

Vysoké učení technické v Brně  
Fakulta stavební  
Ústav stavební mechaniky

Ing. Aleš Florian, CSc.

**PŘÍSPĚVEK KE ZPŘESNĚNÉ ANALÝZE  
KONSTRUKCÍ S UVAŽOVÁNÍM VLIVU NEJISTOT**

**IMPROVED ANALYSIS OF STRUCTURES WITH  
RESPECT TO UNCERTAINTIES IN INPUT VARIABLES**

Teze habilitační práce



BRNO 2005

Klíčová slova: beton, recyklovaný beton, tuhé vozovky, statistika, simulace, spolehlivost, Monte Carlo, Latin Hypercube Sampling

Key Words: Concrete, Recycled Concrete, Concrete Pavement, Statistical Analysis, Simulation, Reliability, Monte Carlo, Latin Hypercube Sampling

Práce je uložena na ústavu stavební mechaniky, fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně

# OBSAH

1	ÚVOD .....	5
2	ZÁKLADNÍ CÍLE PRÁCE .....	5
3	NUMERICKÉ SIMULAČNÍ METODY .....	6
3.1	Stochastický model .....	6
3.2	Popis numerických simulačních metod .....	7
3.3	Zhodnocení metody LHS a ULHS .....	7
4	SPOLEHLIVOSTNÍ ANALÝZA TUHÉ VOZOVKY.....	8
4.1	Popis studie .....	9
4.2	Svislá posunutí betonové desky .....	9
4.3	Hlavní napětí $\sigma_1$ .....	10
4.4	Hlavní napětí $\sigma_3$ .....	11
4.5	Pravděpodobnost vzniku tahových trhlin v betonové desce .....	12
4.6	Hlavní napětí po tloušťce vozovky .....	12
5	SPOLEHLIVOSTNÍ ANALÝZA PRŮŘEZU Z RECYKLOVANÉHO BETONU .....	13
5.1	Popis studie .....	13
5.2	Střední hodnota .....	14
5.3	Výběrové rozpětí .....	15
5.4	Variační koeficient .....	16
5.5	Vhodné rozdělení pravděpodobnosti .....	17
5.6	Porušení materiálu .....	17
6	ZÁVĚR.....	18
7	LITERATURA .....	19
8	ABSTRACT .....	21

Aleš Florian se narodil v Brně v roce 1960. Vystudoval gymnázium se specializací na matematiku a fyziku (1975–1979) a Fakultu stavební Vysokého učení technického v Brně, obor Konstrukce a dopravní stavby, specializace Stavební mechanika (1979–1984). Po absolvování pracoval jako pomocný stavební dělník v Ingstavu Brno (1984–1985). Roku 1985 byl přijat na interní (později externí) aspiranturu na katedře stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně (1985–1988). Kandidátskou disertační práci v oblasti „Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí“ obhájil v roce 1988 a rozhodnutím Vědecké rady Fakulty stavební VUT v Brně z 3. 2. 1989 mu byla udělena vědecká hodnost kandidáta technických věd. Od roku 1987 pracoval jako odborný vědecký pracovník (1987–1995) a od roku 1995 je odborným asistentem ústavu stavební mechaniky. Roku 1989 absolvoval studijní pobyt v Dept. de Política Territorial i O.P., Direccio General de Transports, Servei de Planejament i Promocio, Barcelona, Spain a v letech 1993 a 1996 na Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain. V současné době je jeho hlavní pracovní náplní vedení přednášek a cvičení v předmětech 0D4 Statika II, 0D2 Pružnost a plasticita I a volitelných předmětech IV. a V. ročníku – 6D3 Spolehlivost stavebních konstrukcí, D68 Nelineární mechanika, D70 Nelineární mechanika. V oblasti vědecké odborné činnosti se zabývá problematikou matematického modelování přetvoření, porušování a spolehlivosti betonových konstrukcí. Jedná se jmenovitě o náhodné chování betonových konstrukcí a jejich spolehlivost, vliv recyklovaného betonu na spolehlivost konstrukcí, statistická a citlivostní analýza výpočetních modelů, nelineární MKP aplikovaná do oblasti předpjatých betonových nosníků, železobetonových desek a vozovek pozemních komunikací, simulační techniky a tvorba norem. Doposud publikoval 88 původních prací v časopisech, na konferencích, ve sbornících nebo jako výzkumné zprávy. Počet citací dle „Science Citation Index“: 12.

# 1 ÚVOD

V posledních deseti letech se začaly ve stavebním inženýrství v širším měřítku uplatňovat spolehlivostní výpočty konstrukcí respektující skutečnost, že většina vstupních veličin ve výpočtech je zatížena určitými nejistotami a je svojí podstatou náhodnou veličinou či náhodným procesem. Namísto deterministického modelu považujícího tyto veličiny za konstantní se používá stochastický model, který na tyto veličiny hledí jako na náhodné. Při analýze konstrukcí se ve stavební praxi často používají složité matematické výpočetní modely založené na použití moderních numerických metod, například využívající nelineární variantu metody konečných prvků (dále MKP). Závislost mezi vstupními veličinami a sledovaným výstupem tak není explicitně matematicky vyjádřitelná, ale je zprostředkována více či méně složitým algoritmem realizovaným na počítači. V tomto případě je proto nutné použít specifické numerické metody umožňující vliv nejistot ve vstupních veličinách zahrnout do výpočtu. Tyto metody se nazývají numerické simulační metody (dále simulační metody) a v literatuře je obvykle nalezneme pod názvem metoda (metody) Monte Carlo [1], [2], [3].

Používání moderních simulačních metod při analýze konstrukcí je možné považovat za určitý kvalitativní zvrat v možnostech analýzy konstrukcí. Oproti deterministické variantě znamená další pokrok ve schopnosti přesněji, spolehlivěji a výstižněji řešit daný problém, neboť respektují a do výpočtu zavádějí vliv celé řady reálně existujících nejistot týkajících se konkrétních numerických hodnot veličin vstupujících do výpočtu. Simulační metody přitom v sobě zahrnují všechny možnosti a přednosti dosavadních metod, ve svých schopnostech modelovat objektivní realitu jdou však dále. Touto schopností simulační metody umožňují řešit problémy jinými metodami jen velmi těžko analyzovatelné či zcela neanalyzovatelné.

## 2 ZÁKLADNÍ CÍLE PRÁCE

Cílem předkládané práce je v ucelené formě prezentovat některé moderní simulační metody vhodné pro analýzu složitých a časově náročných problémů stavebního inženýrství. V práci jsou shrnuty výsledky dlouholeté koncepční práce, které započala v roce 1986 v rámci kandidátské disertační práce, pokračovala v rámci řady státních vědeckých úkolů, fakultních, celoškolských grantů, grantů Ministerstva dopravy ČR, Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR a konečně i grantu Grantové agentury ČR. První skupinou takových problémů jsou analýzy, kdy je použit složitý výpočetní model založený např. na nelineární variantě MKP nebo vyšetřující chování konstrukce v čase. Toto je případ analýzy vyspělých mostních konstrukcí, vozovek, rekonstrukce historických budov, stabilitních problémů apod. Druhou skupinu problémů tvoří parametrické studie, kdy vlastní výpočtový model může být i relativně jednoduchý, ovšem množství analyzovaných variant jdoucí do desítek či stovek případů opět činí úlohu časově a tudíž ekonomicky velmi náročnou. Toto je případ analýz prováděných pro potřeby normotvorné činnosti či hromadné výroby stavebních prvků, dílců a konstrukcí apod.

Jako ilustrativní příklady jsou v práci použity výsledky dvou provedených analýz – analýza tuhých (betonových) vozovek a parametrická studie náhodného chování ohýbaných průřezů z recyklovaného betonu. První z nich reprezentuje úlohu využívající složitý výpočetní model založený na nelineární variantě MKP jakožto důsledek nutnosti zpřesněně modelovat vozovku jako kontaktní problém. Druhý příklad reprezentuje úlohu, kdy časová náročnost je dána množstvím analyzovaných variant. V tomto konkrétním případě je analyzováno celkem 1 550 variant průřezů odlišujících se rozměry, kvalitou betonu a množstvím výtzuže.

## 3 NUMERICKÉ SIMULAČNÍ METODY

### 3.1 STOCHASTICKÝ MODEL

Stochastický model je výpočtový model respektující náhodný charakter faktorů ovlivňujících výsledky tohoto modelu. Na tyto faktory tedy hledí jako na náhodné (stochastické) veličiny. Stochastický model zahrnuje veškeré možnosti dané deterministickým modelem a současně umožňuje posoudit vliv různých druhů nejistot v konkrétních hodnotách vstupních veličin vstupujících do výpočtu. Zdroje nejistot jsou svojí podstatou značně rozdílné [4] a pro naše potřeby je můžeme rozdělit do tří skupin:

- nejistoty vznikající v důsledku náhodné proměnlivosti vlastností materiálů, zatížení, obklopujícího prostředí, geometrie konstrukce, okrajových podmínek apod.,
- nejistoty vznikající v důsledku použití určitých postupů, výpočetních modelů a zjednodušení, které nedostatečně reprezentují reálné chování konstrukcí, materiálů apod.
- nejistoty spojené s účastí člověka v procesu navrhování, dimenzování, posuzování, realizace a užívání konstrukce a to včetně tzv. hrubých chyb.

Stochastický model je možné využít ve třech základních oblastech analýzy konstrukcí [4]:

- statistická analýza,
- pravděpodobnostní analýza,
- citlivostní analýza,

kteřé souhrnně označujeme jako spolehlivostní analýza výpočetních modelů.

Účelem statistické analýzy je získání odhadů statistických parametrů charakterizujících náhodné jevy sledované na konstrukci (např. náhodné chování průhybů, šířky trhlin, napětí atd.). Patří sem nejen získání odhadů takových statistických parametrů, jako je střední hodnota, směrodatná odchylka či variační koeficient, ale i šikmost, špičatost, minimální a maximální hodnota v souboru a odhad vhodného rozdělení pravděpodobnosti pro popis daného náhodného jevu.

Účelem pravděpodobnostní analýzy je kvantifikace spolehlivosti konstrukce prostřednictvím pravděpodobnosti splnění či nesplnění určité podmínky. Příkladem je např. otázka: Jaká je pravděpodobnost, že napětí v konstrukci bude větší než pevnost materiálu?

Účelem citlivostní analýzy je posoudit relativní citlivost náhodné proměnlivosti sledovaného jevu na náhodnou proměnlivost jednotlivých vstupních veličin. Jinými slovy, jak náhodná proměnlivost určité vstupní veličiny ovlivňuje (v porovnání s ostatními) náhodnou proměnlivost sledovaného chování konstrukce (např. průhybu atd.).

Pokud srovnáme tradiční deterministické metody s metodami stochastickými, je nutné u druhých především vyzdvihnout jejich schopnost postihnout celé spektrum možných řešení problému a modelovat mnohem reálněji skutečné chování konstrukcí. Řečeno velmi jednoduše, deterministické metody jsou založeny na určitých charakteristických hodnotách vstupních veličin. Tyto hodnoty reprezentují v závislosti na uvažované veličině určité minimální, maximální nebo průměrné hodnoty, které jsou obvykle voleny na základě předcházejících zkušeností z celého spektra všech možných hodnot. To, že existuje celé spektrum možných hodnot, je jen důsledkem toho, že tyto veličiny jsou svojí podstatou veličinami náhodnými. Pokud tedy využijeme pouze jednu hodnotu z mnoha možných, zanedbáváme jednak vědomě existující cenné informace o náhodné proměnlivosti, ale současně se i zbavujeme možnosti posuzovat spolehlivostní hledisko celého problému. V případě spolehlivostních metod jsou ovšem nejistoty vzaty do úvahy a přímo začleněny do příslušné analýzy a je tedy možné je považovat za zpřesnění existujících výpočetních modelů.

### 3.2 POPIS NUMERICKÝCH SIMULAČNÍCH METOD

Simulační metody jsou nedílnou součástí stochastických modelů, ve kterých není závislost mezi vstupními veličinami a sledovaným výstupem explicitně matematicky vyjádřitelná, ale je zprostředkována více či méně složitým algoritmem realizovaným na počítači. Nejistoty týkající se konkrétních hodnot vstupních veličin můžeme při analýze zohlednit tak, že tyto veličiny chápeme jako náhodné veličiny s příslušným rozdělením pravděpodobnosti a s příslušnými statistickými parametry. Předpokládejme, že souvislost vektoru náhodných vstupních veličin (dále vstupních veličin)  $\{X\} = \langle X_1, X_2, \dots, X_K \rangle^T$ , kde  $K$  je počet vstupních veličin, a hodnoty výstupu  $Y$  je jednoznačně dána vztahem

$$Y = f(\{X\}) \quad (1)$$

kde operátor  $f(\cdot)$  představuje libovolný deterministický výpočetní model ve tvaru algoritmu realizovaném na počítači.

Podstatou simulačních metod je opakované vyčíslení vztahu (1) pro několik realizací vektoru vstupních veličin  $\{X\}$ , tj.  $\{x\}_1, \{x\}_2, \dots, \{x\}_N$ , kde  $N$  je počet simulací, jejichž prvky splňují určité požadavky. Výsledkem numerické simulace je statistický soubor dat  $\{y\} = \langle y_1, y_2, \dots, y_N \rangle^T$ . Jeho dalším zpracováním získáme podklady pro statistickou, citlivostní a pravděpodobnostní analýzu. V případě, kdy počet simulací je velmi malý, což je obecně případ složitých výpočetních modelů, je nutno vybrat realizace  $\{x\}_n$  zvláště opatrně.

Tím, co jednotlivé simulační metody od sebe odlišuje, je především strategie volby realizací vstupních veličin. Pro řešení problémů spolehlivostní analýzy existuje celá řada simulačních metod [1], [2]. Specifickou skupinu z nich tvoří metody vhodné pro potřeby statistické a citlivostní analýzy složitých a časově velmi náročných problémů. Z řady metod přicházejících do úvahy mají praktický význam pouze:

1. jednoduchá metoda Monte Carlo (Simple Random Sampling, Monte Carlo Method),
2. metoda LHS (Latin Hypercube Sampling),
3. metoda ULHS (Updated Latin Hypercube Sampling),
4. Response Surface Method.

V dalším je pozornost zaměřena především na metodu LHS a metodu ULHS, které jsou pro analýzu složitých problému nejperspektivnější.

### 3.3 ZHODNOCENÍ METODY LHS A ULHS

Z teoretických rozborů a provedených numerických studií (např. [2], [5], [6], [7], [8], [9]) vyplývají následující závěry týkající se metody LHS a metody ULHS:

1. Je možné teoreticky zdůvodnit, že obě metody poskytují nestranné odhady skupiny statistik, do které patří mj. střední hodnota, obecné momenty a průběh distribuční funkce.

2. Je možné teoreticky zdůvodnit, že odhady těchto statistik získané oběma metodami mají menší rozptyl a jsou tedy přesnější a spolehlivější než při použití jiných simulačních metod při stejném počtu simulací za předpokladu, že příslušný výpočetní model je monotónní funkcí každé náhodné vstupní veličiny.

3. Odhady dalších velmi často používaných statistických parametrů (variační koeficient, šikmost, minimální a maximální hodnota v souboru) jsou přesnější a spolehlivější než u jednoduché metody Monte Carlo při stejném počtu simulací.

4. Metody mají celou řadu variant a dalších možností použití.

5. Pokud je výpočetní model složitý a výpočet časově náročný, je možné jednoznačně doporučit použití těchto metod pro zjišťování odhadů výše uvedených statistických parametrů. Pokud je to možné, je vhodné dát přednost metodě ULHS před metodou LHS.

6. Obě metody jsou použitelné i v případech, kdy se pracuje s prostorovým rozdělením pravděpodobnosti (využitelnost tohoto v praxi – s výjimkou teoretických úvah – je však minimální, neboť v současné době jsou naše znalosti o prostorových rozděleních skutečných náhodných veličin v podstatě nulové; také matematický popis těchto rozdělení – s výjimkou prostorového normálního rozdělení – neexistuje).

7. Použití všech uvedených metod pro potřeby pravděpodobnostní analýzy (např. výpočtu pravděpodobnosti poruchy) je v porovnání s pokročilými simulačními metodami omezené. Pokud kládeme zvýšené požadavky na přesnost vyčíslení pravděpodobnosti poruchy, je nutné použít některou z pokročilých metod. V tomto případě však nesmí být výpočetní model příliš složitý a časově náročný, neboť nutný počet simulací se vždy pohybuje řádově ve stovkách a tisících.

8. V případě složitých a tudíž časově velmi náročných výpočtů, při kterých jsou pokročilé metody nepoužitelné, jsou metody ULHS (příp. LHS) často jedinou možností, jak pravděpodobnostní analýzu provést. V tomto případě se ovšem nedoporučuje vyčíslovat přímo pravděpodobnost poruchy (jakýmikoliv postupy), ale použít pro kvantifikaci spolehlivosti index spolehlivosti  $\beta$  daný vztahem

$$\beta = \frac{\bar{y} - y_{lim}}{s_y} \quad (2)$$

kde  $\bar{y}$  a  $s_y$  jsou střední hodnota resp. směrodatná odchylka získané s vysokou přesností a spolehlivostí ze statistické analýzy a  $y_{lim}$  je daná mez, pravděpodobnost jejího překročení či podkročení určujeme. Odhad pravděpodobnosti poruchy  $p_f$  (resp. pravděpodobnosti překročení či podkročení dané meze) je poté možné získat ze vztahu

$$p_f = G(-\beta) \quad (3)$$

kde  $G$  je distribuční funkce normálního rozdělení pravděpodobnosti.

## 4 SPOLEHLIVOSTNÍ ANALÝZA TUHÉ VOZOVKY

Je provedena komplexní spolehlivostní analýza svislých posunutí tuhé vozovky, hlavních normálových napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  vznikajících v bodech horního a dolního povrchu betonové desky vozovky a průběhu hlavních normálových napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  po tloušťce vozovky, a to ve všech vrstvách až do nominální hloubky cca 3 m [10], [11], [12], [13]. Hlavní napětí  $\sigma_1$  představuje extrémní hodnotu tahových napětí, zatímco napětí  $\sigma_3$  představuje extrémní hodnotu tlakových napětí. Tyto veličiny mají dominantní význam pro hodnocení namáhání a porušování konstrukce, neboť představují extrémní hodnoty normálového napětí v daném bodě, které zde vznikají v důsledku prostorového stavu napjatosti.

Pro analýzu chování tuhé vozovky je využit výpočtový model NAV (numerická analýza vozovky) založený na metodě konečných prvků [14], [15], jehož autorem je Ing. Jiří Vrba. Model je navržen jako prostorový (3D), přičemž jako geometrický prostor se modeluje nejenom betonová deska, ale i všechny konstrukční vrstvy. Velká pozornost je věnována modelování kontaktu betonové desky s další vrstvou a spolupůsobení sousedících desek ve spárách. V těchto oblastech dochází ke vzniku tzv. kontaktního problému, kdy se přenáší pouze tlakové namáhání a nepřenáší se tah. Navržený model spolupůsobení desek ve spáře se snaží postihnout alespoň některé z objektiv-



ních jevů, které zde nastávají. Sousedící desky totiž ve spáře vzájemně spolupůsobí, a to prostřednictvím vzájemného dotyku, prostřednictvím materiálu a provedení spáry a konečně i přenosem prostřednictvím dalších vrstev. Tyto jevy jsou modelovány navržením vhodného tvaru spáry, vložením kontaktních prvků a také modelováním přítomnosti materiálu ve spáře.

Tímto postupem je velmi výstižně modelováno zvedání rohů a středů desek v důsledku přítomnosti teplotního zatížení, odtržení desky od pod ní ležící vrstvy, či vzájemné působení desek ve spárách. Výše popsané kontaktní problémy se zahrnují do tzv. konstrukční nelinearity. Řešení tohoto nelineárního problému v rámci MKP poté probíhá v jednotlivých iteračních krocích, přičemž se používá Newton-Raphsonova iterační metoda. Vliv změny teploty horního a dolního povrchu desky je zahrnut ve fyzikálně-konstitutivních vztazích.

#### 4.1 POPIS STUDIE

Komplexní spolehlivostní analýza je provedena s cementobetonovou vozovkou určenou pro vyšší intenzitu provozu. Rozměry jednotlivých desek jsou  $7,5 \times 3,75$  m. Modelovány jsou vždy čtyři sousedící desky oddělené příčnými a podélnými spárami plus příslušné další vrstvy podkladu a podloží až do hloubky cca 3 m, a to nejenom pod vlastními deskami, ale i v blízkém okolí. Jako zatížení se v analýze respektuje vliv vlastní tíhy cementobetonové desky, teplotního spádu daného rozdílem teplot mezi horním a dolním povrchem desky a vnějšího zatížení majícího charakter osamělého břemene o intenzitě 50 kN ve vzdálenosti 0,25 m od hrany desky. Celkové namáhání vozovky je dáno současným působením všech tří zdrojů zatížení.

V rámci studie byla provedena statistická a citlivostní analýza:

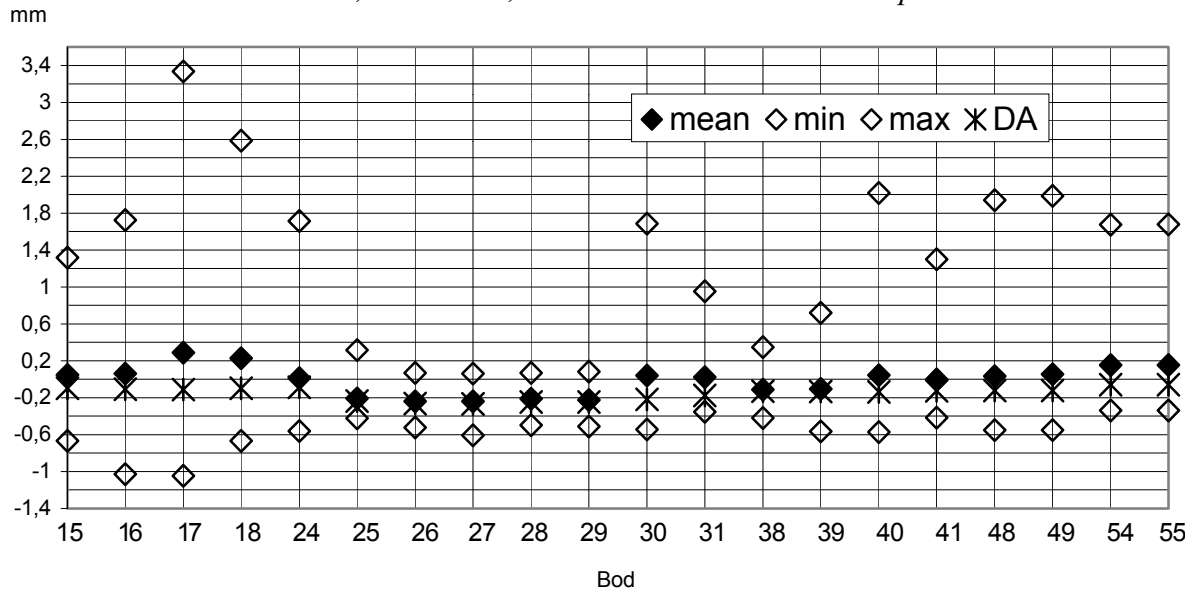
1. svislých posunutí povrchu betonové desky v celkem 53 bodech konstrukce,
2. hlavních normálových napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  v celkem 53 bodech horního i dolního povrchu betonové desky,
3. hlavních normálových napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  v 53 svislých řezech vozovkou, a to v celkem 636 bodech pokrývajících všechny vrstvy vozovky.

Jako vstupní veličiny, o kterých se předpokládá, že jsou zatíženy nejistotami a které tudíž pokládáme za náhodné veličiny, jsou uvažovány tloušťky jednotlivých vrstev, fyzikálně-mechanické vlastnosti jednotlivých materiálů, charakter spár a teplota horního a dolního povrchu desky. Jejich statistické parametry byly podrobně odvozeny a respektují nejenom jejich náhodnou proměnlivost, ale i vliv nedodržení nominálních parametrů na stavbě (vliv činnosti člověka) a objektivní vliv naší vlastní neznalosti statistických parametrů v důsledku jejich nedosažitelnosti a nedostatečného experimentálního výzkumu. Pro potřeby spolehlivostní analýzy je použita metoda ULHS s celkem 20 simulacemi.

#### 4.2 SVISLÁ POSUNUTÍ BETONOVÉ DESKY

Nominální hodnoty posunutí desky mají ve všech bodech charakter průhybů, přičemž největší průhyby (až 0,27 mm) jsou v oblasti zatížení osamělým břemenem. Na druhou stranu střední hodnoty posunů vykazují v jednotlivých bodech jak průhyby (až 0,24 mm v oblasti zatížení osamělým břemenem), tak i nadzdvihávání (až 0,38 mm ve vnějších rozích). Nejmenší rozdíly mezi nominálními a středními hodnotami jsou v bodech v blízkosti zatížení osamělým břemenem a v blízkosti vnitřní podélné spáry zatížené desky přiléhající k místu zatížení. Naopak největší rozdíly jsou ve vnějších rozích a hranách desek a obecně v nezatížených a vzdálenějších deskách a také v bodech v blízkosti příčné spáry sousedící nezatížené desky. Potvrzuje se, že klasický výpočet provedený s nominálními nebo středními hodnotami vstupních veličin v žádném případě neposkytuje informaci o průměrném chování konstrukce, v tomto případě posunutí.

Obr. 1 Minimální, maximální, střední a nominální hodnota posunutí



Interval, v kterém se posunutí na reálné vozovce mohou vyskytovat, je značný. Největší nadzdvihnutí (až 3,5 mm) vykazují body ve vnějších rozích všech desek a vnitřních rozích všech nezatižených desek. Největší průhyb (až 1,3 mm) vykazují body v rozích vnějších podélných hran všech desek. Ve všech bodech bez výjimky může dojít v reálné vozovce jak k nadzdvihávání, tak i k prohýbání.

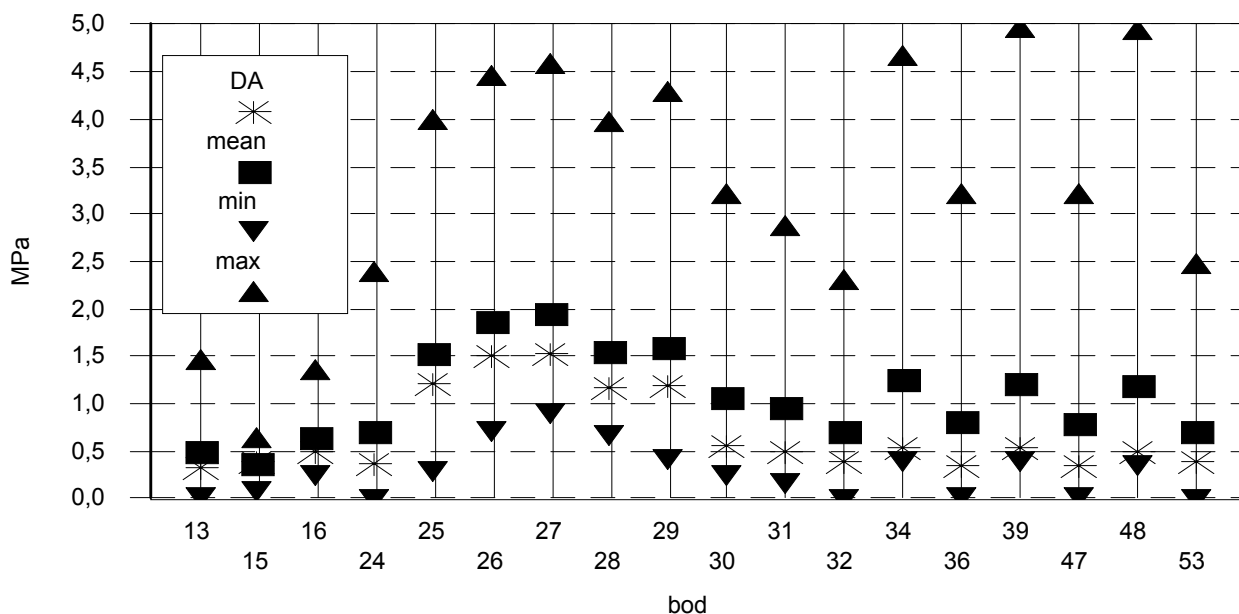
Posunutí jednotlivých bodů vykazují značnou náhodnou proměnlivost. Zcela nejmenší je interval mezi minimálními a maximálními hodnotami v bodech v blízkosti místa zatížení, relativně malý i u části podélných okrajů zatížené a sousedící nezatižené desky. Naopak největší je tento interval v bodech nejvzdálenějších od místa zatížení, a to především v rozích vnějších podélných hran všech desek. Možný interval hodnot posunutí není vzhledem ke středním hodnotám umístěn symetricky, což implikuje obecně nenulovou šikmost. Šikmost je až na výjimku kladná a především nabývá značných hodnot. Nejmenší šikmost a tedy nejvíce symetrické rozdělení je v bodech v blízkosti zatížení a v blízkosti vnitřního rohu zatížené desky.

Posunutí jednotlivých bodů je ovlivňováno náhodnou proměnlivostí vstupních veličin rozdílně. Na některé body má vliv pouze minimální počet vstupních veličin. Např. posunutí bodů v rozích a středech všech desek jsou ovlivňována pouze dvěma veličinami – dominantní vliv má teplota horního a dolního povrchu betonové desky, tj. teplotní spád. Nejvíce bodů (celkem 59) je ovlivňováno teplotou horního a dolního povrchu betonové desky a modulem pružnosti podloží (34). U těchto veličin je možné považovat vliv za velmi velký (teplota) nebo velký (modul pružnosti). Určitý vliv má i šířka příčné spáry (21), přičemž tento vliv je možné považovat za mírný až velký.

### 4.3 HLAVNÍ NAPĚTÍ $\sigma_1$

Hlavní napětí  $\sigma_1$  představuje extrémní hodnotou tahových napětí. Nominální hodnoty na dolním povrchu mají ve všech bodech charakter tahových napětí, zatímco u horního povrchu se vyskytují jak tahová, tak i tlaková napětí. Nominální hodnoty se pohybují v intervalu 0,3 až 1,6 MPa u dolního povrchu a v intervalu -0,05–1,1 MPa u horního povrchu. Průměrné hodnoty na obou površích mají ve všech bodech charakter tahových napětí, jsou obecně vždy větší než nominální

Obr. 2 Základní statistiky napětí  $\sigma_1$  v některých bodech dolního povrchu betonové desky



a pohybují se v intervalu 0,4–2,0 MPa u dolního povrchu a v intervalu 0,2–1,4 MPa u horního povrchu. Nominální i průměrné hodnoty dosahují největších hodnot v blízkosti osamělého zatížení.

Interval, ve kterém se napětí na reálné vozovce mohou vyskytovat, je značný, přičemž větší napětí a tudíž větší pravděpodobnost vzniku tahových trhlin vzniká na dolním povrchu. V případě dolního povrchu dosahují maxima tahových napětí hodnoty až 5,3 MPa, v případě horního povrchu hodnoty až 3,3 MPa. Největší tahová napětí na dolním povrchu vykazují body v blízkosti zatížení, body všech desek v blízkosti podélné spáry a zvláště body v jejich rozích. Maximální napětí v řadě bodů dosahuje hodnot, kdy je reálný vznik tahových trhlin. Největší tahová napětí na horním povrchu vykazují body v blízkosti zatížení a body všech desek na příčných osách symetrie.

Napětí v jednotlivých bodech vykazuje značnou náhodnou proměnlivost. Možný interval hodnot není vzhledem ke středním hodnotám umístěn symetricky, což implikuje obecně nenulovou hodnotu šikmosti. Hodnoty šikmosti jsou až na výjimku kladné a v některých bodech nabývají značné velikosti.

Napětí  $\sigma_1$  v jednotlivých bodech obou povrchů je ovlivňováno náhodnou proměnlivostí vstupních veličin rozdílně. Na některé body dolního povrchu má vliv pouze minimální počet vstupních veličin. Např. napětí v bodech v oblasti zatížení, středech všech desek či na podélném okraji zatížené desky jsou ovlivňována pouze dvěma či třemi veličinami. Největší počet vstupních veličin – osm – má vliv na body dolního povrchu ve vnějších rozích zatížené a sousedící desky. Nejvíce bodů dolního povrchu (celkem 61) je ovlivňováno teplotou horního a dolního povrchu betonové desky. U těchto veličin je možné považovat vliv za velmi velký. Určitý vliv má i modul pružnosti materiálu spáry (25), Poissonův souč. vrstvy 3 (23) a šířka příčné spáry (22). Tento vliv je možné obecně považovat za mírný, v případě modulu pružnosti a šířky spáry v určitých bodech až za velký. Jako dominantní se zcela jednoznačně projevuje ve většině bodů dolního povrchu vliv teploty horního a dolního povrchu betonové desky.

#### 4.4 HLAVNÍ NAPĚTÍ $\sigma_3$

Hlavní napětí  $\sigma_3$  představuje extrémní hodnotou tlakových napětí. Nominální hodnoty na horním povrchu mají ve všech bodech charakter tlakových napětí, zatímco u dolního povrchu se vy-

skytují i minimální tahová napětí v oblasti zatížení osamělým břemenem. Nominální hodnoty se pohybují v intervalu -0,1 až -2,2 MPa u horního povrchu a v intervalu 0,1 až -0,5 MPa u dolního povrchu. Průměrné hodnoty mají na obou površích desky stejný charakter jako nominální hodnoty, jsou však obecně vždy větší a pohybují se v intervalu -0,7 až -2,8 MPa u horního povrchu a v intervalu 0,1 až -1,0 MPa u dolního povrchu.

Interval, ve kterém se napětí na reálné vozovce mohou vyskytovat, je značný, přičemž větší napětí vzniká na horním povrchu. Maxima napětí zde dosahují hodnoty až -7,3 MPa, v případě dolního povrchu hodnoty až -4,9 MPa. Nejedná se tedy o hodnoty, které by se blížily pevnosti betonu v tlaku. Největší tlaková napětí na horním povrchu vykazuje většina bodů na příčné ose symetrie každé desky a v blízkosti styku všech čtyř desek, na dolním povrchu jsou to body v některých rozích desek.

Napětí v jednotlivých bodech vykazuje značnou náhodnou proměnlivost. Možný interval hodnot napětí není vzhledem ke středním hodnotám umístěn symetricky, což implikuje obecně nennulovou hodnotu šikmosti. Hodnoty šikmosti v bodech horního povrchu jsou až na výjimku záporné a v některých bodech nabývají značné velikosti.

Napětí  $\sigma_3$  v jednotlivých bodech obou povrchů je ovlivňováno náhodnou proměnlivostí vstupních veličin rozdílně. Na horním povrchu má zcela dominantní vliv teplota horního a dolního povrchu betonové desky, tj. teplotní spád. Vliv ostatních veličin je nulový. Na dolním povrchu má stále dominantní vliv teplota horního a dolního povrchu betonové desky, ovšem vliv dalších veličin již není zanedbatelný. Je možné zmínit především vliv šířky příčné spáry, dále i mechanické vlastnosti betonu, tloušťku vrstvy 2 a modul pružnosti vrstvy 3.

#### **4.5 PRAVDĚPODOBNOST VZNIKU TAHOVÝCH TRHLIN V BETONOVÉ DESCE**

Jak vyplynulo z dílčích závěrů statistické analýzy, vznikají v některých bodech především dolního (ale i horního) povrchu betonové desky značná tahová napětí, přičemž maximum dosahuje hodnoty okolo 5,3 MPa. Napětí tak v řadě bodů dosahuje hodnot, kdy je reálný vznik tahových trhlin. Pokud s přihlédnutím k materiálovým vlastnostem užitého betonu budeme uvažovat průměrnou pevnost betonu v tahu 3,0 MPa, je v bodech dolního povrchu desky okolo místa zatížení a v rozích všech desek u podélné spáry pravděpodobnost větší než 5 %, že tahové napětí je větší než průměrná pevnost v tahu a pravděpodobnost větší než 1 % existuje ve většině zbývajících bodech na okrajích a ve středech všech desek. V bodech v oblasti zatížení a v rozích všech desek v místě jejich hypotetického styku je pravděpodobnost větší než 1 %, že tahové napětí je větší než pevnost v tahu okolo 5 MPa. To již znamená, že v těchto bodech téměř s jistotou můžeme předpokládat přítomnost tahových trhlin v reálné vozovce.

#### **4.6 HLAVNÍ NAPĚTÍ PO TLOUŠŤCE VOZOVKY**

Největší rozdíl mezi nominálními a průměrnými hodnotami je u obou napětí obecně v betonové desce a v některých případech i ve vrstvě 2. Nejmenší rozdíl je v těchto vrstvách v bodech v oblasti zatížení. Interval možných hodnot napětí v reálné konstrukci je v betonové desce a vrstvě 2 značně široký. Navíc se ukazuje, že některé body jsou namáhány jak tahovými, tak i tlakovými napětími bez ohledu na pozici zatížení, a to pouze v důsledku přítomnosti zatížení od teplotního pole. Existence namáhání na únavu i při statickém zatížení je zřejmá. Ve vrstvě 3 a 4 je rozdíl mezi nominální a průměrnou hodnotou a stejně tak i interval mezi minimální a maximální hodnotou zanedbatelný. Je to ovšem dáno minimálními hodnotami napětí v těchto vrstvách v porovnání s napětími ve vrstvě 2 a především v betonové desce.

Na kontaktu betonové desky a vrstvy 2 vznikají v případě napětí  $\sigma_1$  značné diskontinuity. Existuje tak hypotetická možnost lokálního posunutí dolního povrchu desky vůči hornímu povrchu vrstvy 2. Ve vrstvě 2 vznikají tahová napětí až 1,3 MPa. Znamená to, že namáhání betonové desky tahovými napětími se částečně do této vrstvy přenáší. V závislosti na vlastnostech materiálu potom existuje i možnost vzniku tahových trhlin ve vrstvě 2.

Napětí jsou v jednotlivých bodech ovlivňována náhodnou proměnlivostí vstupních veličin rozdílně. V případě napětí  $\sigma_1$  se v jednotlivých bodech projevuje dominantní vliv teplotního spádu. Výjimkou jsou pouze některé body v betonové desce a na jejím kontaktu s vrstvou 2, kde je vliv možné považovat za mírný až velký. Taktéž v bodech v blízkosti zatížení je tento vliv obecně slabší než ve vzdálenějších bodech. V jednotlivých bodech v blízkosti příčné spáry se projevuje i výrazný vliv šířky příčné spáry. Ve většině z těchto bodů je také v tomto případě výraznější vliv materiálu spáry a tření ve spáře. Ve vzdálenějších bodech je vliv šířky či vlastností spáry minimální či žádný. V jednotlivých bodech podloží a příp. vrstvy 3 v blízkosti zatížení se projevuje vliv materiálových vlastností podloží.

Taktéž v případě napětí  $\sigma_3$  se v jednotlivých bodech projevuje dominantní vliv teplotního spádu. Výjimkou jsou pouze některé body v betonové desce a na jejím kontaktu s vrstvou 2, kde je vliv možné považovat za mírný až velký. Absolutní výjimkou je oblast zatížení, kde je tento vliv obecně mnohem slabší. V blízkosti zatížení se projevuje vliv většího počtu veličin než ve vzdálenějších bodech. V blízkosti zatížení se také projevuje velmi výrazný vliv modulu pružnosti podloží a vliv tloušťek a materiálových vlastností všech konstrukčních vrstev. Mimo oblast zatížení je vliv těchto veličin zcela zanedbatelný. V jednotlivých bodech se projevuje i vliv šířky příčné spáry.

## 5 SPOLEHLIVOSTNÍ ANALÝZA PRŮŘEZU Z RECYKLOVANÉHO BETONU

Cílem práce je posoudit vliv přítomnosti recyklovaných součástí různé kvality v betonu na mezní únosnost průřezů vyrobených z těchto betonů a vyztužených betonářskou výztuží, které jsou namáhány na prostý ohyb [16], [17], [18], [19]. Pozornost je věnována statistické analýze mezního momentu únosnosti – tj. rozboru vlivu náhodné proměnlivosti vstupních veličin na statistické parametry mezního momentu. Je provedena parametrická studie, a to v závislosti na měnící se šířce a výšce průřezu pokrývající celé reálně možné spektrum vyráběných prvků, procentu vyztužení od minimální do maximální hodnoty a konečně v závislosti na vlastnostech betonu s různou kvalitou a množstvím příměsí recyklovaných složek. Pro potřeby výpočtu mezního momentu únosnosti je zvolen deterministický výpočetní model vycházející z normy ČSN P ENV 1992-1-1 (1994) [20].

### 5.1 POPIS STUDIE

Předpokládá se, že průřezy jsou vyrobeny z betonu třídy C20/25 a betonářské oceli S500. Průřez je vyztužen jednou vrstvou výztuže v tažené oblasti a je namáhán prostým ohybem. Nominální hodnota vzdálenosti těžiště výztuže od spodního okraje průřezu je 0,03 m. Výsledkem statistické analýzy jsou odhady základních statistických parametrů – střední hodnota, směrodatná odchylka, variační koeficient, šikmost, špičatost, minimální a maximální hodnota, kvantily a vhodné rozdělení pravděpodobnosti – mezního momentu únosnosti pro každý z analyzovaných průřezů v závislosti na řadě parametrů.

Parametry, jejichž vliv na výsledek analýzy se sleduje, jsou šířka průřezu, výška průřezu, procento vyztužení a vlastnosti betonu s příměsí recyklovaných složek. Šířka průřezu se mění v intervalu 0,1–2,0 m a výška v intervalu 0,1–1,0 m. Analyzováno je celkem 31 různých rozměrů průřezu. Hodnoty procenta vyztužení jsou voleny tak, aby pokrývaly jejich možný interval. Minimální

hodnota je rovna 0,15 %, maximální hodnota je 4,0 %, přičemž další mezilehlé hodnoty jsou 0,2, 0,3, 0,5, 0,8, 1,1, 1,5, 2,0 a 2,8 %. Celkem se tedy analýza pro každý průřez provádí pro 10 různých hodnot procenta vyztužení. Jsou uvažovány čtyři typy betonu odpovídající třídě betonu C20/25 (označeny typ 1 až 4) s příměsí složek z recyklovaného betonu. Charakteristika těchto typů je následující:

typ 1 – kvalitní beton obsahující pouze hrubý betonový recyklát,

typ 2 – kvalitní beton obsahující hrubý i jemný betonový recyklát v poměru cca 8 : 1,

typ 3 – méně kvalitní beton obsahující hrubý i jemný betonový recyklát v poměru cca 3 : 1,

typ 4 – nejméně kvalitní beton obsahující hrubý i jemný betonový recyklát v poměru cca 1 : 1, příp. další recyklované příměsi (např. zbytky zdiva).

Pro srovnání výsledků vlivu recyklátu v betonu na výsledky statistické analýzy je zvolen standardní beton třídy C20/25, který je označen jako typ 0. Dále je určována hodnota normového mezního momentu získaného dle [20], tj. s uvažováním charakteristických hodnot a dílčích součinitelů materiálu. Jedná se o hodnotu mezního momentu, která se uplatňuje v příslušných dimenzačních podmínkách jako odpor (bariéra) konstrukce. Analýza se vždy provádí pro každý rozměr průřezu, každé procento vyztužení a každý typ betonu. Celkem je tudíž analyzováno 1 550 různých variant betonového průřezu.

Jako náhodné vstupní veličiny, jejichž vliv na náhodnou proměnlivost mezního momentu únosnosti je sledován v závislosti na výše zmíněných parametrech, jsou zvoleny: pevnost betonu v tlaku, pevnost betonářské výztuže, modul pružnosti betonářské výztuže, výška průřezu, šířka průřezu a poloha betonářské výztuže v průřezu měřená od spodního okraje (tj. krytí výztuže). Základní statistické parametry standardního betonu třídy C20/25 jsou uvedeny v předpisu [20]. Protože pro betony s příměsí recyklátu neexistují reprezentativní informace o jejich statistických parametrech, byly s uvážením výše uvedených faktů a s přihlédnutím k prvním experimentálním výsledkům tyto parametry jednotlivých typů betonu zodpovědně odhadnuty. Přitom se pro každý typ betonu s recyklátem (typ 1 až 4) statistiky vztahovaly ke statistikám standardního betonu (typ 0) jako určitý násobek jeho střední hodnoty a variačního koeficientu. Tyto násobitelé se uvažovaly svojí konzervativní hodnotou, tj. na straně bezpečnosti. O všech vstupních veličinách se zjednodušeně předpokládá, že jsou vzájemně statisticky nezávislé a jsou popsány normálním rozdělením pravděpodobnosti. Pro potřeby statistické analýzy je použita metoda Monte Carlo (Simple Random Sampling).

## 5.2 STŘEDNÍ HODNOTA

Střední hodnota se pochopitelně zvyšuje s rostoucí výškou, šířkou a procentem vyztužení. Přítomnost recyklátu v betonu se projevuje poklesem střední hodnoty. Do hodnoty procenta vyztužení cca 0,8– 1 % je tento pokles velmi malý, v podstatě zanedbatelný, není významnější rozdíl mezi jednotlivými betony a tudíž přítomnost recyklátu se nijak významně neprojevuje. Při vyšších hodnotách vyztužení dochází k diferenciaci jednotlivých betonů a pokles je významný – činí až 20 % v porovnání se standardním betonem. Trend poklesu střední hodnoty není nijak ovlivněn šířkou či výškou průřezu, ale pouze přítomností, charakteristikou a kvalitou recyklátu v betonu. Nárůst středních hodnot i normové hodnoty s procentem vyztužení není obecně v žádném případě lineární, přičemž s rostoucím procentem vyztužení se nárůst snižuje. Přitom čím méně kvalitní beton, tím nižší přírůstek střední hodnoty s rostoucím vyztužením.

Normová hodnota mezního momentu je jednotlivými analyzovanými typy betonu zaručena s různou spolehlivostí. Normovou hodnotu je totiž možné definovat jako určitý kvantil rozdělení pravděpodobnosti mezního momentu. Protože se pro jednotlivé typy betonu od sebe odlišují, mimo jiné, střední hodnoty, bude se jistě odlišovat i pravděpodobnost, s jakou bude normová hodnota garantována. Nejméně příznivý stav je pro beton typ 4.

### 5.3 VÝBĚROVÉ ROZPĚTÍ

Rozpětí se zvyšuje s procentem vyztužení, klesající kvalitou betonu a relativně se snižující výškou průřezu. Vliv šířky průřezu se neprojevuje.

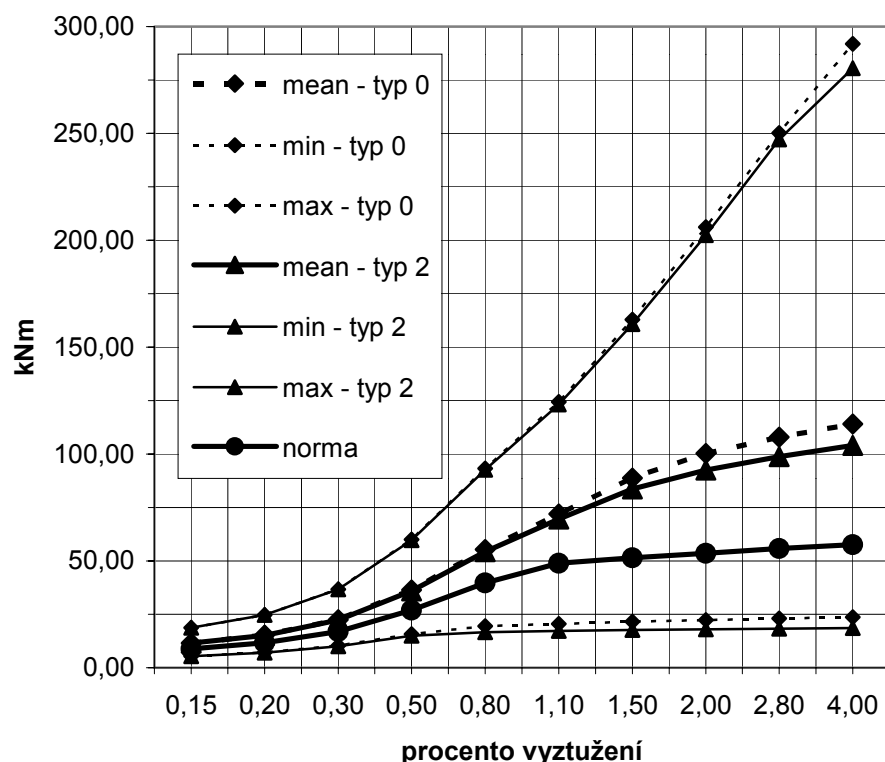
Průběhy minimálních a maximálních hodnot mají zcela odlišné trendy. Maximální hodnoty plynule rostou (obecně nelineárně) s procentem vyztužení, přičemž trend tohoto růstu je po grafické stránce v podstatě totožný pro všechny průřezy bez ohledu na jejich výšku či šířku. Přítomnost recyklátu v betonu se projevuje poklesem maximálních hodnot, přičemž rozdíl mezi jednotlivými betony je výraznější až pro vysoká procenta vyztužení.

V průbězích minimálních hodnot se na rozdíl od maximálních hodnot projevuje nejen vliv procenta vyztužení, ale i výrazný vliv kvality betonu a výšky průřezu. Vliv šířky průřezu je neznamatelný. Přítomnost recyklátu v betonu se projevuje poklesem minimálních hodnot, přičemž vliv je mnohem výraznější než na maximální hodnoty. Výrazné rozdíly mezi jednotlivými betony jsou již u nízkých procent vyztužení a s rostoucí výškou se rozdíl dále prohlubuje.

Normová hodnota momentu únosnosti je vždy vyšší než získané minimální hodnoty s výjimkou průřezů z kvalitního betonu vyšších než 0,2 m a vyztužených do cca 0,8 %, kdy jsou normové a minimální hodnoty v podstatě totožné. Znamená to, že pro většinu možných případů existuje reálná možnost, že moment únosnosti takového průřezu bude nižší než normová hodnota zaručená a garantovaná normou.

Existují extrémní rozdíly mezi maximální a minimální hodnotou momentu únosnosti, které

Obr. 3 Mezní moment únosnosti -  $B = 2,0m$ ,  $H = 0,1m$

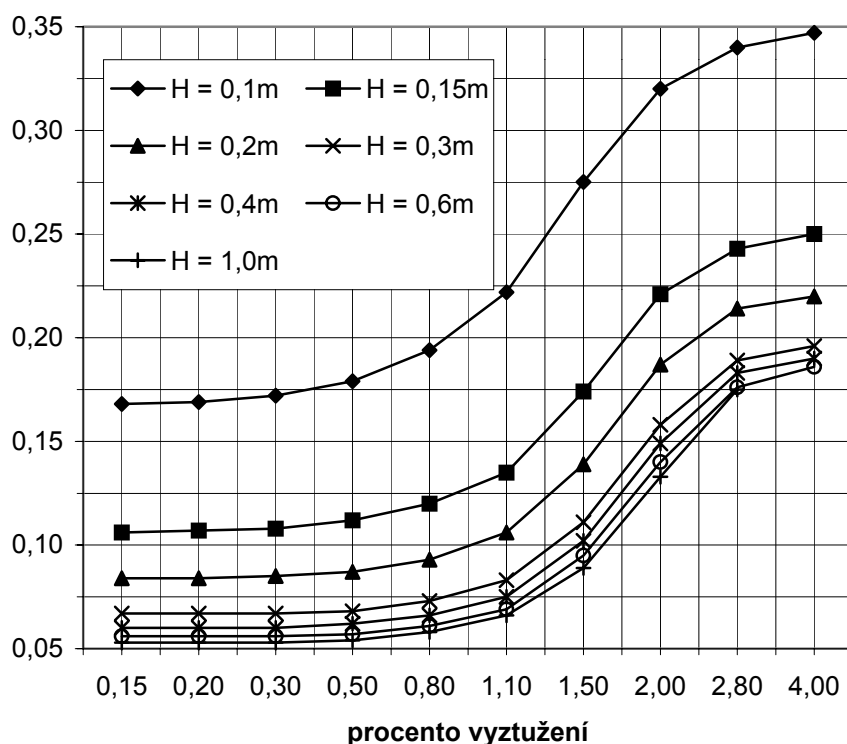


v důsledku náhodné proměnlivosti vstupních veličin mohou jinak nominálně identické průřezy vykazovat. Tyto rozdíly se zvětšují s rostoucím procentem vyztužení, s klesající výškou průřezu a s klesající kvalitou betonu v důsledku přítomnosti recyklátu. V extrémních případech průřezů malých výšek cca 0,1 m může být maximální hodnota u betonu typ 0 cca 12× vyšší než minimální, u betonu typ 2 až 15× a u nejméně kvalitního betonu typ 4 dokonce až 22× vyšší.

## 5.4 VARIÁČNÍ KOEFICIENT

Variační koeficient se zvyšuje s rostoucím procentem vyztužení, klesající výškou a kvalitou betonu. Vliv šířky průřezu je zanedbatelný. Rozdílné chování vykazují nízké průřezy do cca 0,2 m, které vykazují podstatně vyšší variační koeficienty v porovnání s průřezy vyššími. Pro průřez výšky 0,1 m je při nízkých procentech vyztužení do cca 1 % variační koeficient až 3× vyšší a při vysokých procentech vyztužení nad cca 2,0 % až 2× vyšší než u průřezů s výškou nad 0,2 m. Obdobně např. pro průřez vysoký 0,15 m je toto zvýšení 2 resp. 1,3násobné. Tento trend je totožný pro všechny analyzované betony.

Obr. 4 Beton typ 2 - variační koeficient



Zcela odlišné hodnoty variačního koeficientu vykazují málo vyztužené a naopak vysoce vyztužené betony. Vysoce vyztužené betony mají variační koeficient až 3,5× vyšší než málo vyztužené. U malých procent vyztužení není žádný rozdíl mezi jednotlivými betony, zatímco u vyšších vykazují kvalitnější betony nižší variační koeficient. U průřezu výšky 0,1 m je minimální hodnota variačního koeficientu cca 0,17 totožná pro všechny typy betonů, maximální hodnota je cca 0,33 pro kvalitní beton (typ 0) a cca 0,36 pro

nejméně kvalitní beton (typ 4). Pro vyšší průřezy je minimální hodnota variačního koeficientu v intervalu cca 0,05–0,07, maximální hodnota v intervalu cca 0,16–0,17 pro kvalitní beton a cca 0,21 pro nejméně kvalitní beton.

Nárůst variačního koeficientu s procentem vyztužení je nejprve velmi pozvolný, přičemž není žádný větší rozdíl mezi jednotlivými typy betonu. Od určité hranice vyztužení růst prudce akceleruje a dochází k diferenciaci betonů, kdy u méně kvalitních betonů je nárůst rychlejší. Po dosažení další hranice růst opět zvolňuje, přičemž rozdíly mezi jednotlivými typy betonu zůstávají zachovány.

Zvyšování hodnoty variačního koeficientu obecně negativně ovlivňuje spolehlivost konstrukce. Závisí samozřejmě také na střední hodnotě, přesto se dá konstatovat, že přítomnost recyklátu v betonu se prostřednictvím zvýšení variačního koeficientu negativně promítne do spolehlivosti konstrukce, přičemž horší důsledky nastanou u více vyztužených průřezů.



## 5.5 VHODNÉ ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOTI

Specifickou statistikou sledovanou při statistické analýze byl odhad vhodného rozdělení pravděpodobnosti pro popis náhodného chování momentu únosnosti. Obecně platí, že často používané normální rozdělení není vždy tím nejvhodnějším, neboť nulová šikmost a neomezení rozdělení do nekonečna pro něj charakteristické je v realitě vlastností spíše výjimečnou. Navíc pokud se budeme zabývat otázkou pravděpodobnosti poruchy, tj. zabývat se vyhodnocováním malých hodnot pravděpodobnosti, mohou být výsledky získané použitím různých rozdělení odlišné až o několik řádů. Volba vhodného rozdělení je v tomto případě velmi důležitá.

Pro konkrétní rozměr průřezu se s rostoucím procentem vyztužení obecně mění typ vhodného rozdělení pravděpodobnosti pro popis náhodného chování mezního momentu únosnosti. Typ vhodného rozdělení je především závislý na výšce průřezu a procentu vyztužení. Projevuje se i vliv recyklátu v betonu, i když jen v některých případech. Naopak vliv šířky průřezu je minimální. Obecně nejvhodnějším rozdělením se jeví rozdělení Pearson III, normální rozdělení a log-normální rozdělení. Minimálně se objevuje Weibullovo rozdělení a téměř vůbec useknuté normální.

## 5.6 PORUŠENÍ MATERIÁLU

Poslední sledovanou veličinou bylo, jaký materiál dosažením svého mezního protažení a tudíž svým porušením rozhodoval během 5 000 opakování výpočtu o dosažení mezního momentu únosnosti průřezu. Dále bylo sledováno, zda skutečností, že o dosažení mezní únosnosti rozhoduje porušení betonu či oceli, je možné vysvětlit některé trendy týkající se vlivu procenta vyztužení, rozměrů průřezů i kvality betonu na sledované statistiky mezního momentu únosnosti – střední hodnotu, výběrové rozpětí, variační koeficient a příp. vhodné rozdělení pravděpodobnosti.

S rostoucím procentem vyztužení se zvyšuje pravděpodobnost porušení betonu a klesá pravděpodobnost porušení oceli, což je pochopitelné. Porušení betonu je také pravděpodobnější pro nižší průřezy a méně kvalitnější betony. Vliv šířky průřezu se neprojevuje.

U kvalitních betonů do vyztužení cca 0,3 % jednoznačně dominuje porušení oceli. Jedinou výjimkou jsou průřezy do výšky cca 0,1 m, kdy je touto hranicí vyztužení cca 0,2 %. S klesající kvalitou betonu v důsledku přítomnosti recyklátu se hranice s dominantním vlivem porušení oceli postupně snižuje k hodnotě 0,2 %. Opět výjimkou jsou velmi nízké průřezy 0,1 m, kdy tato hranice začíná již u vyztužení 0,15 %. Pokud je vyztužení vyšší než výše uvedená hranice, začíná rychle o dosažení mezní únosnosti rozhodovat porušení betonu. Tento trend je rychlejší pro nižší průřezy a méně kvalitní betony. Od hranice vyztužení 0,8 % dominuje porušení betonu. Tato hranice je téměř pevná a není ovlivněna ani výškou průřezu ani kvalitou betonu.

Existencí dvou hranic vyztužení, které rozhodují, zda k dosažení mezní únosnosti dojde dominantně porušením oceli, dominantně porušením betonu a nebo k ní může dojít jak porušením betonu, tak oceli, je možné vysvětlit řadu trendů typických pro střední hodnotu, výběrové rozpětí, variační koeficient a příp. vhodné rozdělení pravděpodobnosti. Jak známo, náhodná proměnlivost pevnosti oceli je podstatně menší než náhodná proměnlivost pevnosti betonu. Pro nízká procenta vyztužení do cca 0,2–0,3 % tak rozhoduje pevnost oceli s menší náhodnou proměnlivostí, pro vyztužení větší než 0,8 % rozhoduje pevnost betonu s mnohem větší náhodnou proměnlivostí. Pro mezilehlá procenta vyztužení v závislosti na řadě faktorů může rozhodovat jak pevnost oceli tak pevnost betonu.

V případě střední hodnoty mezního momentu únosnosti je tímto možné vysvětlit fakt, že do úrovně 0,8–1 % vyztužení se přítomnost recyklátu na střední hodnotu nijak významně neprojevuje a není tedy větší rozdíl mezi jednotlivými betony. Teprve od této hranice se totiž dominantně projevuje vliv diferenciací pevnosti betonu (snížení střední hodnoty a zvýšení náhodné proměnlivosti v důsledku přítomnosti recyklátu) pro jednotlivé typy betonu, a to jako důsledek dominantního

vlivu porušení betonu na dosažení mezní únosnosti. Do této hranice se více či méně projevuje vliv oceli a tudíž diference je velmi malá. Také je tímto možné vysvětlit, proč do určité hranice cca 1 % vyztužení je nárůst únosnosti s růstem vyztužení více či méně lineární, zatímco nad touto hranicí nelineární a především výrazně pomalý.

Obdobné závěry se týkají i výběrového rozpětí, konkrétně faktu, že od určité hranice vyztužení výběrové rozpětí výrazně roste a projevuje se vliv přítomnosti recyklátu a vliv výšky průřezu (především velmi nízkých průřezů). Pokud totiž od určité hranice vyztužení o porušení rozhoduje pevnost betonu s větší náhodnou proměnlivostí, je jistě pravděpodobnější, že maximální hodnoty mohou být výrazně větší než minimální. Pravděpodobnost, že o porušení bude rozhodovat beton, přitom roste s klesající kvalitou betonu a klesající výškou, a tudíž zvýšení výběrového rozpětí je toho pouze logickým důsledkem.

Zcela stejnými argumenty je možné zdůvodnit u variačního koeficientu, proč u více vyztužených průřezů je variační koeficient mezního momentu únosnosti podstatně větší než u méně vyztužených, a taktéž proč je větší u nízkých průřezů než u vysokých. Opět je to důsledek faktu, že v těchto případech rozhoduje pevnost betonu charakterizovaná větší náhodnou proměnlivostí, a proto důsledkem je i větší náhodná proměnlivost momentu únosnosti.

## 6 ZÁVĚR

V práci jsou ukázány možnosti moderních simulačních metod při řešení praktických problémů stavebního inženýrství. Použití simulačních metod znamená další pokrok ve schopnosti přesněji, spolehlivěji a výstižněji řešit daný problém, neboť respektují a do výpočtu zavádějí vliv celé řady reálně existujících nejistot týkajících se konkrétních hodnot veličin vstupujících do výpočtu. Umožňují získat reálnější pohled na chování konstrukce, umožňují navrhnout konstrukci pro určitou předem stanovenou úroveň spolehlivosti, stanovit meze (extrémy), v kterých se realizovaná konstrukce bude pohybovat, a konečně i doplnit či nahradit experimentální metody.

Pozornost je v práci zaměřena na simulační metody vhodné pro potřeby statistické, citlivostní a příp. i pravděpodobnostní analýzy složitých a tudíž časově velmi náročných problémů. Z těchto metod je možné doporučit především metodu ULHS a metodu LHS, které po všech stránkách vyhovují potřebám stávajících spolehlivostních analýz specifických problémů stavebního inženýrství. Je možné teoreticky zdůvodnit, že obě metody poskytují nestranné odhady skupiny statistik, do které patří mj. střední hodnota, obecné momenty a průběh distribuční funkce, a že odhady těchto statistik získané oběma metodami mají menší rozptyl a jsou tedy přesnější a spolehlivější než při použití jiných simulačních metod při stejném počtu simulací. Také odhady dalších velmi často používaných statistických parametrů (variační koeficient, šikmost, minimální a maximální hodnota v souboru) jsou přesnější a spolehlivější než např. u jednoduché metody Monte Carlo při stejném počtu simulací. Pokud je to možné, je vhodné dát obecně přednost metodě ULHS před metodou LHS.

Jsou definovány tři oblasti problémů, v kterých simulační metody nalézají uplatnění – ve výrobní praxi (zvláště v oblasti hromadně vyráběných konstrukcí či prvků), v normotvorné činnosti a v projekční praxi (zvláště při analýze jedinečných či složitě působících konstrukcí). Možnosti metod jsou v práci ilustrovány na dvou konkrétních případech spolehlivostní analýzy stavebních konstrukcí – analýzy tuhých (betonových) vozovek a parametrické studii náhodného chování ohýbaných průřezů z recyklovaného betonu. První z nich reprezentuje úlohu využívající složitý výpočetní model založený na nelineární variantě MKP. Druhý příklad reprezentuje úlohu, kdy časová náročnost je dána množstvím analyzovaných variant.

Spolehlivostní analýze je podroben reálný typ tuhé vozovky. V konkrétním případě se ukazuje, že svislá posunutí vykazují v jednotlivých bodech konstrukce hodnoty s oběma znaménky, tj. ve všech bodech betonové desky bez výjimky dochází jak k průhybům, tak i k nadzdvihávání, při-

čemž extrémny dosahují řádově milimetrových hodnot. Jako dominantní se u posunutí jednoznačně projevuje vliv zatížení od teplotního pole, význam má i modul pružnosti podloží, šířka a charakter příčné spáry a samozřejmě intenzita vnějšího zatížení. Také hlavní normálová napětí vykazují ve většině bodů betonové desky hodnoty s oběma znaménky, tj. dochází jak ke vzniku tahových, tak i tlakových napětí. K tomuto jevu dochází přesto, že se neuvažuje dynamické zatížení. Přítomnost namáhání na únavu i při statickém zatížení je zřejmá. Jako dominantní se jednoznačně projevuje vliv zatížení od teplotního pole, význam má i modul pružnosti materiálu a šířka příčné spáry a samozřejmě intenzita vnějšího zatížení. V některých bodech dolního (ale i horního) povrchu betonové desky vznikají značná tahová napětí, přičemž maximum dosahuje hodnoty okolo 5,3 MPa. Především v bodech dolního povrchu v oblasti zatížení a v rozích všech desek v místě jejich hypotetického styku je značná pravděpodobnost překročení pevnosti betonu v tahu, což znamená, že v těchto bodech téměř s jistotou můžeme předpokládat přítomnost tahových trhlin v reálné vozovce.

Z rozsáhlé parametrické studie chování ohybaných průřezů vyrobených z betonu s příměsí recyklátu vyplývá, že vliv recyklátu v betonu se negativně projevuje na mezní moment únosnosti. Se snižující se kvalitou betonu v důsledku přítomnosti recyklátu se snižuje střední hodnota mezního momentu a zvyšuje se interval, v kterém se moment únosnosti může vyskytovat. Tento trend je přitom ovlivněn procentem vyztužení a výškou průřezu a nijak nezávisí na šířce. Negativní důsledky se projevují především u nízkých průřezů do cca 0,2 m a průřezů vyztužených nad hodnotu cca 0,8 %. Normová hodnota mezního momentu je jednotlivými analyzovanými typy betonu zaručena s různou spolehlivostí. Obecně se samozřejmě nejedná o nic neočekávaného či dokonce závadného, neboť normové předpisy založené na metodě parciálních součinitelů spolehlivosti vše zaručují pouze s určitou spolehlivostí kvantifikovanou pravděpodobností porušení či indexem spolehlivosti. Problém je v tom, že ačkoliv normové předpisy by měly garantovat (pokud samozřejmě není řečeno jinak) stejnou spolehlivost všech průřezů bez ohledu na rozměry, kvalitu betonu, procento vyztužení a přítomnost či nepřítomnost recyklátu v betonu, v realitě tomu tak není a tato spolehlivost bude vždy u betonů s příměsí recyklátu menší než v případě standardního betonu bez příměsí recyklátu. Samozřejmě to neznamená, že průřezy vyrobené z recyklovaného betonu jsou či musí být nespolehlivé – stále mohou předpisům vyhovovat a podmínky spolehlivosti splňovat. Důležité ovšem je, že současné normy vliv přítomnosti recyklátu na spolehlivost průřezu namáhaného na prostý ohyb nepostihují, a tudíž neposkytují oporu při jejich navrhování.

## 7 LITERATURA

- [1] Nelson, B. M.: A Perspective on Variance Reduction in Dynamic Simulation Experiments. J. Statist. Comput. Simul., 16, 1987, č. 2, str. 385–426.
- [2] McKay, M. D. – Beckman, R. J. – Conover, W. J.: A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. Technometrics, 1979, č. 2, str. 239–245.
- [3] Florian, A.: Moderní numerické simulační metody – přehled. Stavební obzor, 1998, č. 2, str. 60–64.
- [4] Florian, A. – Navrátil, J. – Stráský, J.: Moderní metody analýzy mostních konstrukcí. Fond rozvoje VŠ 95, projekt č. 685/94, FAST VUT v Brně, 1994.
- [5] Iman, R. L. – Conover, W. J.: Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models, With an Application to Risk Assessment. Commun. Statist., 1980, č. A9, str. 1749–1842.
- [6] Florian, A.: Teoretické základy metody Latin Hypercube Sampling, Její varianty a možnosti použití. v.u. III-3-1/05, FAST VT v Brně, 1990.

- [7] Florian, A.: Srovnání přesnosti a spolehlivosti odhadů některých statistických parametrů metodou Latin Hypercube Sampling a metodou Simple Random Sampling. v.u. III-3-1/05, FAST VUT v Brně, 1990.
- [8] Florian, A.: Metoda Updated Latin Hypercube Sampling – srovnání přesnosti a spolehlivosti odhadů některých statistických parametrů metodou Latin Hypercube Sampling a metodou Updated Latin Hypercube Sampling. Příloha IIIc, závěrečná zpráva d. ú. III-3-1/05, FAST VUT v Brně, 1990.
- [9] Florian, A.: An Efficient Sampling Scheme: Updated Latin Hypercube Sampling. J. Probabilistic Engineering Mechanics, 7, 1992, č. 2, str. 123–130.
- [10] Florian, A.: Spolehlivostní analýza tuhých vozovek – výsledky I. Výzkumná zpráva, projekt č. S301/120/601, Min. dopravy ČR, FAST VUT v Brně, 1998.
- [11] Florian, A.: Spolehlivostní analýza tuhé vozovky – svislá posunutí. Stavební obzor, 1999, č. 3, str. 70–76.
- [12] Florian, A.: Spolehlivostní analýza napětí v betonové desce tuhých vozovek. Inžinierske stavby, 1999, č. 4, str. 128–134.
- [13] Florian, A.: Spolehlivostní analýza průběhu napětí po tloušťce tuhé vozovky. Stavební obzor, 1999, č. 7, str. 193–198.
- [14] Vrba, J. – Florian, A.: Studie vlivu teplotního pole na chování betonových vozovek. Výzkumná zpráva, Fond rozvoje VŠ 96, projekt č. 0773/96, FAST VUT v Brně, 1996.
- [15] Vrba, J. – Florian, A.: Zpřesněný výpočtový model betonových vozovek – I. fáze. Výzkumná zpráva, projekt č. S301/120/601, Min. dopravy ČR, FAST VUT v Brně, 1997.
- [16] Florian, A.: Statistická analýza náhodného chování obdélníkového průřezu z recyklovaného betonu namáhaného prostým ohybem – parametrická studie. výzkumný záměr CEZ J22/98:261100008, FAST VUT v Brně, 2000.
- [17] Florian, A.: Mezní únosnost průřezu z recyklovaného betonu - statistická analýza. konference Spolehlivost a diagnostika v dopravní technice 2000, Univerzita Pardubice, 2000, str. 11–16.
- [18] Florian, A.: Spolehlivost ohýbaných průřezů z recyklovaného betonu. konf. Betonářské dny 2001, Pardubice, 2001.
- [19] Florian, A.: Parametrická studie náhodného chování ohýbaných průřezů z recyklovaného betonu – 1. část, Stavební obzor, 2002, č. 1, str. 7–10.
- [20] ČSN P ENV 1992-1-1 (1994) – Navrhování betonových konstrukcí, Část 1.1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, Český normalizační institut, 1994.

### IMPROVED ANALYSIS OF STRUCTURES WITH RESPECT TO UNCERTAINTIES IN INPUT VARIABLES

In the last years, the stochastic models begin to be widely used in analyses of structures. The reliability methods are able to incorporate the uncertainties in input variables into the analysis. In the case of complex computational models based on numerical methods (e.g. Finite Element Method) the special simulation techniques for statistical, sensitivity as well as probability analysis are to be used. The modern simulation techniques for statistical, sensitivity as well as probability analysis of complex and time consuming problems are described. Updated Latin Hypercube Sampling and Latin Hypercube Sampling appear to be the most appropriate tools for reliability analyses of specific structural problems. The examples of reliability analysis of two problems are provided to illustrate the possibilities of such methods in civil engineering practice.

The reliability analysis of the real concrete pavement is performed. The computational model is based on nonlinear Finite Element Method. Four concrete slabs, all other layers and longitudinal and transverse joints are modeled as 3D space. Joints, contact of slabs in joints, contact of concrete slab and subsequent layer, and loading from temperature changes are modeled in detail. Layer thicknesses, mechanical properties of layer material, characteristics of joints, and temperature on both surfaces of concrete slab are supposed to be random variables. The modern simulation technique Updated Latin Hypercube Sampling with 20 simulations is used. The results of statistical, sensitivity and reliability analysis of deflections in totally 53 points of slab surface, the results of analysis of principal stresses  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  in totally 53 points of upper and lower slab surface, and the results of analysis of principal stresses  $\sigma_1$  and  $\sigma_3$  in totally 636 points in all pavement layers are discussed.

The complex parametric reliability analysis of reinforced concrete cross-section shows possibilities in code based problems. The influence of recycled concrete on ultimate capacity of reinforced cross-sections is analysed taking into account the random properties of input variables. The statistical analysis is performed in the form of a parametric study with respect to different dimensions of cross-sections, different amount of mild steel, and different amount and quality of recycled components. The following input variables are supposed to be random ones - strength of concrete, strength and modulus of mild steel, width and depth of cross-section, and position of mild steel in cross-section. Totally 1550 different reinforced cross-sections are statistically analysed. The Simple Random Sampling Method is used for statistical analysis. Results are compared with standard concrete and with design values from ČSN P ENV 1992-1-1 (Eurocode).