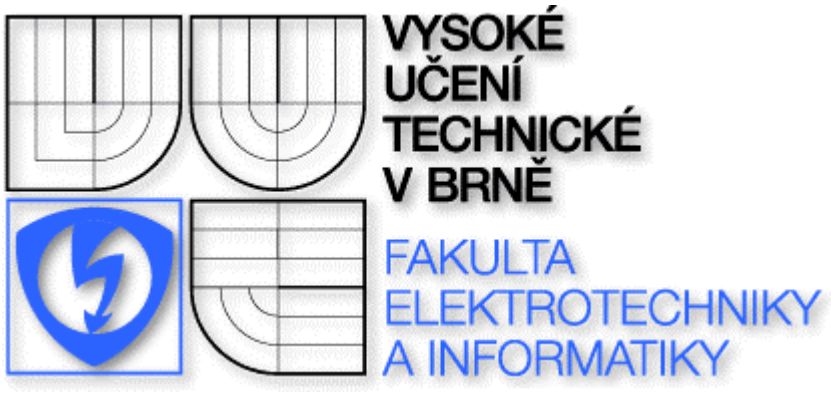


Ústav automatizace a měřicí techniky

Ing. Pavel Václavek

Využití ortonormálních bází pro modelování dynamických systémů

Dynamic systems modeling using orthonormal bases

Teze disertační práce

PhD Thesis

Studijní obor: Kybernetika a informatika

Školitel: Prof. Ing. Petr Vavřín, DrSc.
Oponenti: Prof. Ing. Jan Štecha, CSc.
Prof. RNDr. Josef Diblík, DrSc.
Datum obhajoby: 4. května 2001

© 2001 Pavel Václavek
ISBN 80-214-1895-8
ISSN 1213-4198

Obsah

1. ÚVOD 5
2. CÍL PRÁCE 5
3. MOŽNOSTI IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMŮ 6
3.1. Stochastické metody 6
3.2. Experimentální metody 6
4. IDENTIFIKACE ZALOŽENÁ NA VYUŽITÍ ORTOGONÁLNÍCH BÁZÍ 8
4.1. Laguerrovy a Kautzovy báze 9
4.2. Konstrukce zobecněných ortonormálních bází 9
4.3. Identifikace pomocí ortonormálních bází 12
4.3.1. Identifikace diskrétních systémů 12
4.3.2. Identifikace spojitých systémů 14
5. IDENTIFIKAČNÍ EXPERIMENT 15
5.1. Měření bodů frekvenční charakteristiky pomocí reléové zpětné vazby 16
5.2. Přibližný odhad parametrů operátorového přenosu 16
5.3. Využití pro přímý návrh PID regulátoru 18
5.4. Algoritmus identifikace parametrů modelu 19
5.5. Realizace algoritmů 21
6. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE 22
7. ZÁVĚR 22
8. ABSTRACT 24
8.1. Introduction 24
8.2. Orthonormal bases for system identification 24
8.3. Frequency response measurement 25
8.4. Identification algorithm 25
8.5. Main results 27
8.6. Conclusion 27
9. LITERATURA 28
10. CURRICULUM VITAE 30

1. ÚVOD

Každý člověk denně, ať už vědomě nebo nevědomě, sestavuje velké množství modelů, které popisují okolní svět. Sestavované modely mohou sloužit pro zkoumání chování objektů, do jisté míry i k odhadování stavů objektů v budoucnosti a tím k rozhodování, ale mohou mít úlohu i třeba jen estetickou, například modely skutečných objektů v podobě uměleckých děl.

Z hlediska technické praxe je nejvýznamnější rozsáhlá skupina modelů matematických, které pomocí matematických vztahů popisují statické a dynamické vlastnosti fyzikálních, chemických, biologických nebo jiných procesů. Během sestavování modelu jsou nutné informace dvou druhů. První druh popisuje zákonitosti chování objektů v dané předmětné oblasti a vymezuje tak strukturu modelu. Výsledkem je sestavení obecných vztahů, které popisují celou množinu obdobných objektů a v nichž může vystupovat řada neznámých parametrů. Druhá skupina informací je potřebná k určení právě těchto neznámých parametrů tak, aby model reprezentoval již konkrétní zvolený objekt. V některých případech dokážeme potřebné údaje určit z apriorních znalostí. Například při modelování elektrických obvodů obvykle známe nominální hodnoty parametrů jednotlivých součástek a ty můžeme použít v rovnicích modelu. Často však musíme řešit úlohy, kdy nejsou hodnoty jednotlivých parametrů známy, není je možné přímo měřit, nebo dokonce není ani známá přesná vnitřní struktura zkoumaného objektu. V tomto případě je jedinou možností, jak získat parametry pro sestavení modelu, zkoumat chování objektu a jeho odezvu na různé vstupní podněty a na základě matematických identifikačních algoritmů parametry určit tak, aby chování modelu a původního objektu bylo co nejbližší.

Existuje řada metod identifikace systémů založených na dlouho známých a pouze nově aplikovaných principech z oblasti statistiky, matematické analýzy a algebry. Jednotlivé metody se liší typem zkoumaných dat a možností jejich praktického použití. Význam identifikačních metod roste s rozšiřováním využití adaptivních a znalostních systémů, které pro svoji činnost potřebují pokud možno co nejvěrnější model objektu se kterým pracují. Tato práce předkládá identifikační algoritmus pro identifikaci spojitých dynamických systémů založený na využití ortonormálních bází a identifikačního experimentu ve frekvenční oblasti.

2. CÍL PRÁCE

Cílem práce je návrh algoritmu pro identifikaci parametrů lineárních stabilních dynamických systémů se spojitým i diskrétním časem. Vzhledem k výhodám identifikace parametrů systémů ve frekvenční oblasti navrhovaný algoritmus využívá informace o frekvenční charakteristice modelovaného systému. Práce si rovněž dává za cíl návrh metody měření bodů frekvenční charakteristiky pomocí jednoduchého identifikačního experimentu.

3. MOŽNOSTI IDENTIFIKACE PARAMETRŮ SYSTÉMŮ

Jednou ze základních otázek, při volbě identifikační metody je, zda bude použita k jednorázovému určení parametrů modelu, které budou dále neměnné, nebo zda bude identifikace uskutečňována průběžně během normální činnosti zkoumaného objektu. Metody pro jednorázovou identifikaci mohou zpracovávat celý soubor dat, získaných měřením na objektu. Vzhledem k tomu, že zde není vyžadováno provedení výpočtu v reálném čase, je možné použít i poměrně výpočetně složité metody včetně různých iteračních algoritmů. Výhodou pak je možnost dosažení přesnějšího odhadu parametrů.

V případě, kdy je model používán pro adaptivní nebo znalostní řízení [7], je nutné jej sestavovat a upřesňovat během celého řídícího procesu. K tomuto účelu existuje řada průběžných identifikačních metod. Tyto metody mohou využívat apriorní znalosti o identifikovaném objektu a pouze omezenou časovou řadu měřených hodnot. Významným kriteriem je v tomto případě i jednoduchost algoritmu, aby bylo možné dosáhnout výpočtu v reálném čase i bez přehnaných nároků na výkon výpočetního systému.

Druhým kriteriem pro výběr je posouzení, zda je možné k identifikaci parametrů systému provést identifikační experiment, nebo zda je nutné zcela beze změny zachovat normální podmínky činnosti objektu. Na základě tohoto kriteria pak můžeme zvolit identifikaci pomocí stochastické metody, nebo identifikačním experimentem.

3.1. Stochastické metody

Stochastické identifikační metody vycházejí ze statistických vlastností signálů vyskytujících se na zkoumaném objektu. Základní výhodou těchto metod je, že není nutné provádět žádné další buzení objektu, objekt se nachází ve svém normálním provozním stavu a není identifikací nijak ovlivňován. Patrně nejznámější, ale ne zdaleka jedinou, stochastickou identifikační metodou je metoda korelační.

3.2. Experimentální metody

Praxe ukazuje, že pouhé sledování chování systému v jeho normálním provozním režimu není obvykle postačující k ověření jeho dynamiky s přijatelnou přesností. Je to dáno především tím, že většina regulačních obvodů udržuje ve sledovaném systému ustálený stav. Nedochází tedy k výrazným změnám sledovaných veličin a nelze tak získat dostatečné informace o dynamice procesů. V takovém případě je pak nutné k zjištění parametrů potřebných pro sestavení modelu provést identifikační experiment.

Během identifikačního experimentu je zkoumaný systém záměrně buzen vnějším signálem a je sledována jeho odezva. Při tom je třeba splnit dvě podmínky:

- Budící signál musí mít takový charakter, aby bylo možné jednoznačně odlišit odezvu systému na tento signál od ostatních signálů.
- Experiment musí brát ohled na technologické meze jednotlivých veličin, ovlivnění zkoumaného objektu by mělo být co nejmenší.

Používané identifikační metody využívají k popisu systému dva základní přístupy - analýzu dat v *časové oblasti* a ve *frekvenční oblasti.*

Metody, které zkoumají chování v časové oblasti jsou obvykle založeny na srovnání chování modelu a původního objektu a na hledání takových parametrů modelu, které minimalizují kriterium vyhodnocující shodu modelu se zkoumaným objektem. Typickým příkladem takové metody je identifikace metodou nejmenších čtverců. Mezi hlavní problémy časových metod je určení vhodného kriteria shody, které může značně ovlivnit kvalitu získaného odhadu. Změřené časové průběhy sledovaných veličin mohou být zkresleny působením poruchových signálů, které obvykle není možné snadno rozpoznat. Působení poruchových signálů má pak negativní vliv na přesnost modelu.

Druhá skupina metod využívá sledování chování objektu ve frekvenční oblasti. Získání frekvenčních dat je provedeno buď Fourierovou analýzou časových průběhů nebo přímým měřením jednotlivých bodů frekvenční odezvy. K tomuto účelu je systém buzen vnějším zdrojem periodického signálu nebo mohou být v systému vyvolány vhodným řízením autooscilace. Získaná frekvenční data pak mohou být použita k nalezení parametrů modelu, nebo, vzhledem k tomu, že již sama o sobě ve velké míře vypovídají o dynamice systému, přímo k návrhu regulačního obvodu. Frekvenční metody mají ve srovnání s metodami v časové oblasti řadu výhod [11]:

- Snadné potlačení vlivu poruchových signálů – je sledována odezva na periodické buzení, přičemž poruchové signály se obvykle nacházejí ve výrazně odlišné části frekvenčního spektra.
- Menší objem vyhodnocovaných dat – zatím co časové metody musí analyzovat rozsáhlé soubory vzorků časových průběhů veličin, frekvenční metody mohou zpracovávat výrazně menší počet jednotlivých frekvenčních měření.
- Není nutné odhadovat počáteční stav systému, experiment nemusí být zahajován z předem známých počátečních podmínek.
- Ověření správnosti modelu – jednotlivé frekvenční měření představují velmi dobré bodové odhady frekvenční charakteristiky a je možné je porovnat s chováním modelu. Oproti tomu časové průběhy musí být srovnávány jako celek a výsledek srovnání může být závislý na volbě srovnávaného časového intervalu.
- Využití dat z různých experimentů – je možné kombinovat frekvenční data z různých experimentů, provedených v různých časech.

Experimentální metody obecně umožňují získání podrobnějších informací o sledovaném objektu, protože máme možnost navrhnou experiment dle našich potřeb. Problémem mohou být technologická omezení, která nám nedovolí provést potřebné buzení systému.

4. IDENTIFIKACE ZALOŽENÁ NA VYUŽITÍ ORTOGONÁLNÍCH BÁZÍ

Většina metod používaných při sestavování modelů používá k vyjádření struktury modelu struktury jako ARMA nebo ARX a jim podobné. Tyto struktury však mohou přinést problémy při určování jejich parametrů a především při odhadování chování a přesnosti modelu. Kromě toho není obvykle možné do struktury modelu zapracovat apriorní znalost chování modelovaného systému. V řadě případů pak mohou být vhodné modely, které lze obecně zapsat vztahem

$$y_k = \left(\sum_{n=0}^{p-1} \theta_n B_n(z) \right) u_k \qquad (4.1)$$

kde $\{\theta_n\}$ jsou odhadované parametry, $\{u_k\}$ vstupní hodnoty systému, $\{y_k\}$ výstupní hodnoty systému. $\{B_n(z)\}$ je množina přenosových funkcí s operátorem posunutí *z*. Vzhledem k tomu, že uvedená struktura je lineární vzhledem k parametrům $\theta = \lfloor \theta_0, \theta_1, ..., \theta_{p-1} \rfloor$, může být jejich odhad $\hat{\theta}$ snadno nalezen například metodou nejmenších čtverců. Parametry θ určují pouze zastoupení jednotlivých složek B_n ve výsledné dynamice systému a proto lze předpokládat, že odhad bude méně ovlivněn poruchovými signály.

Hlavním problémem při použití modelu ve tvaru (4.1) je volba množiny funkcí $\{B_n\}$. Z matematického hlediska je možné dosáhnout zajímavých výsledků, pokud jsou jednotlivé funkce B_n vzájemně ortonormální. Všechny přípustné přenosové funkce tvoří vektorový prostor, nad nímž definujeme skalární součin vztahem

$$\left\langle B_n\left(e^{j\omega}\right), B_m\left(e^{j\omega}\right) \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_n\left(e^{j\omega}\right) \overline{B}_m\left(e^{j\omega}\right) d\omega \qquad (4.2)$$

a normu

$$\left\| B\left(e^{j\omega}\right) \right\| = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| B\left(e^{j\omega}\right) \right|^2 d\omega} \qquad (4.3)$$

Požadavek ortonormality pak můžeme zformulovat ve tvaru

$$N_i = \|B_i\| = 1 \tag{4.4}$$

$$\langle B_i, B_j \rangle = \delta_{ij} \tag{4.5}$$

kde

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \qquad N_i = \|B_i\| \tag{4.6}$$

Množina funkcí odpovídající výše uvedeným podmínkám pak generuje podprostor vektorového prostoru všech přípustných přenosových funkcí a představuje bázi tohoto podprostoru. Ortonormální bázi lze sestavit na základě uvážení výše uvedených vlastností. Rovněž je možné použít jednoznačný algoritmus vedoucí k vytvoření ortonormální báze – Gram-Schmidtův ortonormalizační proces.

4.1. Laguerrovy a Kautzovy báze

Ortogonální funkce mají řadu vlastností, které je předurčují pro řešení matematických a fyzikálních úloh. Obdobně jako Fourierova řada umožňují ortogonální funkce rozvoj funkcí v řadu vzájemně lineárně nezávislých členů. Některé z typů ortogonálních funkcí, které jsou v matematice používány dlouhou dobu k jiným účelům, se ukazují jako vhodné i pro modelování dynamických systémů. Patří mezi ně i Laguerrovy a Kautzovy funkce. Oba typy funkcí jsou v matematice známé desítky let a objevují se i jejich aplikace v oblasti řídicí techniky. Jejich hlavní odlišností je schopnost zachytit apriorní znalost o modelovaném systému. Zatímco Laguerrovy báze umožňují zahrnout informaci o jednom (případně vícenásobném) pólu, Kautzovy báze jsou obecnější a umožňují zohlednit i dvojici komplexních pólů. Je zřejmé, že je vhodné do modelu zakomponovat co nejvíce apriorních znalostí. Lze odvodit tvar ortonormálních bází, který umožňuje použít apriorní informaci o poloze libovolného počtu pólů.

4.2. Konstrukce zobecněných ortonormálních bází

Konstrukce zobecněných bází vychází spíše z fyzikální podstaty modelovaných systémů než z důsledného použití ortonormalizačního procesu. Předpokládejme, že modelovaný systém je diskrétní, stabilní a má pól v blízkosti ξ_0. Je pochopitelné, že mezi bázovými funkcemi by se měla objevit funkce, která tento pól obsahuje. Položme tedy

$$B_0(z) = A_0 \frac{z^d}{z - \xi_0} \tag{4.7}$$

kde d je 1 nebo 0. Volba parametru d je závislá na posouzení kauzality modelovaného systému. Nyní je třeba zvolit hodnotu parametru A_0. Tento parametr je dán požadavkem na normalitu funkce $\|B_0\| = 1$. Normalizace je dosaženo pro hodnotu parametru

$$A_0 = \sqrt{1 - |\xi_0|^2} \tag{4.8}$$

Výsledný tvar bázové funkce B_0 je

$$B_0 = \frac{z^d \sqrt{1 - |\xi_0|^2}}{z - \xi_0} \qquad d = 0 \;\; nebo \;\; 1 \tag{4.9}$$

Nyní sestavíme další funkci B_1, která bude zahrnovat další pól ξ_1 a bude mít tvar

$$B_1(z) = A_1 \frac{z^d P_1(z)}{(z - \xi_0)(z - \xi_1)} \qquad d = 0 \;\; nebo \;\; 1 \tag{4.10}$$

kde $P_1(z)$ je neznámý polynom. Tvar polynomu v čitateli určíme tak, aby byla funkce ortogonální k funkci B_0. Ortogonalitu a normalizaci dosáhneme tvarem

$$B_1(z) = \sqrt{1 - |\xi_1|^2} \frac{z^d (1 - \overline{\xi}_0 z)}{(z - \xi_0)(z - \xi_1)} \qquad d = 0 \;\; nebo \;\; 1 \tag{4.11}$$

Obdobně určíme další bázové funkce, které musí být ortogonální ke všem předchozím a mít jednotkovou normu. Komplikaci představuje zahrnutí komplexních pólů, které při tomto postupu vedou k funkcím, jež mohou nabývat komplexních hodnot. Protože by tak mohlo dojít k tomu, že hodnoty impulsní charakteristiky modelu budou komplexní, je třeba funkce obsahující dvojici komplexního a komplexně sdruženého pólu nahradit jejich lineárními kombinacemi, kde je imaginární složka vykompenzována. Konstrukci množiny zobecněných ortonormálních bází je možné souhrnně definovat následujícími vztahy.

Nechť jsou dány množiny pólů, které popisují apriorní znalost dynamiky modelovaného systému $A=\{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_p\}$, $B=\{\xi_{p+1},\xi_{p+2},\ldots,\xi_{p+2r-1},\xi_{p+2r}\}$ takové, že platí

$$\forall \xi_n \in A \qquad \xi_n \in R \tag{4.12}$$

$$\forall \xi_n,\xi_{n+1} \in B \qquad \xi_n \in C \wedge \xi_{n+1} = \overline{\xi}_n \tag{4.13}$$

Pak množina funkcí $\{B_1,B_2,\ldots,B_{p+2r}\}$ tvoří ortonormální bázi, přičemž jednotlivé funkce jsou dány vztahy

$$\forall \xi_n \in A \quad B_n(z) = z^d \frac{\sqrt{1-|\xi_n|^2}}{z-\xi_n}\prod_{k=0}^{n-1}\frac{1-\overline{\xi}_k z}{z-\xi_k} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}\forall \xi_n,\xi_{n+1} \in B \quad B_n(z) &= z^d \sqrt{1-|\xi_n|^2}\,\frac{(\beta z+\mu)}{z^2-(\xi_n+\overline{\xi}_n)z+|\xi_n|^2}\prod_{k=0}^{n-1}\frac{1-\overline{\xi}_k z}{z-\xi_k}\\ B_{n+1}(z) &= z^d \sqrt{1-|\xi_n|^2}\,\frac{(\beta' z+\mu')}{z^2-(\xi_n+\overline{\xi}_n)z+|\xi_n|^2}\prod_{k=0}^{n-1}\frac{1-\overline{\xi}_k z}{z-\xi_k}\end{aligned} \tag{4.15}$$

kde $d=0$ *nebo* 1 je parametr určující ryzí kauzalitu modelu. Hodnoty β,μ jsou libovolné vyhovující podmínce

$$(\beta^2+\mu^2)\left(1+|\xi_n|^2\right)+4\beta\mu\,\mathrm{Re}(\xi_n) = \left|1-\xi_n^2\right|^2 \tag{4.16}$$

Hodnoty β',μ' jsou pak dány vztahem

$$\begin{bmatrix}\beta'\\ \mu'\end{bmatrix} = \pm\frac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{2\,\mathrm{Re}(\xi_n)}{1+|\xi_n|^2}\right)^2}}\begin{bmatrix}\dfrac{2\,\mathrm{Re}(\xi_n)}{1+|\xi_n|^2} & 1\\ -1 & \dfrac{-2\,\mathrm{Re}(\xi_n)}{1+|\xi_n|^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta\\ \mu\end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Nejjednodušší možná volba parametrů β, μ, β', μ' je

$$\beta = 0$$
$$\mu = \frac{\left|1-\xi_n^2\right|}{\sqrt{1+\left|\xi_n\right|^2}} \qquad (4.18)$$

$$\beta' = \sqrt{1+\left|\xi_n\right|^2}$$
$$\mu' = -\frac{2\,\mathrm{Re}(\xi_n)}{\sqrt{1+\left|\xi_n\right|^2}} \qquad (4.19)$$

4.3. Identifikace pomocí ortonormálních bází

4.3.1. Identifikace diskrétních systémů

Jak již bylo uvedeno, identifikace parametrů modelu ve frekvenční oblasti přináší nezanedbatelné výhody. Proto se pokusíme formulovat identifikační algoritmus, používající informaci o frekvenčních vlastnostech modelovaného objektu. Předpokládejme, že máme k dispozici množinu změřených bodů frekvenční charakteristiky $\left\{G\left(e^{j\omega_k}\right)\right\}_{k=1}^{n}$ a množinu ortonormálních bázových funkcí $\{B_k(z)\}_{k=0}^{p-1}$ při jejichž konstrukci byla použita apriorní informace o umístění pólů modelovaného systému. Přenosovou funkci modelu zvolíme ve tvaru

$$G(z,\theta) = \sum_{k=0}^{p-1} \theta_k B_k(z) \qquad (4.20)$$

Takto definovaný model má p parametrů $\theta = (\theta_0, \theta_2, \ldots, \theta_{p-1})$. Pro frekvenční charakteristiku modelu pak platí

$$G\left(e^{j\omega},\theta\right) = \sum_{k=0}^{p-1} \theta_k B_k\left(e^{j\omega}\right) \qquad (4.21)$$

přičemž ω je normovaná frekvence, která nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 2\pi)$. Odhad vektoru parametrů modelu $\hat{\theta}$ provedeme porovnáním frekvenční charakteristiky modelu a naměřených frekvenčních dat metodou nejmenších čtverců [3].

Jako odhad parametrů zvolíme hodnoty dané vztahem

$$\hat{\theta} = \arg\min_{\theta}\{\varepsilon(\theta)\} \tag{4.22}$$

kde chybová funkce $\varepsilon(\theta)$ je určena jako suma kvadrátů odchylek mezi změřenými daty a hodnotami frekvenční charakteristiky modelu

$$\varepsilon(\theta) = \sum_{k=1}^{n} \left| G\left(e^{j\omega_k}\right) - G\left(e^{j\omega_k}, \theta\right) \right|^2 \tag{4.23}$$

Celou úlohu můžeme rovněž zapsat v maticovém tvaru [10]. Sestavíme následující vektory a matice

$$\Omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)^T \tag{4.24}$$

$$f = (f_1, f_2, \ldots, f_n)^T \qquad f_k = G\left(e^{j\omega_k}\right) \tag{4.25}$$

$$\theta = (\theta_0, \theta_1, \ldots, \theta_{p-1})^T \tag{4.26}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_{1,0} & \Phi_{1,1} & \cdots & \Phi_{1,p-1} \\ \Phi_{2,0} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \Phi_{n,0} & \Phi_{n,1} & \cdots & \Phi_{n,p-1} \end{pmatrix} \qquad \Phi_{k,l} = B_l\left(e^{j\omega_k}\right) \tag{4.27}$$

kde f je vektor hodnot frekvenční charakteristiky identifikovaného systému změřených při frekvencích obsažených ve vektoru Ω, θ představuje vektor identifikovaných parametrů modelu a matice Φ obsahuje hodnoty frekvenčních charakteristik odpovídajících jednotlivým bázovým funkcím pro všechny zkoumané frekvence. Pro hodnotu odhadu parametrů lze odvodit vztah

$$\hat{\theta} = \left(\mathrm{Re}\left(\overline{\Phi}^T \Phi\right)\right)^{-1} \mathrm{Re}\left(\Phi^T \bar{f}\right) \tag{4.28}$$

V případě, že jsou frekvence měření rozložena rovnoměrně v intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$

$$\omega_k = (k-1)\frac{2\pi}{n} = (k-1)\Delta\omega \tag{4.29}$$

je možné vypočítat odhad parametrů modelu pomocí zjednodušeného vztahu

$$\hat{\theta} \approx \frac{1}{n}\mathrm{Re}\left(\Phi^T \bar{f}\right) \tag{4.30}$$

4.3.2. Identifikace spojitých systémů

Ortonormální báze, tak jak byla jejich konstrukce ukázána umožňují vytváření modelů systémů s diskrétním časem. Pokud však máme dostupná frekvenční měření spojitého systému a chceme získat model se spojitým časem, je použití ortonormálních bází rovněž možné. První, avšak poměrně složitou možností, by bylo odvození konstrukce ortonormálních bází přímo pro systémy se spojitým časem. Druhá možnost, je použití bilineární transformace [1], která nám umožní převést naměřená data do pseudo-diskrétní oblasti, kde již můžeme použít metody pro identifikaci diskrétních systémů. Výsledek identifikace je pak převeden pomocí inverzní bilineární transformace zpět do oblasti systémů se spojitým časem.

Bilineární transformace

Předpokládejme, že bylo provedeno měření frekvenční charakteristiky spojitého systému s operátorovým přenosem $G^c(p)$.a že máme k dispozici množinu změřených hodnot $\left\{G^c\left(j\omega_k^c\right)\right\}_{k=1}^n$. Pomocí bilineární transformace, která je daná vztahem

$$p = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \tag{4.31}$$

můžeme vytvořit pseudodiskrétní ekvivalent $G(z)$ spojité přenosové funkce $G^c(p)$

$$G(z) = G^c\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right) \tag{4.32}$$

kde T je zvolená perioda vzorkování. Diskrétní systém lze popsat frekvenční charakteristikou

$$G\left(e^{j\omega}\right) = G^c\left(\frac{2}{T}\frac{e^{j\omega}-1}{e^{j\omega}+1}\right) = G^c\left(j\omega^c\right) \tag{4.33}$$

přičemž ω je normalizovaná frekvence nabývající hodnoty z intervalu $\langle 0, 2\pi)$.

Vztah mezi frekvencí měření pseudodiskrétního a spojitého systému je dán zápisem

$$\omega = 2\arctan\omega^c \frac{T}{2} \qquad (4.34)$$

Pomocí vztahu (4.34) je možné přepočítat frekvence měření bodů frekvenční charakteristiky spojitého systému na odpovídající frekvence, na kterých by proběhlo měření u diskrétního systému $\left\{G^c\left(j\omega_k^c\right)\right\}_{k=1}^n \rightarrow \left\{G\left(e^{j\omega_k}\right)\right\}_{k=1}^n$. Výsledná množina vypočtených bodů frekvenční charakteristiky pseudodiskrétního systému je použitelná jako vstupní data pro sestavení modelu v diskrétní časové oblasti [7].

Pro zpětný převod pseudodiskrétní přenosové funkce do spojité časové oblasti lze použít inverzní bilineární transformaci

$$z = \frac{2+pT}{2-pT} \qquad (4.35)$$

a výsledná přenosová funkce je dána zápisem

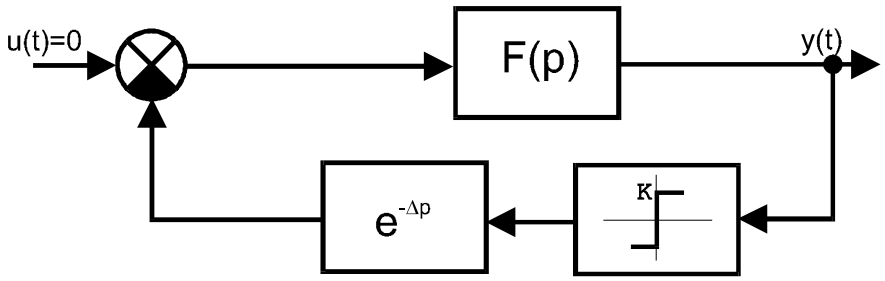
$$G^c(p) = G\left(\frac{2+pT}{2-pT}\right) \qquad (4.36)$$

5. IDENTIFIKAČNÍ EXPERIMENT

Pro provedení identifikace parametrů modelu ve frekvenční oblasti je nutné zjistit potřebná vstupní data – hodnoty řady bodů frekvenční charakteristiky. Nejjednodušší metodou je buzení systému harmonickým signálem a následná Fourierova analýza odezvy systému. Pro měření frekvenční charakteristiky systémů se spojitým časem byla navržena metoda založená na vyvolání autooscilací pomocí reléové zpětné vazby.

5.1. Měření bodů frekvenční charakteristiky pomocí reléové zpětné vazby

Uspořádání experimentu je zachyceno na obrázku obr. 1.



obr. 1-uspořádání experimentu s pomocným dopravním zpožděním

V obvodu vzniknou autooscilace a za podmínek daných použitelností metody harmonické rovnováhy pak můžeme odvodit vztah pro určení jednoho bodu frekvenční charakteristiky.

$$F(j\omega) = -\frac{\pi A}{4K} e^{j\Delta\omega} \qquad (5.1)$$

5.2. Přibližný odhad parametrů operátorového přenosu

V řadě situací může být užitečné sestavení jednoduchého přibližného modelu zkoumaného systému [4]. Předpokládejme model systému ve tvaru systému druhého řádu s dopravním zpožděním, což je tvar vhodný pro modelování spojitých systémů, které jsou stabilní a neobsahují žádné nuly. Operátorový přenos modelu je pak dán vztahem

$$F(p) = \frac{ke^{-dp}}{ap^2 + bp + 1} \qquad (5.2)$$

Model obsahuje čtyři neznámé parametry a, b, d, k, které určíme pomocí identifikačního experimentu s použitím reléové zpětné vazby s pomocným dopravním zpožděním. Hodnotu statického zesílení k určíme pozorováním ustáleného stavu systému. Na vstup systému přivedeme konstantní signál o velikosti A a po odeznění přechodného děje změříme ustálenou hodnotu výstupu y.

Hodnotu statického zesílení pak určíme jako

$$k = \frac{y(\infty)}{A} \tag{5.3}$$

Nyní metodou uvedenou v kapitole 5.1 změříme dva body frekvenční charakteristiky. Hodnoty parametrů *a,b* určíme tak, aby na zvolených frekvencích bylo dosaženo shodného zesílení originálu a modelu. Velikost dopravního zpoždění *d* je pak nastavena tak, aby bylo rovněž dosaženo odpovídající fáze. Vzhledem k tomu, že předpokládáme, že zkoumaný systém je stabilní, platí $a \geq 0 \quad b \geq 0$. Pro parametry je pak možné najít řešení ve tvaru

$$\begin{aligned} a &= \left| \frac{\sqrt{\omega_1^2\omega_2^2\left(g_1^2 + g_2^2 - 2\right) + \omega_1^4 + \omega_2^4 - g_1^2\omega_2^4 - g_2^2\omega_1^4}}{\omega_1\omega_2\left(\omega_1^2 - \omega_2^2\right)} \right| \\ b &= \frac{1}{\omega_1}\sqrt{g_1^2 - \left(a\omega_1^2 - 1\right)^2} \end{aligned} \tag{5.4}$$

kde

$$g_1 = \frac{4Kk}{\pi A_1} \qquad g_2 = \frac{4Kk}{\pi A_2} \tag{5.5}$$

A_1, A_2 jsou hodnoty amplitudy první harmonické při frekvencích ω_1, ω_2, *K* představuje zesílení relé. Zbývající neznámá hodnota dopravního zpoždění *d* pak může být určena numerickým řešením rovnic

$$\begin{aligned} g_1 \cos\left((d + \Delta_1)\omega_1\right) &= a\omega_1^{\,2} - 1 \\ g_2 \cos\left((d + \Delta_2)\omega_2\right) &= a\omega_2^{\,2} - 1 \\ g_1 \sin\left((d + \Delta_1)\omega_1\right) &= b\omega_1 \\ g_2 \sin\left((d + \Delta_2)\omega_2\right) &= b\omega_2 \end{aligned} \tag{5.6}$$

případně vyhodnocení derivace frekvenční charakteristiky v měřených bodech

$$d = -j\left[\frac{g_1}{k}\left[\frac{dF_o(j\omega)}{d\omega}\right]_{\substack{\omega=\omega_1 \\ \Delta=\Delta_1}} + \frac{2a\omega_1 - jb}{n}\right] - \Delta_1 \tag{5.7}$$

Derivaci frekvenční charakteristiky určíme experimentálně. Předpokládejme, že máme změřený bod frekvenční charakteristiky (A_1, ω_1) odpovídající pomocnému dopravnímu zpoždění Δ_1 a v tomto bodě chceme určit derivaci. Pak provedeme nový experiment s pomocným dopravním zpožděním $\Delta_1 + \delta$ a změříme další bod frekvenční charakteristiky $(A_\delta, \omega_\delta)$. Přibližnou hodnotu derivace pak můžeme určit jako

$$\left[\frac{dF_o(j\omega)}{d\omega}\right]_{\substack{\omega=\omega_1 \\ \Delta=\Delta_1}} = \frac{-A_1 e^{j\omega_1\Delta_1} + A_\delta e^{j\omega_\delta(\Delta_1+\delta)}}{\omega_1 - \omega_\delta} \qquad (5.8)$$

Je zřejmé, že není zajištěno, že výsledná hodnota *d* bude reálná. Během výpočtu zjistíme, že dopravní zpoždění má nenulovou (i když malou) imaginární složku. Tento výsledek je dán skutečností, že se snažíme najít frekvenční charakteristiku druhého řádu, která však má pochopitelně poněkud jiný tvar než systém vyššího řádu a příslušný rozdíl není možné přesně zachytit pouze aproximací pomocí dopravního zpoždění. Vztah (5.7) je možné použít spíše k velmi hrubému odhadu velikosti dopravního zpoždění i z důvodu značné citlivosti operace derivace na chyby měření. Ukazuje se účelné určit množinu možných hodnot dopravního zpoždění pomocí rovnic (5.6) a z této množiny pak vybrat hodnotu nejlépe odpovídající výsledku (5.7).

Obdobné vztahy pro přibližný model je možné odvodit i pro jiné typy systémů (astatický, s nulami v přenosu, atd.).

5.3. Využití pro přímý návrh PID regulátoru

Přibližný model jehož sestavení bylo ukázáno v předchozí kapitole může být použit pro hrubý návrh regulátoru [9]. Předpokládejme, že byl určen odhad modelu řízeného systému bez astatismu ve tvaru

$$\tilde{F}(p) = \frac{ke^{-dp}}{ap^2 + bp + 1} \qquad (5.9)$$

Pokud navrhneme PID regulátor s přenosovou funkcí

$$R(p) = \frac{K\left(ap^2 + bp + 1\right)}{p} \qquad (5.10)$$

pak přenosová funkce otevřené smyčky bude

$$F_o(p) = R(p)\tilde{F}(p) = \frac{Kke^{-dp}}{p} \qquad (5.11)$$

Tvar přenosu regulátoru (5.10) vychází z úvahy, že se snažíme, aby se přenos otevřené smyčky blížil co nejvíce pouhé integraci. Samozřejmě, že tímto způsobem není možné eliminovat dopravní zpoždění nacházející se v modelu řízeného systému. V přenosu otevřené smyčky (5.11) zbývá neznámý parametr K. Jeho hodnotu určíme s ohledem na požadovanou fázovou bezpečnost, jejíž obvyklá hodnota je $\pi/3$, což vede k hodnotě

$$K = \frac{\pi}{6dk} \qquad (5.12)$$

5.4. Algoritmus identifikace parametrů modelu

Na základě vztahů a postupů uvedených v předchozích kapitolách můžeme zformulovat jednoduchý algoritmus pro identifikaci parametrů. Během identifikace budeme předpokládat, že identifikovaný systém je lineární a stabilní

Identifikační algoritmus pro lineární systémy se spojitým časem

Pro identifikaci parametrů modelu lineárního systému se spojitým časem lze použít identifikační experiment založený na měření frekvenční charakteristiky, při kterém je k použito vyvolání autooscilací pomocí reléové zpětné vazby s pomocným dopravním zpožděním. Identifikační algoritmus pak můžeme popsat následujícími kroky:

1. K identifikovanému systému je připojen regulátor (spojitý nebo diskrétní), vyčkáme, až odezní přechodový děj. Na dynamických vlastnostech regulátoru příliš nezáleží, jeho hlavní úlohou je přivedení systému do ustáleného stavu (během identifikačního experimentu nesmí docházet ke změnám žádané hodnoty)
2. Po dosažení ustáleného stavu (změny výstupní veličiny jsou menší než zvolená prahová hodnota) je zapamatována hodnota posledního akčního zásahu a regulátor je odpojen. Na vstup systému je nadále přiváděna poslední (zapamatovaná) hodnota akčního zásahu.
3. Porovnáním velikosti výstupního signálu a akčního zásahu určíme hodnotu statického zesílení (5.3), případně detekujeme, že se jedná o astatický systém.

4. Do obvodu zapojíme relé s pomocným dopravním zpožděním a vyčkáme, až dojde k ustálení autooscilací. Signál vycházející z relé je přičten k zapamatované hodnotě akčního zásahu pro dosažení ustáleného stavu. K rozkmitávání tak dochází kolem hodnoty ustáleného stavu. Kmity mají symetrický tvar (doba trvání, kdy signál z relé nabývá kladné hodnoty, je stejná jako doba, kdy signál na výstupu relé je záporný). Pokud nejsou vzniklé kmity symetrické, svědčí to o změně působícího poruchového signálu, případně o výrazné změně parametrů soustavy. V takovém případě je pak nutné algoritmus opakovat od bodu 1. Ze vztahu (5.1) určíme jeden bod frekvenční charakteristiky.
5. Postupnou změnou velikosti pomocného dopravního zpoždění vyvoláme autooscilace při různých frekvencích a můžeme tak změřit více bodů frekvenční charakteristiky.
6. Metodou uvedenou v kapitole 5.2 určíme hrubý model systému, sloužící k přibližnému určení polohy dominantních pólů modelovaného systému. Pokud je známá apriorní informace o přibližné poloze pólů, je možné tento krok vynechat.
7. Upravíme fázi naměřených bodů frekvenční charakteristiky, tak aby bylo eliminováno dopravní zpoždění (zjištěné v kroku 6, nebo apriorně známé).
8. Zvolíme periodu vzorkování pro bilineární transformaci. Provedeme přepočet přibližné polohy pólů spojitého systému na póly pseudodiskrétního systému pomocí bilineární transformace a frekvence měření frekvenční charakteristiky spojitého systému na odpovídající frekvence systému pseudiskrétního vztahem (4.34).
9. Na základě znalosti přibližné polohy pólů sestavíme množinu ortonormálních bází pro modelování pseudodiskrétního systému na základě vztahů (4.12) - (4.19).
10. Model pseudodiskrétního systému budeme předpokládat ve tvaru (4.20). Odhad parametrů modelu určíme porovnáním frekvenční charakteristiky modelu s naměřenými hodnotami metodou nejmenších čtverců (4.28). Pokud byl proveden velký počet měření frekvenční charakteristiky a normalizované frekvence měření jsou rovnoměrně rozloženy v intervalu $\langle 0, 2\pi)$, můžeme využít vlastností ortonormálních bází a provést zjednodušený výpočet podle vztahu (4.30). Této výhodné vlastnosti však nelze v řadě případů využít, protože nemusí být možné provést měření v celém požadovaném intervalu a rovněž je obtížné zajistit rovnoměrné rozložení frekvencí měření.
11. Model pseudodiskrétního systému převedeme inverzní bilineární transformací (4.36), čímž dostáváme model systému se spojitým časem.

Identifikační algoritmus pro lineární systémy s diskrétním časem

V případě systému s diskrétním časem použijeme postup založený na měření frekvenční charakteristiky pomocí buzení periodickým signálem:

1. Systém přivedeme do ustáleného stavu – vyčkáme, až odezní přechodný děj
2. Zvolíme velikost periody vzorkování T
3. Na vstup systému přivedeme harmonický signál o zvolené amplitudě A. Amplituda je zvolena tak, aby bylo působení vstupního signálu na výstupní signál dostatečně odlišitelné od poruchových signálů.
4. Změnou parametrů N,T,l postupně nastavujeme frekvence budícího signálu.
5. Vypočteme diskrétní Fourierův obraz výstupního signálu a určíme hodnotu frekvenční charakteristiky v jednotlivých měřených bodech.
6. Na základě vztahů (4.12) - (4.19) sestavíme množinu ortonormálních bázových funkcí, přičemž využijeme apriorní znalost přibližného umístění pólů modelovaného systému.
7. Model systému budeme předpokládat ve tvaru (4.20). Odhad parametrů modelu určíme porovnáním frekvenční charakteristiky modelu s naměřenými hodnotami metodou nejmenších čtverců (4.28). Pokud byl proveden velký počet měření frekvenční charakteristiky a normalizované frekvence měření jsou rovnoměrně rozloženy v intervalu $\langle 0, 2\pi)$, můžeme využít vlastností ortonormálních bází a provést zjednodušený výpočet podle vztahu (4.30).

5.5. Realizace algoritmů

Pro ověření funkčnosti odvozených algoritmů byly tyto algoritmy realizovány v prostředí systému Matlab. Algoritmus pro měření bodů frekvenční charakteristiky byl realizován jako schéma Matlab Simulink, přičemž algoritmus pro určení periody kmitů byl vytvořen jako blok obsahují S-funkci. Dále byly vytvořeny pomocné funkce sloužící k vygenerování bázových funkcí, k přepočtu bodů frekvenční charakteristiky mezi oblastí se spojitým časem a pseudodiskrétní oblastí a přepočtu polohy pólů spojitého a pseudodiskrétního systému. Vlastní výpočet je pak představován třemi hlavními programy – ověření přibližné náhrady systému se spojitým časem systémem druhého řádu a přímý návrh PID regulátoru, ověření sestavení modelu systému se spojitým časem pomocí ortonormálních bázových funkcí, ověření sestavení modelu systému s diskrétním časem pomocí ortonormálních bázových funkcí.

6. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE

Hlavním výsledkem práce je aplikace navržené konstrukce ortonormálních bázových funkcí do identifikačního algoritmu pro určování neznámých parametrů modelovaných soustav. Nedílnou součástí řešení je i navržený postup měření bodů frekvenční charakteristiky pomocí experimentu založeného na použití reléové zpětné vazby s pomocným dopravním zpožděním.

Vedlejším výsledkem je pak metoda pro sestavení přibližného modelu druhého řádu s dopravním požděním. Metoda je vhodná pro lineární stabilní dynamické systémy se spojitým časem a je ji možné modifikovat pro různé tvary přenosových funkcí. Přibližný model je možné použít pro získání hrubé informace o dynamice systému, která je nutná pro návrh ortonormálních bázových funkcí, nebo k přímému přibližnému návrhu PID regulátoru.

Navržené algoritmy byly úspěšně ověřeny na simulačních příkladech. Byla ověřena funkčnost algoritmu pro sestavení přibližného modelu druhého řádu i modelu založeného na ortonormálních bázích. Ukázalo se, že metoda dává velmi dobré výsledky pro systémy s nekmitavou nebo silně tlumenou kmitavou přechodovou charakteristikou. Pro systémy s kmitavou odezvou je metoda použitelná, ale odchylky mezi modelem a původním objektem jsou v tomto případě výrazné.

Rovněž bylo ověřeno použití přibližného modelu druhého řádu pro návrh PID regulátoru se zadanou fázovou bezpečností. Bylo provedeno srovnání takto navrženého PID regulátoru s regulátorem navrženým běžně používanou metodou Ziegler-Nichols. Simulační výsledky ukazují, že ve všech zkoumaných případech, regulátor navržený s ohledem na fázovou bezpečnost dosáhl stejně rychlého avšak méně kmitavého průběhu regulačního děje než regulátor Ziegler-Nichols.

7. ZÁVĚR

Navržené algoritmy pro identifikaci lineárních systémů se spojitým i diskrétním časem byly úspěšně ověřeny na simulačních příkladech, dosud však nebylo provedeno jejich testování na reálných objektech. Jejich nasazení by bylo možné předpokládat především v oblastech, kde fyzikální objekty mají charakter setrvačností, tedy zejména v oblasti tepelných systémů a mechanických systémů, pokud je možné na nich provést identifikační experiment a změřit tak frekvenční charakteristiku. Algoritmus pro sestavení přibližného modelu druhého řádu ukazuje poměrně jednoduchou možnost určení přibližných dynamických vlastností modelovaného systému, které mohou být výchozím bodem pro další sestavování přesnějšího modelu.

Zkoumání vlastností ortonormálních bází je v oblasti matematiky záležitostí starou desítky let. Jejich praktické použití v řídicí technice však není příliš velké i přes jejich zajímavé vlastnosti. Identifikační algoritmus používající ortonormální báze díky jejich vlastnostem mohl využít výpočetně mnohem jednoduššího tvaru než

je běžně používaná metoda nejmenších čtverců. Uvedená konstrukce rovněž ukazuje snadnou možnost zahrnutí apriorní informace o dynamice modelovaného systému do konstruovaného modelu.

Jedním z hlavních přínosů předložené práce je návrh algoritmu pro sestavení přibližného modelu druhého řádu a návazné metody měření nutných frekvenčních dat. Dalším vlastním výsledkem je kompletní odvození konstrukce zobecněných ortonormálních bázových funkcí a varianty metody nejmenších čtverců pro identifikaci parametrů. Samotná myšlenka vedoucí ke konstrukci byla již dříve publikována [3], ne však v takto kompletní a podrobné podobě a, bohužel, s některými nepřesnostmi. Tato část práce tak představuje především východisko pro další výzkum v dané oblasti. V neposlední řadě je výsledkem práce ověření možnosti použití identifikačního algoritmu původně určeného pro systémy s diskrétním časem v oblasti časově spojitých systémů na základě vztahu mezi spojitými a diskrétními systémy založeného na běžně používané bilineární transformaci.

Problematika ortonormálních bází a jejich využití v řídicí technice je natolik komplexní, že nemohla být vyčerpávajícím způsobem touto prací zachycena a ani si předložená práce toto nebrala za svůj cíl. V rámci dalšího výzkumu bude zkoumána především přesnost získaných modelů v závislosti na přesnosti apriorních znalostí a volbě měřených bodů frekvenční charakteristiky. Další oblastí návazného výzkumu bude ověřování identifikačního experimentu založeného na metodě harmonické rovnováhy v oblasti nelineárních dynamických systémů a systémů s diskrétním časem. V neposlední řadě bude rovněž zkoumána možnost nasazení algoritmů při sestavování modelů reálných fyzikálních objektů.

8. ABSTRACT

8.1. Introduction

Construction of models and estimation of their parameters belongs among the most common tasks of system control. There are many methods to solve these tasks. Some of them are based on observing statistical properties of signals passing thru the modeled object. The other methods use identification experiment to gain necessary data – the system is excited by exactly defined input signal and its response is then evaluated. Commonly used methods are usually based on evaluation of time series of values measured on the object, but there are also methods considering frequency properties of the object. This work deals with design of the algorithm for model construction and parameters estimation in frequency domain using a set of orthonormal base functions. Frequency domain identification methods have many advantages [11]:

- Easy noise reduction – the system is excited by periodic input signal and response is observed. Noisy frequencies are usually distant to frequency of testing signal.
- Less value of computed data – frequency domain methods evaluate only small sets of frequency response measurements whereas time domain methods must analyze large series of measurements.
- Initial state estimation is not needed – it is not necessary to start experiment from known initial conditions.
- Easy model validation – measurements of frequency response are good point estimates of frequency response.
- It is possible to combine data from different experiments.

8.2. Orthonormal bases for system identification

There are some kinds of orthonormal bases functions that are occasionally used in some algorithms of system dynamic modeling. These are especially well known Laguerre and Kautz bases functions. The main problem is ability of incorporating apriori knowledge of system dynamic into model. Laguerre on Kautz bases provide only limited possibility of apriori knowledge exploitation. Orthonormal bases described by equations (4.12) - (4.19) can incorporate any knowledge of approximate poles placement into model.

The bases functions were designed to model discrete time dynamic systems, but they can be used also in continuous time domain. The relation between continuous and pseudodiscrete time domain can be defined using bilinear transform.

8.3. Frequency response measurement

Important part of identification algorithm is the method of frequency response measurement. The basic possibility is harmonic excitation of the system and observing the response. The method is suitable both for continuous and discrete time dynamic systems.

This work presents method of identification experiment based on relay feedback with auxiliary time delay. The main idea of this method is based on harmonic linearisation method. The nonlinear block (relay) causes autooscillations in the circuit. It is possible to compute one point of frequency response from properties of oscillations. Auxiliary time delay allows us to add additional phase shift and change frequency of oscillations. In this way we can measure whole set of frequency response points.

Very simple method for rough second order construction model using frequency has been developed. The method uses two measured points of frequency response. Model is supposed to be second order transfer function with time delay. Parameters of model are set to match gain of model and measured values at given two points. Time delay is then determined with respect to matching phase.

8.4. Identification algorithm

Continuous time linear systems identification

Frequency domain method can be used for identification of system parameters. Frequency response data that are used as input data can be measured using experiment based on relay feedback with auxiliary time delay. Identification algorithm consists of following steps:

1. A controller is connected to the system. Algorithm waits for end of transient response. The controller need not be well tuned, its only purpose is to get the system to steady state.
2. When the steady state is achieved, the control value is memorized and controller is disconnected.
3. Output value is compared to control value and static gain is computed from (5.3), eventually we can detect astatic behavior of the system.
4. Relay feedback with auxiliary time delay is connected to system. Algorithm waits until autooscilations in the circuit become stable. Output of the relay is superposed on control value memorized in step 2. System is now oscillating around steady state. Oscillation should be symmetric, if they are not, set point or disturbances have changed and it is necessary to restart from point 1. From (5.1) we can compute one point of frequency response.
5. Repeat step 4 with various values of auxiliary time delay. In such way we can measure set of frequency response points.

6. We compute rough second order model from measured points. This model is used to determine approximate dominant poles placement. If this knowledge is apriori known, this step can be omitted.
7. It is necessary to eliminate time delay (apriori known or determined in step 6) from frequency data by shifting phase of measured values.
8. Step time of bilinear transform is chosen. Approximate placement of poles of continuous time system is converted to pole placement of pseudodiscrete system by bilinear transform. Also frequency response measurements are converted by using (4.34).
9. The set of orthonormal bases functions is constructed using knowledge of approximate poles (4.12) - (4.19).
10. The model of the pseudodiscrete system is supposed in form (4.20). Parameters estimation is done by comparison of model frequency response and measured frequency data by the least squares (4.28). If the set of measured frequency response points is large enough and the frequencies at which the frequency response had been measured are equidistantly spread in interval $\langle 0, 2\pi)$, we can exploit properties of orthonormal bases functions and use simpler computation (4.30).
11. The model is converted from pseudodiscrete time domain to continuous time domain by inverse bilinear transform (4.36).

Discrete time linear systems identification

Identification algorithm suitable for discrete time linear dynamic systems uses experiment based on periodic signal excitation and observing system response:

1. System is brought to steady state – algorithm waits until transient response ends.
2. Step time *T* is chosen.
3. System is excited by harmonic input signal with amplitude *A*. Amplitude is selected with respect to noisy signals.
4. We can set various frequencies of input signal by changes of parameters *N,T,l*.
5. Discrete Fourier transform of output signal can be computed and value of frequency response at given points determined.
6. Set of orthonormal bases functions is constructed from (4.12) - (4.19) using apriori knowledge of approximate poles placement.
7. Model is supposed in form (4.20). Parameters estimation is done by comparison of model frequency response and measured frequency data by the least squares (4.28). If the set of measured frequency response points is large enough and the frequencies at which the frequency response had been measured are equidistantly spread in interval $\langle 0, 2\pi)$, we can exploit properties of orthonormal bases functions and use simpler computation (4.30).

8.5. Main results

The main result of the work is orthonormal bases construction and its application in the algorithm for model parameters estimation. Design of the algorithm for frequency response data measurement is an integral part of the identification task solution. The measurement method is based on relay feedback with auxiliary time delay experiment and on observing of autooscilations in the circuit.

Additional result of the work is the method of rough second order model with time delay construction. The method is suitable for linear stable dynamic systems with continuous time. It is possible to find modifications of the methods that work with various types of transfer functions. The second order model can be used to obtain information needed for orthonormal bases functions construction or for direct approximate PID controller design.

Designed algorithms have been successfully tested on simulation examples. Functionality of algorithm of second order model construction as well as algorithm based on ortonormal bases functions has been verified. It was observed, that the methods leads to very good results in case of systems with nonoscillating or high damped step response. They can be used also to model systems with little damping but variance of the model and original object in this case is significant.

Design of PID controller with given phase margin based on information gained from rough second order model has been also verified. The controller was compared to controller designed using Ziegler-Nichols method. Simulation results indicate that the dynamic of the controller with given phase margin is as quick as the Ziegler-Nichols controller, but the response is much less oscillating.

8.6. Conclusion

Designed algorithms for linear continuous and discrete time systems parameters identification have been successfully verified on simulation examples but their testing on real objects has not been carried out yet. We can suppose implementation of the algorithms on field of systems with inertial properties, namely heating or mechanical systems in such cases when it is possible to carry out identification experiment and measure frequency response data. The algorithm of rough second order model design shows very simple possibility of determining approximate dynamic properties of systems that can be used as a starting point for more precise model construction.

Research of orthonormal bases function is task tens of years old but their practical implementation in system control is not common despite of their advantages. Properties of orthonormal bases functions allows us to use simpler form of the least square method than is usual. The described construction also shows simple possibility of incorporating of apriori knowledge of system dynamics into model.

Orthonormal bases functions and their implementation in system control represent very complex task that cannot be described in comprehensive way at this work and even it was not the main goal. The research will continue and it will focus especially onto determining model variance bounds and developing identification experiments for nonlinear and discrete time systems. The possibility of algorithm implementation on real objects will be also explored.

9. LITERATURA

[1] MCKELVEY, T. Identification of State-Space Models from Time and Frequency Data. *PhD Thesis*. Linköping University, Linköping, 1995. 233 p.

[2] NINNES, B., GUSTAFSSON, F. A Unifying Construction of Orthonormal Bases for System Identification. *Technical Report EE9433*. University of Newcastle, Newcastle, 1994. 34 p.

[3] NINNES, B. Frequency Domain Estimation Using Orthonormal Bases. *In Proceedings of 13th IFAC Triennial World Congress*. 1st ed. San Francisco: Elsevier, 1996, p. 381–386.

[4] VAVŘÍN, P., VÁCLAVEK, P. Identification of Time Constants Based on Relay Feedback. Srovnal, V., Černohorský J. (edit.). *In Proceedings of International Conference Real Time'95*. 1st ed. Ostrava: MARQ, 1995, p. 180–185.

[5] WAHLBERG, B. System Identification Using Kautz Models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, vol. 39, no. 6, p. 1276-1282.

[6] WAHLBERG, B. System Identification Using Laguerre Models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, vol. 36, no. 5, p. 551-562.

[7] VAVŘÍN, P., VÁCLAVEK, P. Low Cost Intelligent Regulator. Crespo, A. (edit.). *In Proceedings of the IFAC symposium AIRTC'94*. 1st ed. Valencia: Universidad Politecnica de Valencia, 1994, p. 309–311.

[8] VÁCLAVEK, P., VAVŘÍN, P. System Identification Using Relay Feedback. Curk, B., Harnik, J. (edit.). *In Proceedings of the 9th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region*. 1st ed. Maribor: Institute of Robotics, 2000, p. 199–202.

[9] VÁCLAVEK, P., VAVŘÍN, P. System Identification and Controller Design Using Relay Feedback Experiment. Krejčí, S. (edit.). *In Proceedings of the 4th International Scientific-Technical Conference Process Control.* 1st ed. Pardubice: University of Pardubice, 2000, p. 70.

[10] FRANKLIN, G.F., POWEL, J.D., WORKMAN, M.L. Digital Control of Dynamic Systems. 2nd ed. New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1996, 841 p. World Student Series Edition. ISBN 0-201-51884-8.

[11] PINTELON, R., GUILLAUME, P., ROLAIN, Y., SCHOUKENS, J., VAN HAMME, H. Parametric Identification of Transfer Functions in the Frequency Domain–A Survey. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, vol. 39, no. 11, p. 2245-2260.

[12] ÅSTRÖM, K.J., WITTENMARK, B. Adaptive Control. 2nd ed. New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1995, 574 p. Series in Electrical Engineering:Control Engineering. ISBN 0-201-55866-1.

[13] ÅSTRÖM, K.J., HÄGGLUND, T. Benchmark Systems For PID Control. *In Proceedings of IFAC Workshop on Digital Control:Past, Present and Future of PID Control.* 1st ed. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2000, p. 181–182.

10. CURRICULUM VITAE

Narodil jsem se 11. ledna 1970 v Prostějově. Po absolvování základní školy jsem byl přijat na gymnázium v Prostějově, kde jsem maturoval v roce 1988.

Ve stejném roce jsem byl přijat na Fakultu elektrotechniky VUT v Brně, obor Technická kybernetika. V roce 1993 jsem s vyznamenáním složil státní závěrečnou zkoušku a obhájil diplomovou práci na téma „Grafický editor simulačního systému AS“, za kterou jsem obdržel cenu děkana.

Jako absolvent elektrotechnické fakulty jsem byl v roce 1993 přijat k internímu doktorandskému studiu na Fakultě elektrotechniky a informatiky VUT Brno obor kybernetika a informatika. V roce 1996 jsem dokončil interní studium obhajobou tezí doktorské disertace na téma „Identification of parameters for controller tuning“ a složením rigorózní zkoušky.

V roce 1995 jsem byl přijat k inženýrskému studiu na Fakultě podnikatelské VUT Brno obor ekonomika a řízení průmyslu. Studium jsem absolvoval v únoru 1998 složením státní závěrečné zkoušky a obhajobou diplomové práce na téma „Programová podpora finanční analýzy firmy“.

V letech 1994-1998 jsem byl zaměstnán jako technický pracovník a následně v letech 1998-2000 jako pedagogický pracovník na Ústavu automatizace a měřicí techniky FEI VUT Brno. Od srpna 2000 jsem zaměstnán jako technický pracovník v Centru aplikované kybernetiky při ÚAMT FEI VUT Brno. Na svém pracovišti se zabývám především řídicí technikou, zejména teorií automatického řízení a modelováním dynamických systémů.

Jsem spoluautorem několika příspěvků na mezinárodních konferencích, v současné době jsem spoluřešitelem grantu Výzkum a aplikace heterogenních modelů a výzkumného záměru Automatizace technologií a výrobních procesů.