

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY

**Ing. Petr Piňos**

VÍCEKRITERIÁLNÍ VÝBĚR PROJEKTŮ  
DO PORTFOLIA

MULTICRITERIAL PROJECTS SELECTION  
INTO THE PORTFOLIO

Teze doktorské disertační práce

PhD Thesis

**Obor:** Technická kybernetika

**Školitel:** Doc. RNDr. Jindřich Klapka, CSc.

**Oponenti:** Prof. Ing. Jiří Dvořák, DrSc.

Prof. Ing. Bohumil Minařík, CSc.

Doc. RNDr. Josef Zapletal, CSc.

**Datum obhajoby:** 27. 4. 2001

© Petr Piños, 2001  
ISBN 80-214-1899-0  
ISSN 1213-4198

# OBSAH

<b>1 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY</b>	<b>5</b>
1.1 Rozhodovací úloha	5
1.2 Klasifikace metody vícekritériální selekce projektů do portfolia	6
1.2.1 Interaktivní postupy založené na informacích o mírách substituce	7
1.2.2 Interaktivní postupy založené na informacích o úrovních účelových funkcí	7
1.2.3 Interaktivní postupy založené na výběru z množiny provizorních řešení	7
1.2.4 Porovnání vybraných interaktivních metod	8
1.2.5 Vyhodnocení porovnání interaktivních metod	10
<b>2 CÍL PRÁCE</b>	<b>10</b>
2.1 Matematická formulace problému	10
2.2 Úprava omezujících podmínek	12
<b>3 ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ</b>	<b>13</b>
3.1 Způsob řešení	13
3.2 Minimalizace skalarizující funkce	14
3.3 Změnové řízení a dialog	18
<b>4 HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE</b>	<b>20</b>
4.1 Shrnutí výsledků práce	20
4.2 Vyhodnocení experimentu závislosti doby trvání výpočtu na rozdílu požadované a disponibilní hodnoty zdroje	20
4.2.1 Popis experimentu a naměřené hodnoty	20
4.2.2 Volba modelu	21
4.2.3 Aproximace modelu	22
4.2.4 Ověření adekvátnosti modelu	23
4.2.5 Vyhodnocení experimentu	24
<b>5 ZÁVĚR</b>	<b>26</b>
<b>6 SUMMARY</b>	<b>27</b>
<b>7 LITERATURA</b>	<b>28</b>
<b>8 CURRICULUM VITAE</b>	<b>31</b>

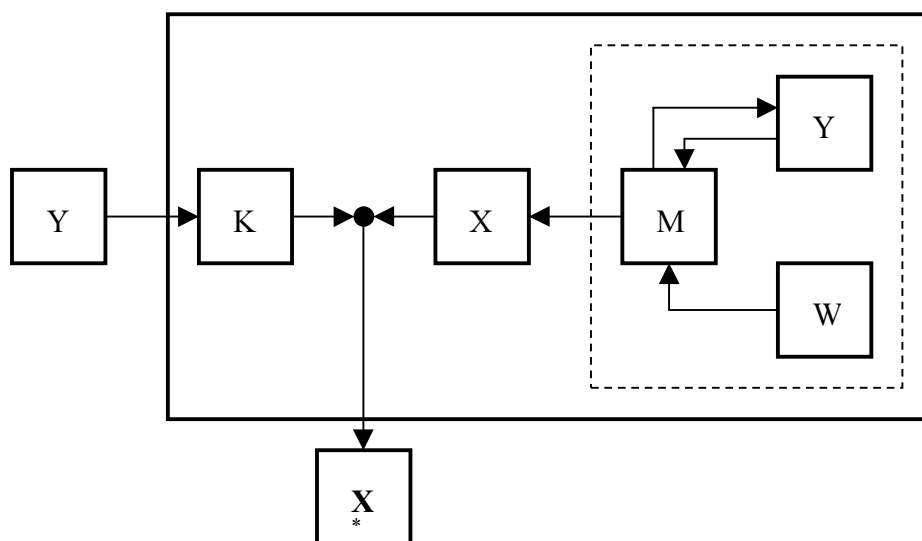


# 1 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

## 1.1 Rozhodovací úloha

Téměř každé cílevědomé jednání kolektivů projevující se například formou plánování, projektování, řízení a podobně, si lze představit jako posloupnost nebo komplex jednotlivých rozhodnutí. Každé rozhodnutí fixuje určitou etapu, část cílevědomé činnosti, a je východiskem pro další jednání. Jednotlivá rozhodnutí spolu navzájem souvisejí a podmiňují se řadou přímých a zpětných vazeb.

Základním rysem každé rozhodovací úlohy je nalézt odpověď na otázku, jak dosáhnout požadovaného cíle, jaké přijmout rozhodnutí, jsou-li známy výchozí podmínky. Podmínky tvoří množina možných stavů objektů a množina operátorů převádějících jeden stav objektu do stavu druhého. Cíl vyjadřuje žádoucí stav objektu, respektive žádoucí vývoj (posloupnost stavů). Řešením rozhodovací úlohy - dosažení žádoucího cíle - je výběr operátoru, případně posloupnosti těchto operátorů, které převedou požadovaný objekt z počátečního stavu do stavu požadovaného. Proces řešení je závislý na formulaci, struktuře a charakteru úlohy. Pro rozhodovací úlohy ekonomického nebo technického charakteru lze vytrdit tyto složky.



Obr. 1 Schéma řešení rozhodovací úlohy

- W množinu neovlivnitelných faktorů (vstupů), ke kterým musíme při rozhodování přihlížet,
- Y množinu ovlivnitelných (volitelných) faktorů (vstupů), jež se berou při rozhodování v úvahu,
- X množina výstupů (variant), které mohou aspirovat na uspokojení cíle,
- M množinu operátorů, které transformují ovlivnitelné a neovlivnitelné faktory do formy výstupů,

- K množina kritérií k ocenění (ohodnocení) prvků množiny  $X$  a výběru podmnožiny  $X^*$ ,
- C cíl – výběr podmnožiny  $X^*$  při uplatnění kritérií  $K$ ,
- $X^*$  podmnožina variant, která splňuje požadovaný cíl. Řešení rozhodovací úlohy lze vyjádřit Obr. 1.

Při řešení rozhodovací úlohy vytváříme varianty  $X$  tím, že transformace z  $M$  aplikujeme na různé stavy ovlivnitelných faktorů  $Y$  a neovlivnitelných faktorů  $W$ . Některé z variant mohou aspirovat na uspokojení žádoucího cíle. Uplatnění kritérií  $K$  na množinu variant  $X$  nebo přímo na transformační procedury vybíráme podmnožinu  $X^*$  splňující žádoucí cíl. Schéma lze interpretovat i více formálně následujícím způsobem. Prvky množiny  $Y$  lze chápat jako nezávislé proměnné veličiny, prvky množiny  $W$  jako koeficienty (konstanty) ve funkčních vztazích, operátory z  $M$  jako funkce, prvky množiny  $X$  jako závislé proměnné,  $K$  jako účelová funkce a prvky množiny  $X^*$  jako řešení rozhodovací úlohy.

## 1.2 Klasifikace metody vícekritériální selekce projektů do portfolia

Matematická metoda vícekritériální selekce projektů do portfolia, která je předmětem této disertační práce patří svým charakterem mezi vícekritériální rozhodovací postupy. Tyto lze z nejobecnějšího pohledu rozdělit na dvě základní skupiny

- *Postupy komplexního vyhodnocování variant.* To jsou metody řešící úlohy, které mohou být jak kvalitativního tak kvantitativního typu. Množina přípustných řešení je dána explicitně (přímým výčtem jejich prvků), řešení je vybíráno z předem známé konečné množiny variant.
- *Postupy vektorové optimalizace.* Pro skupinu těchto úloh je charakteristické, že množina přípustných variant je dána implicitně (soustava omezujících podmínek, které musejí prvky množiny přípustných řešení splňovat), z čehož vyplývá, že tyto úlohy jsou kvantitativní. Do zmiňované skupiny rozhodovacích postupů patří i vícekritériální selekce projektů do portfolia, metoda popisovaná touto prací.

Vícekritériální selekce projektů do portfolia patří především díky své dialogové složce mezi interaktivní metody. Charakteristickým rysem interaktivních metod je výměna informací mezi řešitelem a rozhodovatelem při řešení úlohy. Tato komunikace probíhá v řadě iteračních kroků. Přičemž v každé iteraci je:

- *Úlohou řešitele* pomocí jemu dostupných informací vytvořit předběžné řešení problému, které předloží rozhodovateli.

- *Úlohou rozhodovatele* je vyhodnocení a analýza řešení předloženého řešitelem, které s pomocí analýzy a zkušeností doplní o vlastní úsudek a předloží jej k další interakci.

Analýza daného řešení má často formu odpovědí na otázky. Dle určitého typu interaktivní metody mohou být tyto otázky různého charakteru a náročnosti, například odpovědi zda dané řešení vyhovuje či nevyhovuje, stanovení měř substituce mezi kritérii, stanovení vah, prahových hodnot a podobně [2].

Metodu vícekriteriální selekce projektů do portfolia lze zařadit do skupiny metod vektorové optimalizace. Tuto skupinu optimalizačních metod lze dále rozdělit na interaktivní postupy založené na informacích o mírách substituce, interaktivní postupy založené na informacích o úrovních účelových funkcí a interaktivní postupy založené na výběru z množiny provizorních řešení.

### **1.2.1 Interaktivní postupy založené na informacích o mírách substituce**

Charakteristickým rysem interaktivních postupů založených na mírách substituce je požadavek kladený na rozhodovatele, aby uvedl nebo upřesnil míry substituce mezi jednotlivými účelovými funkcemi. Mírou substituce mezi *i*-tou a *j*-tou účelovou funkcí rozumíme vyjádření rozhodovatele, jaké zhoršení *i*-té účelové funkce kompenzuje zlepšení *j*-té funkce o jednotku. Do skupiny těchto rozhodovacích postupů patří následující algoritmy: Geoffrinova metoda [4], Ziontsova-Walleniusova metoda [25] a metoda náhradních hodnot [5].

### **1.2.2 Interaktivní postupy založené na informacích o úrovních účelových funkcí**

Charakteristickým rysem úloh tohoto typu je, že rozhodovatel posoudí úroveň jednotlivých účelových funkcí dosažené v provizorním řešení a rozliší, které z nich považuje za uspokojivé. Do skupiny těchto postupů patří následující metody: interaktivní programování pomocí omezujících podmínek [21], metoda STEM [1], algoritmus SIGMOP [19], metoda uspokojivých cílů [7], metoda GP STEM [3], metoda posunutého ideálu [7], vícekriteriální selekce projektů do portfolia přístup T.J. Stewarta [24], vícekriteriální selekce projektů do portfolia přístup Santhanam a Kyparisis [23], vícekriteriální selekce projektů do portfolia přístup J.Klapka [13].

### **1.2.3 Interaktivní postupy založené na výběru z množiny provizorních řešení**

Pro skupinu těchto postupů je charakteristické, že řešitel předloží rozhodovateli několik provizorních řešení, ze kterých rozhodovatel vybere nejlépe vyhovující variantu. Na základě zvolené varianty řešitel předloží rozhodovateli další skupinu provizorních řešení. Algoritmus končí v okamžiku, kdy je rozhodovatel spokojen s hodnotami kritériálních funkcí, anebo jestliže dalšími iteračními kroky nelze dosáhnout výrazného zlepšení hodnot účelových funkcí.

### 1.2.4 Porovnání vybraných interaktivních metod

V následující kapitole jsem srovnal rozhodovací postupy vektorové optimalizace podle těchto vlastností: Druh problému, na který je metoda použitelná, způsob, jakým je realizována komunikace mezi rozhodovatelem a řešitelem, technické vlastnosti interaktivního postupu.

<b>Interaktivní metody založené na mírách substituce</b>		
<b>Název metody</b>	<b>Typ kritériálních funkcí</b>	<b>Typ rozhodovacích proměnných</b>
Geoffrionova metoda	lineární	spojité
Ziontsova – Walleiniusova metoda	lineární i nelineární	spojité
Metoda náhradních hodnot	lineární	spojité

Tab. 1 Porovnání interaktivních metod založených na mírách substituce z hlediska použitelnosti

<b>Interaktivní postupy založené na informacích o úrovních účelových funkcí</b>		
<b>Název metody</b>	<b>Typ kritériálních funkcí</b>	<b>Typ rozhodovacích proměnných</b>
Interaktivní programování pomocí omezujících podmínek	lineární	spojité
Metoda STEM	lineární	spojité
Algoritmus SIGMOP	nelineární	spojité
Metoda uspokojivých cílů	lineární	spojité
Metoda GP STEM	lineární	diskrétní
Metoda posunutého ideálu	lineární	diskrétní
Vícekritériální selekce projektů do portfolia, přístup T.J. Stewarta	nelineární	diskrétní bivalentní
Vícekritériální selekce projektů do portfolia, přístup Santhanam a Kyparisis	nelineární polynomiální	diskrétní bivalentní
Vícekritériální selekce projektů do portfolia, přístup J.Klapka	nelineární	diskrétní bivalentní

Tab. 2 Porovnání interaktivních metod založených na informacích o úrovni účelových funkcí z hlediska použitelnosti

Z uvedeného přehledu vyplývá, že pomocí metod vícekritériální selekce projektů do portfolia lze řešit speciální skupinu rozhodovacích úloh s lineárními i nelineárními kritériálními funkcemi a diskretními rozhodovacími proměnnými.



Dále z tabulek Tab. 1 a Tab. 2 vyplývá, že mezi srovnávanými přístupy neexistuje jiná interaktivní metoda, která by dokázala řešit podobné problémy stejného typu.

Dále jsem porovnával matematickou složitost algoritmu. Hodnocení je vyjádřeno slovně dvouhodnotově. Porovnání těchto vlastností jsem provedl na základě vlastního subjektivního hodnocení.

<b>Interaktivní metody založené na mírách substituce</b>		
<b>Název metody</b>	<b>Matematická složitost algoritmu</b>	<b>Nároky kladené na rozhodovatele</b>
Geoffrionova metoda	malá	velké
Ziontsova-Walleiniusova metoda	malá ,v případě nelineární kriteriální funkce vysoká, protože je nutné použít linearizaci	malé
Metoda náhradních hodnot	velká	velké

*Tab. 3 Porovnání interaktivních metod založených na mírách substituce z hlediska složitosti algoritmu a požadavků kladených na rozhodovatele*

<b>Interaktivní metody založené na úrovni účelových funkcí</b>		
<b>Název metody</b>	<b>Matematická složitost algoritmu</b>	<b>Nároky kladené na rozhodovatel</b>
Interaktivní programování pomocí omezujících podmínek	malá	malé
Metoda STEM	malá	malé
Algoritmus SIGMOP	malá	malé
Metoda uspokojivých cílů	malá	malé
Metoda GP STEM	velká	malé
Metoda posunutého ideálu	malá	malé
Vícekritériální selekce projektů do portfolia, přístup T.J. Stewarta	malá	malé
Vícekritériální selekce projektů do portfolia, přístup Santhanam a Kyparisis	malá	malé
Vícekritériální selekce projektů do portfolia, přístup J.Klapka	malá	malé

*Tab. 4 Porovnání interaktivních metod založených na úrovních účelových funkcí z hlediska složitosti algoritmu a požadavků kladených na rozhodovatele*

### 1.2.5 Vyhodnocení porovnání interaktivních metod

Výběr matematického přístupu, na jehož základě je v disertační práci provedena realizace systému na podporu rozhodování a realizace metody formou detailní algoritmizace. Z hlediska možnosti použití k řešení daného problému byly mnou do užšího výběru vybrány tyto tři přístupy:

- Přístup T. J. Stewarta - nerespektuje synergické efekty a hierarchické závislosti projektů, dialog nezajišťuje platnost podmínky  $N_j \leq R_j \leq I_j$  tj. nezaručuje, že referenční bod a tedy i váhy nevybočí v průběhu dialogu s přípustných mezí. Nehlíadá dělení nulou v průběhu dialogu.
- Přístup Santhanama a Kyparisise – sice zavádí synergické efekty a hierarchické závislosti projektů, nelze jej však použít v případě velkého počtu vstupních údajů, jehož se týká zadání. Nemá zavedený postoptimalizační dialog. Je použitelný pouze pro kriteriální funkce polynomiálního typu. Nelze jej použít např. pro lineární lomené funkce.

Přístup navržený J. Klapkou v [13], [15] spočívající ve vzájemné syntéze obou výše uvedených přístupů a doplněných modifikovaným dialogem, který navrhuje v [10], kapitola 2.1. Tento přístup jsem vybral proto, že nemá zmíněné nedostatky předchozích dvou uvedených přístupů a na jeho základě jsem detailní algoritmizací vytvořil metodu a systém na podporu rozhodování k řešení problému, specifikovaného v zadání. Funkci systému jsem ověřil rozsáhlými experimenty vlastním způsobem testování s využitím statistických metod.

## 2 CÍL PRÁCE

### 2.1 Matematická formulace problému

Je třeba vybrat některé z  $s$  projektů do portfolia projektů. Necht'  $i$  je index projektu ( $i=1, 2, \dots, s$ ). Cílem řešení je nalézt pro všechna  $i$  hodnoty bivalentních proměnných, pro něž platí:

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{je-li projekt vybrán do plánu} \\ 0 & \text{není-li projekt vybrán do plánu} \end{cases} \quad (2.1)$$

Výběr je prováděn tak, aby byly splněny požadavky řešení, k nimž patří:

a) Zdrojová omezení.

$$\sum_{i=1}^s a_{ij} \delta_i - \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{k=i+1}^s a_{ijk} \delta_i \delta_k + \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{k=i+1}^{s-1} \sum_{l=k+1}^s a_{ijkl} \delta_i \delta_k \delta_l \leq b_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (2.2)$$

$b_j$  je disponibilní množství  $j$ -tého zdroje.

$a_{ij}$  je množství  $j$ -tého zdroje, které potřebuje  $i$ -tý projekt, pracuje-li sám.

$a_{ijk}$  je množství  $j$ -tého zdroje, uspořené spoluprací projektů  $i, k$ .

$a_{ijkl}$  je množství  $j$ -tého zdroje sdílené projekty  $i, k$  a  $l$ .

Obecně platí,  $a_{ij} \geq a_{ijk}, a_{kj} \geq a_{ijk}, a_{ijk} \geq a_{ijkl}, a_{ijl} \geq a_{ijkl}, a_{kjl} \geq a_{ijkl}$  pro všechna  $i, k, l$ . V případě absence synergických efektů platí  $a_{ijk} = 0, a_{ijkl} = 0$ .

b) Logická omezení.

$$\sum_{m \in A_i} \delta_m \geq |A_i| \delta_i \quad \text{pro všechna } i \in H, \quad (2.3)$$

$H_i$  ( $H \subset \{1, 2, \dots, s\}$ ) je množina všech projektů, které ke svému průběhu potřebují průběh jiných projektů.

$A_i$  ( $A_i \subset \{1, 2, \dots, s\}$ ) je množina projektů, které projekt  $i$  potřebuje ke svému průběhu,  $|A_i|$  je její mohutnost.

c) Direktivní omezení nutného zařazení.

$$\begin{aligned} \delta_i &= 1 \text{ pro } i \in B (B \subset \{1, 2, \dots, s\}) \\ \delta_i &= 0 \text{ pro } j \in D (D \subset \{1, 2, \dots, s\}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

B je množina projektů, které musí být v portfoliu zařazeny.

D je množina projektů, které nesmí být v konečném portfoliu zařazeny.

d) Omezení pro vzájemně se vylučující projekty.

$$\begin{aligned} &\text{Pro některé dvojice } i, j \text{ } (i, j \in \{1, 2, \dots, s\}), \text{ může platit:} \\ &\text{Je-li } \delta_i = 1, \text{ pak musí být } \delta_j = 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

e) Dosažení extrémních hodnot kriteriálních funkcí. Kriteriální funkce mohou být v zásadě dvojího typu - ziskového typu, u nichž je pozitivním jevem jejich růst, proto se snažíme o jejich maximalizaci a bilanční, u nichž je pozitivním trendem jejich pokles, a proto se snažíme o jejich minimalizaci. Kriteriální funkce mohou být ve vzájemně konfliktním vztahu. Ziskové funkce jsou rozšířeny o takzvané synergické efekty druhého případně třetího řádu. Synergickým efektem chápeme speciální přínos k ziskové kriteriální funkci, který vznikne společným zařazením dvou respektive tří projektů do portfolia.

$$\sum_{i=1}^s c_{ij} \delta_i + \sum_{i=1}^s \sum_{k=i+1}^s c_{ijk} \delta_i \delta_k + \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{k=i+1}^{s-1} \sum_{l=k+1}^s c_{ijkl} \delta_i \delta_k \delta_l \rightarrow \max \quad (2.6)$$

$c_{ij}$  je velikost  $j$ -tého užitku z  $i$ -tého projektu, není-li přítomen synergický efekt.

$c_{ijk}$  je přírůstek  $j$ -tého užitku, způsobený současným zařazením projektů  $i, k$ .

$c_{ijkl}$  je přírůstek  $j$ -tého užitku, způsobený současným zařazením projektů  $i, k, l$ .

Další kriteriální funkcí, která se může v praxi vyskytnout, je bilanční funkce poměrová, kterou můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\frac{\sum_{i \in S(k)} \mu_i \delta_i}{\sum_{i=1}^s \mu_i \delta_i} \rightarrow \pi_k \quad (k = 1, 2, \dots, q) \quad (2.7)$$

kde

$\pi_k$  je ideální poměr počtu pracovníků pracujících na projektech  $k$ -té kategorie, vybraných do portfolia, k celkovému počtu pracovníků, pracujících na všech projektech, vybraných do portfolia.

$S(k)$  je množina indexů projektů patřících do  $k$ -té kategorie,

$\mu_i$  je počet pracovníků pracujících na  $i$ -tém projektu. Místo o počtu pracovníků, potřebných k průběhu projektu lze analogicky hovořit například o velikosti nákladů potřebných k průběhu projektu.

## 2.2 Úprava omezujících podmínek

Pro úpravu kriteriálních funkcí bilančního typu zavedme “asymetrickou vzdálenost”  $\|\Phi_k - \pi_k\|$  prvků  $\Phi_k, \pi_k$ , jejíž hodnoty náleží intervalu  $[0; 1]$ . Pro ni platí následující vztah:

$$\|\Phi_k - \pi_k\| = \begin{cases} 0 & (\Phi_k = \pi_k) \\ \frac{\Phi_k - \pi_k}{l(\Phi_k - \pi_k) - \pi_k} & (\text{jinak}), \end{cases} \quad (2.8)$$

kde skoková funkce je rovna

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ 1 & \text{pro } x > 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Problém je transformován na maximalizaci

$$\text{"max"} z_j (j = 1, 2, \dots, p + q) \quad (2.10)$$

Následně řešíme úlohu pro  $m$  zdrojových omezení (2.2), kde kriteriální funkce  $z_j (j = 1, 2, \dots, p)$  jsou brány podle vztahu (2.6). Kriteriální funkce  $z_{p+k} (k = 1, 2, \dots, q)$  jsou definovány následujícím způsobem

$$z_{p+k} = -\|\Phi_k - \pi_k\| = \begin{cases} 0 & (\Phi_k = \pi_k) \\ \frac{\pi_k - \Phi_k}{l(\Phi_k - \pi_k) - \pi_k} & (\text{jinak}) \end{cases} \quad (2.11)$$

### 3 ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ

#### 3.1 Způsob řešení

Abychom se vyhnuli výpočetní pracnosti, která při daném rozsahu problému přichází v nerealizovatelnost řešení na osobním počítači v reálném čase, není při výpočtu použit klasický přístup přímého využívání užitkových funkcí, ale je zde použit nový způsob založený na principu referenčního bodu, který umožňuje zavádění heuristických iterací a dialogového režimu. Podstata principu referenčního bodu spočívá ve vytvoření společné skalarizující funkce, pro niž hledáme minimální hodnotu. Tato funkce je ovlivněna vahami jednotlivých kriteriálních funkcí. Přičemž

- $I_j$  je horní mez možné hodnoty ziskové funkce.
- $N_j$  je dolní mez možné hodnoty ziskové funkce.
- $R_j$  je referenční hodnota.
- $z_j$  je skutečná hodnota ziskové funkce.

Pro každou funkci  $z_j$  se stanoví její ideální hodnota  $I_j$ , to znamená možná horní mez optimální hodnoty veličiny  $z_j$ . Prakticky lze tuto hodnotu stanovit jako maximální hodnotu funkce  $z_j$  za podmínek (2.2) - (2.5) to znamená s ignorováním vlivu ostatních kriteriálních funkcí. Pro každou funkci  $z_j$  se stanoví její nejmenší možná hodnota  $N_j$ , kterou je možné stanovit analogicky minimalizací z podmínek (2.2) - (2.5), rovněž s ignorováním vlivu ostatních kriteriálních funkcí. Pro každou funkci  $z_j$  se vypočte její hodnota a to pomocí vztahů (2.6) a (2.12). Platí tedy

$$N_j \leq z_j \leq I_j \quad (2.12)$$

Třetím odhadem kriteriální funkce  $z_j$  je její realistický odhad takzvaná „referenční hodnota“  $R_j$ . Pokud jej nedovedeme na základě věcných znalostí stanovit objektivněji, pak jako vstup do počáteční optimalizace, která předchází eventuelnímu dalšímu dialogovému zpřesňování jejího výsledku, můžeme určit referenční hodnotu například takto:

$$R_j = \frac{I_j + N_j}{2} \quad (2.13)$$

Nyní je sestavena společná skalarizující funkce z jednotlivých dílčích  $z_j$  ( $j = 1, 2, \dots, p+q$ ), která převádí problém na monokriteriální optimalizaci. Pro rozsáhlé systémy byla navržena tato funkce:

$$\sigma(\bar{z}, \bar{R}) = \sum_{j=1}^{p+q} \left( \frac{I_j - z_j}{I_j - R_j} \right)^h \quad (2.14)$$

$\bar{z} = [z_1, z_2, \dots, z_{p+q}]$  je vektor hodnot kriteriálních funkcí o velikosti  $p + q$ ,

$\bar{R} = [R_1, R_2, \dots, R_{p+q}]$  je vektor referenčních hodnot kriteriálních funkcí o velikosti  $p + q$ ,  $h > 0$

Řešení spočívá v nalezení  $\min \sigma(\bar{z}, \bar{R})$  za podmínek (2.2) až (2.6) a (2.11).

Poznámka:

Minimální hodnota  $\sigma(\bar{z}, \bar{R})$ , stanovená bez respektování podmínky (2.2) by byla rovna nule, neboť jejího zmenšování dosahujeme zvětšování všech  $z_j$  až do hodnoty  $z_j = I_j$ , kterou se anuluje čítenel skalarizující funkce (2.14).

Jako kompromis mezi citlivostí metody a hromaděním zaokrouhlovacích chyb vplynulo ze zkušenosti doporučení volby  $h = 4$ , která byla uplatněna v dalších výpočtech. Takto stanovená skalarizující funkce je tedy v podstatě součtem měr relativních odchylek jednotlivých kriteriálních funkcí od jejich ideálních, nejvyšších hypoteticky možných hodnot. Relativní odchylkou zde rozumíme odchylku vztaženou na jednotku intervalu dostatečně uspokojivých hodnot kriteriální funkce. Ze struktury jednotlivých sčítanců skalarizující funkce je tedy patrné, že váhově jsou preferovány ty, u nichž je  $R_j$  blízké  $I_j$ , jelikož ve jmenovateli funkce je rozdíl  $(I_j - R_j)$ .

### 3.2 Minimalizace skalarizující funkce

Ke stanovení minimální hodnoty funkce  $\sigma$  lze použít heuristickou iterační metodu efektivního gradientu, která svými vlastnostmi odpovídá našim požadavkům včetně rozsahu námi zkoumaných úloh. Tato metoda je dále popsána ve formě vhodné k programování na osobním počítači. Sestává z těchto kroků :

A) Zvolíme  $\delta_i = 1$  pro všechna  $i$  s výjimkou případu, kdy některé projekty nesmí probíhat současně, v tomto případě hodnoty odpovídajících proměnných vhodně zvolíme. Pak vypočteme skutečné hodnoty zdrojů  $u_j$ , to je množství zdrojů, nárokovaných těmi projekty, které byly zařazeny do portfolia.

$$u_j = \sum_{i=1}^s a_{ij} \delta_i - \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{k=i+1}^s a_{ijk} \delta_i \delta_k + \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{k=i+1}^{s-1} \sum_{l=k+1}^s a_{ijkl} \delta_i \delta_k \delta_l \leq b_j \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (2.15)$$

B) V případě, že pro některá  $j$  neplatí  $u_j \leq b_j$  ( $j$ -tý zdroj byl přečerpán), pak pro všechna  $i$  taková, že  $\delta_i = 1$ , definujeme  $\Delta_i \sigma(\bar{z}, \bar{R})$  jako přírůstek funkce  $\sigma(\bar{z}, \bar{R})$ , způsobený nahrazením hodnoty  $\delta_i = 1$  hodnotou  $\delta_i = 0$ , to je vyjmutím  $i$ -tého projektu z portfolia. Pro všechna  $i$  taková, že  $\delta_i = 1$ , vypočteme:

$$P_i = \frac{\Delta_i \sigma(\bar{z}, \bar{R}) \sqrt{\sum_{j=1}^m (u_j - b_j)^2 l(u_j - b_j)}}{\sum_{j=1}^m \left( a_{ij} - \sum_{k=1,2,\dots,i-1,i+1,i+2,\dots,s} a_{ijk} \delta_k + \sum_{k=1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,s-1} \sum_{l=k+1,k+2,\dots,i-1,i+1,\dots,s} a_{ijkl} \delta_k \delta_l \right)} \quad (2.16)$$

touto hodnotou je takzvaný „efektivní gradient“, který je poměrem veličiny  $\Delta_i \sigma(\bar{z}, \bar{R})$  k míře úspory zdrojů způsobené vypuštěním  $i$ -tého projektu z portfolia. To lze napsat ve tvaru:

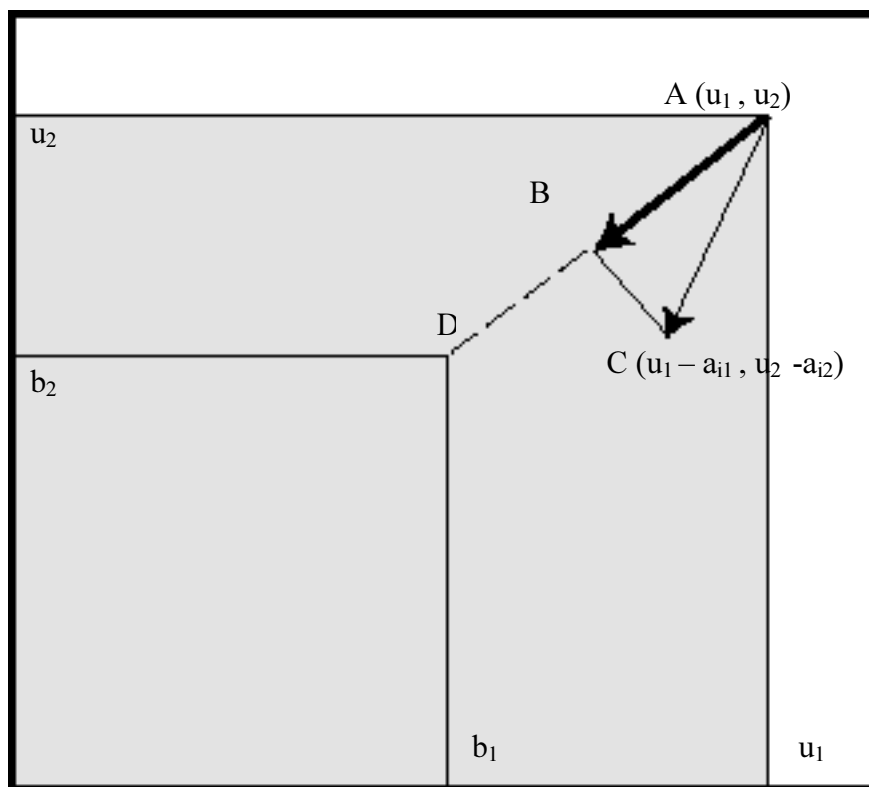
$$P_i = \frac{\Delta_i \sigma(\bar{z}, \bar{R}) \sqrt{\sum_{j=1}^m (u_j - b_j)^2 l(u_j - b_j)}}{\sum_{j=1}^m A_{ij} (u_j - b_j) l(u_j - b_j)}, \quad (2.17)$$

kde  $A_{ij}$  je množství  $j$ -tého zdroje, spotřebované při realizaci  $i$ -tého projektu. Vztah (2.16) byl odvozen v [27]. Ve vztahu (2.17) jsou zahrnuty i synergické efekty zdrojových omezení; druhý a třetí sčítanec ve jmenovateli. Projekt poskytující hodnotě  $P_i$  nejmenší hodnotu ze všech  $i$ , bude vyjmut z portfolia. Tedy pro takové  $h$ , pro něž platí vztah:

$$P_h = \min_i P_i \quad (2.18)$$

položíme  $\delta_i = 0$ . Znovu vypočteme hodnoty  $u_j$  podle vztahu (2.15) a opakujeme krok B tak dlouho dokud nejsou splněna všechna zdrojová omezení (2.2). To znamená, že krok B bude opakován tak dlouho dokud všechny skutečné hodnoty zdrojů  $u_j$  nebudou nižší než jejich disponibilní hodnoty  $b_j$ .

Zdroj č.2



Zdroj č.1

Obr. 2 Úbytek zdroje bez výskytu synergického efektu

Tato míra úspory zdrojů, přesněji řečeno míra celkového efektivního využití zdrojů  $i$ -tým projektem, je rovna velikosti průmětu vektoru úspory zdrojů získané vyjmutím  $i$ -tého projektu z portfolia do přímky spojující bod  $[u_1, u_2, \dots, u_m]$  představující běžné využití zdrojů, hypoteticky odpovídající dané etapě řešení včetně případného přečerpání, s jemu nejbližším bodem oblasti přípustné zdrojové disponibility.

C) Poté co jsou splněny všechny zdrojové nerovnosti (2.2), hledáme, zda existuje takový projekt  $i$ , z těch pro něž platí  $\delta_i = 0$ , který může být přidán do portfolia, aniž by se jakékoli zdrojové omezení porušilo. Neexistuje-li pak se algoritmus zastaví a ukončí. Jinak pro každý takový projekt vypočteme hodnotu

$$D_i = \frac{\Delta_i \sigma(\bar{z}, \bar{R}) \sqrt{\sum_{j=1}^m (u_j - b_j)^2}}{\sum_{j=1}^m \left( a_{ij} - \sum_{k=1,2,\dots,i-1,i+1,i+2,\dots,s} a_{ijk} \delta_k + \sum_{k=1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,s-1} \sum_{l=k+1,k+2,\dots,i-1,i+1,\dots,s} a_{ijkl} \delta_k \delta_l \right) (u_j - b_j)} \quad (2.19)$$

kde  $\Delta_i \sigma$  znamená v tomto případě úbytek funkce  $\sigma$  způsobený zařazením  $i$ -tého projektu do portfolia (to je změnou z  $\delta_i = 0$  na  $\delta_i = 1$ ). Analogicky jako  $P_i$  v (2.16) je zde  $D_i$  možno chápat jako efektivní gradient, avšak míru celkového efektivního využití zdrojů  $i$ -tým projektem zde definujeme jako velikost průmětu vektoru

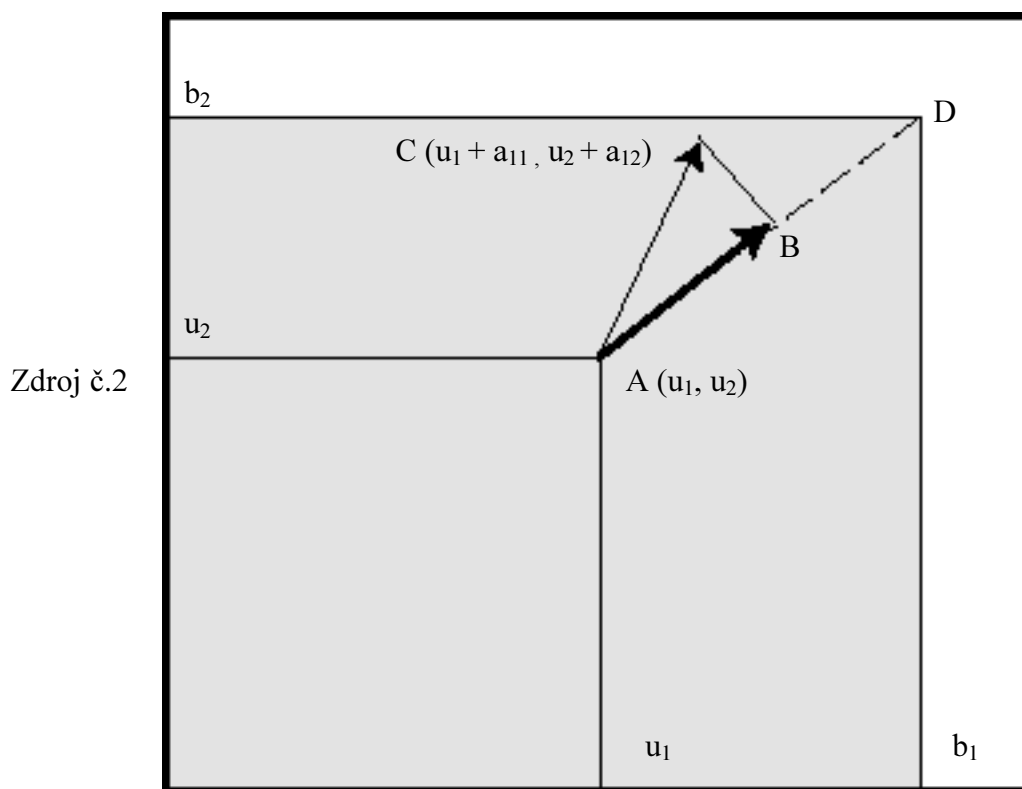


přírůstku zdrojů, způsobeného zařazením  $i$ -tého projektu do portfolia, do přímky spojující bod  $[u_1, u_2, \dots, u_m]$ , s bodem  $[b_1, b_2, \dots, b_m]$  představujícím maximální možné využití zdrojů. Ve vztahu (2.19) jsou uvažovány synergické efekty druhého a třetího stupně zdrojových omezení; druhý a třetí sčítanec ve jmenovateli. Do portfolia přidáme ten projekt, který poskytne výrazu (2.20) maximální hodnotu ze všech  $i$ . Tedy pro takové  $h$  pro něž platí:

$$D_h = \max_i D_i \quad (2.20)$$

Po přidání projektu s maximální hodnotou  $D_h$  se testuje platnost zdrojových omezení (2.2). Jestliže je některé ze zdrojových omezení porušeno, potom je projekt s maximální hodnotou  $D_h$  vyřazen z portfolia a algoritmus se zastaví a skončí. V opačném případě opakujeme krok C. To znamená, že tento krok je opakován do té doby, kdy neexistuje projekt, který by mohl být zařazen do portfolia, aniž by se narušila platnost zdrojových omezujících podmínek (2.2).

Podobně jako míru úbytku zdrojů u optimalizace lze graficky znázornit míru přírůstku zdrojů při dooptimalizaci pomocí úlohy se dvěma zdrojovými omezeními. Účelem dooptimalizace je provést takový pohyb ve stavovém prostoru zdrojů, který



Zdroj č.1

Obr. 3 Míra přírůstku zdrojů bez synergického efektu

by výchozí stav zdrojů (bod A) přiblížil co nejvíce úsečkám  $\overline{b_2D}$  a  $\overline{Db_1}$  tak, aby přípustné hodnoty zdrojů nebyly překročeny, (to znamená, že úsečky  $\overline{b_2D}$  a  $\overline{Db_1}$  je

možné si obrazně představit jako tyto přípustné hodnoty. Tento pohyb je realizován krok po kroku. V každém kroku dooptimalizace je zařazen do portfolia projekt, který poskytuje hodnotě  $D_i$  maximální hodnotu. Pokud by zařazení takového projektu způsobilo porušení některé ze zdrojových podmínek (2.2), tento projekt není zařazen do portfolia a algoritmus dooptimalizace je ukončen. Jak již bylo zmíněno výše v odstavci C),  $D_i$  představuje poměr veličiny  $\Delta_i \sigma(\bar{z}, \bar{R})$  k míře přírůstku zdrojů způsobené zařazením  $i$ -tého projektu do portfolia. A právě na jednoduché úloze na obr. 3 tato míra přírůstku zdrojů pro větší představivost zobrazena.

### 3.3 Změnové řízení a dialog

Po provedení počáteční optimalizace portfolia nastává dialog mezi uživatelem a řešitelem. Dialog má v každé své etapě v podstatě dvě složky:

- a) Uživatel se vyjádří ke každé z kriteriálních funkcí:
- zda je spokojen s její hodnotou,
  - nebo zda by si přál její zvýšení (nemůže však říci o kolik),
  - nebo zda by byl ochoten část její hodnoty (nemůže říci jakou) obětovat ve prospěch hodnot ostatních kriteriálních funkcí.

Důsledkem vyjádření řešitele je změna vah výpočtu, tato změna je fyzicky realizována změnou referenční hodnoty  $R_j$ . Změna této hodnoty je dána speciálním algoritmem, který je součástí adaptivního procesu postupné změny  $R_j$ , čímž je současně upravována váha  $j$ -té složky skalarizující funkce.

- b) Uživatel může v každé etapě řešení direktivně fixovat kterýkoliv jím zvolený projekt dovnitř nebo vně portfolia – v souladu s postupným růstem svých znalostí o dané problematice. Tím se obecně změní hodnoty všech kriteriálních funkcí, které tím přestanou být „optimální“. Jiným speciálním algoritmem se následkem toho změní referenční hodnota  $R_j$ , a tím i váha  $j$ -té složky skalarizující funkce.

Po každé etapě dialogu je možno znovu provést optimalizaci portfolia metodou efektivního gradientu, při níž se vychází z hodnot  $\delta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ) získaných dosavadním průběhem výpočtu. Pak analogicky nastává další etapa dialogu. Poněvadž obvykle s rostoucím časem rostou znalosti uživatele o tom, které projekty musí probíhat (případně které nesmí probíhat), bývá objektem každé následující optimalizace obvykle podstatně menší počet dosud volných projektů, (to je těch, u nichž není rozhodnuto o hodnotě  $\delta_i$ ), čímž se zmenšuje doba jejího trvání.

Velikost kroku změny referenční hodnoty  $R_j$  závisí v tomto adaptivním procesu mimo jiné i na tom, jak často uživatel, v průběhu dialogu, iniciuje změnu směru změny hodnoty kriteriální funkce  $z_j$  (systém tedy testuje u uživatele, do jaké míry v dané chvíli „ví, co chce“).

Dialog končí, jakmile je uživatel spokojen s hodnotami všech kriteriálních funkcí. Pokud by v některé etapě dialogu nebyl spokojen se žádnou kriteriální funkcí, pak by problém neměl řešení.

Jestliže na základě rozhodnutí vyššího orgánu přidáme dodatečně nebo vyjmemme některý projekt z již optimalizovaného portfolia, změní se tím každá kriteriální funkce z hodnoty  $z_j^*$  (která odpovídá původní referenční hodnotě  $R_j^*$ ) na hodnotu  $z_j$ . Budeme předpokládat, že ve stejném poměru vůči ideálnímu stavu  $I_j$  se změní i hodnota  $R_j^*$  (původní realistický odhad), pokud je ovšem uživatel spokojen s hodnotou  $z_j$ . Proto program změní hodnotu  $R_j^*$  na hodnotu  $R_j$ , pro niž platí  $R_j = \bar{R}_j + \varepsilon_j$ , kde

$\varepsilon_j = 0$                       je-li uživatel spokojen s hodnotou  $z_j$ .  
 $\varepsilon_j = + \alpha_j$                 doporučuje-li uživatel zvýšení hodnoty  $z_j$ .  
 $\varepsilon_j = - \alpha_j$                 je-li uživatel ochoten připustit snížení hodnoty  $z_j$ .

Přitom  $\alpha_j > 0$  je vhodně volená konstanta. Dále platí

$$\bar{R}_j = \begin{cases} R_j^* + \frac{z_j - z_j^*}{I_j - z_j^*} (I_j - R_j^*) & \left( z_j^* < I_j \wedge R_j^* + \frac{z_j - z_j^*}{I_j - z_j^*} (I_j - R_j^*) \geq N_j \right) \\ N_j & \left( z_j^* < I_j \wedge R_j^* + \frac{z_j - z_j^*}{I_j - z_j^*} (I_j - R_j^*) < N_j \right) \\ z_j & (z_j^* = I_j) \end{cases} \quad (2.21)$$

Žádá-li uživatel zdokonalení řešení, následně je provedena reoptimalizace: Při ní se vychází z běžného řešení (to je z dosaženého stavu portfolia). Přitom uživatel může a nemusí fixovat některé hodnoty  $\delta_i$  (to je o zařazení nebo o nezařazení některých projektů direktivně a postavit tím tyto projekty mimo působnost reoptimalizační procedury). Při reoptimalizaci se může vycházet i z jakkoliv zvoleného (to je neběžného stavu) počátečního řešení. Počáteční volbu konstanty  $\alpha_j$  provádíme podle vztahu:

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{(I_j - \bar{R}_j)}{2} & \varepsilon_j > 0 \\ \frac{\bar{R}_j - N_j}{2} & \varepsilon_j < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

a pro další reoptimalizaci:

$$\alpha_j = \begin{cases} 0,75(I_j - \bar{R}_j) & \varepsilon_j > 0 \\ 0,75(\bar{R}_j - N_j) & \varepsilon_j < 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

je-li uživatelem doporučený směr změny kritériální funkce stejný jako v bezprostředně předcházejícím kroku dialogu. Jinak použijeme (2.22).

## 4 HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE

### 4.1 Shrnutí výsledků práce

Hlavními výsledky této disertační práce je výběr matematického přístupu po vícekritériální výběr projektů do portfolia při omezených zdrojích, jeho detailní algoritmizace, vytvoření programového systému a otestování tohoto systému z hlediska výkonnosti. Pro testování výkonnosti jsem navrhl vlastní metodiku testování, kterou lze využít nejen pro metodu uvedenou v této práci, ale navíc ji lze zobecnit a použít jako universální postup pro vyhodnocení srovnání výkonnosti jiných metod řešících problém vícekritériálního výběru projektů do portfolia při omezených zdrojích. Na základě této metodiky jsem provedl řadu testů ze statistickým vyhodnocením pomocí regresní analýzy. Detailní popis testů a metodiky je uveden disertační práci, zde uvádím pro ilustraci jeden z testů.

### 4.2 Vyhodnocení experimentu závislosti doby trvání výpočtu na rozdílu požadované a disponibilní hodnoty zdroje

#### 4.2.1 Popis experimentu a naměřené hodnoty

Cílem experimentu je stanovení závislosti doby trvání výpočtu na rozdílu požadované a disponibilní hodnoty zdroje. Konstanty experimentu byly zvoleny následujícím způsobem: počet zdrojových omezení je roven 50, počet bilančních kritériálních funkcí je roven 20, počet ziskových funkcí je roven 20 a počet projektů je roven 150. Synergické efekty ziskových kritériálních funkcí, synergické efekty zdrojových omezení a hierarchické závislosti mezi projekty nebyly použity. Proměnným parametrem experimentu je poměr požadované a disponibilní hodnoty zdrojů vyjádřený procentuálně. Procenta uvedená grafu č. 1 znamenají procentuální vyjádření požadované hodnoty zdrojů vzhledem k disponibilní hodnotě zdrojů. Pro uvedený počet datových položek bylo vygenerováno pět různých zadání dat pomocí náhodných čísel. Pro těchto pět zadání byla měřena doba trvání výpočtu. Naměřené hodnoty byly vyhodnoceny pomocí regresní analýzy.

Počet projektů	Počet bil. f-cí	Počet zis. f-cí	Počet zdrojů	Přečerp. [%]	Úloha č.1 čas[s]	Úloha č.2 čas[s]	Úloha č.3 čas[s]	Úloha č.4 čas[s]	Úloha č.5 čas[s]
150	20	20	50	100	0	0	0	0	0
150	20	20	50	150	5,02	4,72	4,87	4,75	4,84
150	20	20	50	200	8,06	7,59	7,91	7,96	7,04
150	20	20	50	250	9,95	9,72	9,82	9,84	8,71
150	20	20	50	300	11,36	11,01	11,21	11,18	9,75
150	20	20	50	350	12,34	11,88	12,12	12,14	11,73
150	20	20	50	400	13,06	12,63	12,85	12,89	12,81
150	20	20	50	450	13,46	13,22	13,28	13,27	13,26
150	20	20	50	500	14,14	13,76	14,01	13,88	13,93
150	20	20	50	550	14,54	14,16	14,21	14,17	14,18
150	20	20	50	600	14,96	14,49	14,75	14,24	14,28
150	20	20	50	650	15,13	14,78	15,02	14,91	14,43
150	20	20	50	700	15,46	14,99	15,21	15,26	15,16

Tab. 5 Naměřené hodnoty

#### 4.2.2 Volba modelu

Pro naměřené hodnoty je třeba zvolit vhodný matematický model, vypočítat jeho koeficienty a zpětně ověřit jeho adekvátnost. Model pro tento experiment jsem volil expertně dle katalogu křivek [9].

Zvolil jsem model v následujícím tvaru:  $\eta = \frac{1}{\beta_0 + \frac{\beta_1}{x}}$ .

Model lze transformovat na lineární tvar:  $\frac{1}{\eta} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x}$   $u_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x^*$ .

Pro výpočet odhadu modelu byla použita váhová funkce  $w = y^2$ .

### 4.2.3 Aproximace modelu

$i$	$p_i$	$x_i$	$\bar{y}_i$	$x_i^*$	$w_i$	$u_i$	$w_i \cdot p_i$
1	5	0	0	0	0	0	0
2	5	50	4,86	0,02	23,6196	2,36196	118,098
3	5	100	7,712	0,01	59,47494	2,9737472	297,37472
4	5	150	9,608	0,006667	92,31366	3,077122133	461,56832
5	5	200	10,902	0,005	118,8536	2,9713401	594,26802
6	5	250	12,042	0,004	145,0098	2,90019528	725,04882
7	5	300	12,848	0,003333	165,0711	2,751185067	825,35552
8	5	350	13,298	0,002857	176,8368	2,526240057	884,18402
9	5	400	13,944	0,0025	194,4351	2,4304392	972,17568
10	5	450	14,252	0,002222	203,1195	2,256883378	1015,59752
11	5	500	14,544	0,002	211,5279	2,11527936	1057,63968
12	5	550	14,854	0,001818	220,6413	2,005830145	1103,20658
13	5	600	15,216	0,001667	231,5267	1,9293888	1157,63328
$\Sigma$						30,29961072	9212,15016

Tab. 6 Výpočet hodnoty  $\bar{x}^*$

$$\bar{x}^* = \frac{\sum_{i=1}^{13} p_i w_i x_i^*}{\sum_{i=1}^{13} p_i w_i} = 0,003289$$

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{13} p_i w_i \bar{u}_i}{\sum_{i=1}^{13} p_i w_i} = 0,078201$$

$i$	$p_i$	$x_i$	$\bar{y}_i$	$x_i^*$	$u_i$	$w_i$	$w_i \cdot p_i \cdot (x_i^* - \bar{x}_i^*)^2$	$w_i \cdot p_i \cdot u_i (x_i^* - \bar{x}_i^*)^2$
1	5	0	0	0	0	0	0	0
2	5	50	4,86	0,02	0,205761	23,6196	0,406075	0,032979391
3	5	100	7,712	0,01	0,129668	59,47494	0,258773	0,013392652
4	5	150	9,608	0,006666	0,10408	92,31366	0,162259	0,005265576
5	5	200	10,9	0,005	0,091726	118,8536	0,093262	0,001739545
6	5	250	12,04	0,004	0,083043	145,0098	0,042804	0,000366432
7	5	300	12,85	0,003333	0,077833	165,0711	0,002842	0,000161556
8	5	350	13,3	0,002857	0,075199	176,8368	-0,02872	0,000164971
9	5	400	13,94	0,0025	0,071715	194,4351	-0,05502	0,000605341
10	5	450	14,25	0,002222	0,070166	203,1195	-0,07603	0,001155965
11	5	500	14,54	0,002	0,068757	211,5279	-0,09374	0,001757542
12	5	550	14,85	0,001818	0,067322	220,6413	-0,10924	0,002386873
13	5	600	15,22	0,001666	0,06572	231,5267	-0,12343	0,003047197
$\Sigma$							0,479831	0,0628631

Tab. 7 Výpočet koeficientů modelu

Odhad koeficientu  $\beta_0$   $b_0 = \bar{u} = 0,078201$

$$\text{Odhad koeficientu } \beta_1 \quad b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{13} p_i w_i \bar{u}_i (x_i^* - \bar{x}^*)}{\sum_{i=1}^{13} p_i w_i (x_i^* - \bar{x}^*)^2} = 7,632957$$

#### 4.2.4 Ověření adekvátnosti modelu

$i$	$x_i$	$p_i$	$\bar{y}_i$	$\hat{y}_i$	$p_i(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$
1	100	5	0	0	0
2	150	5	4,86	4,849987	0,000501266
3	200	5	7,712	7,700806	0,000626486
4	250	5	9,608	9,57732	0,004706205
5	300	5	10,902	10,90611	8,43517E-05
6	350	5	12,042	11,89644	0,10594389
7	400	5	12,848	12,66301	0,171101199
8	450	5	13,298	13,27397	0,002886962
9	500	5	13,944	13,77233	0,147351319
10	550	5	14,252	14,18659	0,021389899
11	600	5	14,544	14,53639	0,00028957
12	650	5	14,854	14,83568	0,001677882
13	700	5	15,216	15,09467	0,073605483
$\Sigma$					0,530164513

Tab. 8 Odchylka od modelu

$i$	$\bar{y}_i$	$y_{i1}$	$y_{i2}$	$y_{i3}$	$y_{i4}$	$y_{i5}$	$(y_{i1}-y_i)^2$	$(y_{i2}-y_i)^2$	$(y_{i3}-y_i)^2$	$(y_{i4}-y_i)^2$	$(y_{i5}-y_i)^2$
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	4,86	5,02	4,72	4,87	4,75	4,84	0,0256	0,0196	0,0001	0,0121	0,0004
3	7,71	8,06	7,59	7,91	7,96	7,04	0,1211	0,0148	0,0392	0,0615	0,4515
4	9,61	9,95	9,72	9,82	9,84	8,71	0,1169	0,0125	0,0449	0,0538	0,8064
5	10,90	11,36	11,01	11,21	11,18	9,75	0,2097	0,0116	0,0948	0,0772	1,3271
6	12,04	12,34	11,88	12,12	12,14	11,73	0,0888	0,0262	0,0060	0,0096	0,0973
7	12,85	13,06	12,63	12,85	12,89	12,81	0,0449	0,0475	0,0000	0,0017	0,0014
8	13,30	13,46	13,22	13,28	13,27	13,26	0,0262	0,0060	0,0003	0,0007	0,0014
9	13,94	14,14	13,76	14,01	13,88	13,93	0,0384	0,0338	0,0043	0,0040	0,0001
10	14,25	14,54	14,16	14,21	14,17	14,18	0,0829	0,0084	0,0017	0,0067	0,0051
11	14,54	14,96	14,49	14,75	14,24	14,28	0,1730	0,0029	0,0424	0,0924	0,0696
12	14,85	15,13	14,78	15,02	14,91	14,43	0,0761	0,0054	0,0275	0,0031	0,1797
13	15,22	15,46	14,99	15,21	15,26	15,16	0,0595	0,0510	0,0000	0,0019	0,0031
$\Sigma$											4,83444

Tab. 9 Reziduální součet čtverců

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupeň volnosti	Průměrný čtverec	Testovací veličina F	F <sub>kritická</sub> α = 0,05
Nelinearita	0,5301645	11	0,0481968	0,5184121	2,496
Reziduální	4,83444	52	0,09297		

Tab. 10 Analýza rozptylu

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	F	F <sub>kritická</sub>
Odchylka od přímky	$\sum_i p_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$	$n - 2$	$s_r^2 = \frac{1}{n - 2} \sum_i p_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$	$F = \frac{s_r^2}{s_e^2}$	$F_{n-2, \sum_i p_i - 1}$
Chyba měření	$\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$	$\sum_i p_i - n$	$s_e^2 = \frac{1}{\sum_i p_i - n} \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$		

Tab. 11 Vzorce pro výpočet analýzy rozptylu

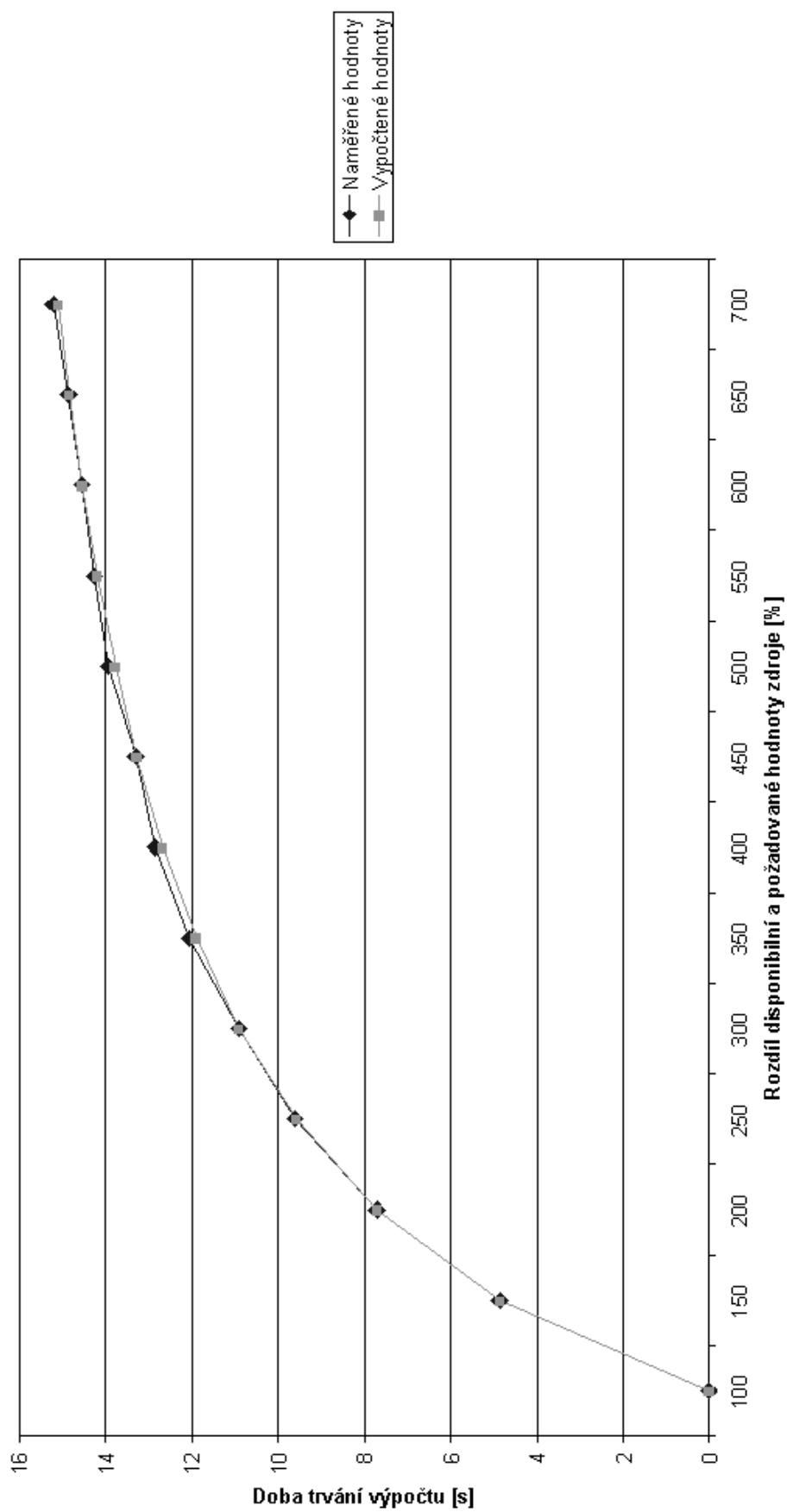
#### 4.2.5 Vyhodnocení experimentu

Naměřeným hodnotám odpovídá s 95% pravděpodobností odhad modelu ve tvaru

$$\hat{y} = \frac{1}{0,0782 + \frac{7,632}{x}} \quad \text{viz graf č. 1.}$$



Graf č. 1 Závislost doby trvání výpočtu na rozdílu disponibilní a požadované hodnoty zdroje



## 5 ZÁVĚR

Hlavním cílem této disertační práce byl výběr matematického přístupu, jeho detailní algoritmizace a na jeho základě vytvoření programového systému na podporu rozhodování pro vícekritériální výběr projektů do portfolia při omezených zdrojích a otestování tohoto systému z hlediska výkonnosti. Systém byl vytvořen při splnění následujících požadavků:

Zpracování velkého rozsahu vstupních údajů. Předkládaný systém umožňuje optimalizaci portfolia obsahujícího více než sto projektů při desítkách zdrojových omezení, desítkách kritériálních funkcí a to v reálném čase pomocí PC. Výkonnost programového systému a navrhovaného algoritmu je podložena řadou statisticky vyhodnocených testů uvedených v této disertační práci.

Obecný tvar funkcí s bivalentními proměnnými. Systém je v tomto směru otevřen a je schopen pracovat s různými typy kritériálních funkcí. Tyto funkce mohou být jak lineární tak i nelineární a mohou být i ve vzájemně konfliktním vztahu.

Možnost postoptimalizačního dialogu k řešení „špatně definovaných“ problémů. Součástí systému je i interaktivní dialog umožňující další upřesňování řešení po základní optimalizaci.

Možnosti flexibilních změn portfolia. Dialog zmiňovaný v předchozím bodu umožňuje výsledné řešení flexibilně přizpůsobit vzhledem k reálnému stavu, který v praxi zpravidla neodpovídá původně zadaným podmínkám. Tyto změny zahrnují nejen přímé vyjmutí nebo zařazení projektu do portfolia, ale i možnost přizpůsobit hodnoty kritériálních funkcí aktuálním požadavkům uživatele.

Možnost vstupu referenčních hodnot kritériálních funkcí. Kromě toho lze v rámci zmiňovaného dialogu referenční hodnoty kritériálních funkcí i modifikovat. Důsledkem této modifikace je ovlivnění hodnot kritériálních funkcí důsledkem změny jejich vah. Respektování synergických efektů kritériálních a zdrojových. Systém pracuje s hodnotami synergických efektů kritériálních funkcí a zdrojových omezení.

Respektování vzájemné hierarchické závislosti projektů. Disertační práce obsahuje návrh implementace těchto závislostí pomocí matematického grafu. Programový systém modeluje hierarchické závislosti tímto způsobem a využívá algoritmus prohledávání matematického grafu do šířky při optimalizačním výpočtu. Žádný z doposud známých softwarových systémů všechny tyto podmínky nesplňoval. Práce přináší vlastní metodiku testování výkonnosti metod dané třídy, aplikuje ji na stanovení závislosti doby trvání výpočtu na množství vstupních parametrů, k čemuž využívá statistických metod. Výsledky testů potvrzují využitelnost vytvořeného systému k řešení daného problému v reálném čase.

Hodnota a použitelnost předloženého systému jsou patrné též z toho, že obdržel druhé místo v celostátním výběrovém řízení, vypsaném Českými energetickými závody. Byl rovněž vystavován a předváděn u příležitosti veletrhu INVEX a na řadě dalších tuzemských i zahraničních softwarových výstav. Je využíván i v pedagogickém procesu VUT na fakultách strojínského inženýrství a podnikatelské.

## 6 SUMMARY

The purpose of this dissertation thesis is to design a decision support system for multi-criteria selection of projects with limited resources. The system requirements are the following:

1. The system will allow the selection of hundreds of projects simultaneously with tens of criterion functions and tens of resource limitations.
2. The criterion function will have general form using bivalent variables.
3. The algorithm will allow the solving “ill-defined” problems after basic optimization.
4. The system will allow flexible changes of the portfolio.
5. The algorithm will enable utilization of the reference levels of individual criterion functions.
6. The algorithm will respect the synergistic effects of the criterion functions and the synergistic effects of the resource limitations.
7. The system will respect hierarchical dependencies between projects.

As far as we know this problem hasn't been yet research. The thesis contains analysis and evaluation of current situation on this area. The selection of convenient mathematical approach and its detail description has been done. The special scalarizing function has been used it is based on the modified resource point approach for coast and balance criterion functions and its optimization by effective gradient method. To simulate the hierarchical dependencies we have used a mathematical graph. The algorithm search in width is used for going trough the mathematical graph. The thesis contains own methodology of testing efficiency of the mathematical methods of the same category. The experiments which prove a given hypothesis are included. The results we have obtained prove that PC's are competent to solve problems of this kind.

## 7 LITERATURA

- [1] Benayoun, R. kol.: *Linear Programming with Multiple Objective Functions: Step Method (STEM)*. Mathematical Programming 1, 1971, pp. 366-375.
- [2] Bouška J., Černý M., Glůckaufová D.: *Interaktivní postupy rozhodování*, Academia Praha 1984, 166 pp.
- [3] Fichet, J.: *GP STEM An Interactive Multiobjective Optimisation Method*. Progress in Operations Research, Vol. 1, North-Holland, Amsterdam 1976, pp.317-332.
- [4] Geoffrion, A. M. kol. : *An Interactive Approach for Multi-criteria Optimization with an Application to the Operation of an Academic Department*. Management Science (Application) 19, 1972, pp. 357 – 368.
- [5] Haimes, Y. Y. kol.: *Multiobjective Optimisation in Water Resources Systems: the Surrogate Worth Trade – off Method*. Elsevier Scientific, New York, 1975.
- [6] Hebák P., Hustopecký J. : *Vícerozměrné statistické metody*. STNL/ALFA, Praha, 1987, 452 pp.
- [7] Hwang Ch., Masud, A.: *Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications*. Lecture Notes in Economic and Mathematical Systems 164, Springer, Berlin 1979
- [8] Jain, H. K., Tanniru, M. R., Fazlollahi, B. *MCDM Approach for Generating and Evaluating Alternatives in Requirements analysis*. Information system Res, Vol. 2, pp. 223-239.
- [9] Květoň K., Košťál E., Schurerová: *Tvorba empirických modelů metodami regresní analýzy*. I. díl, Knihnice ČSVTS-FEL, Praha 1983, 130 pp.
- [10] Klapka J. a kol: *Příspěvek k rozvoji matematických metod projektového řízení*. Závěrečná výzkumná zpráva. Projekt FR 360 810 Fondu rozvoje vysokých škol. VUT Brno, FS a FP, listopad 1996, 79 pp. + přílohy.
- [11] Klapka J., Piños P.: *Decision Support for Multicriterial Projects Selection*. MENDEL '97-3<sup>rd</sup>– International Conference on Genetic Algoritmus, Optimization Problems, Fuzzy Logic, Neural Networks, Rough Sets, Brno 1997, pp. 201-206
- [12] Klapka J.: *Contemporary State of Mathematical Modelling in Project Management*. Modelling, Measurement & Control D, AMSE Press, Vol. 9, No. 3 (1994), pp. 43-63.

- [13] Klapka J.: *Systémy na podporu rozhodování v projektovém řízení, jako kybernetické systémy*. Kybernetika po padesáti letech. Sborník vědeckých prací. VUT Brno 1998, pp. 42-46
- [14] Klapka J.: *Model of the Decision Support System for Multicriterial Project Selection*. MOSIS'96, April 23-25 (1996), Krnov, pp. 97-102.
- [15] Klapka J.: *Systém na podporu rozhodování pro vícekritériální výběr projektů. Systémové přístupy '98. Principy, vývoj a přínosy*. Sborník pracovní konference Praha 1998. VŠE Praha, pp. 53-57. ISBN 80-7079-634-0
- [16] Kyparisis G.J., Gupta S.K., Sushil K., Ip Chi-Ming: *Project Selection with Discounted Returns and Multiple Constraints*. European Journal of Operational Research, Vol. 94, No.1 (1996), pp. 380-399.
- [17] Lee H., Guignard M.: *Project Selection and Project Scheduling*. Journal of the Operational Research Society, Vol. 46, No. 12 (1995), pp. 1418-1432.
- [18] Maroš B.: *Empirické modely I*, FS VUT Brno, PC-DIR Real, 1998, 75 s.  
Monarchi, E. E. kol.: *Interactive Multiple Objective Decision-making Aid Using Nonlinear Goal Programming*. Multiple Criteria Decision Making (Kyoto 1975), Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 123, Springer, Berlin 1976, pp. 235-253
- [19] Mukherjee K.: *Application of an Interactive Method for MOILP in Project Selection*. International Journal of Production Economics 36 (1994), pp. 203-211
- [20] Rietveld, P.: *Multiple Objective Decision Methods and Regional Planning*. North-Holland, Amsterdam 1980.
- [21] Santhanam R., Kyparisis G.J.: *Decision Model for Independent Information System Project Selection*. European Journal of Operational Research, Vol. 89, No. 2 (1996), pp. 380-399.
- [22] Santhanam R., Kyparisis G.J.: *Multiple Criteria Decision model for Information System Project Selection*. Computers & Operations Research, Vol. 46, No. 12 (1995), pp. 807-818.
- [23] Stewart T. J.: *A Multicriteria Decision Support System for Research and Development Project Selection*. Journal of the Operational Research Society, Vol. 42, No.1, 1991, pp.17-26.

[24] Zionts, S., Wallenius, J.: *An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem*. Management Science 22, 1976, pp. 652-663

[25] Zvára K. : *Regresní analýza*, Academia, Praha, 1989, 245 s.

[26] Klapka J.: *Applications of Project Management to Automation Projects*. 5th International DAAAM Symposium. Collection of Summaries. University of Maribor, Slovenia. Faculty of Technical Science 1994, pp. 211-212.

[27] Walter J., Vejmolá S., Fiala P.: *Aplikace metod síťové analýzy v řízení a plánování*. STNL Praha, 1989, 282 pp.

[28] Dinkelbach W., Isermann H.: *Resource Allocation of an Academic Department in the Presence of Multiple Criteria – some experience with a Modified STEM Method*. Computer & Research 7, 1980, 99-106 pp.

[29] Johnson L. E., Loucks D. P.: *Interactive Multiobjective Planning Using Computer Graphic*. Computer & Research 7, 1980, 89 - 98 pp.

[30] Klapka J. Piňos P. (1999) Decision Support System for Multicriterial Projects Selection, *The 15<sup>th</sup> Trinnial Conference The International Federation Operational Research Societies*, Beijing, China, 1999, 19 pp.

[31] Klapka J. Piňos P. (2000) Synergistic Effects and Hierarchical Dependencies in Multicriterial Projects Selection. *Proceedings Mendel 2000 VUT Brno June 7-9, 2000*, pp. 401-406.

[32] Klapka J. Piňos P. (2000) Decision Support System for Multicriterial R&D and Information Systems Projects Selection, *EURO 2000, 17<sup>th</sup> European Conference on Operational Research*. Budapest , July 16-19, 2000, 21 pp.

[33] Piňos P., O vícekritériálním výběru projektů, *Technický týdeník*, 2001 vol. 49 no. 15, pp. 13

## **8 CURRICULUM VITAE**

Jméno a příjmení: Petr Piňos

Datum narození: 13. ledna 1973

Bydliště: Drnovice 398, 683 04

Stav: Svobodný

### **Vzdělání**

1996-1999 Doktorandské studium,  
VUT Brno, fakulta strojní, ústav automatizace a informatiky.

1991-1996 Absolvent inženýrského studia, obor inženýrská informatika,  
VUT Brno, fakulta strojní, ústav informatiky a automatizace.

1987-1991 Maturitní zkouška,  
SPŠ Prostějov.

### **Dosavadní pracovní zkušenosti**

1999-dodnes programátor analytik, SoftCell Česká republika a.s.

### **Odborné znalosti**

Programování v jazyce C, Pascal a Progress, přehled v oblasti matematických metod projektového řízení, původní vědecké práce z tohoto oboru byly prezentovány na řadě domácích a mezinárodních konferencí.

### **Jazykové znalosti**

Anglický jazyk a ruský jazyk.