

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta stavební

Dr. Ing. Jaroslav Smutný

**ČASOVĚ FREKVENČNÍ ANALÝZA
STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ A MATERIÁLŮ**

**TIME-FREQUENCY ANALYSIS OF CONSTRUCTIONAL
STRUCTURES AND MATERIALS**

ZKRÁCENÁ VERZE HABILITAČNÍ PRÁCE



BRNO 2002

KLÍČOVÁ SLOVA

Časově frekvenční analýza, experimentální analýza stavebních konstrukcí, dílců a materiálů

KEY WORDS

Time frequency analysis, experimental analysis of constructional structures, elements and materials

MÍSTO ULOŽENÍ PRÁCE

Pedagogicko-vědecké oddělení VUT FAST v Brně

© Jaroslav Smutný, 2002

ISBN 80-214-2166-5

ISSN 1213-418X

OBSAH

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| PŘEDSTAVENÍ AUTORA..... | 4 |
| 1 ÚVOD | 5 |
| 2 SOUČASNÝ STAV | 5 |
| 3 ČASOVĚ FREKVENČNÍ ANALÝZA | 6 |
| 3.1 Lineární metody časově frekvenční analýzy | 8 |
| 3.1.1 <i>Krátkodobá Fourierova transformace</i> | 8 |
| 3.1.2 <i>Transformace Wavelet</i> | 9 |
| 3.2 Nelineární metody časově frekvenční analýzy | 10 |
| 3.2.1 <i>Wigner-Villeho transformace</i> | 10 |
| 3.2.2 <i>Kvadratické, časově a frekvenční transformace z Cohenovy třídy</i> | 11 |
| 3.2.3 <i>Kvadratické, afinní časově frekvenční transformace</i> | 12 |
| 4 VÝSLEDKY A HODNOCENÍ..... | 14 |
| 5 ZÁVĚR..... | 18 |
| 6 POUŽITÁ LITERATURA..... | 20 |
| 7 SUMMARY | 21 |

PŘEDSTAVENÍ AUTORA

Jaroslav Smutný se narodil v roce 1961 v Brně. Středoškolská studia ukončil na SPŠ strojní maturitou v roce 1980. Vysokoškolská studia zakončil na Fakultě elektrotechnické Vysokého učení technického v Brně v roce 1985 obhajobou diplomové práce v oboru „Elektrotechnologie - technologie elektronických zařízení“.

Po absolvování vysoké školy byl zaměstnán u oborového podniku Tesla Eltos nejdříve ve funkci samostatného odborného pracovníka, později ve funkci vedoucího střediska mikroelektroniky.

V roce 1988 odešel pracovat na Katedru dopravních staveb Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně. Zde působil do roku 1991 ve funkci odborného pracovníka pro vědu a výzkum. Po rozdělení této katedry pracuje dosud na Ústavu železničních konstrukcí a staveb ve funkci odborného asistenta.

V roce 1998 získal akademicko-vědecký titul „Dr.“ po úspěšném obhájení disertační práce na téma „Moderní metody analýzy hluku a vibrací aplikované na kolejovou dopravu“ v oboru 36-06-9 Teorie konstrukcí.

V rámci pedagogické činnosti se věnuje výuce odborných předmětů magisterského studia (4. a 5. ročník) a doktorského studia (obor 36-06-9 Teorie konstrukcí - Experimentální metody a měřicí technika, Geografické informační systémy a jejich využití v dopravě). Současně se podílí na vedení prací studentské tvůrčí činnosti a na vedení diplomových prací. Je autorem nebo spoluautorem více jak 100 příspěvků v časopisech a sbornících zahraničních i tuzemských konferencí a 5 vysokoškolských skript.

V rámci vědecko-výzkumné činnosti se věnuje zejména problematice geografických informačních systémů, teorii zpracování měřených signálů, analýze hluku a vibrací zejména od kolejové dopravy, měření a analýze kolejnicových vad, modelování konstrukcí.

Je úspěšným řešitelem, spoluřešitelem a odborným spolupracovníkem několika grantů VUT, MŠMT a GAČR.

K jeho pracovní náplni patří rovněž zabezpečení chodu výpočetní a měřicí techniky Ústavu železničních konstrukcí a staveb. Do konce roku 2001 zabezpečoval za Fakultu stavební licenční program firmy Microsoft Education Select.

Je členem České akustické společnosti, dále členem „Time & frequency user club“ (klub National Physical Laboratory sdružující aktivní uživatele časově frekvenčních metod signálové analýzy) a členem České asociace pro geoinformace.

1 ÚVOD

Pozorování a zkušenost jsou hlavními a směrodatnými zdroji fyzikálního a zejména technického poznání. Technické děje v přírodě jsou často složité a nepřehledné, protože se u nich uplatňuje mnoho vlivů, jejichž účinky se skládají. Proto je zapotřebí přihlídnout ke všem okolnostem, které mohou mít vliv na průběh studovaného (měřeného) děje. Abychom pozorováním získali kvalitativní i kvantitativní hodnoty a vztahy, a tedy i "správné" zkušenosti, je nutné provádět měření fyzikálních resp. technických veličin "správným" způsobem.

Rozvoj stavebnictví, stejně jako ostatních vědeckých a technických oborů, klade zvýšené nároky na kvalitu výroby a tím i na měřicí techniku, která má podávat informace o stavu fyzikálních, či technických veličin popisujících zkoumané objekty nebo procesy.

Cílem každého měření a následné analýzy je určit skutečný stav měřených systémů, určit příčiny nedostatků nebo dávat podklady o správné činnosti měřeného systému. Měření pak umožňuje získat informace pro návrh (projekci) nových materiálů, prvků či konstrukcí, kontrolu dodržování technologické kázně, zajištění spolehlivosti, bezpečnosti, hospodárnosti provozu atd. Měření můžeme definovat jako zjištění objektivní (skutečné) velikosti měřené veličiny.

Celkovým cílem pozorování není jen shromažďování změřených hodnot, ale také jejich třídění a uvádění do vzájemných souvislostí, tedy jejich analýza a interpretace.

S rozvojem techniky v posledních letech ve všech oblastech a disciplínách dochází k situaci, kdy se dramaticky změnil přístup k projektování. Změnila se filosofie přístupu, která znamená přechod od klasického statického dimenzování k projektování na základě vyšetřování dynamických sil a modelování. Důkladné pochopení příčin statických a zejména dynamických jevů ve stavebních strukturách a konstrukcích je jedním ze základních požadavků pro úspěšnou realizaci projektu.

Testování stavebních konstrukcí, materiálů a prvků představuje většinou měření, či kontrolu jejich statických a dynamických vlastností s cílem poznat konstrukční možnosti tolik nezbytné pro jejich nejefektivnější použití a využití. Dynamické i statické problémy konstrukcí a struktur jsou obvykle doprovázeny zvýšenou úrovní hluku a vibrací. Jakmile začneme tyto jevy studovat, zjistíme přímou vazbu na dynamické síly, které jsou strukturou ovlivňovány prostřednictvím vnitřních vlastností (statické a dynamické stability, tuhosti, tlumení apod.). Analýzou signálů se dostaneme od projevů k analýze struktur, tedy k příčinám.

2 SOUČASNÝ STAV

S rozvojem výpočetní techniky se stále více uplatňují zařízení, která spojují výpočetní a měřicí techniku a to jak v oblasti vlastního měření a jeho automatizace, tak i v oblasti analýzy. Technická měření jsou proto stále více organizována jako digitální.

Pro měření a zpracování analogových veličin digitálními technikami je třeba vybudovat měřicí trasu, na jejímž počátku je prostředí s měřenými vzruchy (tlak, teplota, deformace, zrychlení, akustický tlak a pod.) a na konci je počítač s vhodným softwarovým prostředím umožňujícím zpracování naměřených hodnot.

Pro popis náhodných signálů jsou často používány statistické charakteristiky. Pro kvantitativní popis přesnosti odhadu jsou používány relativní chyby a pravděpodobnostní intervaly spolehlivosti. Mezi nejpoužívanější odhadované statistické charakteristiky patří střední hodnota, rozptyl, střední kvadratická hodnota, případně autokorelační funkce.

V oblasti vyhodnocování technických signálů má rozsáhlé použití frekvenční analýza [4] prezentována různými typy spekter. Jejich výpočet z matematické definice je z časového hlediska velice náročný. Proto se jejich výpočty provádí pomocí vhodné ortogonální transformace. Nejvíce používanou transformací je Fourierova transformace, pro kterou existuje množství vhodných algoritmů výpočtu (např. algoritmus rychlé Fourierovy transformace). Poznamenejme, že Fourierovu transformaci je možno použít jak pro deterministický signál, tak i pro signál stochastický.

Poznamenejme, že zatím převládají praktické aplikace hodnocení výsledků měření "elementárními" metodami. V současné době existuje řada matematických postupů, kterými lze zpracovávat diskrétní data a které jsou obzvláště vhodné i pro zpracování nestacionárních signálů.

V technické praxi se však tyto metody objevují jen zřídka, přestože mohou poskytovat více informací o naměřených signálech. Tyto metody nebylo možné dříve používat z důvodu malé výkonnosti výpočetní a měřicí techniky. V současné době se tyto metody plně nevyužívají z důvodu malé informovanosti technické veřejnosti. Jde zejména o časově frekvenční transformace. Při aplikaci těchto metod k analýze časových signálů se získá obvykle více informací, než při použití klasických metod tím, že se časově lokalizují frekvenční složky, tj. určuje se např. velikost spektrální výkonové hustoty na jednotlivých frekvencích v příslušném časovém okamžiku.

3 ČASOVĚ FREKVENČNÍ ANALÝZA

Informace o jakémkoliv technickém, či fyzikálním ději je v signálu reprezentována časovými změnami okamžité hodnoty fyzikální veličiny, kterou signál popisuje. Přímé vyhodnocení časově amplitudové reprezentace není v mnoha aplikacích snadné a ani výhodné. Proto se provádí transformace signálu z časové do jiné oblasti. V některých případech lze získat důležité informace ve frekvenční oblasti. Pro přechod do této oblasti se používají různé druhy transformací a různé výpočetní metody, přičemž nejpoužívanější a nejznámější metodou je Fourierova transformace a její některé modifikace.

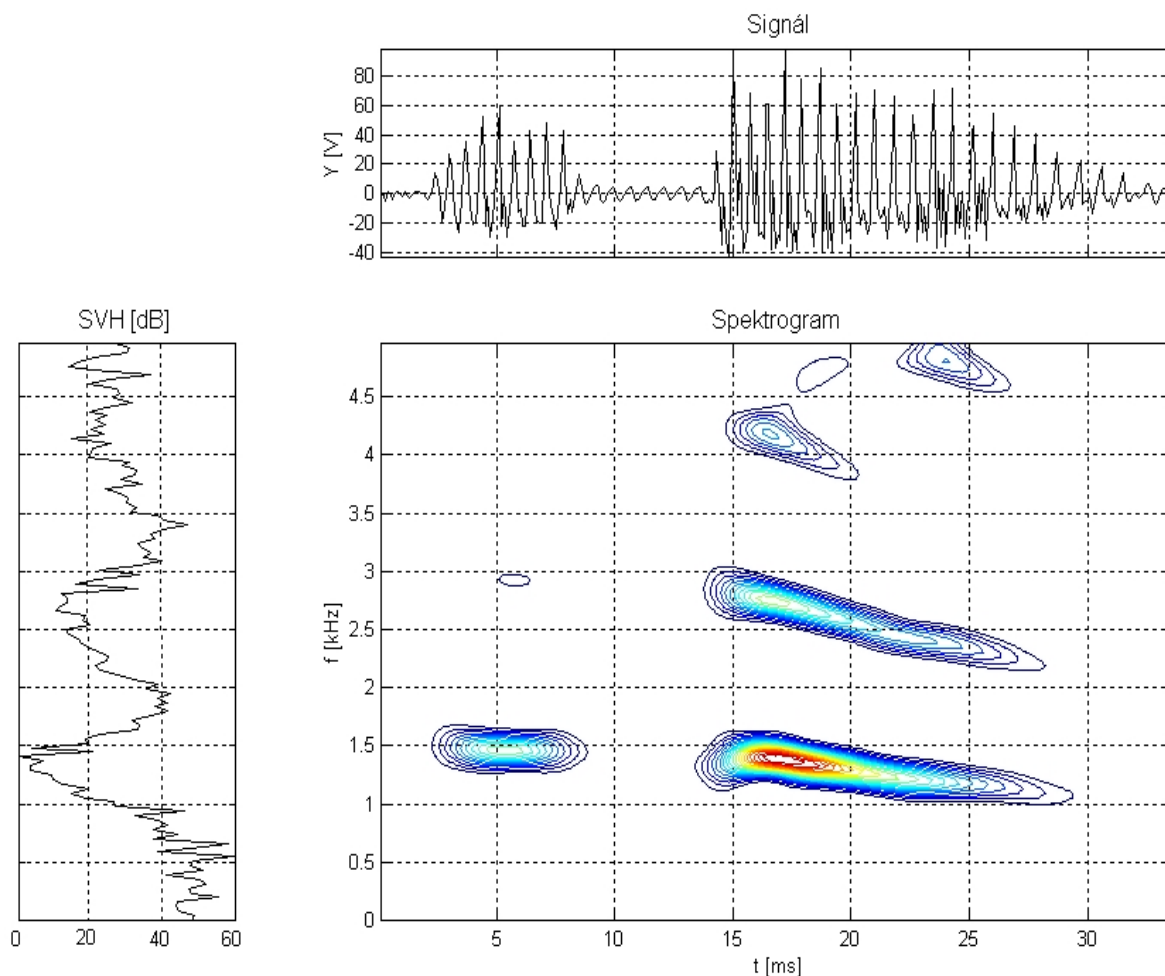
Je vhodné podotknout, že převážná většina reálných technických signálů je vědeckou a technickou odborností zařazována do oblasti nestacionárních signálů.

Fourierova transformace, případně její modifikace jsou techniky zvláště vhodné ke zpracování stacionárních signálů. Mohou být využity i pro analýzu přechodových a nestacionárních signálů, pokud nás zajímají pouze frekvenční komponenty obsažené v celém signálu. Nedávají nám přehled o časovém výskytu zejména důležitých frekvenčních složek.

Tato skutečnost je ukázána na obr. 3.1, který reprezentuje tři grafy – časovou historii měřené veličiny, závislost spektra na frekvenci a časově frekvenční závislost spektra. V horním grafu obr. 3.1 je zobrazen časový průběh snímané veličiny. Na tomto grafu jsou patrné dva shluky amplitud měřené veličiny v závislosti na čase. První shluk amplitud měřené veličiny se vyskytuje v časovém intervalu 2,5 ms až 8 ms, druhý pak v časovém intervalu 15 ms až 35 ms.

Na grafu obr. 3.1 vlevo dole je zobrazena spektrální výkonová hustota vypočítaná přímou aplikací Fourierovy transformace. V grafu jsou patrné význačné frekvence ve frekvenčních intervalech 1 kHz až 1,5 kHz, 2,5 až 3 kHz, 4 kHz až 4,5 kHz a 4,8 kHz. Prostřední graf obr. 3.1 zobrazuje časově frekvenční spektrogram. Jak ukazuje tento graf, časový průběh význačných frekvenčních komponent obsažených v měřeném signálu se podstatně liší. Klíčová frekvenční složka 1,5 kHz se vyskytuje v časovém intervalu 2,5 ms až 8 ms se svým maximem v čase 5 ms. Dále se pak objevuje v čase 14 ms a plynule přechází v časovém intervalu 15 ms až 30 ms do frekvence téměř 1 kHz.

Obdobný charakter má další důležitá frekvenční složka spektrální výkonové hustoty obsažená v měřeném signálu na frekvenci 2,8 kHz, která v časovém intervalu 14 ms až 26 ms plynule přechází do frekvence 2,2 kHz.



Obr. 3.1 Příklad časově frekvenční analýzy

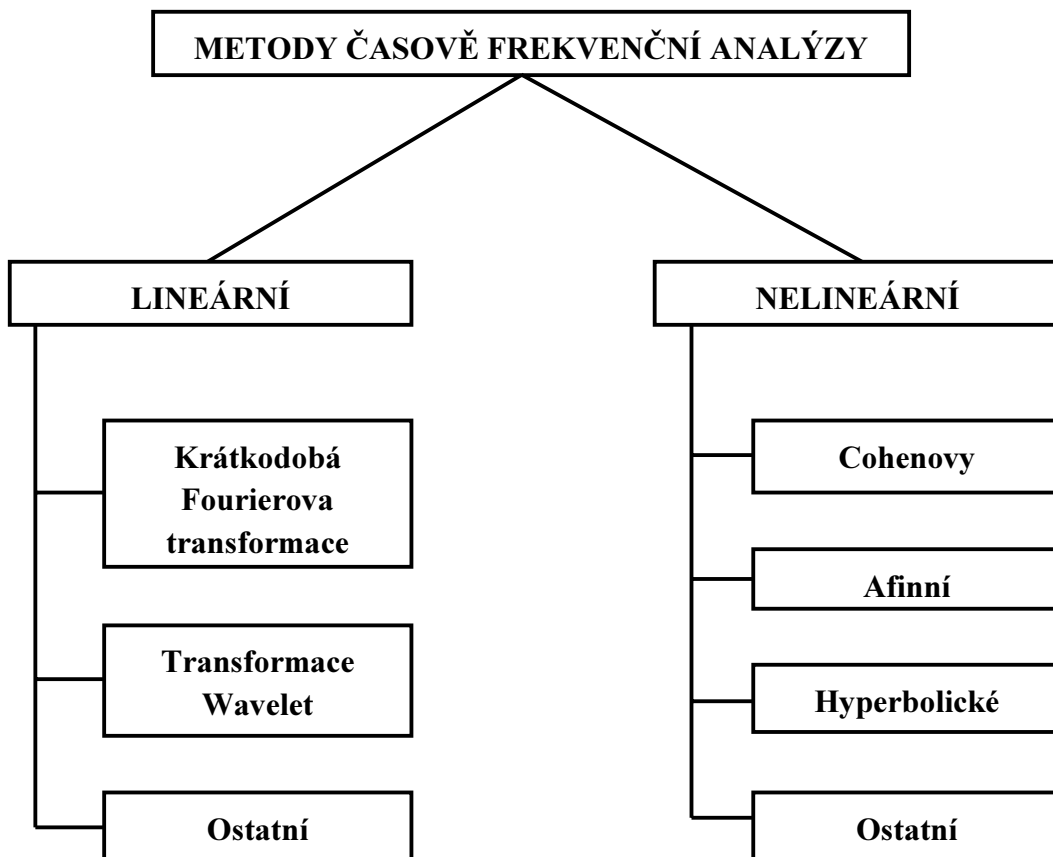
Lze tedy konstatovat, že pro určení časové lokalizace frekvenčních komponent nelze použít klasický postup frekvenční analýzy, ale je nutné využít jiné transformační postupy a jiné výpočetní metody.

Jedním z možných postupů, jak analyzovat časový výskyt frekvenčních složek přechodových a nestacionárních signálů, je použití tzv. časově frekvenčních postupů (transformací). Ty mohou být rozděleny podle výpočetního postupu do dvou základních tříd (obr. 3.2).

Výhodou lineárních transformací je zejména rychlost výpočtu a uspokojující časově frekvenční rozlišení. Hlavní nevýhodou lineárních transformací je skutečnost, že výsledné rozlišení v čase a frekvenci je limitováno tzv. Heisenbergovým principem neurčitosti:

$$\Delta f \cdot \Delta t \approx \text{konst} \quad (3.1)$$

Důsledkem principu neurčitosti je, že složka signálu neprezentuje bod v časově frekvenčním prostoru. Je tedy možné pouze určit její pozici uvnitř obdélníka $\Delta t \cdot \Delta f$ v dané časově-frekvenční oblasti (Δt představuje minimální časový interval – časový krok, Δf představuje minimální frekvenční interval – frekvenční krok).



Obr. 3.2 Rozdělení časově frekvenčních postupů

Z nelineárních postupů se dnes jeví pro praxi nejvhodnější zejména kvadratické metody. Ty představují druhou základní třídu časově frekvenčních transformací. Důležitá skupina kvadratických transformací jsou tzv. Cohenovy transformace.

Jde o všechny časově frekvenční postupy, které jsou invariantní k času a frekvenci. Kvadratické časově frekvenční transformace invariantní k času a měřítku tvoří druhou základní třídu, tzv. afinní transformace.

Charakteristickým rysem všech kvadratických transformací je skutečnost, že jejich výsledné rozlišení v čase a frekvenci není limitováno dříve uvedeným tzv. Heisenbergovým principem neurčitosti. Tato skutečnost zahrnuje vysokou rozlišovací schopnost v časově frekvenční rovině, která se projevuje "přesnou" lokalizací význačných frekvenčních komponent v čase. Jistou nevýhodou všech nelineárních postupů, zejména při zpracování reálných signálů s velkým počtem vzorků, je časová náročnost výpočtu a nároky na relativně velkou operační i diskovou paměť počítače. Další nevýhodou některých nelineárních transformací při zpracování určitých typů časových realizací může být existence „falešných“ interferenčních frekvenčních komponent.

3.1 LINEÁRNÍ METODY ČASOVĚ FREKVENČNÍ ANALÝZY

3.1.1 Krátkodobá Fourierova transformace

K nejdříve používaným časově frekvenčním postupům patří využití jisté modifikace Fourierovy transformace, nazývané dle postupu výpočtu Krátkodobá Fourierova transformace (STFT - Short Time Fourier Transform) [11, 12].

STFT lokalizuje frekvenční složky v čase s konstantním rozlišením. Základním principem metody je rozdělení signálu na dostatečně malé realizace, u nichž je možno předpokládat dostatečnou stacionaritu (příp. ergodicitu). To je provedeno multiplikací jisté okénkové funkce a signálu. Na každém takovém výřezu je provedena Fourierova transformace. Okénko se posouvá v čase. STFT poskytuje kompromis mezi časovou a frekvenční reprezentací signálů. Její definiční integrál je dán rovnicí

$$STFT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) \cdot g^*(t - \tau)] \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} \cdot dt, \quad (3.1.1)$$

kde g je okénková funkce, $*$ komplexní konjunkce, t je čas, τ časové posunutí okénka, $x(t)$ je časová reprezentace signálu a $STFT(\tau, f)$ je jeho časově-frekvenční reprezentace.

Z rovnice (3.1.1) plyne, že STFT je lineární a obecně komplexní transformace. Rekonstrukci signálu $x(t)$ je možné realizovat tzv. zpětnou (inversní) transformací dle vztahu

$$x(t) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} STFT(\tau, f) \cdot g(t - \tau) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} \cdot d\tau \cdot df \quad (3.1.2)$$

V technické praxi obvykle signál obsahuje význačné frekvenční složky různých řádů. Proto je někdy nevýhodou STFT skutečnost, že se aplikuje časové okno stejné šířky pro všechna frekvenční pásma a tudíž frekvenční oblast je rozdělena lineárně.

Přes určité omezení vyplývající z Heisenbergova principu neurčitosti a z něj pramenících omezení s výběrem vázící okénkové funkce a její šíře, se STFT stává jedním ze základních a rychlých přístupů pro časově frekvenční analýzu stacionárních i nestacionárních signálů.

Přesnost a vhodnost této metody závisí na volbě okénkové funkce, její velikosti a na případném překrytí jednotlivých segmentů. Aplikace metody vyžaduje získání určité zkušenosti pro „rozumné“ definování vstupních parametrů a také interpretaci jejího spektra.

3.1.2 Transformace Wavelet

Moderní a v poslední době rychle se rozšiřující metodou řešící problémy rozlišení v časové, frekvenční a časově-frekvenční oblasti, je transformace Wavelet (WT).

Jde o relativně novou metodu vhodnou pro analýzu zejména stacionárních, ale i nestacionárních a rychle se měnících signálů. Byla vyvinuta koncem osmdesátých let.

Obdobně jako STFT, také WT lokalizuje výskyt frekvenčních složek nestacionárních signálů v čase. WT poskytuje tzv. analýzu signálu s vícenásobným rozlišením, která se provádí aplikací postupně rozšiřované okénkové funkce. Signál je při této transformaci rozložen do sady jistých funkcí (zvaných waveletů) [9, 16]. Základní funkcí transformace je tzv. mateční wavelet. Další funkce jsou odvozovány z matečního waveletu jeho postupným rozšiřováním a posunem v čase. Po aplikaci transformace Wavelet může být původní signál rekonstruován inverzní transformací Wavelet.

Spojité Wavelet transformace je definována integrální rovnicí [9, 16]

$$WT(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \Psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) \cdot dt \quad (3.1.3)$$

kde τ je časové posunutí, s je měřítko, Ψ je transformační funkce, která se nazývá základní nebo-li mateční wavelet, $x(t)$ je analyzovaný signál a $WT(\tau, s)$ představuje koeficienty transformace

Wavelet. Pojem časové posunutí τ je použit ve stejném významu jako u STFT. Jedná se o relativní posun waveletu vzhledem k signálu.

Často je výhodou transformace Wavelet skutečnost, že pro různá frekvenční pásma lze použít časová okénka různých šířek a že frekvenční oblast je rozdělena logaritmicky.

Transformace Wavelet může najít uplatnění všude tam, kde se nevystačí s klasickými prostředky frekvenční analýzy signálů (tedy Fourierovou transformací), ale je potřeba frekvenční analýzu provádět i v závislosti na čase.

Transformace Wavelet patří mezi rychle se rozvíjející metody pro aplikace v řadě oborů, oblast stavebnictví nevyjímaje. Velkou výhodou této transformace je, že kromě časové lokalizace frekvenčních složek je možné ji použít v dalších aplikacích analýzy a úpravy signálů. Stručně uveďme například další oblasti využití transformace Wavelet:

- Detekce nespojitostí – v této oblasti se využívají výborné lokalizační vlastnosti této transformace
- Detekce trendů v měřeném signálu
- Filtrace a odstranění šumu ze signálu
- Komprese a rekonstrukce signálů

3.2 NELINEÁRNÍ METODY ČASOVĚ FREKVENČNÍ ANALÝZY

3.2.1 Wigner-Villeho transformace

Alternativní metodou ke Krátkodobé Fourierově transformaci a transformaci Wavelet pro zpracování stacionárních i nestacionárních signálů je Wigner-Villeho transformace [6, 15]. Wignerovo rozdělení bylo v roce 1932 navrženo profesorem Wignerem pro oblast kvantové fyziky a zhruba o 15 let později bylo upraveno pro oblast signálové analýzy francouzským vědcem Villem. Wigner-Villeho transformace je definována pro časovou oblast vztahem

$$WVT_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau)} \cdot d\tau, \quad (3.2.1)$$

kde '*' je komplexní konjunkce, t je čas, τ posunutí podél časové osy, x časová reprezentace signálu a $WVT_x(t, f)$ je časově frekvenční reprezentace vstupního signálu. Obdobně dostaneme pro frekvenční oblast

$$WVT_x(t, \omega) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} X\left(\omega + \frac{\nu}{2}\right) \cdot X^*\left(\omega - \frac{\nu}{2}\right) \cdot e^{(-j \cdot \nu \cdot t)} \cdot d\nu, \quad (3.2.2)$$

kde '*' je komplexní konjunkce, ω je úhlová frekvence, ν frekvenční posun (přesněji řečeno posun úhlové frekvence), X je Fourierův obraz signálu $x(t)$ a $WVT_x(t, f)$ je časově frekvenční reprezentace vstupního signálu.

Na rozdíl od metody STFT, u které je rozlišení omezeno okénkovou funkcí, Wigner-Villeho spektrum poskytuje dobré rozlišení jak ve frekvenční, tak i v časové oblasti. Jeho důležitou charakteristikou tedy je, že výpočet není omezen Heisenbergovým principem neurčitosti. Je to proto, že se jedná o obecnější transformaci, která nevyužívá vážící funkci.

Wigner-Villeho transformace je tedy jednou z nelineárních metod časově frekvenční analýzy, která je založena na zcela odlišném principu, než jsou založeny lineární časově frekvenční postupy (např. Krátkodobá Fourierova transformace, Gaborova transformace a transformace Wavelet).

Podotkněme, že všechny lineární časově frekvenční postupy zahrnují principy linearity a superposice. Pak pro signál $x(t)$ vytvořený lineární kombinací jednotlivých signálových

komponent $x_1(t)$ a $x_2(t)$ platí, že časově frekvenční transformace signálu (dále označeno TFR_x) je lineární kombinací časově frekvenční transformace každé z těchto komponent obsažených v signálu. Tuto skutečnost vyjadřuje rovnice (3.2.3).

$$x(t) = c_1 \cdot x_1(t) + c_2 \cdot x_2(t) \Rightarrow TFR_x(t, f) = c_1 \cdot TFR_{x_1}(t, f) + c_2 \cdot TFR_{x_2}(t, f) \quad (3.2.3)$$

Při použití Wigner-Villeho transformace, tato rovnice (3.2.3) neplatí. Například spektrogram sumy dvou signálů není sumou jednotlivých individuálních spektrogramů a platí pro něj následující vztah

$$x(t) = c_1 \cdot x_1(t) + c_2 \cdot x_2(t) \Rightarrow TFR_x(t, f) = |c_1|^2 \cdot TFR_{x_1}(t, f) + |c_2|^2 \cdot TFR_{x_2}(t, f) + c_1 \cdot c_2 \cdot TFR_{x_1, x_2}(t, f) + c_2 \cdot c_1 \cdot TFR_{x_2, x_1}(t, f), \quad (3.2.4)$$

kde $TFR_{x_1}(t, f)$ a $TFR_{x_2}(t, f)$ jsou příspěvky od signálových komponent $x_1(t)$ a $x_2(t)$ a $c_1 \cdot c_2 \cdot TFR_{x_1, x_2}(t, f) + c_2 \cdot c_1 \cdot TFR_{x_2, x_1}(t, f)$ je příspěvek vzniklý interferencí komponent $x_1(t)$ a $x_2(t)$.

Uvedená vlastnost Wigner-Villeho transformace znamená, že následná (vizuální) analýza složitých signálů nemusí být v určitých případech jednoduchá. Tedy přestože Wigner-Villeho transformace má celou řadu dobrých matematických vlastností, její praktické využití může být u některých typů signálů obtížné.

Bylo a je tedy potřebné hledat další nové přístupy, které poskytují kvalitnější resp. jednodušší analýzu signálů. Jednou z relativně jednoduchých metod je doplnění časově frekvenčního zobrazení Wigner-Villeho transformace časovými a zejména frekvenčními řezy, případně použití několika dalších vhodně zvolených pomocných metod včetně Fourierovy transformace.

Dalším přístupem je omezení vlivu křížových komponent aplikací vhodné okénkové funkce na rovnici 3.2.1 a vytvořením tzv. pseudo (vyhlazené) Wigner-Villeho transformace [6, 15]. Takové řešení poměrně účinně potlačuje interferenci (vyhlazuje), ale určitým způsobem zhoršuje frekvenční rozlišení.

Takto upravená transformace sdružuje vlastnosti jak lineárních, tak nelineárních postupů, tedy významně redukuje, při „rozumném“ časovém i frekvenčním rozlišení, vliv interferenčních komponent. Stává se tak dobře použitelným prostředkem k analýze časových signálů.

Ve snaze najít matematický prostředek s výhodnějšími vlastnostmi, než představuje Wigner-Villeho transformace k analýze složitých přechodových a nestacionárních signálů, přistoupili někteří matematici k definici nových postupů a transformací. Vznikly tak svými vlastnostmi, metodou výpočtu i použitím velmi zajímavé transformace.

3.2.2 Kvadratické, časově a frekvenční transformace z Cohenovy třídy

Profesor Cohen ve svých pracech vyvinul a objasnil metodiku, která umožňuje vytvořit teoreticky nekonečně mnoho různých časově frekvenčních transformací. Tato metodika je založena na bázi kvantové mechaniky a k odvození a výpočtu byla použita teorie operátorů. Cohenova metodika [5] předpokládá, že každá kvadratická, časově a frekvenčně invariantní transformace může být vyjádřena vztahem

$$CT_x(t, \omega) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_x(\theta, \tau) \cdot \psi(\theta, \tau) \cdot e^{-j \cdot \theta \cdot t} \cdot e^{-j \cdot \tau \cdot \omega} \cdot d\theta \cdot d\tau, \quad (3.2.5)$$

kde symbol τ představuje časové posunutí, ω je úhlová frekvence, θ frekvenční posunutí, $\psi(\theta, \tau)$ je jádrová funkce příslušné časově frekvenční transformace a $A_x(\theta, \tau)$ je funkce dvou proměnných τ a θ (relativních proměnných), v literatuře často označována jako „ambiguity“⁶ funkce signálu $x(t)$. Tato funkce je dána rovnicí

$$A_x(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{j\theta t} \cdot dt. \quad (3.2.6)$$

Je vhodné podotknout, že tato „úzkopásmová“ funkce je komplexní a představuje měřítko časově frekvenční korelace signálu, nebo-li vyjadřuje stupeň podobnosti mezi signálem a jeho posunutou verzí v časově frekvenční rovině. Jde tedy v podstatě o časově frekvenční autokorelační funkci. Její velmi zajímavou vlastností je skutečnost, že může být také vypočítána jako dvourozměrná Fourierova transformace z Wigner-Villeho rozdělení

$$A_x(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} WVT(t, \omega) \cdot e^{j\pi(\omega\tau - \theta t)} \cdot dt \cdot d\omega. \quad (3.2.7)$$

Koeficienty jednotlivých transformací Cohenovy třídy $C_x(t, \omega)$ mohou být tedy interpretovány jako dvourozměrná Fourierova transformace vážené verze symetrické funkce $A_x(\theta, \tau)$. Vážící funkce $\psi(\theta, \tau)$, jak již bylo zmíněno, se často nazývá jádrem (jádrovou funkcí) dané transformace. Jádrová funkce jednoznačně určuje vlastnosti dané transformace. K nejznámějším nelineárním transformacím z Cohenovy třídy patří podle tvaru jádrové funkce, zejména Rihaczekova, Pageova a Margenau-Hillova transformace.

Závěrem lze konstatovat, že časově frekvenční transformace z Cohenovy třídy nabízí rozsáhlý nástroj k analýze zejména nestacionárních signálů. Vlastnosti jednotlivých transformací určuje tzv. jádrová funkce.

Rozpracovaná teorie navíc umožňuje vytváření dalších postupů s výhodnějšími vlastnostmi při redukci existujících interferenčních složek.

V současné době vznikají, existují a rozvíjejí se rovněž časově frekvenční transformace jiného typu, které nepatří do třídy Cohenových transformací. Příkladem mohou být např. afinní transformace.

3.2.3 Kvadratické, afinní časově frekvenční transformace

Tyto matematické postupy jsou rozvíjeny různými vývojovými středisky zhruba od počátku devadesátých let ve snaze najít výkonný matematický prostředek k analýze stacionárních a nestacionárních signálů, který by se vyznačoval tím, že při výpočtu zachovává dobré lokalizační vlastnosti příslušné transformace a nevyvolává žádné vedlejší efekty, případně je omezuje (např. interferenční rušivé frekvenční složky).

K matematické definici obecné afinní transformace je možné vyjít z upravené definice obecné Cohenovy transformace (3.2.5)

$$AT(t, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{\tau - t}{s}, s \cdot \theta\right) \cdot WVT(\tau, \theta) \cdot d\tau \cdot d\theta, \quad (3.2.8)$$

⁶ název této funkce se v odborné literatuře nepřekládá

kde AT představuje koeficienty obecné afinní transformace, Π je vhodná vyhlazovací funkce, t je čas, τ časové posunutí, θ frekvenční posun, s měřítko (inverze frekvence) a WVT Wigner-Villeho transformace. Funkce Π ve vztahu (3.2.8) tvoří dvourozměrný dolnoproputný filtr a představuje afinní vyhlazovací funkci, která vyhlazuje interference generované Wigner-Villovou transformací.

Protože rovnice (3.2.5) [5] představuje v podstatě vyhlazenou pseudo Wigner-Villovu transformaci, lze ji přepsat pro frekvenční oblast (dle 3.2.2) za předpokladu zavedení dvou-frekvenčního jádra $\psi(f, \nu)$ do následující podoby

$$AT(t, s) = \frac{1}{|s|} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(f, \nu) \cdot X\left(\frac{f - \frac{\nu}{2}}{s}\right) \cdot X^*\left(\frac{f + \frac{\nu}{2}}{s}\right) \cdot e^{\frac{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t}{s}} \cdot df \cdot d\nu, \quad (3.2.9)$$

s jádrem, které je definováno rovnicí

$$\psi(f, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(t, f) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t} \cdot dt. \quad (3.2.10)$$

Poznamenejme, že symbol X představuje Fourierův obraz signálu $x(t)$, f a ν je frekvence resp. frekvenční posun, s je měřítko a t je čas. Rovnice (3.2.9 a 3.2.10) za předpokladu existence jisté vhodné frekvenční funkce $f = H(\nu)$ a za předpokladu, že pro afinní jádro platí vztah $\psi = G(\nu)$, je možné převést na tvar, který umožní definici dalších významných afinních časově frekvenčních transformací.

$$AT(t, s) = \frac{1}{|s|} \int_{-\infty}^{\infty} G(\nu) \cdot X\left(\frac{H(\nu) - \frac{\nu}{2}}{s}\right) \cdot X^*\left(\frac{H(\nu) + \frac{\nu}{2}}{s}\right) \cdot e^{\frac{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t}{s}} \cdot d\nu \quad (3.2.11)$$

Dosazením příslušných funkcí do vztahu (3.2.11) za $G(\nu)$ a $H(\nu)$, získáme definiční vztahy pro Bertrandovu, D-Flandrinovu a Unterbergerovu transformaci. Tyto patří k nejvýznamnějším z dané třídy.

Definiční vztah (3.2.11) nám umožňuje definovat širokou škálu transformací se zaměřením na signály se specifickými vlastnostmi jako např. signály s hyperbolickým rozladováním, různým útlumem apod.

Afinní transformace představují alternativní třídu časově frekvenčních postupů vůči Cohenově třídě. Jde o postupy, které disponují dobrým časovým i frekvenčním rozlišením. Rovněž je poměrně snadné jejich naladění na určitou skupinu signálů. Jejich nevýhodou je však poměrně náročný výpočet.

4 VÝSLEDKY A HODNOCENÍ

V letech 1996 až 2001 autor v rámci své výzkumné činnosti rozvíjel metody časově frekvenční analýzy, jejichž teoretický popis je prezentován v kapitole 3. Také je zahrnul do komplexních metodik měření a hodnocení:

- **stacionárních a nestacionárních signálů v oblasti stavebnictví**
 - analýza akusticko emisních signálů
 - nedestruktivní kontrola stavebních materiálů a dílců rozborem akustické odezvy
- **hluku a vibrací od kolejové dopravy**
 - měření a analýza akusticko-vibračních parametrů kolejnicových upevnění
 - měření a analýza vlivu kolejnicových vad (vlnkovitost) na úroveň hluku z valení
- **protihlukových a proti-vibračních opatření - tramvajová doprava**
 - měření a analýza akusticko-vibračních parametrů kolejnicových bokovnic
 - měření a analýza akusticko-vibračních parametrů tramvajového kola s mezikruhovým tlumičem se spojitě rozloženou hmotou
 - měření a analýza tramvajového kola se segmentovým akusticko-vibračním tlumičem s aplikací na tramvajových vozidlech T3, KT8D5 a ASTRA
 - měření a analýza tramvajového kola pro nízkopodlažní tramvaj Fiat
- **protihlukových opatření - železniční doprava**
 - měření a analýza parametrů akustického tlumiče Schrey & Veith s aplikací na železničním kole a dvojkolí ORE ϕ 920 mm
 - měření, analýza a optimalizace akusticko-vibračních parametrů akustického mezikruhového tlumiče se spojitě rozloženou hmotou s aplikací na železničním kole a dvojkolí ORE ϕ 920 mm
 - měření a vyhodnocení akusticko-vibračních parametrů železničního kola pro Singapurské dráhy bez tlumičů a s tlumiči VSG
- **hodnocení dynamických účinků od kolejové dopravy**
 - měření a analýza vibrací na železničním a tramvajovém svršku
 - měření a analýza vibrací ve šterkovém loži metodou měřících kamenů
- **valivého hluku od silniční dopravy, akustických vlastností silničních krytů**
 - měření a analýza akustických parametrů asfaltových krytů
 - měření a analýza akustických parametrů cemento-betonových krytů

V dalším textu je stručně uvedena jedna z možných aplikací časově frekvenčních transformací (dle odborného zaměření autora) - analýza dynamických parametrů kolejnicových upevnění.

Podkladem pro výběr a srovnání zejména nových součástí kolejového svršku jsou kromě teoretické analýzy, také statické a dynamické zkoušky v laboratoři i v terénu (přímo v koleji). Nutno podotknout, že samotná teoretická analýza aplikací matematického modelování často vychází ze značně zidealizovaných předpokladů. Tím pak dochází k situaci, kdy skutečné poměry na železničním, případně tramvajovém svršku, jsou modelovány nepřesně nebo dokonce nevěrohodně. K testování konstrukce železničního svršku byly a jsou uplatňovány různé metody a různá kritéria.

Dále je uveden vzorový příklad laboratorního měření a analýzy dynamických parametrů vzorku kolejnicového upevnění. Zkušební vzorek (obr. 4.1) byl sestaven z části dřevěného pražce (délka cca 0,5 m), na němž byla připevněna kolejnice konstrukčního tvaru S 49 za pomoci klasického pevného upevnění přes klínovou žebrovanou podkladnici S 4. K testování dynamických vlastností vzorku byla použita metoda měření odezvy na mechanický ráz. Mechanický ráz byl vybuzen speciálním kladívkem, které má v sobě zakomponovaný snímač síly zaručující normalizaci na

budící signál, v radiálním směru na hlavu kolejnice. Odezva byla měřena akcelerometrickými snímači na patě kolejnice, na podkladnici a pražci. K měření vibračních parametrů byla využita měřicí souprava Brüel&Kjaer. Výsledkem měření byl nasnímaný a digitálně zaznamenaný elektrický signál úměrný okamžité hodnotě zrychlení v místě uchycení každého snímače. Po rozboru, realizovaných kontrolních měřeních a výpočtech, bylo použito k analýze odezvy na mechanický ráz následujících metod a parametrů:

- 1) Časového zobrazení průběhu okamžité hodnoty zrychlení
- 2) Frekvenční analýzy s využitím průběhu amplitudového spektra (FT)
- 3) Časově frekvenčních metod spektrální analýzy (Krátkodobé Fourierova transformace a transformace Rihaczek)

Časový průběh zrychlení zaznamenaný akcelerometrickým snímačem umístěným na patě kolejnice je zobrazen v horním grafu obr. 4.2.

V levém grafu obr. 4.2 je zobrazeno amplitudové spektrum této odezvy vypočítané přímou aplikací Fourierovy transformace. V grafu je patrné šest význačných frekvencí (0,2 kHz, 1,7 kHz, 1,8 kHz, 1,9 kHz, 2,2 kHz a 2,4 kHz). Poznamenejme, že jako význačné hodnoty jsou brány ty, které mají útlum do 30 dB od maximální hodnoty spektra.

Časově frekvenční amplitudové spektrum vypočtené aplikací Krátkodobé Fourierovy transformace na měřený signál je zobrazeno v prostředním grafu obr. 4.2. Jak ukazuje tento graf, časový průběh význačných frekvenčních komponent se podstatně liší. Frekvenční složka 2,2 kHz nabývá nejvyšších hodnot a to po relativně (vzhledem k ostatním frekvenčním složkám) dlouhou dobu. Vyskytuje se v signálu téměř v jeho celém průběhu, tedy cca 70 ms (tj. do času 80 ms od uvažovaného začátku) při útlumu do 30 dB. Druhou nejvýznamnější složkou je frekvence 1,7 kHz. Tato se vyskytuje v signálu do času 70 ms od uvažovaného začátku. Ostatní význačné frekvence 0,2 kHz, 1,8 kHz, 1,9 kHz a 2,4 kHz jsou v signálu výrazné po dobu 20 ms až 40 ms. Připomeňme, že jako význačné hodnoty jsou brány ty, které mají útlum do 30 dB od maximální hodnoty amplitudového spektra. Je vhodné podotknout, že frekvenční složky 1,7 kHz, 1,8 kHz a 1,9 kHz jsou v daném časově frekvenčním zobrazení koeficientů Krátkodobé Fourierovy transformace zejména v počátku jejich výskytu poměrně málo rozlišitelné. Obdobné závěry jsou patrné u prostředního grafu obr. 4.3, který představuje analýzu měřeného signálu na patě kolejnice pomocí Rihaczekovy transformace.

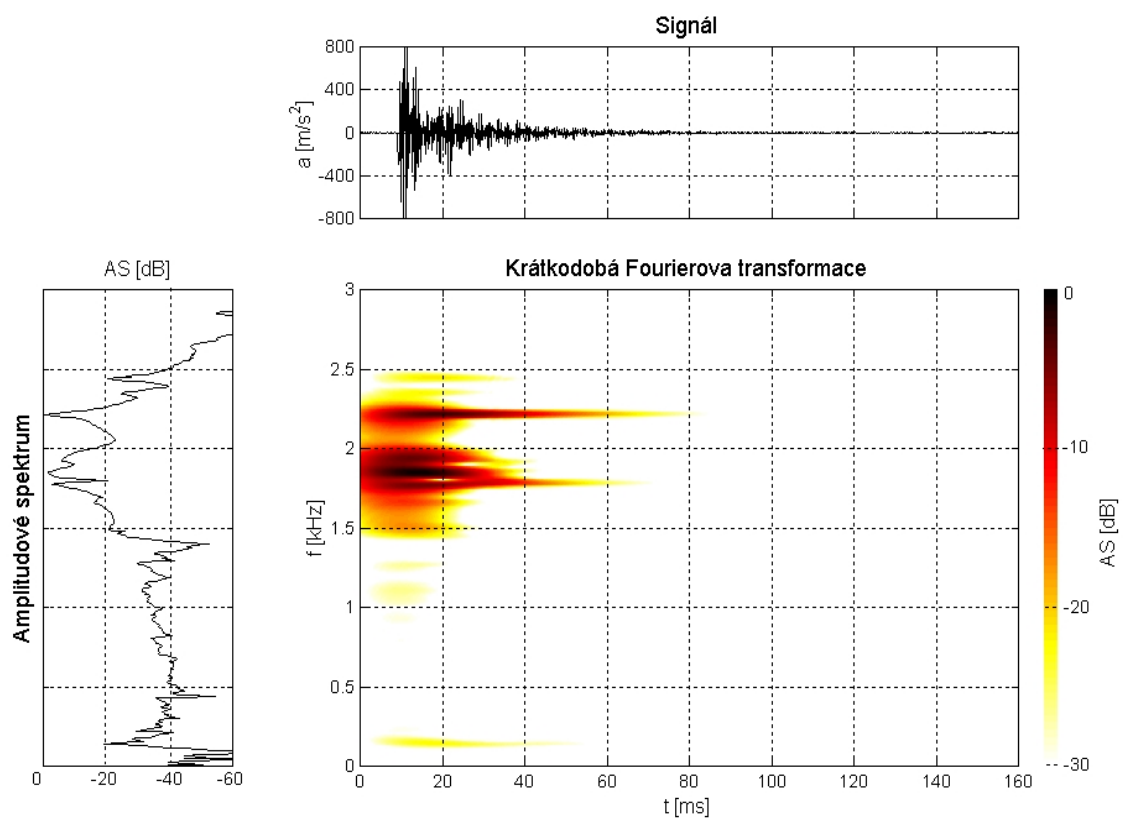
Signál (resp. odezva na mechanický ráz) sejmутý druhým snímačem umístěným na dřevěném pražci má odlišný charakter. Z časového záznamu (viz. horní graf obr. 4.4) je patrné, že maximální amplituda zrychlení nabývá nižších hodnot vlivem postupu vlnění přes upevnění kolejnice, podkladnici a pražec až k akcelerometrickému čidlu.

V levém grafu obr. 4.4 je zobrazeno amplitudové spektrum této odezvy vypočítané přímou aplikací Fourierovy transformace. Průběh spektra se výrazně odlišuje od charakteristik naměřených prvním snímačem umístěným na patě kolejnice. Nejvýznamnější složky se vyskytují na nižších frekvencích, než je tomu u snímače na patě kolejnice, tedy v intervalu 1,3 kHz až 2 kHz a je jich větší počet. Obdobné závěry poskytuje i prostřední graf obr. 4.4, který představuje časově frekvenční zobrazení koeficientů Krátkodobé Fourierovy transformace. Z tohoto grafu je vidět, že časový výskyt význačných složek obsažených v signálu je výrazně kratší (nejdéle cca 50 ms od pomyslného začátku), než je tomu u signálu ze snímače umístěného na patě kolejnice.

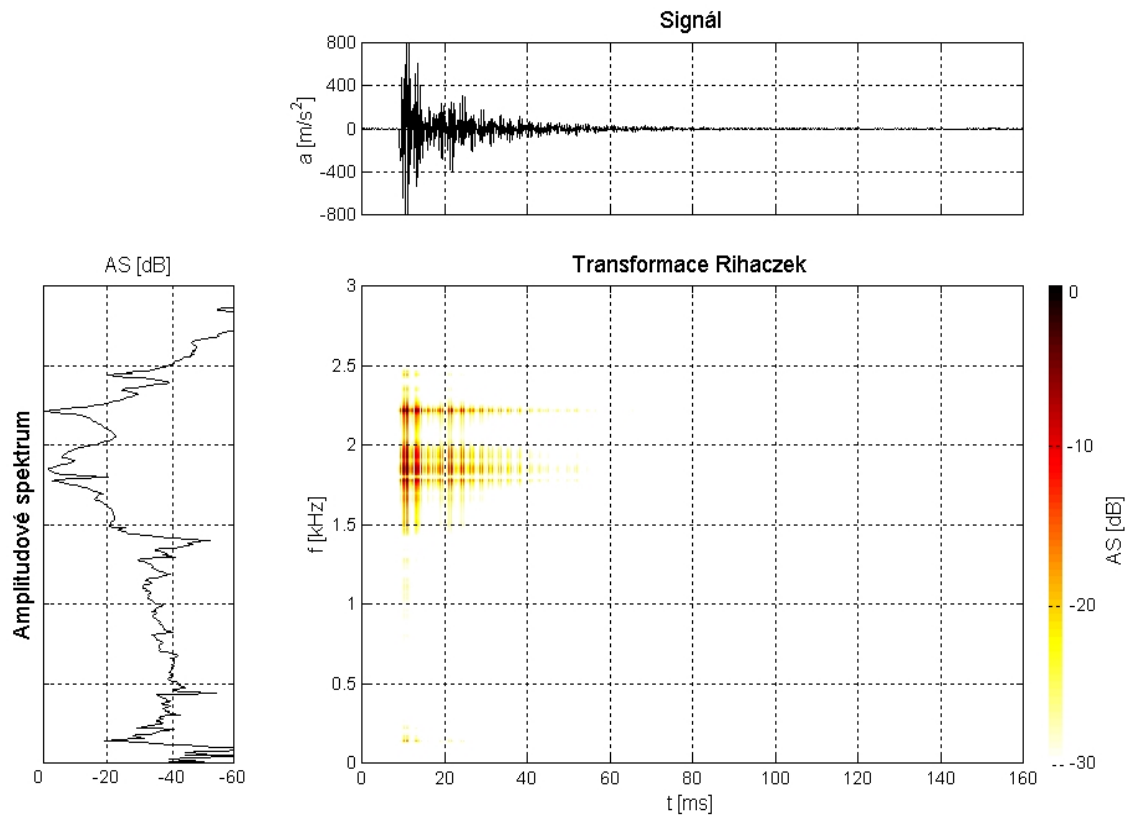
Obdobné závěry potvrzuje prostřední graf obr. 4.5, který představuje analýzu signálu ze snímače umístěného na pražci pomocí Rihaczekovy transformace. Celkově lze z prostředních grafů obr. 4.2 až obr. 4.5 konstatovat, že transformace Rihaczek poskytuje oproti Krátkodobé Fourierově transformaci výborné rozlišení jak ve frekvenční, tak i v časové oblasti. Vyšší rozlišení umožňuje příznivější lokalizaci význačných frekvenčních komponent v čase.



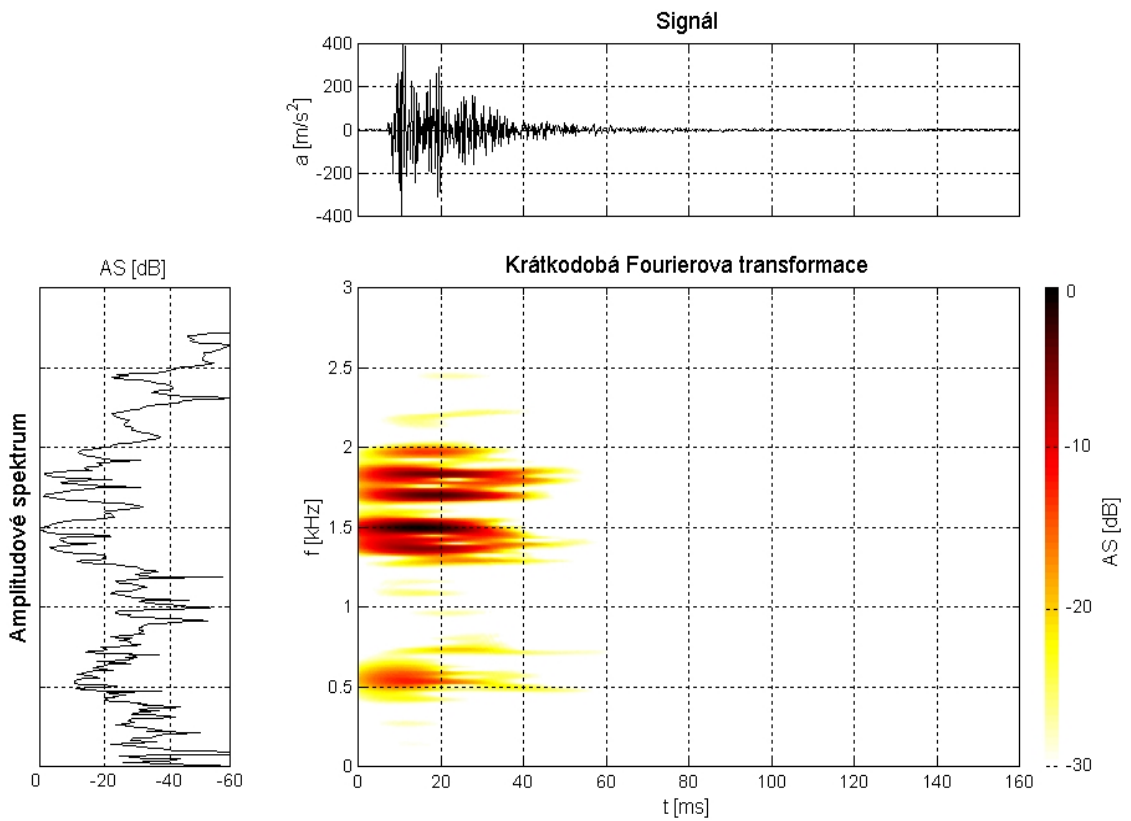
Obr. 4.1 Pohled na zkušební vzorek



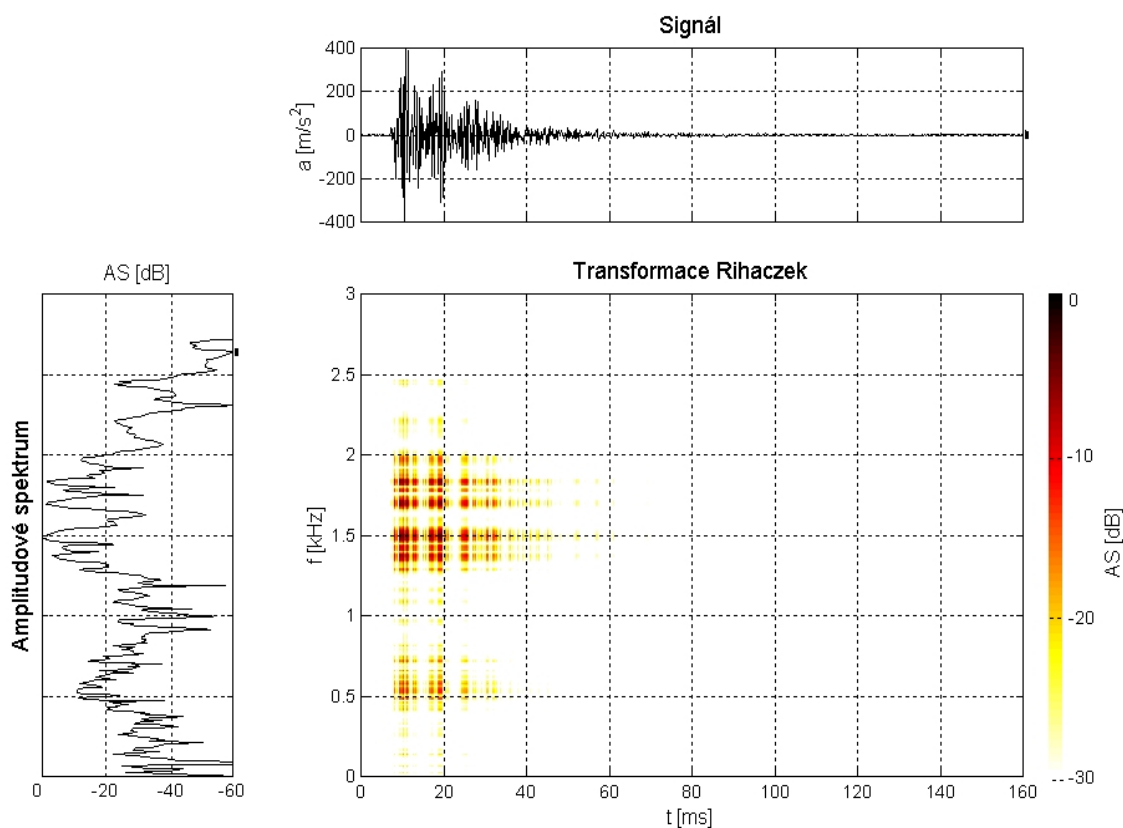
Obr. 4.2 Snímač umístěný na patě kolejnice vzorku kolejového roštu, časově frekvenční analýza metodou Krátkodobé Fourierovy transformace



Obr. 4.3 Snímač umístěný na patě kolejnice vzorku kolejového roštu, časově frekvenční analýza metodou Rihaczekovy transformace



Obr. 4.4 Snímač umístěný na pražci v blízkosti kolejnicového upevnění měřeného vzorku, časově frekvenční analýza metodou Krátkodobé Fourierovy transformace



Obr. 4.5 Snímač umístěný na pražci v blízkosti kolejnicového upevnění měřeného vzorku, časově frekvenční analýza metodou Rihaczekovy transformace

Na základě provedených měření a analýz lze závěrem konstatovat, že uvedená metodika je velmi dobře použitelná při měření dynamických parametrů upevnění kolejnic. Využití této metodiky se dá předpokládat zejména při testování nových typů kolejnicových upevnění, dále pak při testování různých druhů podložek pod kolejnice apod.

Analýza signálů získaných při měření a analýze odezvy na mechanický ráz poskytuje nový detailnější pohled na přechodové a nestacionární charakteristiky železničních a tramvajových konstrukcí. Tím poskytuje cenné poznatky pro důkladnou analýzu těchto konstrukcí, která může být důležitá pro následnou optimalizaci stavebních a provozních podmínek. Nezanedbatelná je i skutečnost, že časově frekvenčními postupy analyzované dynamické zatížení železničních a tramvajových konstrukcí poskytuje reálné vstupy pro následné sestavení matematických modelů.

5 ZÁVĚR

Předkládaná práce se zabývá rozvojem a využitím časově frekvenčních transformací k experimentální analýze stavebních konstrukcí, dílců a materiálů. Řešení problematiky bylo vyvoláno neustále zvyšujícími se požadavky na kvalitu zpracování experimentálních měření.

Metody časově-frekvenční analýzy oproti jiným metodám rozšiřují informace o daném technickém ději tím, že určují časovou lokalizaci frekvenčních složek, tj. určují velikost amplitudového spektra (spektrální výkonové hustoty) na jednotlivých frekvencích v příslušném časovém okamžiku. Je tedy možné konstatovat, že měření a analýza technických signálů s využitím časově-frekvenčních metod poskytuje nový pohled na přechodové a nestacionární charakteristiky měřených konstrukcí.

K testování konstrukcí a dílců v laboratoři byla použita zejména metoda měření odezvy na mechanické buzení (mechanický ráz). Analýza signálů získaných při měření a analýze odezvy na mechanický ráz poskytuje projektantům nový detailnější pohled na přechodové charakteristiky konstrukcí. Tím poskytuje materiál pro důkladnou analýzu, která může být důležitá pro následnou optimalizaci. Nezanedbatelná je i skutečnost, že časově frekvenčními postupy analyzované dynamické zatížení poskytuje reálné vstupy pro následné sestavení matematických modelů.

Časově frekvenční postupy najdou své uplatnění i v případě tzv. provozních měření nejružnějšího charakteru. Jedná se zejména o případ měření a analýzy konstrukcí, které není možné budit definovaným vnějším zatížením (např. mechanickým rázem) např. proto, že by takové měření silně ovlivňovalo běžný chod konstrukce a nebo proto, že je nutné, aby měřené veličiny dobře odrážely skutečné provozní podmínky.

Z matematických prostředků signálové analýzy je možné použít pro časovou lokalizaci výskytu frekvenčních složek u stacionárních a nestacionárních signálů jak lineárních, tak i nelineárních časově frekvenčních postupů. Na základě získaných zkušeností lze doporučit, aby v případě reálných signálů bylo doplněno zobrazení výsledků provedených výpočtů a analýz o vhodné vybrané časové a frekvenční řezy. Ty pak poskytují výraznou podporu při analýze výsledků časově frekvenční transformace. Tento postup se často jeví vhodnější, než např. samostatné prostorové uspořádání, neboť je možné přesně lokalizovat časový průběh jednotlivých význačných frekvenčních komponent, případně zobrazit všechny význačné frekvenční složky obsažené ve spektru v daném časovém okamžiku.

Je vhodné také podotknout, že použité časově frekvenční postupy mohou najít své uplatnění i v tradiční dynamické analýze konstrukcí jakou představuje např. modální analýza a přispět tak k lepší představě o dynamickém chování dané konstrukce.

Z lineárních metod byly teoreticky popsány a k praktickému vyhodnocení využity zejména metody Krátkodobé Fourierovy transformace a transformace Wavelet. Výhodou těchto lineárních transformací je zejména rychlost výpočtu a uspokojující časově frekvenční rozlišení. Hlavní nevýhodou lineárních transformací je skutečnost, že výsledné rozlišení v čase a frekvenci je limitováno tzv. Heisenbergovým principem neurčitosti. Tedy složka signálu nemůže být prezentována jako bod v časově frekvenčním prostoru. Je možné pouze určit její pozici uvnitř obdélníka $\Delta t \cdot \Delta f$ v dané časově frekvenční oblasti.

Z nelineárních metod byly teoreticky popsány a k praktickému vyhodnocení využity jednak časově frekvenční transformace z Cohenovy třídy (konkrétně Wigner-Villeho transformace, dále Rihaczekova, Pageova a Margenau-Hillova transformace) a jednak afinní časově frekvenční transformace (konkrétně Bertrandova, D-Flandrinova a Unterbergerova transformace).

Charakteristickým rysem prezentovaných nelineárních transformací je skutečnost, že jejich výsledné rozlišení v čase a frekvenci není limitováno Heisenbergovým principem neurčitosti.

Tato skutečnost zahrnuje vysokou rozlišovací schopnost v časově frekvenční rovině, která se projevuje "přesnou" lokalizací význačných frekvenčních komponent v čase. Jistou nevýhodou všech nelineárních postupů je časová náročnost výpočtu a nároky na relativně velkou operační i diskovou paměť počítače.

Další nevýhodou některých nelineárních transformací při zpracování určitých typů časových realizací může být existence „falešných“ interferenčních frekvenčních komponent. Jejich vliv se však dá účinně zmírnit vhodnou volbou tzv. jádrové funkce, případně použitím tzv. vyhlazené transformace, kdy vlastnosti dané nelineární transformace se ovlivní použitím vhodné lokální okénkové funkce. Výsledkem je pak kompromisní řešení, kdy získáme rozumné časové i frekvenční rozlišení při potlačení interferencí.

Rozpracování a zobecnění teorie nelineárních časově frekvenčních transformací jak z Cohenovy třídy, tak z třídy afinních transformací, přispělo a přispěje k vytváření dalších postupů s výhodnějšími vlastnostmi.

6 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Cooley J.W., Tukey J.W.: An Algorithm for Machine Calculation of Complex Fourier Series, Math. of Computation, 1965
- [2] Martin W., Flandrin P.: Wigner-Ville Spectral Analysis of Non-stationary Processes, IEEE-ASSP, Vol. ASSP-33, No 6, 10/1985, pp. 1461-1470
- [3] Ljung L.: System identification – Theory for user, Prentice Hall, New Jersey, 1987
- [4] Randal R.B. : Frequency analysis, Brüel & Kjear, 1987
- [5] Cohen L., "Time-frequency distributions - a review," Proc. IEEE, vol. 77, no. 7, pp. 941-981, July 1989
- [6] Velez E. F., Absher R. G.: Transient analysis of Speech Signals using the Wigner Time-Frequency Representation, ICASSP, pp. 2242-2245, 10/1989, Glasgow
- [7] Pšenička B., Davídek V.: Prostředky diskrétního zpracování signálů, ES ČVUT Praha, 1992
- [8] Newland D. E.: An introduction to Random vibrations, spectral & Wavelet analysis, Longman group, England, 1993
- [9] Taswell C.: Wavelet transform algorithms for finite-duration discrete-time signals, ACM Transactions on Mathematical Software, September 1994
- [10] Uhlíř J., Sovka P.: Číslíkové zpracování signálů, ČVUT Praha, 1995
- [11] Kadlec F.: Zpracování akustických signálů, ČVUT Praha, 1996
- [12] Jan J.: Číslíková filtrace, analýza a restaurace signálů, VUT Brno, 1997
- [13] Pazdera L., Smutný J.: Acoustic Testing of Building Sections – Brick Hourdis, XI. Mezinárodní vědecká konference - sekce č. 8 stavebně materiálové inženýrství, VUT Fakulta stavební Brno, 10/ 1999, Česká republika, str. 149-152, ISBN 80-214-1438-3
- [14] Smutný J.: Identification and Analyses of Vibration since Rail Transport by Method of Cohen's Class, Nostradamus International Prediction Conference, pp. 93-99, 10/1999, Zlín, Czech Republic, ISBN 80-214-1424-3
- [15] Pazdera L.: Wigner Spectrum as Powerful Tool for Description of Acoustic Emission Hit Generated from Ceramic Structures upon Bend Load, 15th WCNDT, International Conference, October 15 - 21, 2000, Roma, Italy, CD-ROM
- [16] Pazdera L.: Analysis of Burst Type of Acoustic Emission Signals by Discrete Wavelet Transform, Elastic Waves in Nondestructive Testing, Euromech 419 Colloquium, Prague, Czech R., October, 2000, pp. 45, ISBN 80-85918-57-9

7 SUMMARY

The presented work discusses the development and the use of time-frequency transform for the experimental analyses of constructional structures, elements and materials. The problem solution was caused by steadily increasing requirements for the quality of processing of experimental measurements.

Methods of time-frequency analyses comparing to other methods distinguish information about the given technical activity so, that they determine the time localisation of frequency components, i.e. they determine the size of amplitude spectre (the spectre-performance density) on individual frequencies in respective time moment. It is therefore possible to state, that the measurement and analysis of technical signals with the use of time frequency methods provides mainly a new view to transition and non-stationary characteristics of measured structures.

For testing of structures and elements in laboratory was used particularly the method of measuring of response to mechanical excitation (mechanical shock). The analysis of signals, received by measuring and analysis of response to mechanical shock gives to designers a new, more detailed view to transition characteristics of constructions. So it gives material for more thorough analysis, which can be important for consequent optimisation. Not neglectible is as well the fact, the dynamic load, analysed by time frequency procedures provides real entries for consequent setting up of mathematical models.

As is however apparent from practical measurements in terrain and from their analyses, time-frequency procedures will find their application also in the matter of co called running measurements of most various character. This is the question of measurement and analysis of structures, which is not possible to excite by defined outside load (for example by mechanical shock) for example from the reason, that such measurement would heavily influence the proper course of the construction or from the reason, that it is necessary, that measured quantities would well reflex real proper operation conditions.

From mathematical means of signal analysis it is possible to use for time-localisation of the occurrence of frequency elements by stationary and non-stationary signals as linear so un-linear time frequency procedures. Based on acquired experiences it is possible to recommend that in the case of real signals would be supplemented the depicting of results of executed calculations and analyses by properly selected time and frequency sections.

These afterwards give considerable support by analyses of results of time frequency transformation. This procedure seems often to be more suitable, than for example independent the spatial arrangement, for so is possible more precise localisation of time course of separate significant frequency components, prospectively to depict all important frequencies.

From linear methods were theoretically described and for practical evaluation used mainly methods of Short time Fourier transformation and of transformation Wavelet. The advantage of these linear transformations is above all the speed of calculation and the satisfactory time-frequency distinctness. The main disadvantage of linear transformations is the fact, that resulting distinctness in time and frequency is limited by the so-called Heisenberg principle of indefiniteness.

The component of the signal can therefore not be presented as a point in time-frequency space. It is only possible to define its position inside of the rectangle $\Delta t \cdot \Delta f$ in given time-frequency area.

From non-linear methods were theoretically described and for practical evaluation used as time-frequency transformations from the Cohen class (particularly transformations Wigner-Ville, Rihaczek, Page and Margenau-Hill), so affine time-frequency transformations (factual Bertrand, D-Flandrin and Unterberg transformations).

Characteristic feature of presented non-linear transformations is the fact that their resulting distinguishment in time and frequency is not limited by Heisenberg principle of indefiniteness.

This fact includes the high distinguish ability in time-frequency level, which results in “precise” localisation of important frequency components in time.

Certain disadvantage of all non-linear procedures is time-consuming calculation and demands to comparatively big operational and disk memory of the computer. Further disadvantage of some non-linear transformation by elaboration of certain type of time realisation may be the existence of “false” interference frequency components. Their influence can be however effectively defused by reasonable choice of so called core function, or prospective use of so called smoothed transformation, when the properties of given non-linear transformation are affected by the use of suitable local window function.

The result is than compromise solution, where we receive a reasonable time and frequency differentiation by suppression of interferences. The elaboration and generalisation of the theory of non-linear time-frequency transformations as from the Cohen class (square, time- and frequency-invariant), so from the affinity class (square, invariant in time and measure) contributed and will contribute to formation of further procedures with more advantageous properties.