VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ Fakulta stavební

Ústav pozemního stavitelství

Ing. Ivan Němec, CSc.

SOUBOR VĚDECKÝCH A INŽENÝRSKÝCH PRACÍ DOPLNĚNÝCH KOMENTÁŘEM

SUMMARY OF SCIENTIFIC AND ENGINEERING WORKS COMPLETED OF COMMENTARY

ZKRÁCENÁ VERZE HABILITAČNÍ PRÁCE



BRNO 2002

KLÍČOVÁ SLOVA

STAVEBNÍ MECHANIKA, METODA KONEČNÝCH PRVKŮ, INTERAKCE STAVBY S PODLOŽÍM, GEOMETRICKÁ NELINEARITA, VELKÉ DEFORMACE

KEY WORDS

STRUCTURE MECHANICS, FINITE ELEMENT METHOD, SOIL INTERACTION, GEOMETRICAL NONLINEARITY, LARGE DISPLACEMENT

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE ARCHIV PVO FAST

© Ivan Němec, 2002 ISBN 80-214-2215-7 ISSN 1213-418X

OBSAH

PŘ	EDS	AVENÍ AUTORA	4
ÚV	OD.		5
1	VĚDECKÉ PRÁCE		
	1.1 1.2 1.3 1.4	 Závěry z numerického řešení konstrukcí	5 6 6 ální 7 9 tí a 13 14 16
2	LITE	RATURA	17
3	INŽH 3.1 3.2 3.3	NÝRSKÉ PRÁCE Ohýbané pruty – velká posunutí, velké rotace 3.1.1 Konzola, zatížení momentem na konci 3.1.2 Postkritický stav tlačeného prutu Ohýbané pruty – teorie II. řádu, malé rotace Lana a membrány 3.3.1 Velká posunutí a rotace u lanowích konstrukcí, konzervativní a sledující zatíže	18 19 19 19 24 28
AB	3.4 BSTR	 3.3.1 veika posunuli a rotace u lanovych konstrukci, konzervativni a sledujici zatize 3.3.2 Lano zatížené koncentrovaným zatížením	ni. 28 30 31 31 33

PŘEDSTAVENÍ AUTORA

Narodil se 22. 11. 1945 v Žarošicích. V roce 1964 ukončil středoškolské vzdělání maturitou na SPŠ stavební ve Zlíně. Ve studiu pokračoval na stavební fakultě VÚT v Brně. Od 3. ročníku měl individuální studijní plán u Prof. Koláře a podílel se na řešení několika výzkumných úkolů. V roce 1968 na počítači MINSK22 sestavil jeden z prvních programů na řešení konstrukcí metodou konečných prvků ve Střední Evropě. Studium na vysoké škole zakončil v roce 1969 s vyznamenáním. Po ukončení studia zůstal na katedře stavební mechaniky jako asistent. V roce 1971 nastoupil v Dopravoprojektu Brno jako hlavní specialista – statik.

V Dopravoprojektu založil výpočetní středisko a stal se jeho vedoucím. Vytvářel programy pro řešení konstrukcí MKP, nejdříve jen pro potřeby Dopravoprojektu Brno, později (od r. 1975) i pro komerční využití. Programy řady NE-XX se staly ve stavební projekci velmi oblíbené. Postupně se k vývoji připojily i další spolupracovníci z výpočetního střediska, kteří vytvářeli k programům preprocessory a postprocessory. Tento tým se později stal základem firmy FEM consulting, která vznikla v r. 1992. Od založení firmy se stal jejím ředitelem. Společně s firmou IDA a spol. vyvinuli program NEXIS, který je komerčně úspěšný i v zemích EU.

Kromě vývoje softwaru vyvíjel i vědeckou činnost, kterou prezentoval na celé řadě seminářů a konferencí a publikační činnosti (celkem 78 publikací).

Vědeckou hodnost kandidát technických věd mu byla udělena v r. 1990.

V pedagogické činnosti pokračoval i po odchodu z vysoké školy. 12 let učil externě na katedře stavební mechaniky. V současné době pracuje na této katedře na poloviční úvazek jako odborný asistent.

Úvod

Soubor vědeckých a inženýrských prací lze rozdělit na vědecké práce do kterých lze zařadit autorovy odborné publikace a na inženýrské práce, kam je možno zařadit autorovy počítačové programy a jeden vynález.

1 VĚDECKÉ PRÁCE

Publikace autora lze rozdělit do několika tématických skupin, které probereme souhrnně v následujících odstavcích.

1.1 ZÁVĚRY Z NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ KONSTRUKCÍ

Publikaci [1] autor vydal již v r. 1971. Jednalo se o numerickou studii desek s převislými konci a desek s otvory. Numerické řešení autor provedl vlastním programem pro řešení desek MKP. Jeden z prvních programů ve střední Evropě na bázi MKP autor vypracoval již v r. 1968. V publikovaném článku je provedena na tu dobu mimořádně přesná numerická studie vlivu rozdílu mezi teoretickou podporou prostě podepřené čtvercové desky a jejím fyzickým okrajem. Tento rozdíl způsobuje částečné vetknutí v okolí rohů desky a má nezanedbatelný vliv na výsledky řešení. Tento vliv autor zobecnil do poměrně jednoduchého vzorce, který může sloužit pro přibližné zohlednění tohoto vlivu na průhyb a momenty čtvercových desek. Ve druhé části článku je provedena studie koncentrace ohybových momentů v okolí rohů otvorů v desce.

1.2 ŘEŠENÍ VRSTEVNATÝCH DESEK

Touto problematikou se autor zabýval v řadě svých publikací v létech 1972 – 1976. Pro řešení vrstevnatých desek autor vyvinul speciální konečný prvek. Průhybová funkce w pro desku

$$w = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} a_{ij} x^{i} y^{j} .$$

v rovině xy byla v prvku aproximována bikubickým polynomem.

Funkce u a v byly nezávislé na w a lineárně proměnné v x, y, z v prvním z navrhovaných řešení resp. doplněné o člen, který na w závisí ve druhém řešení.

$$u_{0} = \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \sum_{k=0}^{1} a_{ijk} x^{i} y^{j} z^{k} \qquad v_{0} = \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \sum_{k=0}^{1} b_{ijk} x^{i} y^{j} z^{k}
u = u_{0} - z \frac{\partial w}{\partial x} \qquad v = v_{0} - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad .$$

Tento element (především jeho druhá varianta) se projevil jako velmi efektivní pro libovolné složení vrstev sendvičové desky. Jeho nevýhodou však byla omezená použitelnost pouze pro pravoúhlé nebo šikmé desky. Nejvýznamnější článek této skupiny publikací [5] byl otištěn v časopise "International Journal for Numerical Methods in Engineering v r. 1973.

1.3 KOMPATIBILITA SKOŘEPINOVÝCH A PRUTOVÝCH PRVKŮ

Žebra, nebo výztuhy plošných konstrukčních prvků se vyskytují u stavebních konstrukcí velmi často. Z hlediska účinnosti výpočtu je většinou vhodné žebro modelovat pomocí prutu excentricky připojeného k plošným prvkům. Lagrangeův variační princip vyžaduje pouze spojitá řešení a tedy bylo na místě pokusit se o kompatibilní připojení prutů ke skořepině, a to ve všech třech složkách posunutí. Jedná se o složitý problém a proto většina systémů MKP pracuje s nekompatibilním připojením prutu k plošným prvkům, které také při splnění jistých předpokladů zaručují konvergenci k přesnému řešení při zhušťování dělení.

Autor se tímto problémem zabýval v létech 1980 – 1982 a navrhl vzájemně kompatibilní skořepinové a prutové elementy. Trojúhelníkový skořepinový element pracoval s polynomem 2° pro aproximaci složek posunutí u, v, w, a s lineárním průběhem φ_x a φ_y . Pro ohyb bylo užito Mindlinovy teorie. Odpor proti pootočení vrcholových uzlů kolem normály k rovině prvku byl doplněn uměle jako soustava malých, rovnovážných momentů ve vrcholech. Prutový element pracoval také s kvadratickým polynomem pro všechny složky posunutí a s lineárním polynomem pro rotaci. Stejně jako u ohybu skořepiny i zde bylo užito Mindlinovy ohybové teorie, která umožňuje rotaci hmotné normály nezávislou na ohybové složce posunutí.

U obou elementů byly definovány parametry deformace tak, že ve vrcholech trojúhelníku, resp. v koncích prutu bylo 6 parametrů deformace (3 složky translace a 3 složky rotace) a ve středech stran, resp. uprostřed prutu byly definovány 3 parametry deformace (3 složky posunutí). Skořepinový prvek měl tedy 27 stupňů volnosti, prutový prvek měl 15 stupňů volnosti. Aby u excentrického připojení prutu nevznikly další uzly (a tím i další neznámé v soustavě lin. rovnic), byla použita v té době unikátní transformace parametrů k uzlů z excentricky připojeným koncům prutu. Elementy byly více než 10 let velmi úspěšně používány v programovém systému NE-XX.

Až kolem r. 1993 byly tyto elementy nahrazeny v programech NE-XX a NEXIS v souvislosti se zavedením membránových elementů s rotačními stupni volnosti, nekompatibilními, ale efektivnějšími prvky

1.4 MODELOVÁNÍ INTERAKCE STAVBY S PODLOŽÍM

Této problematiky se týkají nejdůležitější autorovy práce, proto se jí budeme věnovat poněkud podrobněji, než předcházejícím tématům. Podloží staveb je z hlediska mechaniky jisté trojrozměrné zemní, resp. horninové prostředí jehož přetvárné charakteristiky jsou vyjádřeny zpravidla dosti složitými konstitutivními vztahy. Cílem publikací autora z let 1977 – 1987, které se věnují definici nového modelu podloží staveb není podrobné zkoumání stavu napjatosti a deformace v zemním prostředí, ale uvedení modelu interakce staveb s podložím, který by dostatečně výstižně modeloval podloží z hlediska jeho vlivu na statiku vlastních stavebních konstrukcí. Vzhledem k velké časové náročnosti výpočtu komplexu stavba –

podloží, kde podloží by bylo modelováno jako 3D prostředí pomocí tělesových elementů MKP je třeba pro běžnou stavební projekci definovat takový model podloží, který by nahradil z hlediska vlivu na stavební konstrukci vlastnosti celého 3D masivu podloží vlastnostmi 2D rozhraní mezi stavbou a podložím.

1.4.1 Redukce 3D modelu podloží na 2D interaktivní povrchový model (diferenciální rovnice povrchového modelu)

Cílem následujících úvah bude definice povrchového modelu podloží a stanovení jeho vlastností tak, aby vystihoval z hlediska interakce stavby s podložím chování skutečného masivu zemního podloží pod stavbou a v jejím okolí.

Definujme jednoduchou formu povrchového modelu podloží se dvěma parametry (*C1, C2*) pomocí energetického funkcionálu

$$\Pi_{2D}^{i} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[C_1 w^2 + C_2 (\partial w / \partial x)^2 + C_2 (\partial w / \partial y)^2 \right] d\Omega, \qquad (1)$$

vyjadřujícího přetvárnou práci, nahromaděnou v 2D modelu v procesu jeho deformace.

Povrchový model nechť je při splnění jistých předpokladů ekvivalentní obecnému 3D modelu. Energetický princip ekvivalence můžeme pro daný případ vyjádřit následující rovností:

$$\Pi^i = \Pi^i_{2D} = \Pi^i_{3D}$$

Napišme výraz pro potenciální energii vnitřních sil 3D modelu:

$$\Pi_{3D}^{i} = \frac{1}{2} \int_{v} \underline{\sigma}^{T} \underline{\varepsilon} \, dV = \frac{1}{2} \int_{v} \underline{\varepsilon}^{T} \underline{D} \underline{\varepsilon} \, dV$$
⁽²⁾

V energetickém funkcionálu zanedbejme vliv horizontálních složek deformace. Toto zjednodušení se projeví redukcí úplných tensorů $\underline{\sigma}$, $\underline{\varepsilon}$ na tříčlenné vektory:

$$\underline{\sigma} = [\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{yz}]^T$$

$$\underline{\varepsilon} = [\varepsilon_z, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{yz}]^T = [\partial w / \partial z, \quad \partial w / \partial x, \quad \partial w / \partial y]^T$$
(3)

Tomu odpovídá i příslušné zredukování matice fyzikálních konstant D.

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} E_z & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \qquad kde \quad E_z = E \cdot \frac{1-v}{(1+v)(1-2v)}$$

Aby bylo možno redukovat problém o jednu dimenzi je třeba energetický funkcionál (2) integrovat předem po *z*. K tomu je třeba vyjádřit integrand jako součin funkce proměnných *x*, *y* a funkce proměnné *z*.

Zaveď me následující hypotézu o průběhu funkce w(x, y, z).

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$
 . $f(z)$ (4)

Z výše uvedených předpokladů plynou následující vztahy pro složky deformace:

$$\varepsilon_{z} = w_{0} \partial f / \partial z$$

$$\varepsilon_{zx} = \partial w_{0} / \partial x \quad f$$

$$\varepsilon_{yz} = \partial w_{0} / \partial y \quad f$$
(5)

Dosaď me tyto vztahy do obecného výrazu pro potenciální energii v tělese $V = \Omega H$, kde Ω je rozsah 2D modelu a *H* hloubka deformované zóny 3D modelu:

$$\Pi_{2D}^{i} = \Pi_{3D}^{i} = \frac{1}{2} \int_{v} \left[\varepsilon_{z}^{2} E_{z} + (\varepsilon_{zx}^{2} + \varepsilon_{yz}^{2}) G \right] dV = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[w_{0}^{2} \int_{0}^{H} E_{z} (\partial f / \partial z)^{2} dz + (\partial w_{0} / \partial x)^{2} \int_{0}^{H} f^{2} G dz + (\partial w_{0} / \partial y)^{2} \int_{0}^{H} f^{2} G dz \right] d\Omega$$
(6)

Porovnáním (6) a (1) můžeme definovat vztah mezi parametry obecného (3D) a povrchového (2D) modelu.

$$C_{1} = \int_{0}^{H} E_{z} \left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^{2} dz, \qquad C_{2} = \int_{0}^{H} G f^{2}(z) dz$$
(7)

Pro řešení problému interakce stavby s podložím deformační variantou MKP stačí definice příslušného funkcionálu tj. potenciální energie. Potenciální energie nahromaděná v podloží se prostě přičte k potenciální energii konstrukce a takto získaný funkcionál je po provedení diskretizace minimalizován.

Diferenciální rovnice problému není při řešení úlohy metodou konečných prvků vyžadována. Pro úplnost si však uveď me, její fyzikální odvození. Výraz pro potenciální energii (1), můžeme přepsat do následujícího tvaru:

$$\Pi_{2D}^{i} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (rw + m_{x} \partial w / \partial x + m_{y} \partial w / \partial y) d\Omega$$
(8)

V tomto tvaru jsou r, m_x a m_y intenzity svislé reakce a momentů otáčejících kolem os y a x.

$$r = C_1 w$$
, $m_x = C_2 \partial w / \partial x$, $m_y = C_2 \partial w / \partial y$ (9)

Jednotlivé členy v integrálu mají fyzikální význam plošné hustoty energie ve 2D modelu podloží. Jestliže povrch podloží není zatížen spojitým momentovým zatížením momenty m_x a m_y jsou způsobeny pouze svislými smykovými silami v podloží t_x , t_y a je možno ukázat, že platí

$$m_{x} = t_{x} = C_{2} \partial w / \partial x, \qquad m_{y} = t_{y} = C_{2} \partial w / \partial y$$

$$\partial t_{x} / \partial x = C_{2} \partial^{2} w / \partial x^{2}, \qquad \partial t_{y} / \partial y = C_{2} \partial^{2} w / \partial y^{2} \qquad (10)$$

Podmínku svislé rovnováhy 2D elementu podloží je tedy možno napsat takto:

$$p \, dxdy - r \, dxdy + \partial t_x / \partial x \, dxdy + \partial t_y / \partial y \, dxdy = 0 \tag{11}$$

Dosazením (9) a (10) do této rovnice získáme diferenciální rovnici 2D modelu podloží:

$$C_1 w - C_2 (\partial^2 w / \partial x^2 + \partial^2 w / \partial y^2) = p$$
⁽¹²⁾

Podrobnější a obecnější odvození povrchového modelu je uvedeno v lit. [1], kde je ukázána platnost fyzikální úvahy i pro úlohy závislé na dráze, kdy energetickým funkcionálem je virtuální práce konaná v sledovaném časovém intervalu.

1.4.2 Redukce povrchového modelu na model rozhraní mezi stavbou a podložím

Při řešení problému interakce stavby s podložím je nutno do celkové potenciální energie zahrnout energii v dostatečně velkém okolí stavby, kde se ještě sednutí způsobené stavbou prakticky projeví. Toto zvětšení celkového počtu stupňů volnosti, tedy počtu rovnic i šířky pásu soustavy rovnic vede následně k podstatně větší spotřebě strojového času pro řešení úlohy.

Při definování povrchového modelu byly povrchu podloží přisouzeny takové vlastnosti, aby byl z hlediska interakce ekvivalentní celému 3D masivu podloží. Zde aplikujme obdobné úvahy a pokusme se vyjádřit vliv podloží mimo základovou spáru pomocí vlastností její hranice. Při započítání interakce s podložím do statického řešení stavby nedojde k žádnému zvětšení počtu parametrů deformace resp. "stupňů deformační volnosti" úlohy a tedy řešení konstrukce s respektováním interakce je stejně náročné jako řešení bez interakce s podložím.

Pro odvození vlastností hranice základové spáry, vystihujících vliv podloží mimo stavbu je nutno učinit určité hypotézy o chování povrchového modelu podloží mimo základovou spáru.

Pro prismatický problém nezatíženého povrchového modelu podloží je možno získat přesné řešení diferenciální rovnice. Jeho odvození si zde ukažme.

Zaveď me souřadnici *n* kolmou na okraj základu. Potom za výše uvedeného předpokladu můžeme napsat diferenciální rovnici nezatíženého povrchu podloží následovně:

$$C_2 \partial^2 w / \partial n^2 - C_1 w = 0 \tag{13}$$

Její řešení hledejme ve tvaru

$$w = w_0 e^{\alpha x} \quad . \tag{14}$$

Dosazením tohoto výrazu do (13) získáme charakteristickou rovnici

$$C_2 \alpha^2 - C_1 = 0 \tag{15}$$

a její kořeny

$$\alpha_{12} = \pm (C_1 / C_2)^{1/2} \tag{16}$$

Je-li n = 0 okraj základu a osa n směřuje od stavby, kde není žádný další objekt, který by ovlivňoval pokles sedání povrchu se vzdáleností od okraje základové spáry, potom má evidentně fyzikální smysl pouze klesající řešení s kořenem $\alpha = -(C_1/C_2)^{1/2}$ a w_0 je sednutí okraje základu. Analytické řešení diferenciální rovnice můžeme pak napsat ve tvaru

$$w(n) = w_0 e^{-n/s}$$
kde $s = (C_2 / C_1)^{1/2}$.
(17)

Hledejme nyní vlastnosti okraje základové spáry z podmínky energetické ekvivalence. Potenciální energii v pruhu podloží šířky *dt* mimo základovou spáru kolmém k okraji základu můžeme za předpokladu platnosti rovnice (17) vyjádřit následovně:

$$\Pi_{2D}^{i} = \frac{1}{2} dt \int_{0}^{\infty} \left[C_{1} w^{2} + C_{2} (\partial w / \partial n)^{2} \right] dn = \frac{1}{2} dt w_{0}^{2} \int_{0}^{\infty} 2C_{1} e^{-2n/s} dn =$$

$$= \frac{1}{2} dt w_{0}^{2} C_{1} (C_{2} / C_{1})^{1/2} = \frac{1}{2} dt w_{0}^{2} (C_{1} \cdot C_{2})^{1/2}$$
(18)

Z výsledku je patrno, že vliv *w*, $\partial w/\partial n$ mimo základovou spáru může být nahrazen zavedením liniové pružiny k_w [N/m²] na okraj základu. Při sednutí w_0 na okraji základu se v jednotkové délce okraje základu nahromadí v této liniové pružině potenciální energie

$$\Pi_{1D}^{i} = \frac{1}{2} w_{0}^{2} k_{w} dt \quad .$$
⁽¹⁹⁾

Porovnáním (18) a (19) získáme vzorec pro pérovou konstantu spojité liniové silové vazby:

$$k_w = (C_1 \cdot C_2)^{1/2} \quad . \tag{20}$$

V předchozích úvahách jsme předpokládali, že naklonění $\partial w/\partial t$ (t nechť je souřadnice rovnoběžná s okrajem základu) v okolí přímého okraje základu bude malé. Nicméně započítáním energie způsobené $\partial w/\partial t$ můžeme docílit zpřesnění řešení. Tuto část potenciální energie v pruhu o šířce *dt* kolmém k okraji základu můžeme vyjádřit následovně:

$$\Pi_{2D}^{i} (\partial w / \partial t) = \frac{1}{2} dt \int_{0}^{\infty} C_{2} (\partial w / \partial t)^{2} dn =$$

$$= \frac{1}{4} dt C_{2} (\partial w_{0} / \partial t)^{2} (C_{2} / C_{1})^{1/2} .$$
(21)

Jestliže definujeme k_0 jako odpor okraje základu proti pootočení kolem osy n můžeme napsat výraz pro potenciální energii v pruhu o šířce dt způsobenou touto rotací takto:

$$\Pi_{1D}^{i} \left(\partial w / \partial t \right) = \frac{1}{2} dt \, k_0 \left(\partial w / \partial t \right)^2 \,. \tag{22}$$

Porovnáním (21) a (22) získáme vzorec pro pérovou konstantu spojité momentové liniové vazby:

$$k_{\Phi} = \frac{1}{2} C_2 (C_2 / C_1)^{1/2} \quad .$$
⁽²³⁾

Dosud jsme se věnovali určení vlastností přímé části hranice základu. Nyní prozkoumejme situaci v okolí rohu.





Do potenciální energie ještě zbývá zahrnout okolí základu v segmentu α (viz obr. 1). Nejprve předpokládejme rotačně symetrický charakter průhybové kotliny $w(\rho, \alpha)$. Z důvodů spojitosti *w* na hranicích segmentu α (kde platí $\rho = n$) musí platit

$$w\left(\rho\right) = w_0 e^{-\rho/s},\tag{24}$$

kterýžto zákon přijměme pro celý segment a skutečnost, že pokles je rychlejší vyjádřeme dále v opravném členu.

Potom můžeme potenciální energii v segmentu α vyjádřit následovně:

$$\Pi_{2D}^{i} (\rho, \alpha) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\alpha} \int_{0}^{\infty} \left[C_{1} w^{2} + C_{2} (\partial w / \partial \rho)^{2} \right] \rho \, d \, \rho \, d\alpha =$$

$$= \frac{\alpha}{2} \int_{0}^{\infty} \left(C_{1} w_{0}^{2} e^{-2\rho/s} + C_{2} w_{0}^{2} C_{1} / C_{2} e^{-2\rho/s} \right) \rho \, d\rho =$$

$$= \frac{\alpha}{4} w_{0}^{2} C_{2}$$
(25)

Vzhledem k tomu, že původní předpoklad o rotační symetrii v okolí rohu neodpovídá dostatečně realitě je nutno provést v rovnici (25) korekci v závislosti na úhlu α

$$\Pi_{2D}^{i}(\rho,\alpha) = \Pi_{2D}^{i^{*}}(\rho,\alpha) \chi(\alpha) = \frac{\alpha}{4} w_0^{2} C_2 \chi(\alpha)$$
(26)

Je evidentní, že platí χ (0) = 1. Numerickými studiemi lze funkci χ (α) technicky dostatečně přesně určit (např. χ (π /2) (0.7).

Nahradíme-li povrchový model podloží u segmentu α energeticky ekvivalentní diskrétní pružinou s pérovou konstantou *K*, můžeme potenciální energii nahromaděnou v této pružině vyjádřit vzorcem:

$$\Pi^{i^*}(\alpha) = \frac{1}{2} K w_0^2$$
⁽²⁷⁾

Z principu ekvivalence potenciální energie $\Pi^{i^*}(\alpha) = \Pi^{i}_{2D}(\rho, \alpha)$ plyne vzorec:

$$K = \frac{1}{2}C_2 \alpha \chi(\alpha) \tag{28}$$

Pro prakticky významný úhel $\alpha = \pi/2$ vychází přibližně

$$K = C_2 / 2$$
 . (29)



obr. 2

Výsledkem výše popsané redukce úlohy na model rozhraní stavba podloží je definování takových vlastností rozhraní Ω_I a jeho hranice Γ_I (viz obr. 2), aby z hlediska řešení problému interakce stavby s podložím vystihovaly chování celého 3D masivu podloží. Při odvození těchto vlastností bylo použito principu ekvivalence potenciální energie:

$$\Pi_{3D}^{\prime} = \Pi_{I}^{\prime} \qquad (30)$$
$$\int_{V} \Pi_{3D} dV = \int_{\Omega} \Pi^{*} d\Omega = \int_{\Omega_{I}} \Pi^{*} d\Omega_{I} + \int_{r_{I}} \Pi^{**} d\Gamma_{I}$$

- Π objemová hustota potenciální energie
- Π^* povrchová hustota potenciální energie
- Π^{**} liniová hustota potenciální energie

$$\frac{1}{2} \int_{v} \frac{\sigma^{T} \varepsilon}{\Omega_{I}} dV =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\Omega_{I}} \left[C_{1} w^{2} + C_{2} (\partial w / \partial x)^{2} + C_{2} (\partial w / \partial y)^{2} \right] d\Omega +$$

$$\frac{1}{2} \int_{\Gamma_{I}} \left[k_{W} w^{2} + k_{\phi} (\partial w / \partial t)^{2} \right] d\Gamma_{I} + \frac{1}{2} \sum_{i} K_{i} w_{i}^{2} \quad .$$
(31)

Výsledkem je model v němž je vliv poddajnosti podloží na stavbu započítán bez zvětšení počtu rovnic a šířky pásu tedy vlastně "zdarma", a to při dostatečné technické přesnosti řešení. Tento model není určen pro detailní analýzu napjatosti podloží, ale v současné době představuje optimální prostředek pro řešení problému interakce stavby s podložím v běžné projekční praxi.

1.4.3 Zlepšení povrchového modelu podloží, vliv tření, vodorovných složek napětí a úplné zobecnění modelu.

Jistým vylepšením výše uvedeného povrchového modelu je uvažování vlivu smykového napětí od "tření" v základové spáře.

Nechť tato napětí jsou úměrná velikosti posunutí v příslušném směru. Potom můžeme psát pro ortotropní prostředí následující vzorec, který obecně nepředpokládá identitu os ortotropie se zvolenými osami x, y, v nichž hledáme řešení úlohy:

$$\tau_{zx}^{0} = C_{1x}u + C_{1xy}v$$

$$\tau_{zy}^{0} = C_{1y}v + C_{1xy}u \quad .$$
(32)

Pokud zvolíme osy *x*, *y* v osách ortoropie tření, je $C_{1xy}=0$. V případě izotropního prostředí platí $C_{1x} = C_{1y}$ a $C_{1xy} = 0$. Potenciální energii příslušnou těmto složkám napětí je možno vyjádřit následovně:

$$\Pi_{\tau}^{i} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\tau_{zx}^{0} \, u + \tau_{yz}^{0} \, v \right) d\Omega =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(C_{1x} u^{2} + C_{1y} v^{2} + 2C_{1xy} u v \right) d\Omega$$
(33)

Dalším zlepšením může být zavedení vlivu horizontálních složek normálových napětí na potenciální energii vnitřních sil. Tyto složky je možno zahrnout do výpočtu pomocí zavedení jisté "ohybové tuhosti podloží", která má význam především u takových konfigurací podloží, kde tužší vrstvy podloží spočívají na měkkých vrstvách.

$$\underline{C}_{3} = \begin{bmatrix} C_{3,11} & C_{3,12} & C_{3,13} \\ C_{3,12} & C_{3,22} & C_{3,23} \\ C_{3,13} & C_{3,23} & C_{3,33} \end{bmatrix}$$
(34)

Zavedení tohoto vlivu do řešení úlohy je možno provést přičtením dodatečné složky Π_{τ}^{i} do celkové potenciální energie systému

$$\Pi_{\tau}^{i} = \frac{1}{2} \int \Omega \underline{w} \cdots^{T} \underline{C}_{3} \underline{w} \cdots d\Omega, \qquad (35)$$

$$kde \quad \underline{w} \cdots = (\partial^2 w / \partial x^2, \partial^2 w / \partial y^2, \partial^2 w / \partial x \partial y)^T$$
(36)

Zjištění vztahu mezi parametry typu C₃ a pseudoelastickými konstantami podloží vyžaduje zavedení jisté hypotézy o vztahu mezi \underline{w} a $\underline{\sigma}$, což zde pro stručnost vynecháme.

Úplným zobecněním povrchového modelu podloží je zavedení matice parametrů povrchového modelu \underline{C} , která vyhovuje následujícím vztahům pro plošné hustoty virtuální práce a potenciální energie

$$\Pi_{v,2D} = \underline{\underline{U}}_{v}^{T} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{U}}$$

$$\Pi_{2D} = \frac{1}{2} \underline{\underline{U}}^{T} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{U}}$$
(37)

 \underline{U} je vektor složek posunutí a jejich derivací na povrchu (resp. rozhraní). Přitom čím vyšší stupně derivací by byly brány v úvahu, tím přesnějšího řešení by mohlo být dosaženo. Jedná se o podobnou myšlenku jako u Taylorova rozvoje. Při určování jednotlivých složek matice \underline{C} pro vyšší derivace složek \underline{u} by však vznikly značné problémy.

1.4.4 Jednodimensionální model podloží

Při statickém řešení stavebních konstrukcí se často vyskytují části konstrukce, které jsou ve výpočtech modelovány jako pruty. Tyto pruty mohou být v kontaktu se zemním prostředím. Jedná se např. o základové pasy či rošty, nebo piloty, případně zemní kotvy. Proto bylo nutno definovat jednodimensionální model podloží. Prutům representovaným ve výpočtu pouze střednicí je třeba přisoudit takové vlastnosti, aby zahrnovaly i interakci s okolním zemním prostředím.

Definujme jednodimensionální model podloží pomocí výrazu pro liniovou hustotu potenciální energie jeho vnitřních sil.

$$\Pi_{1D}^{i} = \frac{1}{2} [C_{1z}^{*} w^{2} + C_{1y}^{*} v^{2} + C_{1x}^{*} u^{2} + C_{2x}^{*} (\partial u / \partial x)^{2} + C_{2y}^{*} (\partial v / \partial x)^{2} + C_{2z}^{*} (\partial w / \partial x)^{2} + C_{2z}^{*} (\partial \phi_{x} / \partial x)^{2} + C_{2\varphi}^{*} (\partial \phi_{x} / \partial x)^{2}]$$
(38)

 φ_x je rotace prutu kolem své osy.



Fyzikální význam jednotlivých parametrů modelu typu C^* plyne z výrazu (8.). Vzhledem k tomu, že jednotlivé členy mají význam potenciální energie vnitřních sil od příslušné složky deformace, představují jednotlivé parametry C^* odpor, který okolní pružné prostředí klade příslušné jednotkové deformaci.

Pro základový pas mají praktický význam parametry C_{1z}^{*} , C_{2z}^{*} , $C_{1\Phi}^{*}$ a $C_{2\phi}^{*}$. Ostatní je možno pro tento případ zanedbat.

Hustotu potenciální energie povrchového modelu vztaženou na jednotku délky prutu (liniovou hustotu energie) můžeme vyjádřit následovně:

$$\Pi_{2D}^{i} = \frac{1}{2} \int_{-b/2}^{b/2} \left[C_{1} \left(w^{*} + \varphi_{x} y \right)^{2} + C_{2} \left(\partial w^{*} / \partial x + \partial \varphi_{x} / \partial x . y \right)^{2} + C_{2} \varphi_{x}^{2} \right] dy + \frac{1}{2} \left[k_{w} \left(w^{*} - \varphi_{x} b / 2 \right)^{2} + k_{w} \left(w^{*} + \varphi_{x} b / 2 \right)^{2} + k_{\varphi} \left(\partial w^{*} / \partial x + \partial \varphi_{x} / \partial x . b / 2 \right)^{2} + k_{\varphi} \left(\partial w^{*} / \partial x - \partial \varphi_{x} / \partial x . b / 2 \right)^{2} \right] = \dots = \frac{1}{2} \left[(C_{1}b + 2k_{w})w^{*2} + (C_{2}b + 2k_{\varphi}) \left(\partial w^{*} / \partial x \right)^{2} + C_{2}b\varphi_{x}^{2} + (C_{1}b^{*} / 12 + k_{w}b^{2} / 2) \varphi_{x}^{2} + (C_{1}b^{3} / 12 + k_{\varphi}b^{2} / 2) \left(\partial \varphi_{x} / \partial x \right)^{2} \right]$$

$$(39)$$

 w^* v této rovnici značí pokles v ose základového pasu.

Požadavkem energetické ekvivalence $\Pi_{1D}^{i} = \Pi_{2D}^{i}$, nebo-li porovnáním rovnic (38) a (39) získáme vztah mezi parametry jednodimensionálního a dvoudimensionálního modelu podloží:

$$C_{1z}^{*} = C_{1}b + 2k_{w} = C_{1}b + 2(C_{1}C_{2})^{1/2}$$

$$C_{2z}^{*} = C_{2}b + 2k_{\varphi} = C_{2}b + C_{2}(C_{2}/C_{1})^{1/2}$$

$$C_{1\varphi}^{*} = C_{1}b^{3}/12 + k_{w}b^{2}/2 + C_{2}b = C_{1}b^{3}/12 + (C_{1}C_{2})^{1/2}b^{2}/2 + C_{2}b$$

$$C_{2\varphi}^{*} = C_{2}b^{3}/12 + k_{\varphi}b^{2}/2 = C_{2}b^{3}/12 + C_{2}(C_{2}/C_{1})^{1/2}b^{2}/4$$
(40)

Podobným způsobem lze ukázat i vztah mezi parametry C_1 , C_2 povrchového modelu podloží a diskrétními konstantami K_w^* a K_ϕ^* , které je nutno zavést do jednodimensionálního modelu interakce stavby s podložím na koncích prutu.

Příspěvek potenciální energie podloží zahrnující část podloží za oběma konci prutu (x<0, x>1) nahraď me pomocí diskrétních parametru K_w^* , K_ϕ^* na obou koncích základového pasu.

$$\Pi^{**} = \frac{1}{2} \left(K_{w}^{*} w^{*2} + K_{\varphi}^{*} \varphi_{x}^{*2} \right)$$
(41)

Zavedením obdobných hypotéz jako u modelu rozhraní získáme při použití principu energetické ekvivalence a dosazením ze vzorců (20), (24) a (29) následující výrazy pro vztah mezi diskrétními parametry K_w^* , K_{Φ}^* a parametry 2D modelu podloží:

$$K_{w}^{*} = 2K + bk_{w} = C_{2} + b(C_{1}C_{2})^{1/2}$$

$$K_{\varphi}^{*} = \frac{1}{2}b^{2}K + bk_{\varphi} + \frac{1}{12}b^{3}k_{w} =$$

$$= \frac{1}{4}b^{2}C_{2} + \frac{1}{2}bC_{2}(C_{2}/C_{1})^{1/2} + \frac{1}{12}b^{3}(C_{1}C_{2})^{1/2}$$
(42)

1.5 MODELOVÁNÍ STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ PŘI VÝPOČTECH MKP

Výkonné programy MKP jsou dnes všeobecně dostupné. Umožňují řešení velmi obecných výpočtových modelů. Použití těchto programů může být znehodnoceno nevhodným modelováním stavební konstrukce. Autor se této problematice věnoval v několika publikacích, ale především v řadě kurzů pro statiky v rozmezí let 1975 – 2000. Kromě správného modelování konstrukce je důležitá i správná interpretace výsledků. Ve svých publikacích autor upozorňuje na některé problémy včetně problematiky singularit ve výpočtových modelech.

2 LITERATURA

- [1] V. Kolář, I. Němec: Modelling the Structure-Soil Interaction, ELSEVIER 1989, 330 str.
- [2] V. Kolář, I. Němec: Studie nového modelu podloží staveb, Studie ČSAV, č. 3/1986, ACADEMIA Praha, 184 str.
- [3] I. Němec: Dynamics of the Efficient Subsoil Model, Proc. I. Conf. Mech., Vol. 6, str. 90-93
- [4] P.L. Pasternak: Osnovy novovo metoda rasčeta žestkych gibkych fundamentov na uprugom osnovanii, Trudy MISI 1956 Moskva, Gosstrojizdat, 60 str.

3 INŽENÝRSKÉ PRÁCE

Hlavní odbornou prací autora je vývoj programových systémů pro výpočet stavebních konstrukcí metodou konečných prvků. Autor měl možnost se zapojit do práce na vývoji programů MKP již od roku 1967 jako student pod vedením prof. Koláře. Zásluhou vůdčích osobností jako byli V. Kolář, J. Kratochvíl a M. Zlámal se Brno v té době stalo významným centrem MKP.

Ve vývoji programů potom autor pokračoval i po ukončení studia jako asistent na katedře mechaniky a později i v Dopravoprojektu Brno, kam nastoupil v r. 1971. Autor se podílel svou prací na řešení několika významných úkolů. Své programy MKP používal i při své práci ve funkci hlavního specialisty statika v Dopravoprojektu Brno a to např. při statickém výpočtu dálničního mostu Vysočina u Velkého Meziříčí. O programy začal být zájem i v jiných organizacích a tak začaly být Dopravoprojektem prodávány pod označením NE-XX (NE v názvu jsou první dvě písmena příjmení autora). Tyto programy se mezi projektanty staly velmi oblíbené. Postupně se na vývoji preprocessorů a postprocessorů podíleli i někteří další pracovníci výpočetního střediska Dopravoprojektu. Autor si ponechal pouze vývoj vlastního řešiče MKP, tj. po zadání vstupních dat, automatickém vygenerování sítě a přidělení dat prvkům a uzlům. Práce autora končí vyřešením deformací, vnitřních sil a reakcí dané konstrukce. Následující programové části jako např. grafické zobrazení výsledků, vyvíjejí další pracovníci.

V roce 1992 vznikla soukromá firma FEM consulting, která se soustředila výhradně na vývoj programů MKP. Od založení této firmy je autor jejím ředitelem a současně i nadále vyvíjí výpočetní jádro systémů. Kromě systému NE-XX je solver MKP, vyvinutý autorem, využíván i v dalších programech. V ČR je to především program NEXIS, kde grafické prostředí bylo vyvinuto firmou IDA a spol. (dnes SCIA CZ). Dále je to systém RENEX, kde prostředí v AutoCadu bylo vyvinuto firmou RECOC. V zemích EU se jedná o program PLATTE a RFEM, kde prostředí vyvinula německá firma DLUBAL a program ESA NEX a EPW prodávané belgickou firmou SCIA (jedná se o modifikace programů NE-XX a NEXIS). Celkem bylo prodáno více, než 2000 instalací programů s výpočetním jádrem vyvinutým autorem, z toho více než 50% v zahraničí, kde se programy stávají podobně populární jako v ČR. Např. v Holandsku se systém EPW stal naprosto dominantním a uživatelé si sami zorganizovali fan kluby EPW.

FEM solver je neustále vyvíjen a vylepšován. V současnosti je vysoce konkurenceschopný na západním trhu. Je budován jako výkonný, kompaktní řešič pro statiku a dynamiku stavebních konstrukcí. V řadě parametrů předčí své zahraniční konkurenty. Vyniká mimořádnou kapacitou a výkonem. Např. před nedávnem jsme řešili jeden problém, který přišel z praxe a vedl na soustavu rovnic s více, než 2 miliony neznámých. Tato úloha byla bez problémů vyřešena na běžném PC s průměrnou kapacitou paměti RAM i disku. Při použití programu ANSYS by na stejném hardwaru bylo možno řešit pouze podstatně menší úlohy se zlomkem neznámých. Pokud jde o rychlost, je FEM solver také výkonnější, než ANSYS. Při použití přímého řešiče soustavy rovnic je rychlejší cca o 15%. U větších úloh, kde je nutno použít iterační řešič je rozdíl větší a vzrůstá s rozsahem úlohy. Pro velké úlohy je výkon FEM solveru více, než o jeden řád vyšší, než u ANSYSu. Vzhledem k tomu, že se dnes projevuje jasný trend řešit stavby jako jeden celek (a ne jednotlivé části zvlášť) považujeme vysoký výkon solveru FEM consulting za významnou přednost systému.

Velkou předností FEM solveru je jeho použití při řešení prutových konstrukcí. Zde se využívá přesného řešení prutů s vlivem smykové deformace i normálné síly pro libovolně velké deformace a pro libovolný průběh silového či deformačního zatížení na daném prutovém prvku. Toto řešení je unikátní a pravděpodobně není použito v žádném jiném výpočetním systému.

Uveď me si zde několik zajímavých řešení, která ilustrují některé možnosti programového systému NEXIS při řešení geometrické nelinearity.

3.1 OHÝBANÉ PRUTY – VELKÁ POSUNUTÍ, VELKÉ ROTACE

3.1.1 Konzola, zatížení momentem na konci



Tato úloha má přesné řešení. Pootočení φ na konci konzoly o délce *l* a ohybové tuhosti průřezu *EI* je

$$\varphi = \frac{M.l}{EI}$$

kde M je moment na konci konzoly. Jestliže položíme $\varphi = 2\pi$, znamená to, že ohnutý nosník vytvoří celý kruh, protože $\frac{M}{EI}$ křivost je konstantní po celé délce nosníku. Moment, kterým musíme zatížit konce $\frac{M}{EI}$ konzoly, aby se nosník stočil do kruhu tedy bude

$$M_{2\Pi} = 2\pi \frac{EI}{L}$$

.

Ukažme si zde výsledek řešení konzoly zatížené tímto momentem:



Kreslené deformace jsou v měřítku 1:1.

3.1.2 Postkritický stav tlačeného prutu

Uvažujme prut na jednom konci vetknutý a na druhém, volném, zatížený silou v ose prutu o velikosti čtyřnásobku kritické síly a silou kolmou k prutu o velikosti 0.001 svislé síly.

Velmi přesné řešení tohoto problému bylo získáno K. Mathiassonem v r. 1979 na universitě v Gőtteborgu (interní zpráva 79:10 Dept. Struct. mech.). Na následujícím obrázku je zobrazena deformace prutu v měřítku 1:1.



Řešení se lišilo od řešení Mathiassona o 0.1%. Významnou předností programu NEXIS je pro dané parametry deformace přesný a spojitý průběh vnitřních sil jak je ukázáno na následujících obrázcích. Pro srovnání uvádíme i průběhy vnitřních sil stejného příkladu řešeného programem ANSYS:











Z obrázků je patrno, že zatímco NEXIS poskytuje spojitý průběh vnitřních sil, ANSYS dává pouze konstantní průběh vnitřních sil po prvcích.

3.2 OHÝBANÉ PRUTY – TEORIE II. ŘÁDU, MALÉ ROTACE

Uveď me si případ tlačeného a ohýbaného prutu, který by mohl reprezentovat spodní sloup patrového rámu. Sloup je dole vetknutý, nahoře kloubově podepřený. Je v hlavě zatížen svislou silou představující 43% kritické síly a momentem.



Na rozdíl od typického lineárního průběhu momentu a konstantní posouvající síly můžeme na následujících obrázcích vidět výrazně nelineární průběhy obou veličin. Přitom největší moment není v hlavě sloupu jako by bylo u lineárního řešení, ale v jiném místě sloupu.



Pro zajímavost uveďme, že příklad je řešen jako jeden konečný prvek s využitím přesného řešení vnitřních sil na prutu.

Pro srovnání uveď me průběhy vnitřních sil stejného příkladu řešeného programem ANSYS a to při dělení na jeden resp. 10 prvků.









3.3 LANA A MEMBRÁNY

Na ukázku si uveď me dva řešené příklady, které dokumentují možnosti programu NEXIS při řešení lanových konstrukcí.

3.3.1 Velká posunutí a rotace u lanových konstrukcí, konzervativní a sledující zatížení.

Vodorovné lano podepřené jako prostý nosník, tj. pevný kloub na jednom a vodorovně posuvný na druhém konci. Zatížení je rovnoměrné po celé délce lana.



Uvažujme nejdříve, že zatížení je konzervativní, což může představovat např. vlastní tíha lana. Následující obrázek dokumentuje, že tento problém byl programem NEXIS vyřešen přesně. Jedna podpora se posune až ke druhé a deformované lano vytvoří svislou úsečku.

İ



Jako důkaz, že řešení není jednoduché uveď me výsledek získaný programem ANSYS:

Z obrázku vidíme, že program ANSYS nenalezl přesné řešení úlohy.

Nyní uvažujme, že se jedná o zatížení sledující, které působí stále kolmo na lano. Představme si např. že neřešíme lano ale prizmatickou úlohu membrány. Potom by takové zatížení mohlo představovat tlak kapaliny nebo plynu. Na následujícím obrázku je vidět, že i tato úloha byla vyřešena přesně a lano po deformaci zaujme tvar půlkruhu.



Pro srovnání uveď me výsledek získaný programem ANSYS.



Zde vidíme, že řešení je sice tvarově podobné, ale nepřesné. Chyba v hodnotě posunutí pravé podpory je více než 15%.

3.3.2 Lano zatížené koncentrovaným zatížením

Robustnost řešení lanových konstrukcí v programu NEXIS je možno dokumentovat následujícím příkladem. Mějme vodorovné lano bez předpětí, zatížené ve čtvrtinách osamělými silami.

Programem NEXIS bylo získáno přesné řešení, což je u tohoto příkladu možno jednoduše ověřit ručním výpočtem. Následující obrázek ukazuje tvar lana po deformaci. Všimněme si vodorovné části v pravé čtvrtině lana, která koresponduje s nulovou svislou reakcí v pravé podpoře.



3.3.3 Membrána zatížená liniovým zatížením

Řešme obdobný příklad jako v bodu 3.2., ale místo lana uvažujme prismatickou úlohu membrány zatížené liniovým zatížením. Uvažujme pás o jednotkové šířce.

Řešením získáme stejné výsledky jako u příkladu 3.2., což dokumentuje následující obrázek.



3.4 MECHANISMY

Program NEXIS umožňuje také řešení mechanismů. Zatím co v lineární teorii tyto úlohy nemají řešení, při geometricky nelineárním řešení mohou dosáhnout stabilní rovnováhy. Uveď me si zde jeden příklad na ukázku. Dva pruty spojené do pravého úhlu jsou kloubově podepřeny na jednom konci a na druhém jsou zatíženy osamělým břemenem.



Z výsledků je vidět, že se celá konstrukce pootočila tak, aby paprsek síly protínal kloubovou podporu.

Vynález "Základová konstrukce halového objektu"

Sloupy lehkých halových objektů jsou většinou založeny na základových patkách, pomocí kterých je realizováno vetknutí v patě sloupů. Velikost základových patek není v tomto případě určována svislými silami, neboť ty jsou v tomto případě malé, ale velikostí momentu v patě sloupu. Patky tak vycházejí poměrně masivní a spotřeba betonu je zde vzhledem k lehké horní stavbě neúměrně velká. Také zemní práce jsou poměrně rozsáhlé a kromě hrubého výkopu provedeného mechanizací je zde nutnost pracného ručního dočišťování výkopu.

Uvedené nedostatky odstraňuje způsob založení haly popsaný ve vynálezu. Místo základových patek se pomocí mechanizace vyhloubí základové rýhy, které by se kvůli obvodovému zdivu stejně hloubily i v případě patek. Na dne základové rýhy se vybetonu základový pás, vyztužený i na vodorovné namáhání. Do základového pásu jsou zakotveny paty sloupů. V úrovni podlahy jsou sloupy jednotlivých příčných rámů spojeny táhlem zabetonovaným v podlaze. Tah v táhlech a boční tlak základového pásu na podloží pak zajišťuje dvojici sil pro přenesení momentů v patě sloupů.

Ve srovnání se založením na patkách zde odpadá nutnost výkopů patek i značná spotřeba betonu. Místo toho přibývá nutnost výztuže základových pásů na vodorovné momenty a táhlo v podlaze haly. Výsledkem je velká úspora nákladů a zkrácení doby výstavby.

ABSTRACT

Author gives an overview of his most significant works and activities in the field of science, research and design. The works are divided into two groups – scientific works and engineering works.

The scientific works includes the theoretical articles and books (85 publications). In the commentary the publications are divided into 5 main groups

- 1. Conclusions from numerical solutions of structures
- 2. Analysis of laminated plates
- 3. Compatibility of shell and beam elements
- 4. Modelling of Structure Soil interaction
- 5. FEM modelling of structures .

The most important author's publications (including the book "Modelling of Soil – Structure interactions" published by the Elsevier publishing house) were devoted to the Structure – Soil interaction. Author has derived and efficient 2D and 1D subsoil models based on the Pasternak's ideas. Together with V. Kolar the model was improved and it became the most popular subsoil model in the structure design in Czech country.

The engineering works include computer programs for FEM analysis of structures where the author worked out the computational part (FEM solver). These program systems are very popular in Czech rep. (NE-XX, NEXIS) and also in western Europe (ESA, RFEM). In same countries these programs has dominant position. In this chapter there are also introduced same results from the geometrical nonlinear analysis of structures and a comparison with ANSYS. There is also shown that the solver of the author gives in same cases better results than ANSYS.