárních úloh

Při řešení konstrukce za předpokladu nelineárního chování materiálů (konstrukce se může nacházet jak v pružném tak také v plastickém stavu) je nutné uvážit nelineární závislost mezi napětím a deformací. Nelineární závislost lze charakterizovat např. změnou matice tuhosti. Řešení konstrukce v pružnoplastickém stavu vede obecně na soustavu nelineárních algebraických rovnic, které lze zapsat ve tvaru

$$[\mathbf{K}(\{\Delta\})] \cdot \{\Delta\} = \{f_a\}, \quad (3.8)$$

kde  $\{f_a\}$  je zatěžovací vektor a  $[\mathbf{K}(\{\Delta\})]$  matice tuhosti konstrukce, která je funkcí uzlových parametrů deformace  $\{\Delta\}$ . K řešení nelineárních úloh, tj. rovnice (3.8) je možné použít tyto základní typy numerických metod:

- **Metody přírůstkové:** Eulerova metoda.

- **Metody iterační:** Newtonova-Raphsonova metoda, modifikovaná Newtonova-Raphsonova metoda, metoda délky oblouku, metoda počáteční tuhosti.
- **Metody smíšené.**

Při řešení konstrukce za předpokladu nelineárního chování materiálů se většinou zatížení působící na konstrukci rozdělí na menší části tzv. přírůstky zatížení. Těmito přírůstky se konstrukce postupně zatěžuje tak, aby bylo možné získat odezvu konstrukce na toto zatížení, což je také cílem všech nelineárních analýz stavebních konstrukcí. Po aplikaci jednotlivých přírůstků zatížení je vypočtena odezva konstrukce z rovnic rovnováhy, ve kterých je vektor vnitřních sil  $\{\mathbf{f}_{\text{int}}(\{\Delta\})\}$  roven vektoru vnějších sil  $\{\mathbf{f}_{\text{ext}}\}$ . Rovnici (3.8) lze po přijetí uvedeného předpokladu zapsat v přírůstkovém tvaru

$$[\mathbf{K}(\{\Delta\})] \cdot \{\Delta\} = \{\Delta \mathbf{f}_a\}, \quad (3.9)$$

kde  $[\mathbf{K}(\{\Delta\})]$  je matice konstrukce zapsaná v přírůstkové formě. V rozsahu přírůstku uzlových parametrů deformace je matice  $[\mathbf{K}(\{\Delta\})]$  konstantní.

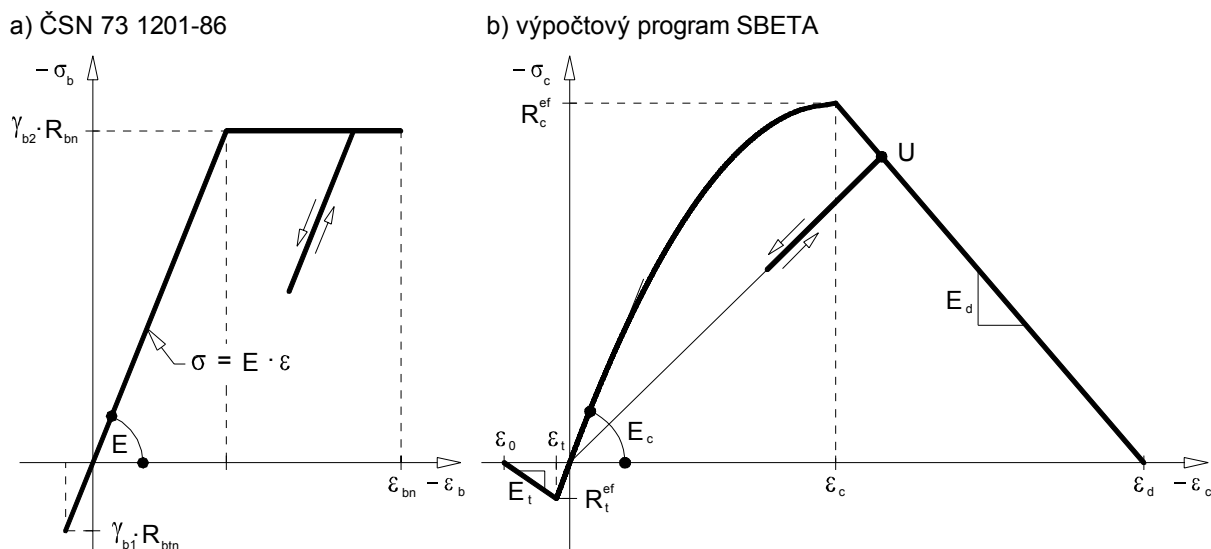
V doktorské disertační práci je věnována popisu a způsobu výpočtu pomocí výše uvedených přírůstkových a iteračních numerických metod (kapitola 4.3). Z důvodu implementace odvozeného uživatelského prutového prvku do standardní knihovny prvků systému ANSYS a jeho využití při fyzikálně nelineárních výpočtech bylo nutné se blíže zabývat numerickými metodami (Newtonovou-Raphsonovou metodou, modifikovanou Newtonovou-Raphsonovou metodou a metodou délky oblouku), které bylo nutné následně naprogramovat, resp. správným způsobem naplnit vstupní vektor interních procedur výpočetního systému ANSYS.

### 3.2.3. Materiálové modely

Při řešení fyzikálně nelineárních úloh je zejména nutné výstižným způsobem definovat model materiálových charakteristik a zohlednit u nich zejména nelineární charakter pracovních diagramů, možnost odtížení a opětovného přetížení apod. Obecně lze použít k řešení dvě skupiny materiálových modelů:

- **Materiálové modely založené na plasticitě.** U těchto materiálových modelů rozhoduje o porušení pouze překročení mezní pevnosti materiálu resp. mezní deformace materiálu, obr. 3.5a. Modely založené na tomto principu jsou použité ve většině národních norem a předpisů např. v ČSN 73 1201-86, ČSN P ENV 1992-1-1, CEB-FIP Model Code 90. V doktorské disertační práci při programování materiálových modelů, které lze použít s odvozeným prutovým prvkem k fyzikálně nelineárním výpočtům se vycházelo právě z této skupiny materiálových modelů.
- **Materiálové modely založené na principu lomové mechaniky.** Tato skupina materiálových modelů se poměrně značně liší od materiálových modelů, které jsou založené na plasticitě. U těchto modelů nerozhoduje o porušení překročení mezní pevnosti materiálu resp. mezní deformace materiálu, ale také tzv. lomová energie,

obr. 3.5b [3]. Výhodou materiálových modelů založených na principu lomové mechaniky je možnost modelování chování materiálů i po dosažení limitních hodnot napětí což u předcházející skupiny materiálových modelů není možné.

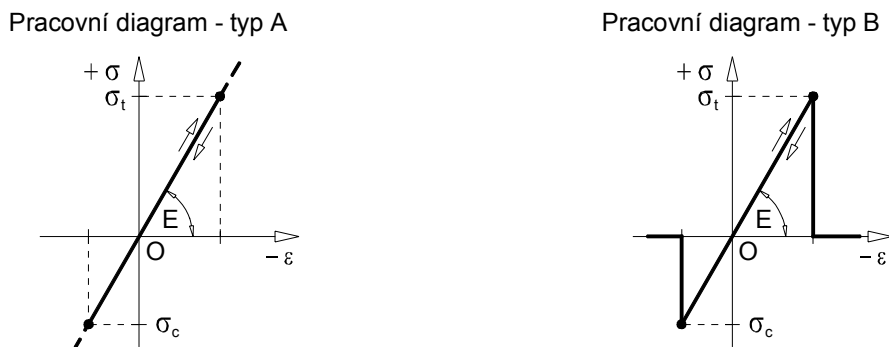


Obr. 3.5: Materiálový model betonu založený na (a) principu plasticity a (b) principu lomové mechaniky

### 3.2.4. Materiálové modely pro výpočty prováděné pomocí odvozeného prvku

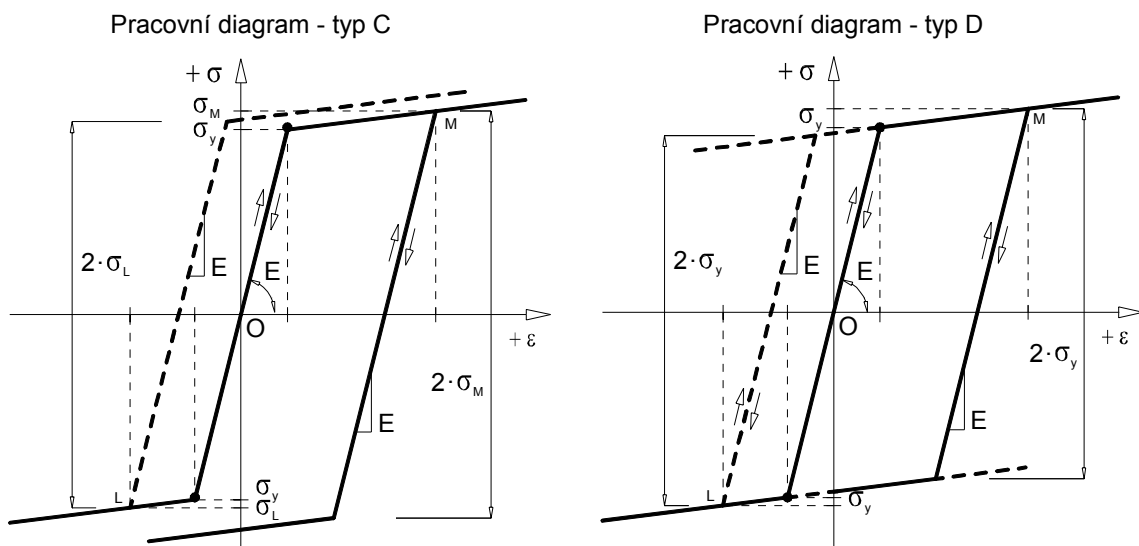
Při fyzikálně nelineárních analýzách prutových konstrukcí prováděných pomocí odvozeného prutového prvku **USER102** lze k modelování skutečného chování materiálů – betonu, betonářské a předpínací výztuže použít uživatelské materiálové modely (uživatelské pracovní diagramy). Při odvozování uživatelských pracovních diagramů se vycházelo z požadavku co možná nejobecnějšího způsobu jejich zadávání, aby pomocí nich bylo možné zadat pracovní diagramy použité např. v národních normách a předpisech pro navrhování betonových konstrukcí nebo pracovní diagramy zjištěné pomocí experimentálních zkoušek.

- **Pracovní diagramy betonářské výztuže:**

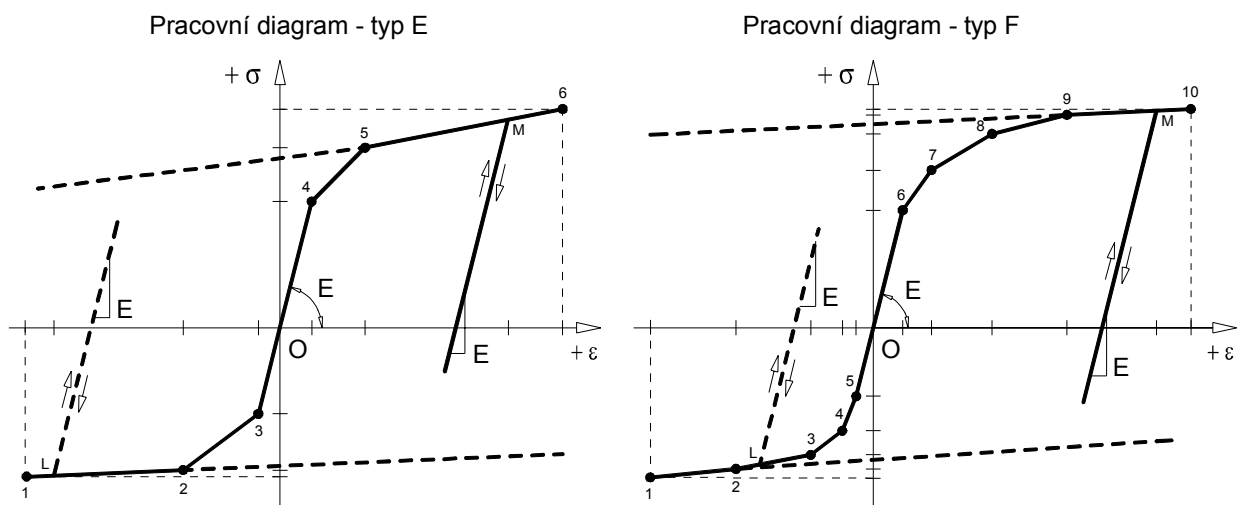


Obr. 3.6: Pracovní diagram betonářské výztuže - typ A, typ B

K modelování chování betonářské výztuže je možné použít šest pracovních diagramů (typ A až typ F). První pracovní diagram (typ A) je tvořen pouze větví pružnou, která není omezena, obr. 3.6. Druhý pracovní diagram (typ B) je rovněž tvořen pouze větví pružnou, ale na rozdíl od pracovního diagramu typu A je omezen hodnotami napětí na mezích kluzu v tahu i tlaku, obr. 3.6. Další dva typy pracovních diagramů (typ C a typ D) jsou tvořené větví pružnou a nepružnou. V pracovním diagramu typu C je využita von Misesova podmínka plasticity s asociovaným zákonem plastického přetváření s izotropním kritériem zpevnění  $2 \cdot \sigma_m$ , obr. 3.7. Velmi často se pracovní diagram typu C nazývá jako bilineární izotropní pracovní diagram. V pracovním diagramu typu D je využita von Misesova podmínka plasticity s asociovaným zákonem plastického přetváření  $2 \cdot \sigma_y$ , obr. 3.7. Tento typ pracovního diagramu se velmi často nazývá jako bilineární kinematický pracovní diagram.



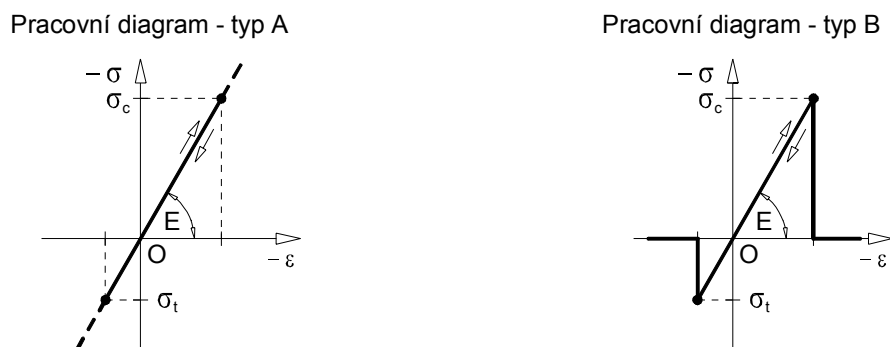
Obr. 3.7: Pracovní diagram betonářské výztuže - typ C, typ D



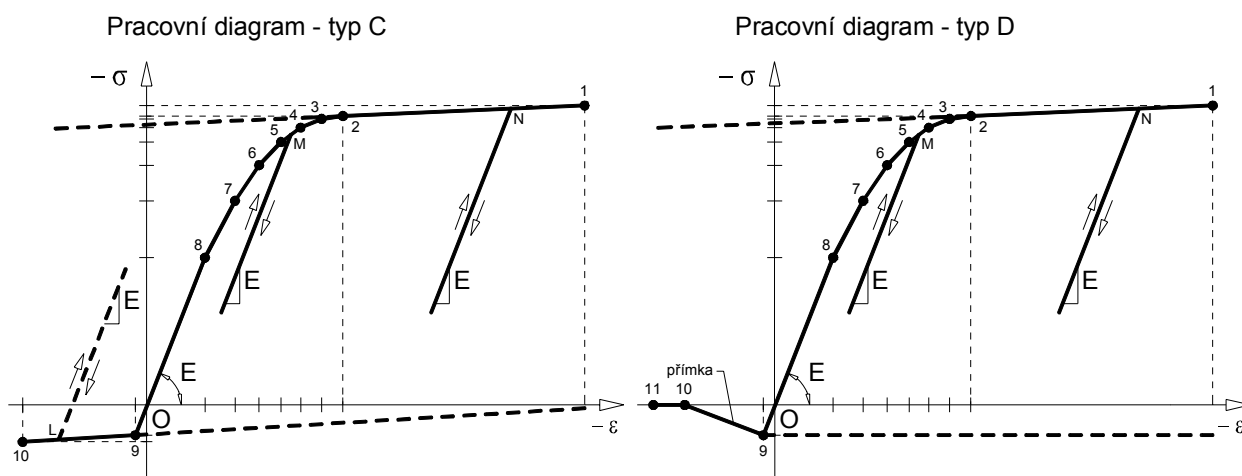
Obr. 3.8: Pracovní diagram betonářské výztuže - typ E, typ F

Zbývající dva pracovní diagramy betonářské výztuže (typ E a typ F), jsou multilineárními pracovními diagramy, které jsou definovány pomocí obecných bodů o souřadnicích  $[\epsilon_{yi}; \sigma_{yi}]$ , obr 3.8. Pracovní diagram typu E je definován pomocí šesti a pracovní diagram typu F pomocí deseti obecných bodů.

- **Pracovní diagramy betonu:** K popisu chování betonu jsou naprogramovány čtyři pracovní diagramy (typ A až typ F). První pracovní diagram (typ A) je tvořen pouze větví pružnou, která není omezena, obr. 3.9. Druhý pracovní diagram (typ B) je rovněž tvořen pouze větví pružnou, ale na rozdíl od pracovního diagramu typu A je omezen hodnotami napětí na mezích kluzu v tahu i tlaku, obr. 3.9.



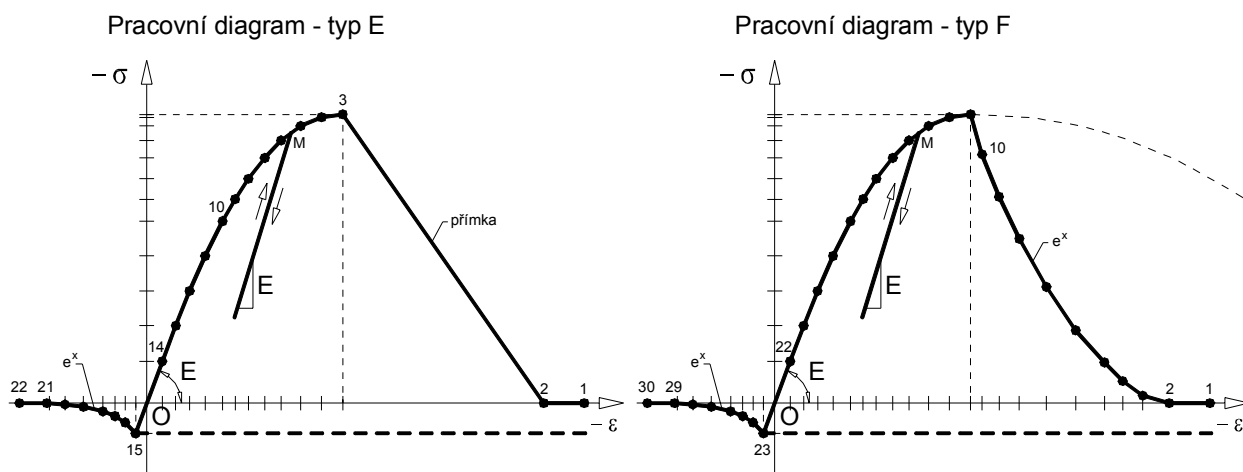
Obr. 3.9: Pracovní diagram betonářské výztuže - typ A, typ B



Obr. 3.10: Pracovní diagram betonářské výztuže - typ C, typ D

Zbývající čtyři pracovní diagramy betonu (typ C, typ D), jsou obdobně jako pracovní diagramy betonářské výztuže typu E a typu F multilineárními pracovními diagramy, které jsou definovány pomocí obecných bodů o souřadnicích  $[\epsilon_{yi}; \sigma_{yi}]$ . Pracovní diagram typu C je definován pomocí deseti, pracovní diagram typu D pomocí jedenácti, pracovní diagram E pomocí dvaceti dvou a pracovní diagram F pomocí třiceti obecných bodů, obr. 3.10, 3.11. Pracovní diagramy typu C, D, E, F se od sebe liší uspořádáním tahové části pracovního diagramu. Při použití pracovního diagramu typu C lze modelovat tahové zpevnění, zatím co při použití pracovních

diagramů typu D, E, F lze modelovat jak tahové zpevnění tak i tahové změkčení. Hodnotu modulu pružnosti sestupné tahové větve pracovního diagramu typu D, E, F, obr. 3.10, 3.11, lze zadat podle normových předpisů nebo jej lze dopočítat např. pomocí lomové energie.



Obr. 3.11: Pracovní diagram betonářské výztuže - typ E, typ F

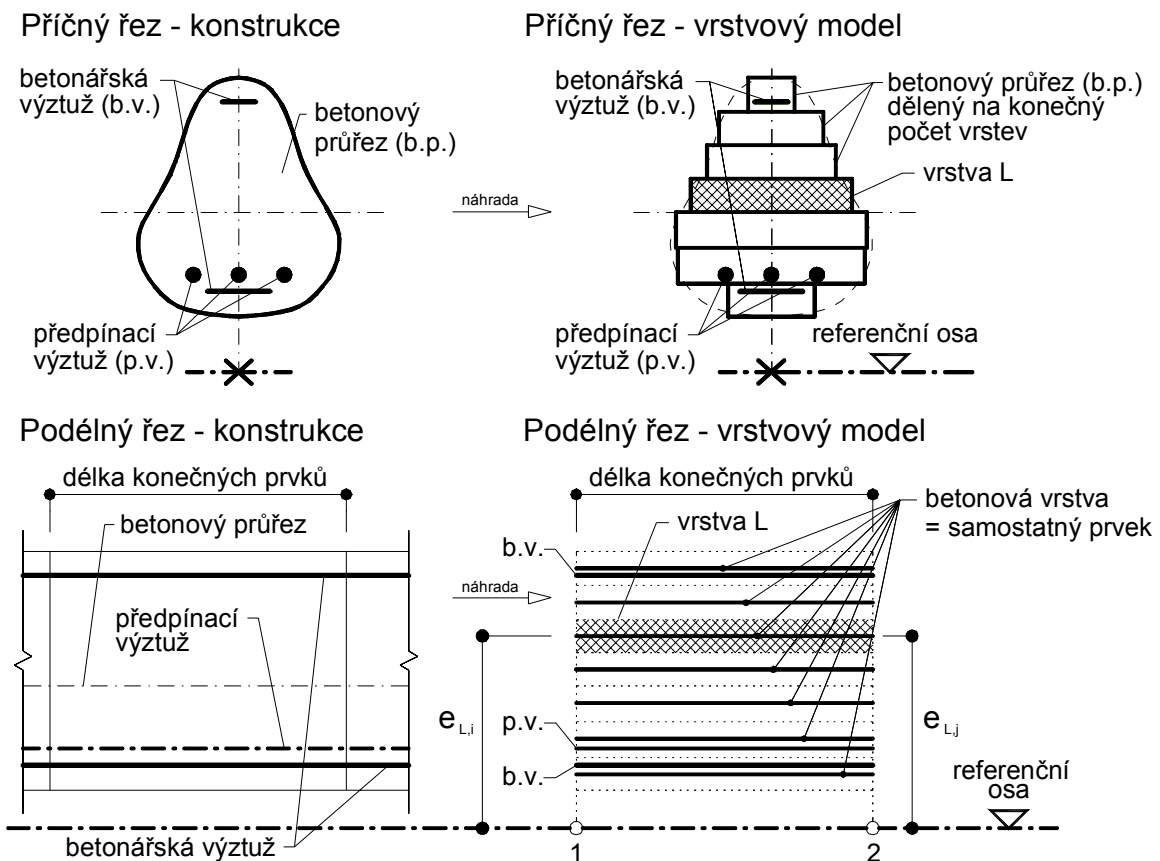
- **Pracovní diagramy předpínací výztuže:** Při výpočtech předpjatých konstrukcí lze použít k modelování chování předpínací výztuže stejné typy pracovních diagramů, jako u betonářské výztuže, tj. typ A až typ F. Pracovní diagramy betonářské a předpínací výztuže se od sebe liší pouze souřadnicemi definičních bodů.

### 3.3. Vrstvový přístup řešení

K fyzikálně nelineárním výpočtům rovinných betonových prutových konstrukcí prováděných pomocí prutového prvku **USER102** je použit vrstvový přístup, kapitola 3.2.1. Při použití vrstvového přístupu řešení jsou zavedeny následující předpoklady výpočtu:

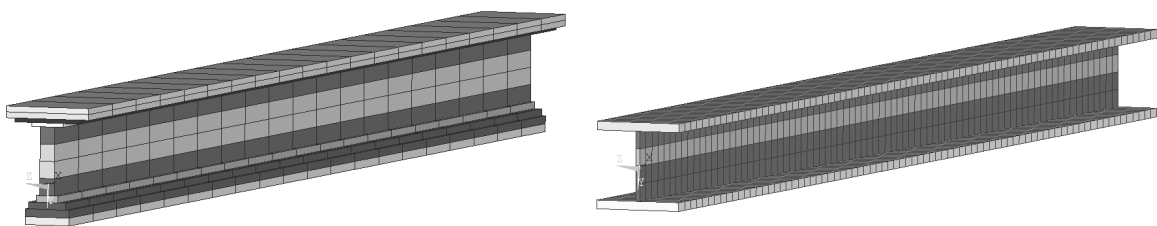
- Analyzovaná konstrukce je v podélném směru rozdělena na konečný počet prutových konečných prvků, pomocí kterých je modelován betonový průřez, betonářská a předpínací výztuž. Příčné řezy prutových prvků modelujících betonový průřez jsou rozděleny z důvodu použitého přístupu řešení na konečný počet vrstev, obr. 3.12, 3.13, ve kterých se předpokládá jednoosý stav napjatosti. Příčné řezy prutových prvků modelujících betonářskou nebo předpínací výztuž jsou uvažovány jako jeden celek.
- Jednotlivé vrstvy betonového průřezu a prvky betonářské a předpínací výztuže jsou modelovány jako samostatné prvky umístěné na excentricitě vzhledem k uzlům ležícím v referenční ose, obr. 3.12.
- Fyzikálně nelineární chování materiálů se do výpočtu zavádí pomocí uživatelem definovaných pracovních diagramů, kapitola 3.2.4.





Obr. 3.12: Modelování konstrukce při použití vrstevného přístupu

- Směr dráhy odtížení a přitížení závisí na typu pracovního diagramu. U pracovních diagramů betonu, betonářské a předpínací výztuže se předpokládá, že dráha odtížení je rovnoběžná s tečnou vedenou počátkem pracovního diagramu.



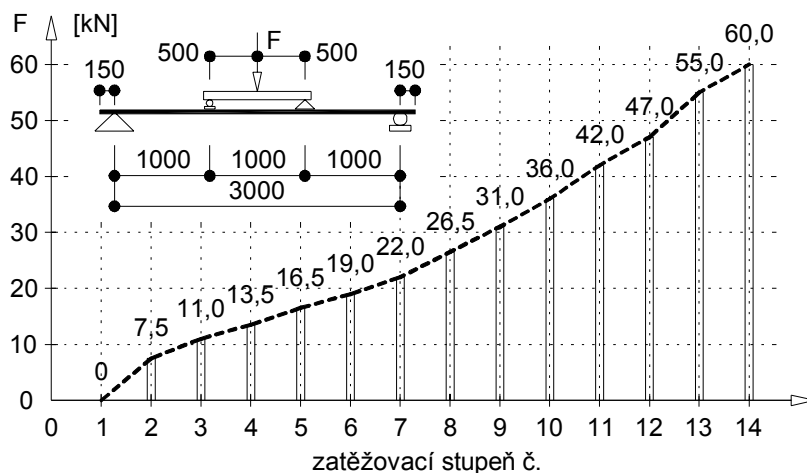
Obr. 3.13: Příklady konstrukcí dělených po výšce na konečný počet vrstev

### 3.4. Příklad nelineárního výpočtu

Pomocí prutového prvku **USER102**, uživatelských pracovních diagramů a výpočetního systému ANSYS bylo provedeno modelování experimentální zatěžovací zkoušky trámů srovnávací série T1 provedené v rámci projektu Silničního vývoje Brno „Diagnostika a technologie oprav a údržby mostů“ na Ústavu stavebnin a zkušebních metod, Fakulty stavební, Vysokého učení



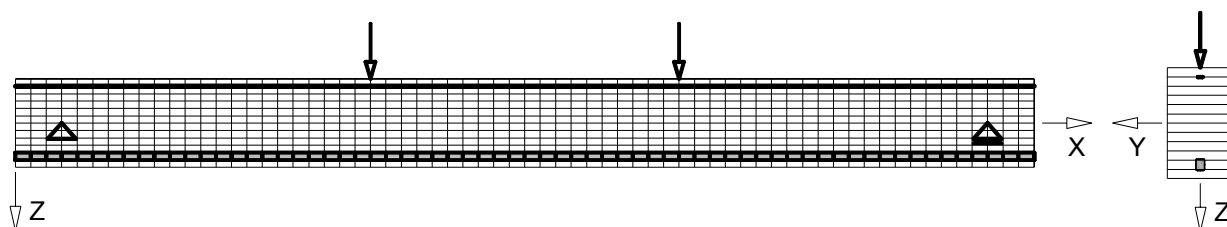
Před zatěžovacími zkouškami byly experimentálně stanoveny materiálové charakteristiky použitého betonu a betonářské výztuže – průměrná krychelná pevnost betonu, průměrná mez kluzu a průměrná mez pevnosti použitých druhů betonářských výztuží.



Obr. 3.16: Zatěžovací stupně, uspořádání zatěžovací zkoušky

Postup zatěžování jednotlivých zkušebních trámů všech sérií byl dán zatěžovacími stupni, které byly určeny z předpokládaných momentů únosnosti. Na obr. 3.16 jsou zobrazeny zatěžovací stupně a samotné uspořádání zatěžovací zkoušky, viz obr. 3.14.

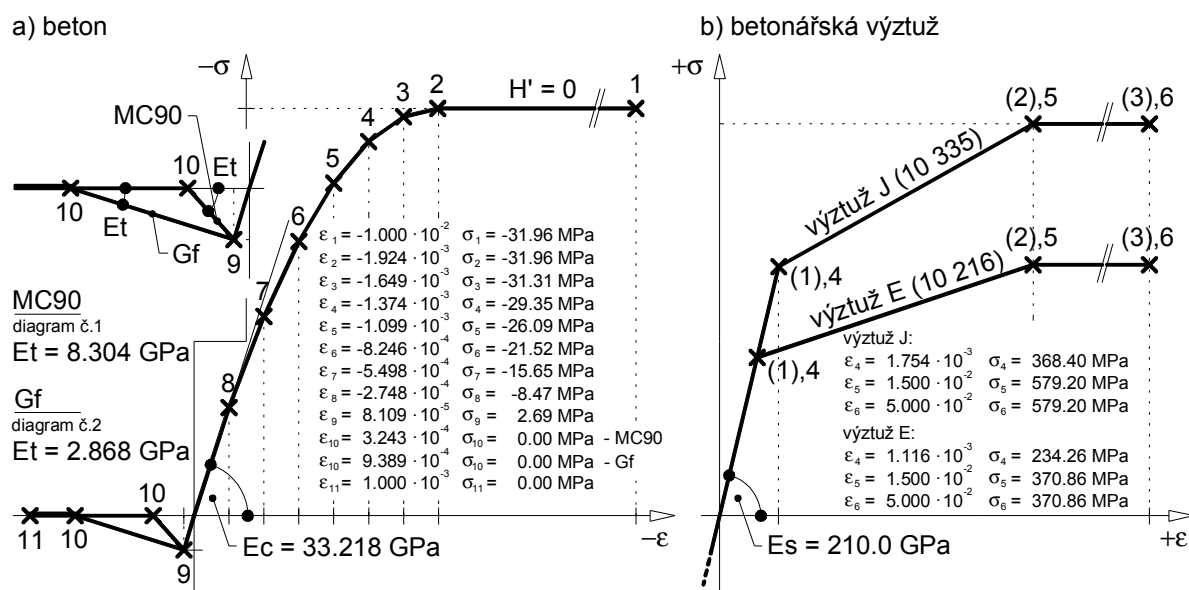
Výpočtový model modelující zkušební trámy první srovnávací série T1 je tvořen prostým nosníkem o rozpětí 3,00 m s převislými konci délky 0,15 m. Průřez šířky 0,18 m a výšky 0,30 m je rozdělen po výšce na dvanáct vrstev, které jsou modelovány jako samostatné pruty na excentricitě. Ve výpočtovém modelu je také modelována hlavní nosná (3ØJ12) i konstrukční (2ØE6) betonářská výztuž, obr. 3.17. Prvky betonářské výztuže jsou obdobně jako jednotlivé betonové vrstvy příčného řezu modelovány jako samostatné pruty na excentricitě. Po délce je zvoleno velmi husté dělení s průměrnou délkou prvku 0,05 m.



Obr. 3.17: Výpočtový model (podélný a příčný řez)

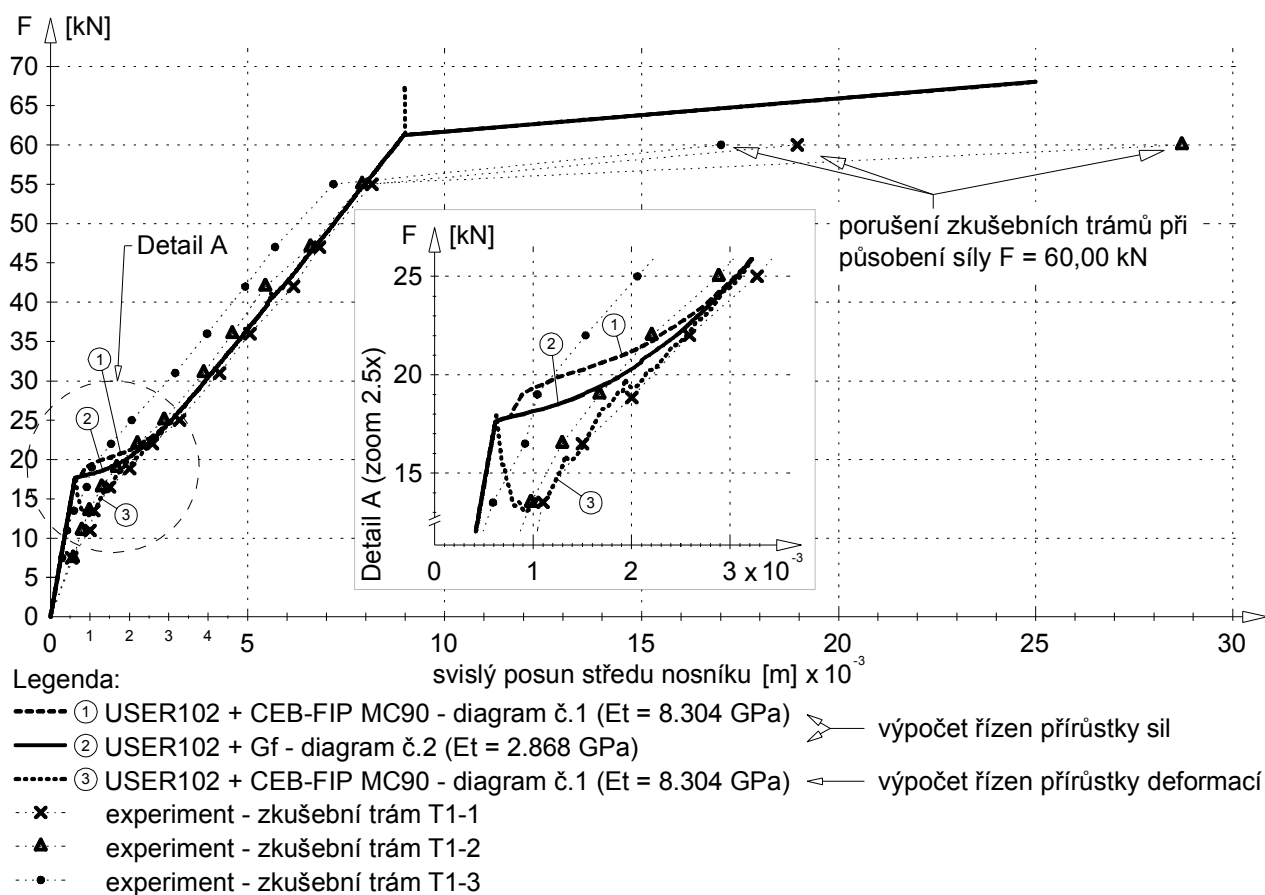
Materiálové charakteristiky betonu a betonářských výztuží jsou do výpočtu zavedeny pomocí uživatelských pracovních diagramů, obr. 3.18. K modelování

chování betonu jsou použity dva pracovní diagramy betonu typu D, které se od sebe liší uspořádáním sestupné tahové větve pracovního diagramu. V prvním případě je modul pružnosti sestupné tahové větve pracovního diagramu určen podle předpisu CEB-FIP Model Code 90 a v druhém případě je určen pomocí lomové energie. Definiční body tlakové větve pracovních diagramů betonu jsou stanoveny pomocí experimentálně zjištěné průměrné krychelné pevnosti betonu. K modelování chování hlavní nosné a konstrukční výztuže je použit pracovní diagram betonářské výztuže typu E. Definiční body pracovních diagramů jsou stanoveny pomocí experimentálně zjištěných průměrných mezí kluzu a pevnosti.



Obr. 3.18: Pracovní diagramy betonu (a) a betonářských výztuží (b)

Na obrázku 3.19 jsou vykresleny tři dráhy zatížení (závislost síla – deformace), určené fyzikálně nelineárními analýzami a hodnoty naměřených svislých průhybů středů zkušebních nosníků T1-1, T1-2 a T1-3 při působení experimentem definovaných zatěžovacích stupňů, obr. 3.16. Vypočtené dráhy zatížení se od sebe liší z důvodu rozdílné hodnoty modulu pružnosti sestupné tahové větve pracovního diagramu betonu typu D (křivka 1, 2) a z důvodu rozdílného řízení výpočtu (křivka 1, 3). Podle dokumentace popisující a vyhodnocující prováděné zkoušky došlo k porušení všech zkušebních trámů při působení vnější síly o velikosti  $F = 60,00$  kN. Při fyzikálně nelineárních výpočtech došlo k ukončení výpočtu v důsledku nezkonvergování řešení při působení síly o velikosti  $F = 60,25$  kN v případě výpočtů řízených přírůstkou sil a při působení síly o velikosti  $F = 61,50$  kN v případě výpočtů řízených přírůstkou deformací, což dokumentuje velmi dobrou shodu provedených výpočtů s experimentem. Porovnáním vypočtených drah zatížení s vnesenými hodnotami naměřených svislých průhybů lze také konstatovat, že se vypočtené výsledky nacházejí uvnitř intervalu naměřených výsledků.



Obr. 3.19: Dráhy zatížení (výpočty - experimenty)

## 4. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE

V rámci doktorské disertační práce byl vypracován algoritmus a metoda, pomocí které lze provádět analýzy betonových rovinných prutových (železobetonových, předpjatých) konstrukcí s uvažováním fyzikálně nelineárního chování materiálů. Byl odvozen prutový konečný prvek, který byl začleněn do standardní knihovny prvků výpočetního systému ANSYS pod označením **USER102**. Dále byly pro jednotlivé typy používaných materiálů (beton, betonářská a předpínací výztuž) naprogramovány uživatelské pracovní diagramy, které byly rovněž začleněny do systému ANSYS.

Kontrola správnosti odvození prutového prvku a pracovních diagramů byla provedena pomocí kontrolních numerických příkladů popř. bylo provedeno porovnání výpočtem zjištěných výsledků s experimentálně získanými údaji. Vyhodnocením výsledků provedených numerických příkladů lze konstatovat, že odvozený prvek lze použít k fyzikálně nelineárním výpočtům betonových rovinných prutových konstrukcí. Výhodou použití tohoto prvku je možnost jeho kombinace se standardními prvky programového systému ANSYS, možnosti přístupu do programového kódu a možnosti zařazení libovolných uživatelských pracovních diagramů jiných materiálů (např. keramiky) založených na principu plasticity.

Další rozšíření možností prvku a výpočetního systému ANSYS se jeví v doplnění dalších materiálových modelů modelujících ztrátu soudržnosti mezi betonem a výztuží, modelů založených na principu lomové mechaniky, výpočtů prováděných s uvažováním reologických vlastností betonu (dotvarování a smršťování) apod.

Výpočty s uvažováním reologických vlastností betonu lze provádět pomocí dalšího uživatelského prvku **USER104**, který je odvozený z popisovaného prutového prvku. Blíže se touto tematikou zabývá práce [6]. V současné době se intenzivně pracuje na doplnění vlastností odvozeného prvku o možnost provádět nelineární analýzy včetně reologických vlastností betonu.

## 5. ZÁVĚR

V současné době se při navrhování a provádění stavebních konstrukcí, výškových budov, mostních konstrukcí, rezervoárů, telekomunikačních věží apod. používá jako stavební materiál zejména železobeton popř. předpjatý beton. Při návrhu těchto stavebních konstrukcí se v projekční praxi pracuje s normovými předpisy, které ve většině případů výrazným způsobem idealizují skutečné chování materiálů zjednodušenými materiálovými modely (pracovními diagramy). Použitím těchto materiálových modelů se získají velmi hrubé informace o skutečném chování konstrukcí. K získání přesnějších a detailnějších informací o skutečném chování by bylo vhodné použít buď skutečné pracovní diagramy nebo pracovní diagramy, které se jim velmi blíží.

V doktorské disertační práci popsány algoritmus výpočtu betonových rovinných prutových konstrukcí prováděný pomocí výpočtového systému ANSYS, uživatelského prutového prvku a uživatelských pracovních diagramů materiálů může být použit zejména ve dvou základních oblastech. První oblastí využití je modelování skutečného chování konstrukcí, tzn. porovnávání vypočtených výsledků s experimentálně získanými údaji. Druhou a významnější oblastí je využití v inženýrské projekční praxi při navrhování a posuzování rovinných betonových prutových konstrukcí podle platných norem a předpisů. Dále je algoritmus ve spojení s výpočtovým programem možno použít při studiích optimálního způsobu vyztužení železobetonových a předpjatých konstrukcí apod.

## 6. LITERATURA

- [1] ANSYS Theory Reference release 5.5, Ansys, Inc., SAS IP, Inc., Houston, USA, 1999.
- [2] CAROL, I., MURCIA, J., Transfer Moments Method for Non-linear Analysis of Frames - Application to Reinforced Concrete Structures, Proceedings of the International Conference, Split, Yugoslavia, September 1987.

- [3] CERVENKA CONSULTING, SBETA Computer Program for Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures in Plane Stress State, Prague, 1996.
- [4] CERVERA, M., RAHMAN, A. H. H., HINTON, E., Material and Geometric Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Plate and Shell Systems, Proceedings of the International Conference, Split, Yugoslavia, September, 1984.
- [5] HÁJEK, J., Pretvorenia betónových konštrukcií, VEDA, Bratislava, 1994, ISBN 80-224-0027-0.
- [6] HRADIL, P., Doktorská disertační práce, VUT v Brně, FAST, Brno, ve stavu rozpracovanosti.
- [7] CHOW, C. O., HINTON, E., RAHMAN A. H. H., Analysis of Creep and Shrinkage Effects in Reinforced Concrete Beams, Proceedings of the International Conference, Split, Yugoslavia, September 1984.
- [8] NAVRÁTIL, J., Časově závislá analýza rámových konstrukcí, Stavebnický časopis, 7 (40), s. 429-451, Slovak Academic Press, Bratislava, 1992.
- [9] NAVRÁTIL, J., Výpočtové modely moderních mostních konstrukcí respektujících vliv času, kandidátská disertační práce, VUT v Brně, FAST, Brno, 1991.
- [10] OWEN, R. J., HINTON, E., Finite Elements in Plasticity - Theory and Practice. Pineridge Press Ltd., 1980.
- [11] PĚNČÍK, J., Nelineární analýza betonových rovinných rámových konstrukcí, teze doktorské disertační práce, VUT v Brně, FAST, Brno, 1999.
- [12] PENCÍK, J., Material Non-linear Analysis of the Concrete Plain Frame Structures, Proceedings of the 3rd PhD International Symposium in Civil Engineering, Vol. 1, section 1, October, 2000, Vienna, Austria, pp 165-175, ISSN 1028-5334.
- [13] PENCÍK, J., The Material Non-linear Analysis of Concrete Plane Frame Structures, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> PhD Symposium, Section Construction and Structural Mechanics, February 2001, VUT v Brně, FAST, pp 89-92, ISSN 1212-9275.
- [14] PENCÍK, J., The Materially Non-linear Analysis of Concrete Plane Frame Structures Using ANSYS System with a USER102 Finite Beam Element, Proceedings of the VSU'2001 Symposium, Vol. 1, section 1, May/June 2001, Sofia, Bulgaria, pp 73-78.
- [15] RAHMAN, A. H. H., HINTON, E., Linear and Non-linear Finite Element Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Voided Slabs, Proceedings of the International Conference, Split, Yugoslavia, September, 1984.
- [16] SCORDELIS, A. C., Computer Models for Nonlinear Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Structures, PCI Journal, 1985.
- [17] TDA, manuál programu TDA, programu pro časovou analýzu rámových konstrukcí, 1999.

- [18] UEDA, M., SEYA, H., KEI, T., Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Shell Structures, Proceedings of the International Conference, Split, Yugoslavia, September 1984.
- [19] VOKÁČ, P., ŽÁK, J., Výpočetní model pro nelineární časové řešení železobetonových nosníků, Stavebnický časopis, č.37, str.17-38,1989.
- [20] ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L., Finite Element Method: Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-Linearity, McGraw Hill, 4th edition, 1991, ISBN 0-07-084175-6.
- [21] ŽÁK, J., Výpočetní model pro statické řešení předpjatých železobetonových konstrukcí, Kandidátská disertační práce, VUT v Brně, FAST, Brno, 1988.



## 7. SUMMARY

When designing building structures, it is necessary that safety and lifetime requirements are observed to a high degree. Therefore it is necessary to analyze the designs of building structures and to take into account all factors, which can influence their behavior.

Reinforced and prestressed concrete are the main materials used for the construction of buildings. These construction materials can be assumed to be non-homogeneous materials for which the non-linear stress-strain diagrams are valid, as well as the distinct characteristics of concrete in compression and tension, the change of stress in prestressed reinforcement as a result of structure deformation, etc. The necessity of carrying out material, non-linear analyses of building structures is due to these factors. The behavior of structures in the serviceability state is among other things affected by the construction procedure. While under construction, building structures undergo various stages of static action. Because of the above-mentioned reasons, it was necessary to develop a general calculation method in which the gradual construction and non-linear behavior of materials were demonstrated.

Material non-linearities are due to the non-linear relationship between stress vector  $\{\sigma\}$  and strain vector  $\{\epsilon\}$ , that is, the stress is a non-linear function of the strain. This relationship can be expressed in the equation (3.7) where  $[D]$  is elasto-plastic matrix of the material. For stresses, which are below the boundary value for material stress  $\sigma_m$ , a linear dependency between the stress vector  $\{\sigma\}$  and the strain vector  $\{\epsilon\}$  can be assumed for the majority of building materials used in the building industry. For example, linear dependency between the compression stress and strain up to the value  $\sigma_m = 0.4 \cdot f_u$ , where  $f_u$  is the limit stress of concrete in compression, can be assumed for concrete under uniaxial stress. In steel a similar dependency can be traced. When the limiting stress value of the material is exceeded, non-linear dependency between the stress and strain must be assumed, Fig. 3.3 (*Real stress-strain diagram of steel /a/ and concrete /b/*).

For solving materially non-linear problems encountered while modeling the load-bearing elements of structures, three basic approaches can be generally applied – the integral approach (Fig. 3.4a), layered approach (Fig. 3.4b) and cell approach (Fig. 3.4c). With the help of these approaches, it is possible to give a true picture of the cross-section plastification process, which is developed by the action of external loads. The computational method, which is present in the Ph.D. thesis, is based on a layered approach. When using this approach the cross-section is divided into a finite number of layers, which are considered to be undergoing a linear state of stress

along their height. With the help of the layered approach, it is possible to record the gradual spread of plastification along the height of the cross-section relatively well.

When solving material non-linear problems, it is also necessary to define a model for the material characteristics and demonstrate their non-linear character in stress-strain diagrams, as well as possible unloading, reloading etc. Generally, two basic types of material models can be used – material models based on plasticity and material models based on the principles of fracture mechanics. In the first set of material models, failure is only influenced by limit stress  $\sigma_m$  or, in other words, by the limit strain  $\varepsilon_m$  of the material. These material models are used in most national standards and regulations, ex. Czech National Codes, Euro Codes, CEB-FIP Model Codes etc. The second group of material models differs considerably from material models, which are based on the theory of plasticity. Limit stress or limit strain of the material is not the only factor responsible for failure, but also the influence of the so-called fracture energy  $G_f$ , ex. program system SBETA. The advantage of these models is that it is possible to model the behavior of materials, even after the stress limit values have been reached. The present computational method can use both material models.

The analysis of structures by assuming the linear material behavior (the structure is found to be in an elastic state) with the help of the finite element method leads to the solution of linearly non-homogeneous algebraic equations. If the structure is solved under the assumption of the non-linear material behavior (the structure can be in the elastic as well as in the plastic state), it is necessary to consider the non-linear dependency between stress and deformation. Non-linear dependency can be characterized by the variability of the stiffness matrix, for example. The solution of structures in the elasto-plastic state would generally lead to a system of non-linear equations, which can be written in the form (3.8) where  $[\mathbf{K}(\{\Delta\})]$  is a stiffness matrix and  $\{\mathbf{f}_a\}$  is a load vector. When solving structures under the assumption of the non-linear material behavior, loads that act on the structure are usually divided into smaller parts or so-called load increments. With these increments, the structure is gradually loaded in a way, which enables the observation of a structure's response. After the application of the individual load increments, the response of the structure can be calculated from the equilibrium equation, in which the internal force vector is equal to the external force vector. Equation (3.8) can then be written in the incremental form (3.9). To solve equation (3.9) the Newton-Raphson method, the modified Newton-Raphson method or Arc-Length method with Newton-Raphson method is in the computational method used.

The static analysis of concrete plane frame structures with consideration of the non-linear behavior of materials can be generally divided into the following parts:

- *Modeling structure geometry with consideration of the construction procedure.* All building structures undergo a wide range of changes during their construction

due to changes in geometry, the boundary conditions of loads etc. Therefore, it is necessary to include these influences in the derived algorithm for the calculation of a structure, taking into account the material non-linearities of the behavior of building materials.

- *Materially non-linear static analysis of structures.* A variety of calculation methods (finite element method, mesh method, method of boundary elements) can be used for the materially non-linear static analysis of structures. In the present case, the displacement formulation of the finite element method is used for the calculation.

- The described general calculation algorithm can be also complemented by *the analysis of rheological effects of structures.*

Before deriving the algorithm for the calculation of concrete plane frame structures, with considering non-linear behavior of materials, it was necessary to create a concept for the next procedure, especially with respect and view to used calculation system. The ANSYS program system was chosen as a suitable calculation system. The ANSYS system is called an “open system“ by the producer [1], which can incorporate its own finite elements, controls calculation, defines its own material models etc. The advantage of the ANSYS program system is also its pre-programmed possibility to gradually deactivate and then reactivate elements, boundary conditions and loads. After the analysis of finite beam elements, which the ANSYS system provides, it was decided that from the point of view of the calculation and understanding of the entire problem, it will be best to incorporate a user finite element (named **USER102**) into this program. The most suitable finite beam element appeared to be that which is used in the TDA [17] program system.

The great majority of building structures include a variety of load-bearing elements (beams, columns, reinforcement, tendons, etc.), which can generally be made of various materials (concrete, reinforcement, prestressing steel). When choosing a finite beam element for the calculation, it is advisable to choose an element by which it is possible to model all the previously mentioned types of materials and elements.

In order to define the finite beam element, which was subsequently implemented into the ANSYS program system, it was necessary to carry out its detailed derivation. With the help of [8] and [9], the stiffness matrix, mass matrix, load vectors, transformation matrix demonstrating the effect of eccentrically connected element ends, method for internal forces calculations etc. were derived. The derived user beam element **USER102** is a straight, three-nodes, 2D (plane XZ) finite beam element with eccentrically connected end nodes (i, j) referential to the nodes (1, 2), which are placed on the reference axis, Fig. 3.1 (*Finite beam element - /a/ coordinate systems, /b/ degrees of freedom in the element local coordinate system*). The interior node (k) lies at the center of the beam element.

The **USER102** element allows for continuous deformation compatibility. This means that in cases where more than one beam element is placed between two nodes on the reference axis, those elements have a continuous deformation process. The advantage of this beam element is the individual modeling of a concrete cross-section, concrete reinforcement and prestressed reinforcement. It is possible to use this advantage also at modeling of a concrete cross-section, which is divided into a finite number of layers. So, each layer can be modeled as an individual beam element whose end nodes (i, j) are eccentrically connected to the nodes (1, 2), which are placed on the reference axis. In order to fulfill the requirements for the continuous compatibility of element deformation shape functions are used in the formulas (3.2), (3.3) and (3.4) where  $u(x)$  is a longitudinal displacement of nodes in the direction of the  $X_L$ -axis,  $w(x)$  is a transverse displacement of nodes in the direction of the  $Z_L$ -axis and  $\gamma$  is a shear angle of the element (constant along the length of the element).

The **USER102** beam element takes into account the work done by the normal forces, the bending moments, and even the shear forces on the element deformation. The work effects of the shear forces is ensured by the assumption that the cross-sections of the beam element which are normal to the beam axis in the undeformed state remain plane but not necessarily normal to the beam axis in the deformed state. The rotation of an arbitrary cross-section of a beam element can be expressed using formula (3.5).

For the materially non-linear analysis of concrete plane frame structures carried out with the help of derived beam element **USER102**, the real behavior of materials (concrete, reinforcement and prestressing steel) can be modeled using several types of user material models (stress-strain diagrams), Fig. 3.6 to Fig. 3.8 (*Stress-strain diagrams of reinforcement – type A to F*), Fig. 3.9 to Fig. 3.11 (*Stress-strain diagrams of concrete – type A to F*).

In the Ph.D. thesis describe algorithm for concrete plane frame structures calculation done by the help of the computational system ANSYS, user's beam element **USER102** and user's stress-strain diagrams of materials can be used especially in two basic areas. The first area of the algorithm application is for modeling of real behavior of civil engineering structures. It means comparing calculated results with experimentally obtain data. The second and more important area of the algorithm application is application during civil engineering designing practice and during checking of concrete plane frame structures according to valid standard specifications and regulations. Further the algorithm in relation to computational program can be used for study of optimal way of reinforcing of the reinforced concrete and the pre-stressed structures etc.

## 8. ŽIVOTOPIS AUTORA

Ing. Jan Pěňčík

Datum narození: 23. květen 1973

Vzdělání:

1988-1991 Gymnázium Vídeňská Brno, obor stavebnictví

1991-1996 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, obor konstrukce a dopravní stavby, studium ukončeno v roce 1996 s vyznamenáním a oceněním Cenou Josefa Hlávky

Odborná praxe:

1999-2000 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav betonových a zděných konstrukcí

2000- Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky