

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNE

Fakulta stavební

Ústav stavební mechaniky

Dr. Ing. Zdeněk Kala

**VERIFIKACE KRITÉRIÍ PRO NAVRHOVÁNÍ
OCELOVÝCH KONSTRUKCÍ METODAMI
SPOLEHLIVOSTNÍ ANALÝZY**

**VERIFICATION OF CRITERIA FOR THE DESIGN
OF STEEL STRUCTURES BY METHODS
OF RELIABILITY ANALYSIS**

ZKRÁCENÁ VERZE HABILITAČNÍ PRÁCE



BRNO 2003

KLÍČOVÁ SLOVA

spolehlivost, ocel, imperfekce, stabilita, vzpěr, klopení, rám, mezní stavy

KEY WORDS

Reliability, Steel, Imperfections, Stability, Buckling, Lateral Buckling, Frame, Limit States

Práce bude uložena v archívu oborové knihovny FAST Veveří 95, Brno.

1	PŘEDSTAVENÍ AUTORA	4
2	ÚVOD	6
2.1	Cíle habilitační práce	6
3	PROKAZOVÁNÍ SPOLEHLIVOSTI OCELOVÝCH KONSTRUKCÍ	7
3.1	Návrhové podmínky spolehlivosti	8
4	PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODEL Y ZÁKLADNÍCH VELIČIN	10
4.1	Mechanické vlastnosti materiálu.....	10
4.2	Geometrické charakteristiky rozměrů průřezu.....	11
4.3	Vstupní veličiny ve stochastických modelech	11
5	STATISTICKÁ ANALÝZA	12
5.1	Návrhová pevnost	12
5.2	Statistická analýza tláčeného prutu namáhaného na vzpěr	13
5.3	Varianty řešení	13
5.3.1	<i>Varianta A – výpočtový model MKP</i>	13
5.3.2	<i>Varianta B – výpočtový model v uzavřeném tvaru</i>	14
5.4	Vstupní náhodné veličiny.....	14
5.5	Návrhová únosnost.....	15
5.6	Ekvivalentní geometrická imperfekce	15
6	STATISTICKÁ ANALÝZA ÚNOSNOSTI OHÝBANÉHO PRUTU ŘEŠENÉHO S VLIVEM KLOPENÍ.....	16
6.1	Varianty řešení	17
6.1.1	<i>Varianta A – výpočtový model MKP</i>	17
6.1.2	<i>Varianta B – výpočtový model v uzavřeném tvaru</i>	17
6.2	Vstupní náhodné veličiny.....	18
6.3	Návrhová únosnost.....	18
6.4	K otázce vlivu proměnlivosti meze kluzu po průřezu	19
6.4.1	<i>Autokorelační funkce – náhodná pole</i>	19
6.4.2	<i>Návrhová únosnost</i>	20
7	STATISTICKÁ ANALÝZA ROVINNÉHO RÁMU	21
8	CITLIVOSTNÍ ANALÝZA.....	22
8.1	Citlivostní analýza taženého prutu.....	22
8.2	Citlivostní analýza tláčeného prutu namáhaného na vzpěr.....	23
8.3	Citlivostní analýza prutu namáhaného ohybem a řešeného s vlivem klopení	24
9	PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ANALÝZA	25
9.1	Kombinace zatížení.....	25
9.2	Popis pravděpodobnostní studie	26
9.3	Výsledky pravděpodobnostních studií.....	28
10	ZÁVĚR.....	30
11	SUMMARY	31
12	POUŽITÁ A SOUVISEJÍCÍ LITERATURA	32

1 PŘEDSTAVENÍ AUTORA

Dr. Ing. Zdeněk Kala

Datum narození: 15. září 1971

Místo narození: Brno, Československo (nyní ČR)

Národnost: česká

Adresa do zaměstnání: Ústav stavební mechaniky,

Fakulta stavební VUT v Brně, Veveří 95,

662 37 Brno, ČR

Telefon: 541147382, fax: 541240994

E-mail: kala.z@fce.vutbr.cz

Bydliště: Merhautova 133, 613 00 Brno, ČR



- **Vzdělání, tituly a vědecké hodnosti**

Maturitní zkouška s vyznamenáním, 23.5.1990, gymnázium Táborská v Brně

Ing., 13.6.1995, státní závěrečné zkoušky s klasifikací výborně, Fakulta stavební VUT v Brně

Dr. (Ph.D.): 11.12.1998, Fakulta stavební VUT v Brně

Znalost cizích jazyků: angličtina, ruština

Zaměstnání: odborný asistent (1998 - dosud) , Fakulta stavební VUT v Brně

- **Specializace:**

Analýza a navrhování ocelových konstrukcí, nelineární mechanika, spolehlivost stavebních konstrukcí, simulační metody Monte Carlo

- **Pedagogická činnost:**

- Vedení přednášek: Pružnost a plasticita (2000 - dosud), Základy stavební mechaniky (2001-2002)

- Vedení cvičení: Pružnost a plasticita (1995 - dosud), Statika stavebních konstrukcí II. (1996-1998), Spolehlivost stavebních konstrukcí (1999), Automatizace statických výpočtů (2000), Základy stavební mechaniky (2001 - dosud)

- Vedení diplomových prací: Ing. Miroslav Vořechovský (2000), Ing. Tomáš Blumenstein (2002)

- Vedení doktorandských prací: Ing. Ivana Česneková (2001), Ing. Tomáš Blumenstein (2002 - dosud)

- Odborný garant předmětu: Automatizace statických výpočtů (2000-2001)

- **Zahraníční kurzy a školení:**

Bauhaus-Universität Weimar, Faculty of Civil Engineering

Advanced Studies in Structural Engineering – CAE

Weimar, August 1998

- **Odborná praxe:**

- 1995-2001 projektant-konstruktor výpočtového střediska RIA, Královopolská strojírna, a. s., specializujícího se na výpočty, návrhy a výzkum ocelových konstrukcí a technologických zařízení jaderných elektráren Temelín (ČR) a Mochovce (SR).

- 2001 - dosud projektant-konstruktor firmy Stress Analysis Group, s.r.o (dceřiná společnost Královopolské strojírně RIA, a. s.), specializující se na statickou a dynamickou analýzu nosných ocelových konstrukcí.

- Hlavní oblasti výzkumu

Spolehlivost stavebních konstrukcí, stochastická výpočtová mechanika, stabilitní problémy tenkostěnných ocelových konstrukcí, nelineární mechanika, simulační metody Monte Carlo, modelování ocelových konstrukcí, posuzování svarových spojů.

- Přehled o projektech, které navrhovatel řešil:

1. Grant č. 103/99/P023 GAČR "Nelineární odezva ocelových prutových konstrukcí s uvážením imperfekcí - pravděpodobnostní přístup", 1999-2000, řešitel.
2. Grant č. 103/01/D022 GAČR "Spolehlivostní analýza prutových ocelových konstrukcí", 2001-2004, řešitel.
3. Grant č. 103/03/0233 GAČR "Citlivostní analýza stabilitních problémů tenkostěnných konstrukcí", 2003-2006, řešitel.

- Přehled o projektech, na kterých navrhovatel spolupracoval

1. Grant č. 103/97/0074 GAČR "Účinky smyku a jejich vliv na přetvoření a napjatost tenkostěnných a deskových konstrukcí", 1997-1999, člen řešitelského týmu.
2. Grant č. 103/96/1673 GAČR "Návrhové mezní stavy tláčeného prutu vystaveného opakovanému zatížení", 1998-2000, člen řešitelského týmu.
3. Grant č. 103/00/0603 GAČR "Ocenění rizika ztráty únosnosti a provozuschopnosti stavebních konstrukcí", 1999-2002, člen řešitelského týmu.
4. Grant č. 103/00/0758 GAČR "Výzkum reálných vlastností hutních materiálů pro zajištění spolehlivosti ocelových nosných prvků", 1999-2002, člen řešitelského týmu.
5. Výzkumný záměr Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR, CEZ J22/98:261100007, 1998 - dosud.

- Publikace

68 odborných článků a jiných příspěvků (33 uveřejněno v zahraničí).

2 ÚVOD

Současné výpočtové modely ovlivněné mohutným rozvojem výpočetní techniky umožňují věrně simulovat skutečné působení reálné ocelové konstrukce. Vstupní materiálové a geometrické charakteristiky je třeba za tímto účelem volit tak, aby pokud možno co nejvíce odpovídaly reálným charakteristikám skutečných nosných dílců, tj. s respektováním i jejich náhodné proměnlivosti.

Chování konstrukce a její spolehlivost je pak třeba vyšetřovat cestou matematické statistiky a teorie pravděpodobnosti. Je tak možno reálně simulovat působení skutečného nosného dílce, např. v průběhu zatěžování. Časová a ekonomická náročnost takto simulovaných experimentů je pak často mnohem nižší, než by tomu bylo u skutečných zkoušek. S ohledem na rychlý vývoj výpočetní techniky lze při řešení využít i nové moderní postupy založené především na nelineárních metodách MKP.

Obecný rozvoj teoretických přístupů a analýz posuzování spolehlivosti nosných konstrukcí nachází uplatnění v normativních dokumentech. V tomto smyslu je v současné době aktuální rozpracování pravděpodobnostních studií z hlediska transparentnosti a verifikace postupů zaváděných v praxi.

Předložená práce se zabývá problematikou prokazování spolehlivosti ocelových prutových konstrukcí, jež je při praktickém projektování v základní míře zabezpečena normovými předpisy pro navrhování. Hlavním výsledkem předkládaných studií je statistické a pravděpodobnostní ověření hodnot dílčích součinitelů spolehlivosti konstrukčních ocelí pro novou generaci evropských norem navrhování ve smyslu EUKÓDŮ.

2.1 CÍLE HABILITAČNÍ PRÁCE

Hlavním cílem předkládané práce je stanovit statistické materiálové a geometrické charakteristiky tak, aby bylo u konstrukčních systémů umožněno dosažení optimální úrovně spolehlivosti.

Řešit tento úkol jako obecnou optimalizační úlohu a snažit se postihnout všechny varianty možných vstupů je prakticky neschůdné. Proto bylo nejdříve zapotřebí:

- Získat a statisticky vyhodnotit experimentálně měřené materiálové a geometrické charakteristiky ocelových válcovaných prutů dominantního českého výrobce, viz např. [6, 54, 77].
- Nashromáždít statisticky využitelné údaje z tolerančních norem nebo z literatury u těch vstupních imperfekcí, které mohou mít na únosnost velký vliv a které nebyly měřeny.

Cíle práce jsou plněny s využitím statistické, citlivostní a pravděpodobnostní analýzy prutů namáhaných na tah, tlak a ohyb. Všechny úlohy jsou modelovány na počítači s využitím numerických simulačních metod a pokročilých modelů. Základní sledovanou veličinou je únosnost konstrukce.

Statistickou analýzou je proveden rozbor únosnosti prutu namáhaného základními typy namáhání. Cílem studií je srovnání návrhové únosnosti určené dle EC1 s návrhovou únosností stanovenou dle EC3, a to ve více variantách.

Citlivostní analýzou je stanoveno, které imperfekce mají na únosnost největší vliv, tj. které vstupní náhodné veličiny se svou proměnlivostí nejvíce podílejí na proměnlivosti únosnosti. Citlivostní analýzou je možno určit, které vstupní materiálové a geometrické charakteristiky je třeba při výrobě sledovat se zvýšenou pozorností a u kterých stačí běžná kontrola.

Pravděpodobnostní analýzou je stanovena nevyrovnanost pravděpodobnosti poruchy pro měnící se poměr účinků stálého a nahodilého zatížení. Je analyzován vliv dílčích součinitelů spolehlivosti γ_{M0} , γ_{M1} , γ_G , γ_Q normy EN 1990, přičemž se vychází ze skutečných mechanických vlastností a geometrických a fyzikálních odchylek skutečných prutů.

3 PROKAZOVÁNÍ SPOLEHLIVOSTI OCELOVÝCH KONSTRUKCÍ

Požadované spolehlivosti nosné konstrukce lze dosáhnout vhodnou kombinací prostředků, které jsou k dispozici při návrhu konstrukce. Obecný rozvoj teorie a metod spolehlivosti navrhování konstrukcí se vyznačuje tendencí postupného přechodu od deterministického přístupu přes polopravděpodobnostní pojetí k přímé pravděpodobnostní metodě výpočtu s normovanou zárukou spolehlivosti konstrukce [18].

Současný přístup je založen na metodě parciálních součinitelů spolehlivosti (mezních stavů) nově všeobecně zaváděné evropskými unifikovanými dokumenty (Eurokódy), u nás však v oboru ocelových konstrukcí prakticky používané již od r. 1968 [18]. I když toto pojetí není z hlediska prokazování spolehlivosti vždy jednoznačně progresivní, nebude zřejmě ještě po řadu dalších let výrazněji odsunuto z oblasti praktické aplikace a běžných metod navrhování.

První úvahy a práce na přípravě EUROKÓDŮ započaly již v roce 1974 [33]. Systém Eurokódů se ve formě předběžných evropských norem zavádí do normalizačních systémů jednotlivých evropských zemí již od počátku 90. let [29]. Aktuálně proto vyvstala potřeba ověřit, zda vstupní materiálové a geometrické charakteristiky českých ocelových výrobků jsou vyhovující a zda jsou nově navrhované změny v normách pro navrhování oprávněné. Proto se u nás i v dalších evropských zemích CEN zpracovávaly (a nadále zpracovávají) podkladové materiály (viz např. [11-13]), na jejichž základě je možno doporučit a ověřit alternativní postupy výpočtu a stanovit ukazatele spolehlivosti v národních přílohách. Prostřednictvím národních příloh byla umožněna národní volba numerických hodnot řady ukazatelů spolehlivosti, hodnot některých druhů zatížení a také výběr z alternativních postupů výpočtu [13]. Nové Eurokódy se v současné době zavádějí jako platné národní normy (u nás jako normy ČSN EN). Dosud platné předpisy, které jsou v rozporu s dokumenty CEN, se budou postupně měnit, nebo rušit.

S ohledem na složitost projednávané problematiky vycházející z rozdílných tradic a vývoje normativních dokumentů v jednotlivých zemích byla v první fázi vypracována soustava Eurokódů ve formě tzv. předběžných norem (ENV) předložených k ověřování a připomínkování. Původní tříleté lhůty stanovené k přezkoušení použitelnosti a technické přijatelnosti jednotlivých předběžných norem se ukázaly být příliš optimistické a rovněž výchozí členění jednotlivých dokumentů EC3 pro navrhování ocelových konstrukcí doznalo v průběhu posledních let některých podstatných změn, a to jak z hlediska skladby, tak i obsahového zaměření jednotlivých dokumentů a jejich příloh.

O možnostech aplikace spolehlivostní analýzy bylo diskutováno např. v [31, 32]. Ucelený přehled o pravděpodobnostním dimenzování konstrukcí poskytl s řadou praktických příkladů Marek v [16]. Další základní práce uvádějící ucelenější přehled naznačené problematiky publikovali např. Augusti, Barratta, Casciati [1], Madsen, Krenk, Lind [15], Murzewski [23], Thoft-Christensen, Baker [36], Ditlevsen, Madsen [5] a Mrázik [21].

Poznamenejme v této souvislosti, že přímý pravděpodobnostní výpočet není z hlediska praktického uplatnění přijímán jednoznačně pozitivně [17, 21]. Pravděpodobnost poruchy umíme totiž zjistit pouze na základě teoretických modelů, které mohou více či méně přesně vystihovat skutečnost [33]. Nejistoty vznikající v důsledku použití výpočtových modelů, které nedostatečně reprezentují reálné chování konstrukce, se někdy korigují tzv. součiniteli modelových nejistot a účinků zatížení [45, 12, 13]. Při jejich zavádění do modelů je však třeba postupovat velmi obezřetně; srovnávací studie viz [91]. Závažné je zejména opomenutí tzv. hrubých chyb (gross errors), které se svou podstatou vymykají z definice náhodné veličiny, a tudíž čistě po teoretické stránce je nelze popisovat aparátem matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti [8]. Spočtenou pravděpodobnost poruchy je vždy třeba považovat pouze za konvenční parametr, který nevyjadřuje skutečný výskyt a frekvenci poruch.

3.1 NÁVRHOVÉ PODMÍNKY SPOLEHLIVOSTI

Základní metodou pro ověřování mezních stavů zůstává v Eurokódech EN metoda dílčích součinitelů spolehlivosti, i když lze alternativně při navrhování uplatnit pravděpodobnostní přístup. Metoda navrhování konstrukcí podle mezních stavů vychází z pravděpodobnostního přístupu k podmínce spolehlivosti stavební konstrukce. Teorie stavební spolehlivosti vešla do povědomí širší odborné veřejnosti poté, co Freudenthal [9] uvedl svou klasickou teorii ve formě dvou náhodných veličin, tj. vlivu zatížení (akce S) a odporu konstrukce (únosnost R).

$$G = R - S \geq 0. \quad (1)$$

V případě statistické nezávislosti veličin R a S je možno střední hodnotu m_G , směrodatnou odchylku S_G normálně rozdělené náhodné veličiny G vyjádřit výrazy

$$m_G = m_R - m_S, \quad (2)$$

$$S_G = \sqrt{S_R^2 + S_S^2}. \quad (3)$$

Budeme-li náhodnou veličinu G transformovat na náhodnou veličinu T se střední hodnotou $m_T = 0$ a směrodatnou odchylkou $S_T = 1$ dle vztahu

$$T = \frac{G - m_G}{S_G}, \quad (4)$$

můžeme pravděpodobnost poruchy vyjádřit ve tvaru

$$P_f = P(G < 0) = P\left(T < -\frac{m_G}{S_G}\right) = P(T < -\beta) = \Phi(-\beta), \quad (5)$$

kde $\Phi(\cdot)$ je kumulativní distribuční funkce normovaného normálního rozdělení pravděpodobnosti. Ve vztahu (5) jsme zavedli tzv. index spolehlivosti podle Cornella

$$\beta = \frac{m_G}{S_G}, \quad (6)$$

který se někdy považuje za názornější veličinu než P_f (za předpokladu normálního rozdělení G) a zavádí se z důvodů nepohodlné práce s malými hodnotami pravděpodobností poruchy. Běžně užívaným pravděpodobnostem $P_f = 10^{-3}$ až 10^{-7} přibližně odpovídají hodnoty β od 3,1 do 5,2. Jednou z možností ověření spolehlivosti je porovnání dosaženého indexu spolehlivosti β (stochastickým výpočtem s uvážením proměnlivosti všech vstupních veličin) s hodnotou návrhového indexu spolehlivosti β_d předepsanou normami a předpisy pro projektování.

$$\beta \geq \beta_d. \quad (7)$$

Zapišeme-li index spolehlivosti β s pomocí výrazů (1), (5), (6), (7), dostáváme vztah

$$\beta = \frac{m_G}{S_G} = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}} \geq \beta_d. \quad (8)$$

Upravíme-li směrodatnou odchylku S_G do tvaru

$$S_G = \sqrt{S_R^2 + S_S^2} = \frac{S_R^2 + S_S^2}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}} = \frac{S_R}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}} S_R + \frac{S_S}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}} S_S = \alpha_{R(S)} S_R + \alpha_{S(R)} S_S, \quad (9)$$

je možno návrhovou podmínku spolehlivosti zapsat jako

$$\beta = \frac{m_G}{S_G} = \frac{m_R - m_S}{\alpha_{R(S)} S_R + \alpha_{S(R)} S_S} \geq \beta_d. \quad (10)$$

Úpravou výrazu (10) dostáváme návrhovou podmínku spolehlivosti s formálně separovanými náhodnými proměnnými

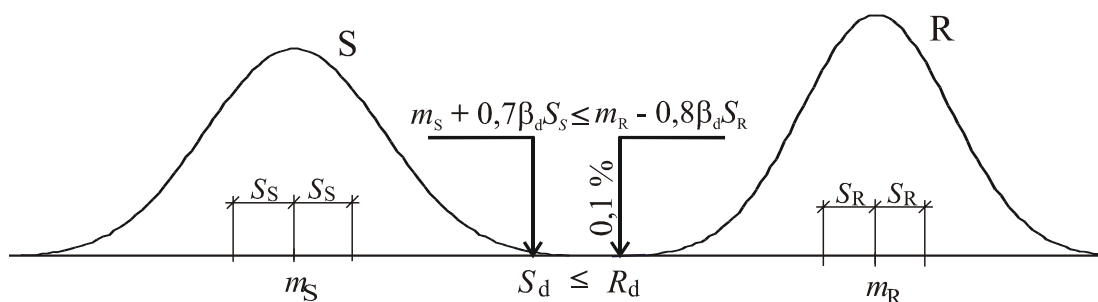
$$m_S + \alpha_{S(R)} \beta_d S_S \leq m_R - \alpha_{R(S)} \beta_d S_R, \quad (11)$$

kde m_S je střední hodnota účinku zatížení, S_S je směrodatná odchylka účinku zatížení, m_R je střední hodnota únosnosti a S_R je směrodatná odchylka únosnosti a kde

$$\alpha_{S(R)} = \frac{S_S}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}}, \quad \alpha_{R(S)} = \frac{S_R}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}}, \quad (12)$$

jsou takzvané linearizační (citlivostní, váhové) funkce. Linearizační funkce se v intervalu prakticky se vyskytujících hodnot mění jen málo a jejich nahrazení konstantními hodnotami je umožněno formálním oddělením účinků S a R . Často jsou užívány empiricky stanovené hodnoty $\alpha_R = 0,8$, $\alpha_S = 0,7$. Tyto hodnoty jsou uvedeny i v [43, 48]. Návrhová podmínka spolehlivosti (12) má pak tvar:

$$m_S + 0,7 \beta_d S_S \leq m_R - 0,8 \beta_d S_R, \quad (13)$$



Obr. 1 Ilustrace návrhové podmínky spolehlivosti (13)

V normě EN1990 [43] je kromě možnosti stanovit návrhové hodnoty pro normální rozdělení uvedena také možnost použít dvouparametrické lognormální a Gumbelovo rozdělení pravděpodobnosti. Jestliže účinky zatížení zohledníme normálním rozdělením a u únosnosti budeme předpokládat lognormální rozdělení, bude návrhová podmínka spolehlivosti zapsána ve tvaru (14).

$$m_S + 0,7 \beta_d S_S \leq m_R \exp(-0,8 \beta_d v_R). \quad (14)$$

Návrhové hodnotě únosnosti pro $\beta_d = 3,8$ prakticky vyhovuje 0,1% kvantil [43].

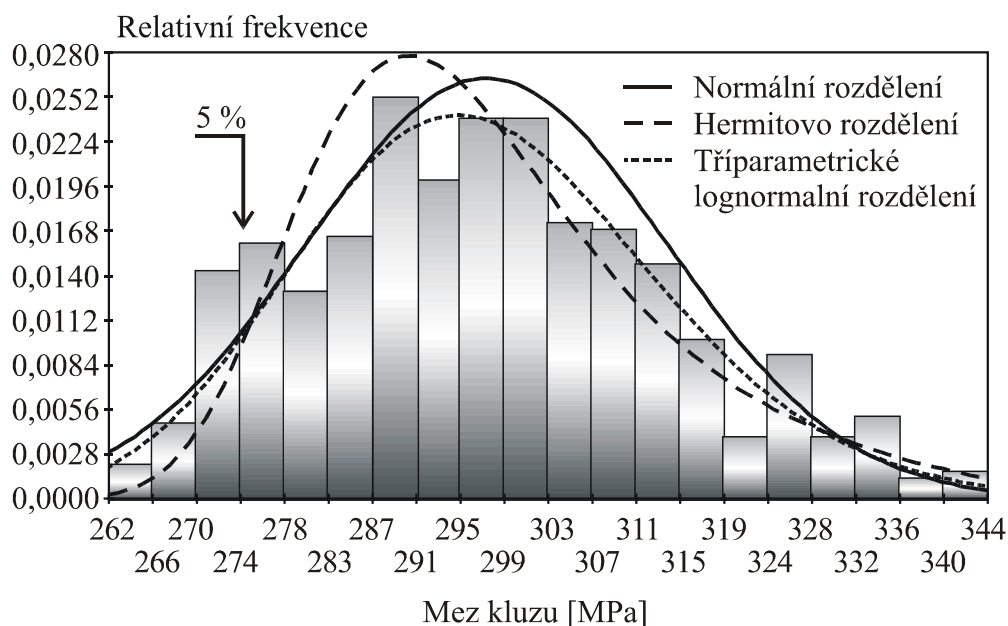
4 PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODELY ZÁKLADNÍCH VELIČIN

Zajištění spolehlivosti a současně také hospodárnosti konstrukce je jedním z nejdůležitějších úkolů dnešní techniky. Při řešení tohoto úkolu se neobejdeme bez statistického přístupu. Proto je v této souvislosti zcela nezbytné získání množství údajů a zkušeností ukazujících více či méně přesně náhodný charakter rozměrů, vlastností materiálů, uspořádání konstrukcí, zatížení apod.

Vstupní náhodné imperfekce můžeme rozdělit do dvou základních skupin - na ty, jejichž statistické charakteristiky lze výrobou příznivě ovlivnit (mez kluzu, vlastní prnutí, geometrické charakteristiky), a na ty, které nejsou na změny v technologii výroby dostatečně citlivé (např. proměnlivost modulu pružnosti E). První skupinu veličin je ještě možno dále rozdělit na dvě podskupiny: (i) veličiny, u nichž můžeme zkvalitněním výroby měnit jak střední hodnotu, tak i směrodatnou odchylku. Touto veličinou je např. mez kluzu; (ii) veličiny, jejichž nominální hodnota se uvažuje jako střední hodnota (geometrické charakteristiky rozměrů průřezu nebo hodnoty stálého zatížení).

4.1 MECHANICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLU

V oblasti strukturálních imperfekcí je největší pozornost věnována sledování a analýze náhodných proměnných hodnot mezi kluzu a pevnosti materiálu a dále tažnosti. Při praktickém navrhování ocelových konstrukcí se často používají válcované nosníky. Na obr. 2 je uveden histogram meze kluzu materiálu profilů IPE 160 až IPE 220 z oceli S235 vyhodnocený dle výsledků měření [77, 54] ze vzorků odebraných ze třetiny pásnice pro namáhání ve směru válcování.



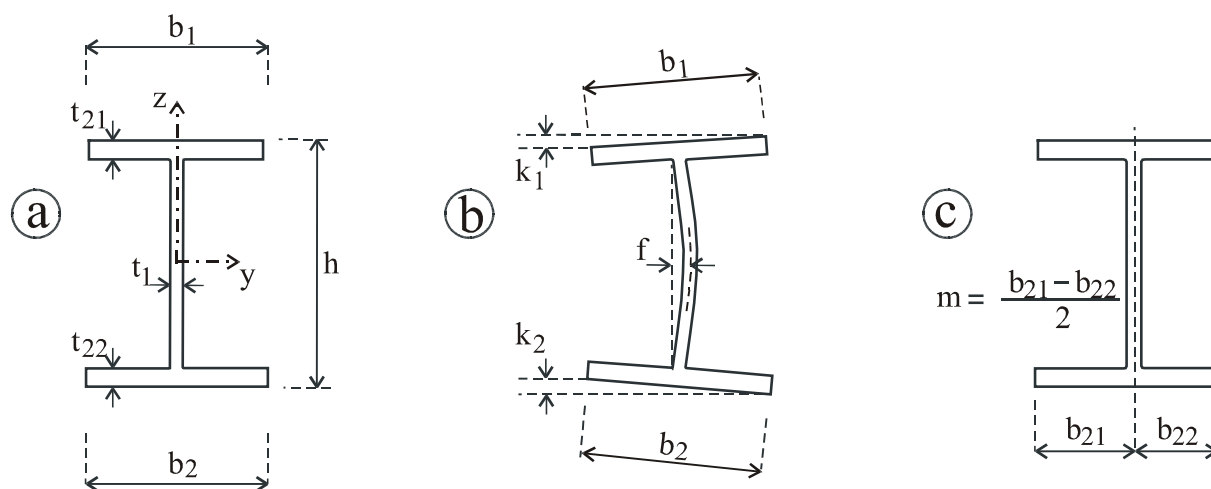
Obr. 2 Histogram meze kluzu oceli S235 válcovaných profilů IPE

Tab. 1 Mechanické vlastnosti oceli S235 – počet zkoušek: 562

Veličina	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Šikmost	Špičatost	Minimální hodnota	Maximální hodnota
Mez kluzu	297,3 MPa	16,8 MPa	0,32462	2,5415	262,0 MPa	344,0 MPa
Pevnost	403,8 MPa	11,3 MPa	0,32600	2,8447	378,0 MPa	439,0 MPa
Tažnost	37,8 %	2,9 %	-0,75266	5,1796	27,1 %	46,2 %

4.2 GEOMETRICKÉ CHARAKTERISTIKY ROZMĚRŮ PRŮŘEZU

Dalšími experimentálními výsledky, které byly vyhodnocovány, byly geometrické charakteristiky průřezů [77, 54]. Z experimentálních měření byly statisticky vyhodnocovány veličiny h , b_1 , b_2 , t_1 , t_{21} , t_{22} ocelových válcovaných nosníků IPE 160 až IPE 240.



Obr. 3 Geometrické charakteristiky válcovaných profilů IPE

Při výrobě se kontroluje především dodržování geometrických rozměrů a hmotnosti tyčí. S výjimkou tloušťky horní pásnice t_{21} má u všech ostatních veličin nadpoloviční většina hodnot realizací hodnotu vyšší než nominální hodnota, viz tab. 2.

Statistickým vyhodnocením bylo zjištěno, že pouze 2 % tyčí má hodnotu plochy průřezu nižší než 96 % nominální plochy (relativní plochy 1,0). Měřené veličiny splňují mezní úchytky rozměrů a geometrického tvaru normy Tolerance Standard EN 10034:1993 [44] s více jak 95% pravděpodobností, což je příznivé.

Tab. 2 Relativní statistické charakteristiky profilů IPE - počet měření: 371

Veličina	m	S	Min. hod.	Max. hod.	< 1	Šikmost	Špičatost
	[mm]				[%]	[-]	
h	1,001	0,00443	0,989	1,013	34	-0,4063	3,015
b_1	1,012	0,01026	0,975	1,049	8	-0,3939	4,239
b_2	1,015	0,00961	0,975	1,037	5	-0,5448	3,887
t_1	1,055	0,04182	0,949	1,300	4	1,0545	7,473
t_{21}	0,988	0,04357	0,880	1,094	55	-0,2991	2,663
t_{22}	0,998	0,04803	0,858	1,129	47	0,3303	2,766

4.3 VSTUPNÍ VELIČINY VE STOCHASTICKÝCH MODELECH

Experimentálně zjištěné charakteristiky jsou uvažovány jako výchozí. U geometrických charakteristik k_1 , k_2 , f , m (viz obr. 3) které nebyly měřeny, byly jejich statistické charakteristiky odvozeny z předpokladu, že v tolerančních mezích normy [44] se nachází 95 % měřených veličin. U ostatních charakteristik, které nebyly měřeny a nejsou pro ně toleranční normy (např. modul pružnosti E), se vycházelo z podkladů, které uvádí literatura.

5 STATISTICKÁ ANALÝZA

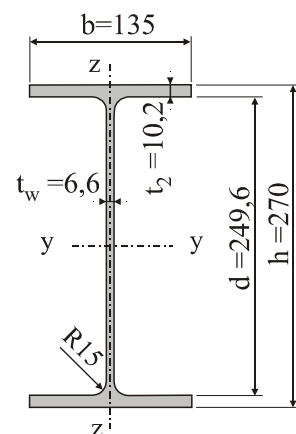
5.1 NÁVRHOVÁ PEVNOST

Odolnost ocelové konstrukce je v rozhodující míře ovlivněna kvalitou používaného materiálu a sortimentu profilů. Ve studii taženého prutu je analyzována návrhová pevnost ocelového prutu IPE 270 z oceli pevnostní třídy S235. Pevnost průřezu lze definovat vztahem

$$R_d = \frac{f_y A}{A_n}. \quad (15)$$

Výraz v čitateli lze chápat jako náhodnou únosnost v prostém tahu, jež se dělí nominální hodnotou plochy průřezu A_n , aby výsledná odolnost měla rozměr napětí. V čitateli (15) je f_y mez kluzu a A plocha příčného řezu. Obě tyto veličiny jsou náhodně proměnné veličiny, a odolnost R je tedy též náhodnou veličinou. Její návrhovou hodnotu R_d lze dle návrhových podmínek spolehlivosti (13), (14) stanovit pro tzv. normální úroveň spolehlivosti ($\beta_d=3,8$) jako 0,1% kvantil [43].

V první variantě jsme statistické charakteristiky meze kluzu a geometrické charakteristiky profilu IPE uvažovali dle histogramů z experimentů, viz tab. 1 a 2. Ve druhé variantě byla u meze kluzu uvažována střední hodnota 297 MPa, což přibližně odpovídá výsledkům materiálových zkoušek tvarových tyčí [27]. Geometrické charakteristiky byly odvozeny dle normy [44].



Tab. 3 Statistické charakteristiky

	1. varianta		2. varianta	
	m_X [mm]	S_X [mm]	m_X	S_X
h	270,3 mm	1,2 mm	270 mm	1,5 mm
b	136,6 mm	1,4 mm	135 mm	1,5 mm
t_1	6,96 mm	0,28 mm	6,6 mm	0,35 mm
t_2	10,18 mm	0,49 mm	10,2 mm	0,75 mm
f_y	297,3 MPa	16,8 MPa	297 MPa	27 MPa

Obr. 4 Geometrie profilu IPE

Návrhová pevnost určená dle varianty 1 má hodnotou $R_d=255,2$ MPa. Tato hodnota je vyšší než návrhová hodnota 235 MPa, a tudíž je možno konstatovat, že často diskutované zavedení dílčího součinitele spolehlivosti γ_{M0} hodnotou 1,0 je u taženého prutu přijatelné. Ve druhé variantě jsou hodnoty směrodatných odchylek meze kluzu $S_{f_y} = 27$ MPa a tloušťky pásnice $S_{t_2} = 0,75$ mm násobeny parametry k a m a je sledováno, jak tyto změny ovlivní změnu návrhové pevnosti R_d :

Tab.4 Dílčí součinitel spolehlivosti γ_{M0} v závislosti na parametrech k, m

		k - násobek směrodatné odchylky meze kluzu f_y								
		m \ k	1	0,95	0,9	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65
m - násobek směrodatné odch. t_2	1	207	210,8	214,2	217,6	221,0	224,4	227,7	230,8	233,7
	0,9	208,0	211,6	215,2	218,9	222,3	225,8	229,1	232,3	235,7
	0,8	208,8	212,5	216,3	219,8	223,4	227,1	230,5	233,9	237,2
	0,7	209,6	213,4	217,2	220,9	224,4	228,0	231,7	235,3	238,7
	0,6	210,6	214,4	218,1	221,9	225,5	229,3	232,8	236,4	240,1

5.2 STATISTICKÁ ANALÝZA TLAČENÉHO PRUTU NAMÁHANÉHO NA VZPĚR

Analýzu únosnosti tlačeného prutu řešeného s vlivem vzpěru studovali autoři Mrázik a Sadovský v práci [22]. Vycházeli ze statistických údajů rozměrů průřezů ocelových konstrukcí a ze statistických údajů o mezi kluzu dlouhodobě zjišťovaných v Ústavu stavebnictva a architektury SAV v Bratislavě. Studie spolehlivosti osově tlačeného prutu s využitím řešení v uzavřeném tvaru v pružném stavu uvedl Páleš v [25].

Murzewski v [23] posuzuje spolehlivost tlačeného prutu; vychází ze dvou základních charakteristik střední hodnoty a směrodatné odchylky. Příspěvek [30] ukazuje příklad použití metody Monte Carlo ke stanovení histogramu únosnosti prutu namáhaného na vzpěr s využitím skutečných charakteristik základních náhodných vstupních veličin. Statistická analýza vzpěru prutu s využitím výpočtového modelu MKP je zpracována např. v [76, 85, 86, 88, 90].

5.3 VARIANTY ŘEŠENÍ

Byla řešena úloha vzpěru prutu z profilu IPE270. Jako základní statistická veličina je vyhodnocována únosnost stanovená nelineárním řešením s uvážením vlivu všech vstupních imperfekcí zohledněných modelem. Jsou řešeny základní případy možných štíhlostí prutů běžně se vyskytujících v praxi. Srovnání řešení v uzavřeném tvaru s nelineárním řešením MKP poskytuje představu o rozdílech mezi jednotlivými přístupy. V habilitační práci jsou řešeny celkem čtyři varianty. S užitím histogramů a statistických charakteristik dle předchozí kapitoly 3 zde uvedeme dvě varianty:

- A) Geometricky nelineární řešení metodou konečných prvků.
- B) Řešení v uzavřeném tvaru.

5.3.1 Varianta A – výpočtový model MKP

Ve variantě A byl ocelový prut byl modelován v programu ANSYS deskostěnovými prvky Shell43 [51], které mají v každém uzlu šest stupňů volnosti - 3 posuvy a 3 rotace. Bylo použito 900 prvků, 962 uzlů, úloha vedla na 5637 rovnic. Maximální poměr délky a šířky prvku je v [51] doporučován hodnotou 20:1. Prvek mimo jiné umožňuje řešení úloh plasticity velkých posunů a velkých poměrných deformací. Napětí je v tomto prvku programově sledováno ve čtyřech Gaussových bodech. Hustota dělení konstrukce těmito konečnými prvky byla s respektováním dovolených poměrů stran prvku zvolena tak, aby bylo možno dostatečně přesně zohlednit rovněž vliv lokálních poruch, ke kterým může docházet vlivem boulení pásnic nebo stojiny.

Vzhledem k symetrii řešeného prutu a k velké numerické náročnosti výpočtu se ukázalo jako vhodné uvažovat pouze polovinu prutu. V polovině prutu jsme u uzlů ležících v rovině os symetrie zabránili posuvům po ose X , která je rovnoběžná s těžištní osou prutu bez geometrických imperfekcí. Na druhém konci řešené poloviny prutu jsme u všech uzlů stojiny zabránili posuvům a rotacím po osách Y (vodorovná osa) a Z (svislá osa kolmá na rovinu pásnice). Na tomto volném konci byl prut zatěžován osovou tlakovou silou působící ve směru osy X . Síla byla zavedena jako osové zatížení do všech koncových uzlů.

Pro řešení nelineární úlohy byla použita Eulerova metoda založená na proporcionálním zatěžování v kombinaci s Newton-Raphsonovou metodou popsanou např. v [3]. Pro ilustraci: Při výpočtu únosnosti jednoho prutu bylo v jedné simulaci použito 40 Eulerových přírůstkových kroků a 640 iterací, záleží však vždy na konkrétní úloze. Je možno předpokládat, že k počátku zplastizování oceli dochází tehdy, když srovnávací napětí překročí mez kluzu. Bylo uvažováno bilineární kinematické zpevnění materiálu. V každé obrátce metody LHS jsme hledali takovou hladinu zatížení, při níž se bude determinant matice tečné tuhosti K_t konstrukce s přesností 0,1 % blížit nule. Tím jsou simulovány zatěžovací zkoušky u skutečných ocelových prutů.

5.3.2 Varianta B – výpočtový model v uzavřeném tvaru

Analytické řešení únosnosti tlačенého prutu zakřiveného počáteční deformací ve tvaru jedné vlny funkce sinus bylo odvozeno např. v [17]. Únosnost N je možno určit ze vztahu:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_0}{W \cdot (1 - N/N_{cr})} = f_y \Rightarrow N, \quad (16)$$

kde A je průřezová plocha prutu, W je průřezový modul, e_0 je amplituda počátečního sinusového zakřivení osy prutu. N_{cr} je Eulerova kritická síla, kterou je možno u oboustranně kloubově uloženého prutu stanovit jako $N_{cr} = \pi^2 EI/L_{cr}^2$.

Únosnost je možno určit metodou půlení intervalu, přičemž startovací interval je možno zvolit jako $(0; N_{cr})$. Takto stanovená únosnost neumožňuje zohlednit plastickou rezervu průřezu a vliv zbytkových napětí na průřezu.

Kromě zanedbání vlivu vlastního pnutí, pevnosti a tažnosti nebyl uvažován také vliv sklonu vnějších hran přírub k_1, k_2 prohnutí stojiny f , nesouosost příruby m .

5.4 VSTUPNÍ NÁHODNÉ VELIČINY

Ve snaze přizpůsobit se údajům založeným na výzkumech [4, 17] byl u vlastního pnutí volen model samorovnovážených křivek ve tvaru trojúhelníků na pásnicích a na stojině. Počáteční zakřivení prutu bylo uvažováno ve tvaru jedné vlny funkce sinus s rovnoměrným rozdělením maximální amplitudy. Modul pružnosti E byl dle dvou nezávislých experimentálních výsledků [10, 28] uvažován jako náhodná veličina se střední hodnotou $m_E = 210$ GPa a směrodatnou odchylkou $S_E = 12,6$ GPa.

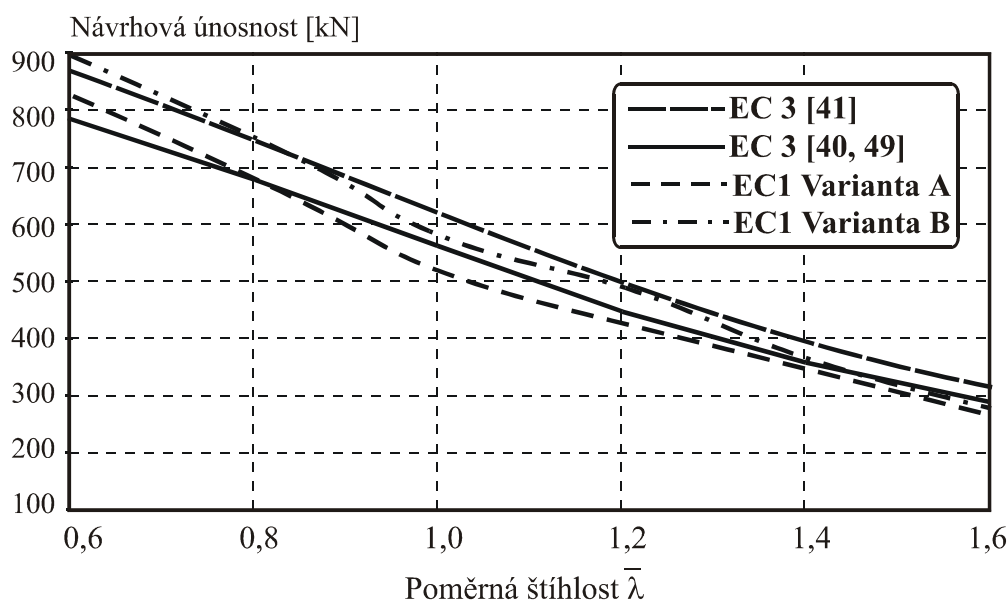
Tab.5 Vstupní náhodné veličiny

Veličina	Sym-bol	Varianta	Rozdělení pravděpodobnosti	Střední hodnota m_X	Směrodatná odchylka S_X
Mez kluzu	f_y	A, B	Histogram obr..2*	297,3 MPa	16,8 MPa
Pevnost	f_P	A	Histogram *	403,8 MPa	11,3 MPa
Tažnost	ε_P	A	Histogram *	37,8 %	2,9 %
Modul pružnosti	E	A, B	Normální	210 GPa	12,6 GPa
Výška průřezu	h	A, B	Histogram *	270,3 mm	1,2 mm
Šířka průřezu	b	A, B	Histogram *	136,8 mm	1,3 mm
Tloušťka stojiny	t_1	A, B	Histogram *	6,96 mm	0,28 mm
Tloušťka pásnice	t_2	A, B	Histogram *	10,13 mm	0,47 mm
Natočení horní pásnice	k_1	A	Normální	0 mm	1 mm
Natočení dolní pásnice	k_2	A	Normální	0 mm	1 mm
Počáteční prohnutí stojiny	f	A	Normální	0 mm	0,75 mm
Počáteční vyosení stojiny	m	A	Normální	0 mm	1,77 mm
Vlastní pnutí	σ_r	A	Normální	60 MPa	30 MPa
Amplituda sinusového počátečního zakřivení	e_0	A, B	Rovnoměrné na intervalu $\langle -L/1000; L/1000 \rangle$		

* Měřené veličiny byly popsány v kap.3.

5.5 NÁVRHOVÁ ÚNOSNOST

Pokud u konstrukce požadujeme, aby byla navržena s obvyklou pravděpodobností poruchy ($P_f = 7,2E-5$), je možno návrhovou únosnost určit dle [43] jako 0,1% kvantil. Hodnoty 0,1% kvantilů byly získány programem Statrel s pomocí Hermitova čtyřparametrického rozdělení pravděpodobnosti. Výhoda Hermitova rozdělení spočívá v tom, že respektuje i šikmost a špičatost náhodné únosnosti. Bylo použito 300 kroků metody LHS. Ze srovnání z obr. 5 je patrné, že návrhové únosnosti dle norem EC3 a EC1 se velmi dobře shodují. Z toho je možno přibližně usuzovat, že vstupní materiálové a geometrické charakteristiky jsou vyhovující a že je možno uvažovat dílčí součinitel spolehlivosti hodnotou $\gamma_{M1}=1,0$ dle nově zaváděných úprav EC3 [41].



Obr. 5 Porovnání návrhových únosností

5.6 EKVIVALENTNÍ GEOMETRICKÁ IMPERFEKCE

Ayrton a Perry upozornili již v r. 1886 na možnost považovat počáteční zakřivení osy prutu za obecnou geometrickou imperfekci, jejíž vhodnou volbou lze vyjádřit i účinek dalších nedokonalostí na snížení vzpěrné únosnosti [2].

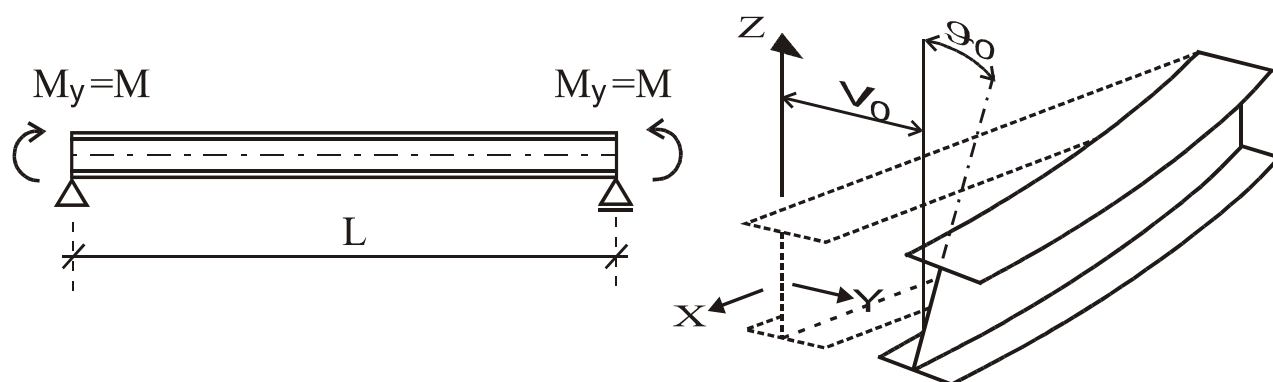
Ve vztahu (16) je možno hledat takové počáteční zakřivení, aby každá realizace únosnosti N stanovená metodou konečných prvků byla shodná s únosností z analytického řešení. Amplituda počátečního zakřivení e_0 je tak zvolena jako kalibrační veličina. Z tab. 6 je patrné, že hodnoty e_0 vycházejí vesměs větší než podle normy [49], zvláště pro malé štíhlosti.

Tab.6 Ekvivalentní geometrické imperfekce

Štíhlost $\bar{\lambda}$	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Šikmost	Špičatost	EC3 [49]	$\frac{L}{1000}$
0,6	2,41	0,53	0,06	2,54	1,00	1,23
0,8	3,43	0,83	0,57	3,10	1,64	1,64
1,0	3,99	1,24	0,26	2,72	2,34	2,05
1,2	4,28	1,29	0,47	2,26	3,14	2,46
1,4	4,55	1,27	-0,15	2,28	4,02	2,87
1,6	4,65	1,73	-0,37	2,83	4,99	3,28

6 STATISTICKÁ ANALÝZA ÚNOSNOSTI OHÝBANÉHO PRUTU ŘEŠENÉHO S VLIVEM KLOPENÍ

Mezi nejrozšířenější sortiment ocelových výrobků patří tvarové tyče I, IPE, IE vyráběné válcováním. Geometrie těchto nosníků je navržena tak, aby bylo dosaženo pokud možno co největší únosnosti při namáhání ohybem kolem osy Y (viz obr. 6) a zároveň aby bylo pokud možno vyloučeno boulení jeho štíhlých stěn (pruty 1. třídy). Při namáhání ohybem je tlačena horní polovina nosníku nestabilní a nosník má tendenci vybočit jako celek z roviny prvotního ohybu. Spodní tažená část nosníku má naopak stabilizující účinek, vybočení je proto doprovázeno i současným zkroucením nosníku, viz obr. 6. Byla řešena nejjednodušší úloha prutu namáhaného konstantními ohybovými momenty, což je z hlediska klopení nejnepříznivější zatěžovací stav.



Obr. 6 Klopení ohýbaného nosníku

Nejstarší teoretické studie problému stability ohybu pro nosník úzkého obdélníkového průřezu rozpracovali nezávisle na sobě L.Prandtl [26] a A.G.Michell [20], a to již v roce 1899. Prakticky významnou analýzu klopení příčně zatížených tenkostěnných ocelových prutů předložil poprvé S. P. Timošenko [34] v roce 1905. Zabýval se stabilitou rovinného ohybu nosníku průřezu I s uvažováním vlivu ohybové tuhosti pásnic při vybočení z roviny prvotního přetvoření. Diferenciální rovnice stability řešil mocninovými řadami. Později, v r. 1910, aplikoval na uvedený problém nově rozpracovanou energetickou metodu [35].

Máme-li na zřeteli skutečný průmyslově vyráběný prut, je třeba reálnou hladinu jeho únosnosti stanovit s přihlédnutím k náhodnému vlivu všech počátečních imperfekcí. Skutečný nosník vždy vykazuje řadu počátečních odchylek, jež ve srovnání s idealizovaným teoretickým modelem snižují jeho únosnost, a to při plynulém nárůstu přetvoření již od počátku působení vnějšího zatížení. Nejistoty ve vstupních hodnotách je třeba zohlednit jistou proměnlivostí vstupních hodnot.

V současné době je možno uvedené problémy relativně jednoduše studovat s využitím modelování nosníků konečnými prvky a nelineárních metod. S uvažováním náhodných vstupů jsou při výpočtu únosnosti simulovány zatěžovací zkoušky u skutečných ocelových prutů.

Poznamenejme v této souvislosti, že zatímco řešení úlohy stability, resp. vzpěrné pevnosti či únosnosti je v rámci uvažovaných předpokladů exaktní matematicko-fyzikální problém, je definování normativní (přípustné) únosnosti nosníku závislé na konvenčním přístupu v jednotlivých zemích a zejména též na různých metodách zjednodušení a úpravách zaváděných ve prospěch přijatelnosti praktického výpočtu [17].

6.1 VARIANTY ŘEŠENÍ

Byla řešena nejjednodušší úloha prutu namáhaného konstantními ohybovými momenty, což je z hlediska klopení nejnepříznivější zatěžovací stav. Obdobně jako u vzpěru prutu jsou uvažovány dvě základní varianty řešení úlohy klopení nosníku.

- A) Geometricky nelineární řešení metodou konečných prvků.
- B) Řešení v uzavřeném tvaru.

6.1.1 Varianta A – výpočtový model MKP

Pro řešení MKP byl obdobně jako u vzpěru prutu v kap. 4 použit program ANSYS. Prut byl modelován 900 deskostěnovými prvky Shell43 (962 uzlů, 5637 rovnic). Zohlednění jednotlivých imperfekcí ve stochastickém modelu bylo detailněji popsáno v kap. 8, kde jsme se zabývali vzpěrem prutu. Rozdílů jsou především v zavedení okrajových podmínek a koncového zatížení. Vzhledem k symetrii řešeného prutu a k velké numerické náročnosti výpočtu byla - stejně jako u úlohy vzpěru - uvažována pouze polovina prutu. V polovině prutu jsme v rovině symetrie předpokládali zamezení posuvů ve všech uzlech průřezu ve směru osy X a rotací kolem osy Y a osy Z . Na stojině profilu IPE - na druhém okraji řešené poloviny prutu - jsme zabránili posuvům uzlů ve směru osy Y . Na spodní pásnici tohoto okraje jsme zamezili posuvy ve směru osy Z . Horní pásnici jsme ponechali volnou.

Tvar počátečního zakřivení prutu, imperfekce průřezu a průběh vlastního pnutí po průřezu byly zavedeny stejně jako v kap. 4. Předpokládali jsme, že k počátku zplastizování oceli dochází tehdy, když srovnávací napětí překročí mez kluzu. Mez kluzu jsme uvažovali jednak konstantní u celého prutu, jednak proměnnou po průřezu. U oceli pevnostní třídy S235 bylo uvažováno bilineární kinematische zpevnění materiálu.

Pro řešení nelineární úlohy byla použita Eulerova metoda založená na proporcionálním zatěžování v kombinaci s Newton-Raphsonovou metodou [3]. Nastavení parametrů automatického řízení zatěžovacího kroku bylo u daného inkrementálního výpočtu voleno heuristicky tak, abychom dosáhli co největší stability řešení pro všechny možné realizace náhodných vstupů. Únosnost byla v každém kroku metody LHS určována jako taková hladina zatížení, při které se determinant matice tečné tuhosti K_t s dostatečnou přesností blížil nule.

6.1.2 Varianta B – výpočtový model v uzavřeném tvaru

Úlohu vzpěrné pevnosti nosníku tenkostěnného průřezu s počátečním vybočením mezipodporových průřezů lze řešit v uzavřeném tvaru pouze pro nejjednodušší případ konstantního průběhu ohybového momentu. Celkovým stabilitním řešením nosníku kloubově uloženého v ohybu i kroucení je pak možno vztah pro největší napětí stanovit ve tvaru:

$$\sigma_x = \frac{M}{W_y} + |v_{0m}| \frac{N_z}{M_{cr}} \left(1 + \frac{h}{2} \frac{N_z}{M_{cr}} \right) \frac{M}{W_z} \left(\frac{1}{1 - M/M_{cr}} \right) \quad (17)$$

kde $N_z = \pi^2 EI_z/L^2$ je Eulerova kritická síla, I_z je moment setrvačnosti k ose Z , M_{cr} je kritický ohybový moment při pružném působení, h je výška průřezu, W_z je pružný průřezový modul. Podrobnější odvození vztahu (17) je uvedeno např. v [17, 91]. Ve vztahu (17) se počáteční průhyb v_{0m} uvažuje jen jako kladný, což je zdůrazněno absolutní hodnotou. Stejně tak je nutno uvažovat jako kladný i zatěžovací ohybový moment M .

6.2 VSTUPNÍ NÁHODNÉ VELIČINY

Byla řešena úloha klopení ocelového válcovaného nosníku IPE140. Délka nosníku L byla stanovena v závislosti na poměrné štíhlosti [49, 41] řešeného prutu. Vzhledem k veličinám použitým v rovnici (17) bylo nutno u varianty B zanedbat vliv veličin σ_R , k_1 , k_2 , f , m . Kromě těchto rozdílů je také podstatné vyjádření náhodné únosnosti u obou modelů. Zatímco u varianty A bylo možno stanovit maximální mezní únosnost, a to i využitím plastické rezervy ocelového nosníku, u varianty B byla únosnost stanovena pouze za předpokladu pružného působení nosníku.

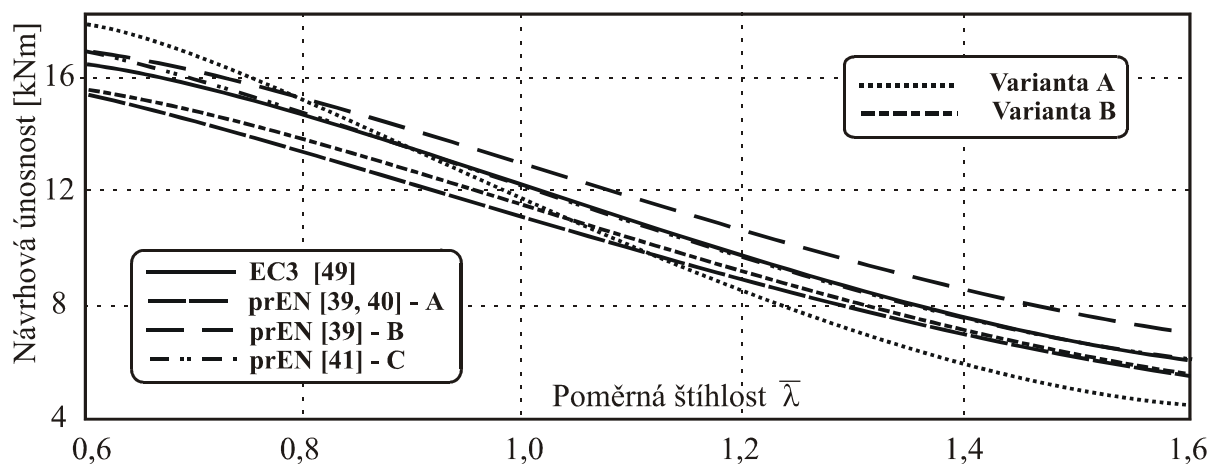
Tab. 7 Vstupní náhodné veličiny

* Měřené veličiny byly popsány v kap.3.

Veličina	Symbol	Varianta	Funkce rozdělení pravděpodobnosti	Střední hodnota m_X	Směrodatná odchylka S_X
Mez kluzu	f_y	A, B	Histogram *	297,3 MPa	16,8 MPa
Pevnost materiálu	f_d	A	Histogram *	403,8 MPa	11,3 MPa
Tažnost	ε_p	A	Histogram *	37,8 %	2,9 %
Modul pružnosti	E	A, B	Normální	210 Gpa	12,6 GPa
Výška průřezu	h	A, B	Histogram *	140,14 mm	0,62 mm
Šířka pásnice	b	A, B	Histogram *	73,88 mm	0,75 mm
Tloušťka stojiny	t_1	A, B	Histogram *	4,96 mm	0,20 mm
Tloušťka pásnice	t_2	A, B	Histogram *	6,82 mm	0,30 mm
Natočení horní pásnice	k_1	A	Normální	0 mm	0,55 mm
Natočení dolní pásnice	k_2	A	Normální	0 mm	0,55 mm
Prohnutí stojiny	f	A	Normální	0 mm	0,75 mm
Vyosení stojiny	m	A	Normální	0 mm	1,25 mm
Vlastní pnutí	σ_i	A	Normální	60 MPa	30 MPa
Amplituda sin zakřivení	e_0	A, B	Normální	0 mm	$L / 2000$

6.3 NÁVRHOVÁ ÚNOSNOST

Návrhová únosnost byla v [91] určena jako 0,1% kvantil [43] programem Statrel z normálního, lognormálního, tříparametrického lognormálního a Hermitova rozdělení. Na obr. 7 je vyneseno průběh návrhové únosnosti stanovené z normálního rozdělení v závislosti na poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}$. Byla použito 300 kroků metody LHS u varianty A; 100 000 simulací MC u varianty B. Z obr. 7 je patrné, že návrhové únosnosti se velmi dobře shodují.



Obr. 7 Porovnání návrhových únosností

6.4 K OTÁZCE VLIVU PROMĚNLIVOSTI MEZE KLUZU PO PRŮŘEZU

V teoretických studiích se často předpokládá, že mez kluzu je u celého prutu ve všech směrech konstantní. Skutečné průmyslové pruty jsou však od těchto teoretických zjednodušení více či méně vzdáleny, a je proto třeba se ptát, do jaké míry je předpoklad homogenního izotropního materiálu oprávněný. Statistické charakteristiky meze kluzu se běžně vyhodnocují ze vzorků odebraných ze třetiny pásnice. Dle experimentálních studií [4] je mez kluzu pro namáhání ve směru válcování v důsledku nerovnoměrného chladnutí průřezu v pásnicích nižší než ve stojině a to až o 26 %. Při zkoumání stojiny nelze toto hledisko zanedbat vzhledem k významu pásnic pro odolnost profilu. Nejdůležitějším úkolem by však bylo stanovit příslušné hodnoty korelačních koeficientů mezi kluzou jednotlivých částí průřezu.

6.4.1 Autokorelační funkce – náhodná pole

Byla analyzována únosnost nosníku s průřezem IPE240 délky $L=1,9\text{m}$ z oceli S235. Průřez byl rozdělen na 36 segmentů (viz obr. 8), tj. pásnice i stojina byly rozděleny na dvanáct segmentů. Mez kluzu každého segmentu byla uvažována jako náhodná veličina (prvek náhodného pole), přičemž mezi hodnotami mezí kluzu jednotlivých segmentů je uvažována jistá korelace určená autokorelační funkcí:

$$c_{i,j} = \sigma^2 \cdot e^{-\left(|\xi_{i,j}|/L_{\text{cor}}\right)}, \quad (18)$$

kde L_{cor} je tzv. korelační délka, σ je směrodatná odchylka náhodného pole a $\xi_{i,j} = x_j - x_i$ je vzdálenost mezi místy na průřezu x_i a x_j . Člen korelační matice je možno stanovit jako:

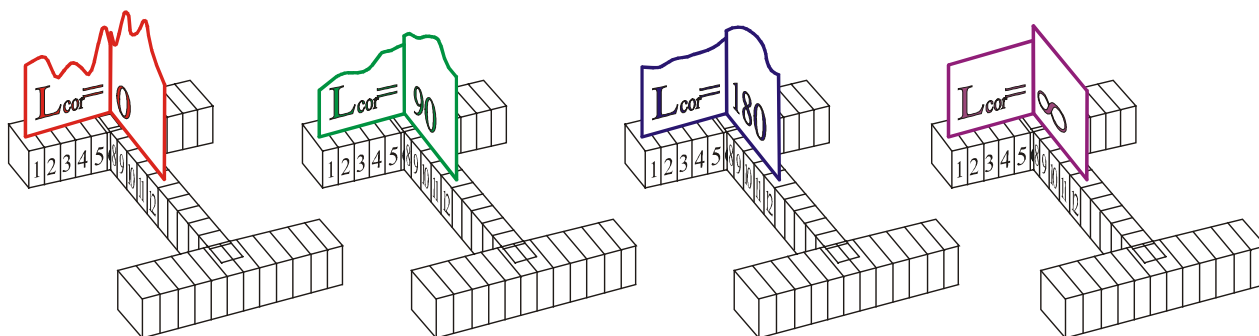
$$\rho_{i,j} = \frac{c_{i,j}}{\sqrt{c_{i,i} \cdot c_{j,j}}}. \quad (19)$$

Konkrétní realizace mezí kluzu jednotlivých segmentů byly určeny metodou LHS. Mez kluzu pro ostatní prvky byla zavedena symetricky (jako u dvouose symetrického průřezu).

Varianty řešení:

- 1) Mez kluzu segmentů je statisticky nezávislá (hypoteticky $L_{\text{cor}} = 0$).
- 2) Mez kluzu je korelována dle (19) s korelační délkou $L_{\text{cor}} = 90$ mm.
- 3) Mez kluzu je uvažována jako korelovaná dle (19) s korelační délkou $L_{\text{cor}} = 180$.
- 4) Mez kluzu je uvažována jako konstantní po průřezu (korelační délka $L_{\text{cor}} = \infty$).

U prvků pásnice jsme uvažovali, že mez kluzu je náhodná veličina se střední hodnotou $m_{fy} = 285,7$ MPa a směrodatnou odchylkou $S_{fy} = 26,76$ MPa [27]. U stojiny je mez kluzu dle [4] v průměru vyšší, což je dáno především rychlejším chladnutím v porovnání s pásnicí. Byla proto uvažována vyšší průměrná hodnota $m_{fy} = 305,7$ MPa. Bylo použito 200 kroků metody LHS.



Obr. 8 Ilustrace proměnlivosti meze kluzu po průřezu

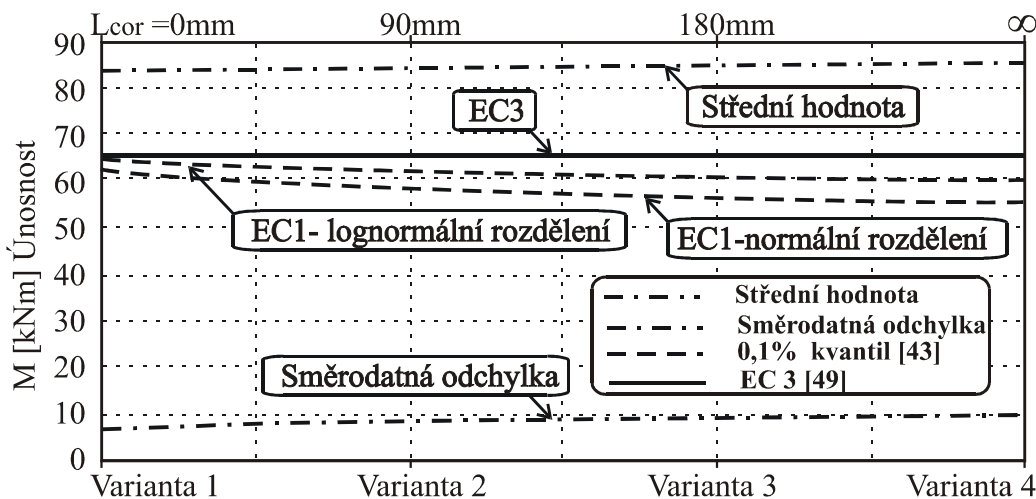
Nosník byl modelován celkem z 540 prvků typu SHELL43 [51]. Únosnost prutu namáhaného ohybem byla počítána geometricky a fyzikálně nelineárně. Kromě zavedení proměnné meze kluzu po průřezu se při modelování nosníku a výpočtu únosnosti postupovalo řešením dle kap. 6.1.1.

Tab. 8 Vstupní náhodné veličiny

Náhodná proměnná	Symbol	Funkce roz. pravděp.	Střední Hodnota m_X	Směrodatná odchylka S_X
Mez kluzu pásnice	f_y	Normální	285,7 MPa	26,8 MPa
Mez kluzu stojiny	f_y	Normální	305,7 MPa	26,8 MPa
Modul pružnosti	E	Normální	210 GPa	12,6 GPa
Výška průřezu	h	Normální	240 mm	1,5 mm
Šířka pásnice	b	Normální	120 mm	1,5 mm
Tloušťka stojiny	t_1	Normální	6,2 mm	0,375 mm
Tloušťka pásnice	t_2	Normální	9,8 mm	0,75 mm
Natočení horní pásnice	k_1	Normální	0 mm	0,09 mm
Natočení dolní pásnice	k_2	Normální	0 mm	0,09 mm
Počáteční prohnutí stojiny	f	Normální	0 mm	0,75 mm
Počáteční vyosení stojiny	m	Normální	0 mm	1,25 mm
Vlastní pnutí	σ_r	Normální	60 MPa	20 MPa
Amplituda sin zakřivení	e_0	Rovnoměrné na intervalu $\langle 0 \text{ mm}; 1,9 \text{ mm} \rangle$		

6.4.2 Návrhová únosnost

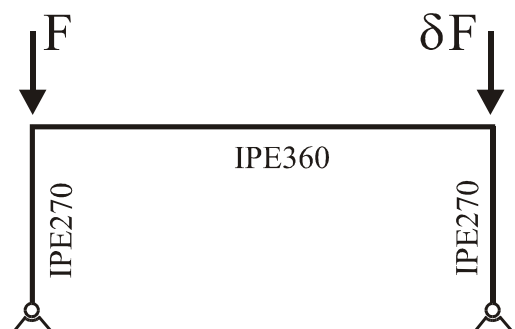
Statistické charakteristiky návrhové únosnosti jsou zobrazeny na obr. 9. Z obr. 9 je patrné, že se zvětšující se korelační délkou návrhová únosnost stanovená dle [43] klesá. To je způsobeno hlavně růstem směrodatné odchylky. Na obrázené výsledky má pro $L_{cor} = 0 \text{ mm}$ jistý vliv i hustota dělení průřezu konečnými prvky. Bylo provedeno též srovnání s normou [49].



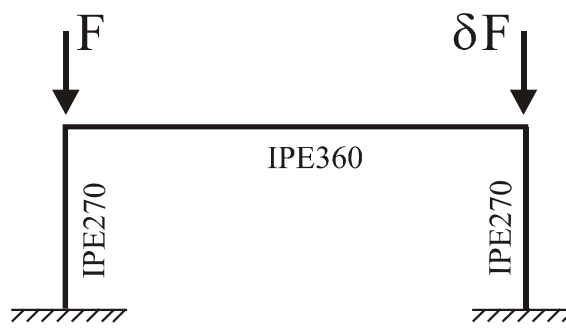
Obr. 9 Grafické znázornění statistických charakteristik náhodné únosnosti

7 STATISTICKÁ ANALÝZA ROVINNÉHO RÁMU

Dle EC3 je možno únosnost stanovit jednak s využitím stabilitního řešení s uvážením vzpěrné délky, jednak za pomoci geometricky nelineárního řešení s počáteční imperfekcí. Oba přístupy v sobě zahrnují zjednodušení, která v případě stabilitního řešení spočívají v nahrazení vlivu všech imperfekcí buď vzpěrnostním součinitelem, nebo v případě geometricky nelineárního řešení počáteční geometrickou imperfekcí.



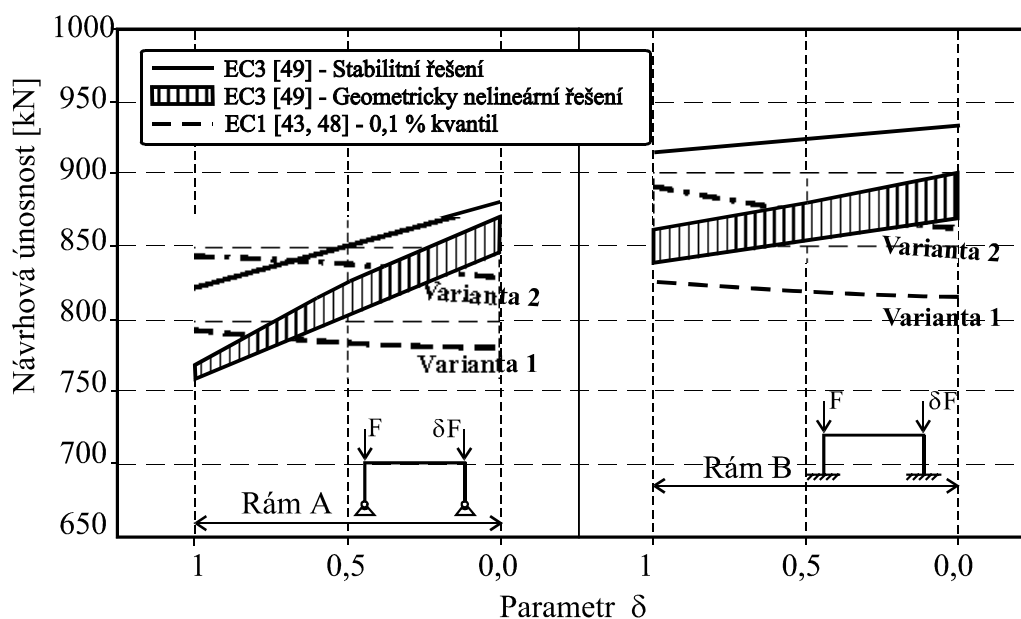
Obr. 10a Rám s kloubově uloženými stojkami



Obr. 10b Rám s vetknutými stojkami

Porovnáním stabilitního a geometricky nelineárního řešení dle EC3 byl stanoven až 9 % rozdíl v hodnotách únosností, viz obr. 11. Oba dva typy výpočtu předpokládají jako vstupní parametry jisté charakteristické hodnoty vstupních veličin, jež jsou svou podstatou deterministické. Tím se zanedbávají cenné informace o náhodné proměnlivosti vstupních veličin.

Dle [43, 48] je jednou z možností, jak stanovit návrhovou hodnotu únosnosti, využít statistického řešení s uvážením náhodného vlivu všech imperfekcí. Tímto výpočtem je možno do výpočtu automaticky zahrnout všechny možné příznivé i nepříznivé vlivy imperfekcí včetně všech odchylek rámu od nominálního tvaru předpokládaného v projektu. Rozdíly mezi průběhy jednotlivých únosností jsou zobrazeny na obr. 11.



Obr. 11 Srovnání návrhových únosností dle EC3 a EC1

8 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA

8.1 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA TAŽENÉHO PRUTU

Účelem citlivostní analýzy je posoudit relativní citlivost náhodné proměnlivosti sledovaného jevu k náhodné proměnlivosti jednotlivých vstupních veličin. Určuje se, jak náhodná proměnlivost určité vstupní veličiny ovlivňuje (v porovnání s ostatními) náhodnou proměnlivost sledovaného chování konstrukce - únosnosti. Únosnost v prostém tahu N je možno určit jako

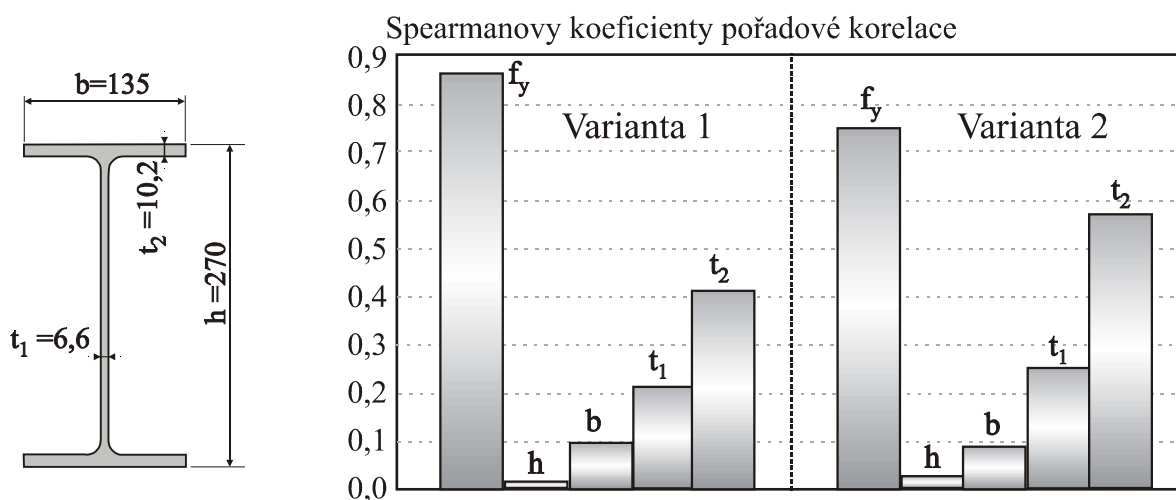
$$N = A \cdot f_y, \quad (20)$$

kde plochu prismatického průřezu je možno stanovit jako $A = 2 \cdot b \cdot t_2 + (h - 2 \cdot t_2) \cdot t_1$. Mez kluzu f_y byla uvažována dle histogramu, viz obr. 2. Ve první variantě byly geometrické charakteristiky uvažovány dle histogramů. U geometrických charakteristik rozměrů průřezu jsme ve druhé variantě směrodatné odchylky náhodných veličin h , b , t_1 , t_2 odvodili s využitím tolerančních mezí normy EN 10034. Bylo předpokládáno, že nominální hodnota je i střední hodnotou.

Tab. 9 Statistické charakteristiky

	Varianta 1			Varianta 2		
	Typ rozdělení	m_x [mm]	S_x [mm]	Typ rozdělení	m_x [mm]	S_x [mm]
h	Histogram	270,3 mm	1,2 mm	Normální	270 mm	1,5 mm
b	Histogram	136,6 mm	1,4 mm	Normální	135 mm	1,5 mm
t_1	Histogram	6,96 mm	0,28 mm	Normální	6,6 mm	0,35 mm
t_2	Histogram	10,18 mm	0,49 mm	Normální	10,2 mm	0,75 mm
f_y	Histogram	297,3 MPa	16,8 MPa	Histogram	297,3 MPa	16,8 MPa

Výsledky citlivostní analýzy jsou patrné na obr.13. Citlivostní analýzou jsme potvrdili výsledky z tab. 4. Proměnlivost únosnosti je nejcitlivější na proměnlivost meze kluzu f_y a tloušťky pásnice t_2 . Obdobné výsledky byly zjištěny i analýzou prutu namáhaného prostým ohybem [91].

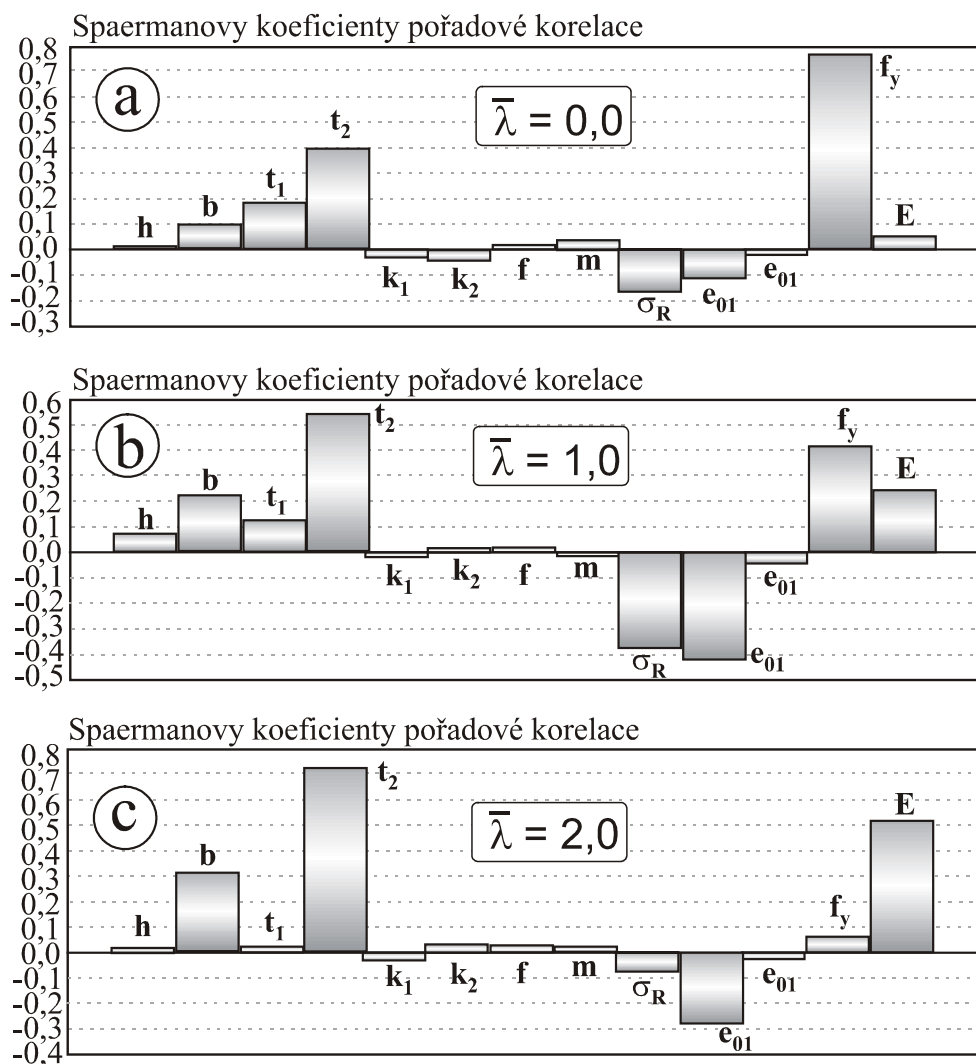


Obr. 12 Geometrie IPE270

Obr. 13 Citlivostní analýza taženého prutu

8.2 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA TLAČENÉHO PRUTU NAMÁHANÉHO NA VZPĚŘ

Vstupní náhodné veličiny osově tlačeného prutu IPE270 byly uvažovány obdobně jako v tab. 5. Na rozdíl od varianty A byly statistické geometrické charakteristiky odvozeny s využitím tolerančních mezí normy EN 10034 (charakteristiky veličin h , b , t_1 , t_2 viz tab. 9). Byl uvažován ideální pružně plastický materiál bez zpevnění, tj. bylo počítáno s 12 vstupními náhodnými veličinami. Symbolem e_{01} je označena maximální amplituda počátečního sinusového zakřivení ve směru osy Y (obr. 3). Mez kluzu byla uvažována s normálním rozdělením se střední hodnotou $m_{f_y} = 295,7$ MPa směrodatnou odchylkou $S_{f_y} = 26,8$ MPa. Únosnost byla počítána nelineární MKP pro 300 kroků metody LHS. Podrobněji viz tab.8.2 práce [91]. Výsledky pro $\bar{\lambda} = 0,0; 1,0; 2,0$ jsou zobrazeny na obr. 14.

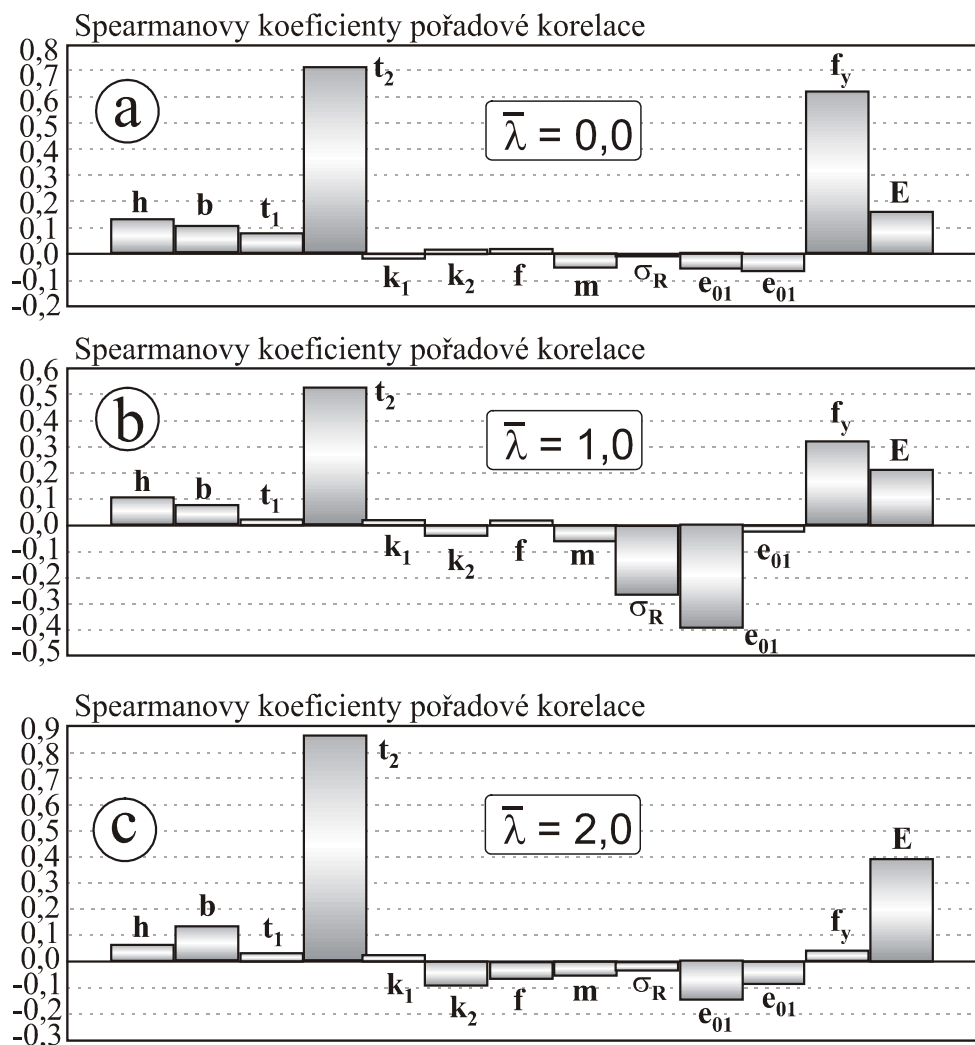


Obr. 14 Citlivostní analýza tlačeného prutu

Z obr. 14 je patrné, že citlivostní koeficienty se v závislosti na štíhlosti prutu mění. Kladná hodnota korelačního koeficientu znamená, že s rostoucí hodnotou dané veličiny roste i únosnost. Z obr.14a je patrné, že u nosníku se štíhlostí má na zvýšení únosnosti značný vliv mez kluzu f_y . U prutu se štíhlostí $\bar{\lambda} = 1,0$ je z obr. 14b patrné, že vliv meze kluzu, tloušťky pásnice i ostatních veličin je srovnatelný s vlivem proměnlivosti počátečního zakřivení e_{01} a vlastního prnutí σ_R . U prutu s $\bar{\lambda} = 2,0$ mají významný vliv tloušťka pásnice t_2 , šířka pásnice b a modulu pružnosti E .

8.3 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA PRUTU NAMÁHANÉHO OHYBEM A ŘEŠENÉHO S VLIVEM KLOPENÍ

Stejně jako u vzpěru prutu byla citlivostní analýza u úlohy klopení vyhodnocena u prutu IPE270 [64, 91]. Výpočtový model MKP a postup stanovení únosnosti byl popsán v kap. 5.1.1. Vstupní náhodné veličiny osově tlačенého prutu IPE270 jsou definovány v [91] v tab. 9.5 pro variantu A2. Náhodná únosnost byla počítána pro 200 kroků metody LHS.



Obr. 15 Citlivostní analýza ohýbaného prutu řešeného s vlivem klopení

Z obr. 15 je patrné, že hodnoty citlivostních koeficientů jsou obdobné jako na obr. 14. Významnou veličinou, která má dle obr. 15 a 14 vždy relativně velký vliv na únosnost, je tloušťka pásnice t_2 . O snížení proměnlivosti této veličiny lze usilovat změnou technologie výroby. Snížení proměnlivosti meze kluzu f_y lze doporučit zejména u prutů s nižší poměrnou štíhlostí.

V habilitační práci [91] bylo prokázáno, že vliv počátečního zakřivení prutů je u rámových konstrukcí zřetelně překryt vlivem dalších imperfekcí. S přihlédnutím k výsledkům citlivostní analýzy [91] je možno doporučit, aby se ve výrobě kontrolovalo dodržování nominálních hodnot tvaru rámu.

9 PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ANALÝZA

První všeobecně rozšířenou metodou navrhování stavebních konstrukcí byla metoda dovolených namáhání. Druhou rozšířenou metodou navrhování stavebních konstrukcí byla metoda stupně bezpečnosti. V současné době nejdokonalejší praktickou metodou normových předpisů je ověřování spolehlivosti konstrukcí metodou dílčích součinitelů spolehlivosti (někdy označovanou metoda mezních stavů).

Největší možnosti pro vyvážení spolehlivosti poskytuje z těchto tří metod právě metoda dílčích součinitelů spolehlivosti, ve které jsou návrhové hodnoty zatížení a únosnosti jednoznačně definovány svými kvantily, viz obr. 1.

V žádné z výše zmíněných metod se však neuplatňuje přímo pravděpodobnost poruchy. Máme-li na zřeteli mezní stav únosnosti, je možno pravděpodobnost poruchy určit jako pravděpodobnost, že náhodný účinek zatížení je větší než náhodná únosnost. Výstupní veličinou je pravděpodobnost poruchy P_f nebo součinitel spolehlivosti β , např. [11-14, 19, 87]).

Pokud při statistické analýze únosnosti narážíme při výpočtech na jisté komplikace, je určování statistických charakteristik zatížení ještě mnohem obtížnější, neboť v jednotlivých případech se účinek zatížení může velmi lišit co do intenzity, doby trvání apod. Vzhledem k různorodosti zatížení nejsou statistické charakteristiky většinou předem jednoznačně dány. Často se proto úlohy řeší jako parametrické studie, u nichž se vhodně volí statistické charakteristiky účinků zatížení, např. dle doporučení [43].

9.1 KOMBINACE ZATÍŽENÍ

Základní dělení zatížení zahrnuje složku zatížení stálého G , užitného Q a větru W [11-14]. Zatížení větrem se zde předpokládá jako zatížení nedominantní. Symboly G , Q a W označují v celé studii dílčí složky účinku zatížení. Konečné znění EN 1990 [43] uvádí pro základní kombinaci těchto tří zatížení v trvalé i dočasné návrhové situaci tři varianty kombinací zatížení:

A. Podle vztahu (6.10) v EN 1990 [43] se návrhová hodnota S_d účinku zatížení stanoví:

$$S_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k. \quad (21)$$

B. Podle rovnic (6.10a) a (6.10b) v EN 1990 [43] je možno alternativně použít výrazů

$$S_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q \psi_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k, \quad (22)$$

$$S_d = \xi \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k + \gamma_W \psi_W W_k. \quad (23)$$

Při výpočtu rozhoduje méně příznivý ze vztahů (22) a (23).

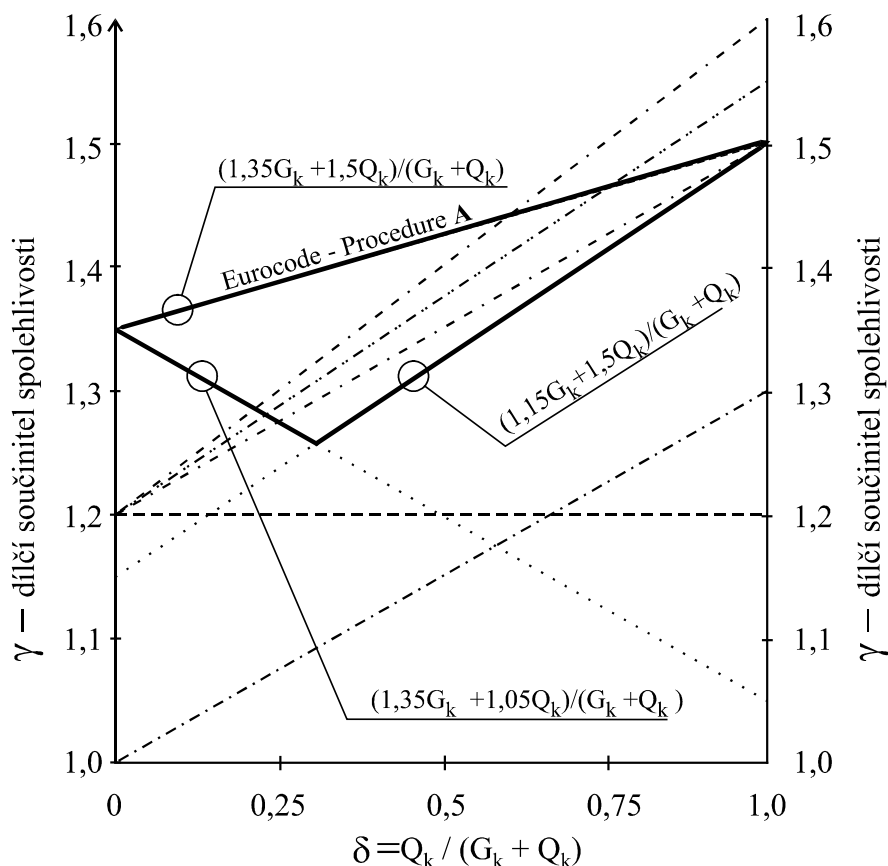
C. Další postup se liší od postupu B pouze tím, že se v rovnici (22) uvažuje pouze stálé zatížení, a zjednoduší se tedy na tvar

$$S_d = \gamma_G G_k. \quad (24)$$

Při výpočtu pak rozhoduje méně příznivý ze vztahů (23) a (24). Pokud by byl dominantní vítr W , pak se v rovnicích (21) a (22) zatížení větrem neredukuje a uplatní se redukce užitného zatížení Q součinitelem ψ_Q . Pro stanovení vlivu nahodilých zatížení na spolehlivost konstrukce jsou charakteristické hodnoty G_k , Q_k , W_k vyjádřeny prostřednictvím poměru δ [12] nahodilých zatížení $Q_k + W_k$ k celkovému zatížení $G_k + Q_k + W_k$ a poměrem nahodilých zatížení k .

$$\delta = (Q_k + W_k) / (G_k + Q_k + W_k), \quad k = W_k / Q_k. \quad (25)$$

Problém kombinace zatížení pro různý podíl stálých a nahodilých zatížení názorně ilustruje obr. 16 zpracovaný podle pracovního materiálu komise CEN/TC 229 [37] (viz také [18, 76]). Tučně jsou zvýrazněny hodnoty dílčích součinitelů dle Eurokódu. Čárkované čáry představují hodnoty dílčích součinitelů některých členských zemí CEN.



Obr. 16 Dílčí součinitele spolehlivosti některých členských zemí CEN

Z obr. 16 je patrné, že v jednotlivých zemích CEN mají dílčí součinitele velmi rozdílné hodnoty. Je otázkou jaký vliv má odlišnost normativních přístupů na spolehlivost návrhu. Jednou z cest, jak na tuto otázku odpovědět, je vypočítat odhad pravděpodobnosti poruchy s jakou je prvek konstrukce navržen. Při tom je vždy žádoucí a vhodné využít histogramy experimentálně zjištěných materiálových a geometrických charakteristik.

9.2 POPIS PRAVDĚPODOBNOSTNÍ STUDIE

Uvedme pravděpodobnostní studii spolehlivosti štíhlého prutu namáhaného tlakovou silou [82]. Uvažujme příklad, kdy dělení zatížení zahrnuje složku stálého zatížení G a dlouhodobého nahodilého zatížení Q . Návrhový účinek zatížení lze pak stanovit dle vztahu:

$$S_d = \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k, \quad (26)$$

kde G_k je charakteristická hodnota stálého zatížení a Q_k je charakteristická hodnota účinku dlouhodobého nahodilého zatížení. Návrh se považuje za vyhovující, pokud

$$S_d \leq R_d. \quad (27)$$

Hodnotu návrhové únosnosti R_d je možno stanovit dle (28) v závislosti na součinitelích χ , γ_{M1} . Byl řešen příklad vzpěru štíhlého prutu s profilem IPE 180.

$$R_d = \frac{f_y \cdot A_n}{\chi_b \cdot \gamma_{M1}} = \frac{235 \text{ MPa} \cdot 2,3252 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{\chi_b \cdot \gamma_{M1}}. \quad (28)$$

Ve vztahu (4) je uvažována plocha A_n prizmatického průřezu. Vzpěrnostní součinitel byl uvažován dle EC3 pro tři základní štíhlosti $\bar{\lambda}=0,7; 1,0; 1,3$ hodnotami postupně $\chi_B = 0,784; 0,597; 0,427$. Dílčí součinitel spolehlivosti γ_{M1} byl volen jako první vstupní kalibrační veličina.

Bylo předpokládáno, že konstrukce je navržena s maximálním využitím, tj. že $S_d = R_d$. Jako další kalibrační veličiny byly voleny dílčí součinitelé spolehlivosti γ_G, γ_Q . Známe-li γ_G, γ_Q je možno charakteristické hodnoty G_k a Q_k určit dle (25) v závislosti na zvoleném poměru δ .

U stálého zatížení je uvažováno Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti, jehož charakteristická hodnota G_k , je zároveň i střední hodnotou. Dle [13] byl předpokládán variační koeficient 0,1. U nahodilého zatížení jsme předpokládali Gumbelovo rozdělení se střední hodnotou $m_Q = 0,6 Q_k$ a směrodatnou odchylkou $S_Q = 0,21 Q_k$.

Při rozboru spolehlivosti prutu se vychází z podmínky, že náhodná únosnost prutu N je větší než účinky vnějších sil S , jež jsou vyjádřeny součtem dílčích účinků G, Q :

$$K_R \cdot N > K_S \cdot (G + Q), \quad (29)$$

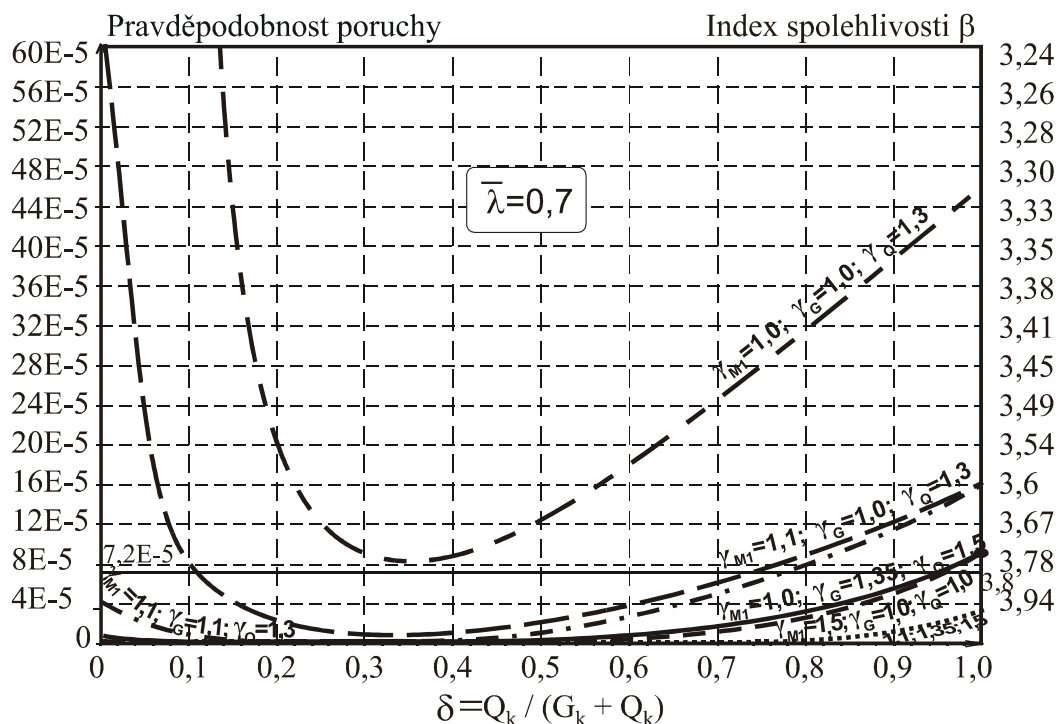
kde N je únosnost prutu namáhaného na vzpěr pro vybočení ve směru osy Y . Únosnost byla počítána ze vztahu (16). Ve vztahu (29) jsou K_R a K_S součinitelé modelových nejistot únosnosti R a účinku zatížení S . V naší studii jsme uvažovali doporučené hodnoty, které je možno nalézt v internetovém dokumentu <http://www.jcss.ethz.ch/> JCSS Probabilistic Model Code, Part 3: Resistance Models (vložen 17.05.2002). U součinitelů modelových nejistot je někdy diskutován jejich fyzikální význam, viz [91].

Tab. 10: Model vstupních náhodných veličin

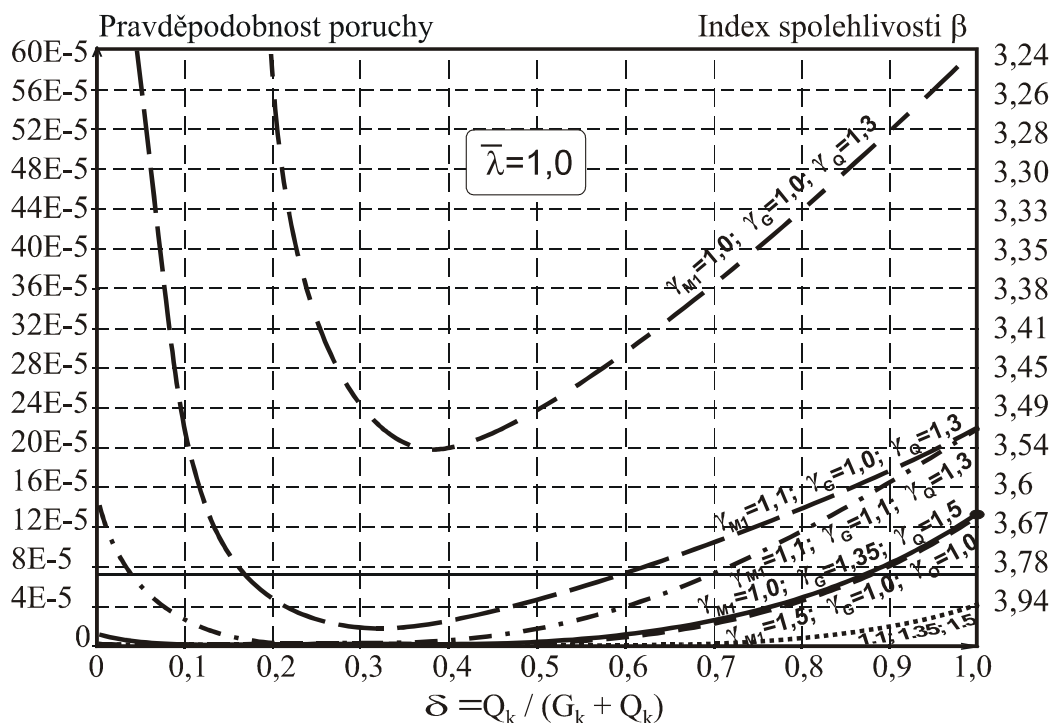
	Veličina	Typ Rozdělení	Střední hodnota	Směrodatná odchylka
1.	h	Histogram	180.18 mm	0.80 mm
2.	b	Histogram	92.09 mm	0.93 mm
3.	t_1	Histogram	5.59 mm	0.22 mm
4.	t_2	Histogram	7.90 mm	0.35 mm
5.	e_0	Uniform	0.0005 L	0.000289 L
6.	f_y	Histogram	297,3 MPa	16,8 MPa
7.	E	Gauss	210 GPa	12.6 GPa
8.	K_R	LN	1	0,05
9.	K_S	LN	1	0,05
10.	G	Gauss	G_k	0.1 G_k
11.	Q	Gumbel	0.6 Q_k	0.21 Q_k

Pravděpodobnost poruchy byla počítána metodou Monte Carlo. Pro určení pravděpodobnosti poruchy P_f bylo použito tolika kroků metody Monte Carlo, aby k nesplnění podmínky (29) došlo minimálně 100krát, což zaručuje vyrovnanou chybu odhadu pravděpodobnosti 10 %.

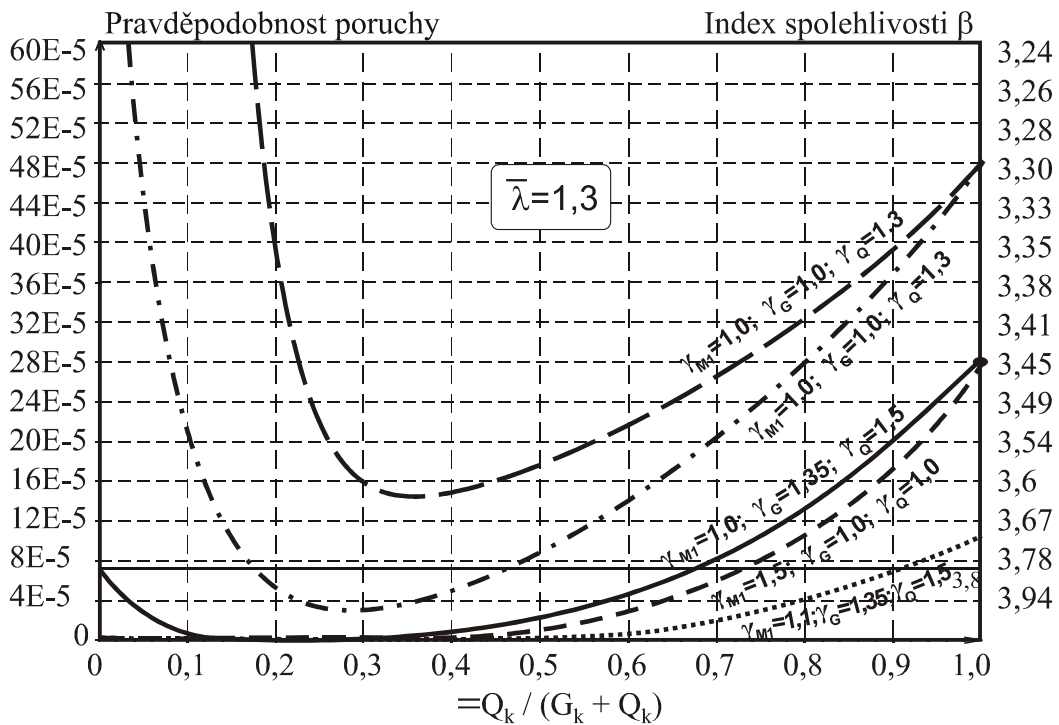
9.3 VÝSLEDKY PRAVDĚPODOBNOSTNÍCH STUDIÍ



Obr. 17 Nevyrovnanost pravděpodobnosti poruchy pro $\bar{\lambda} = 0,7$



Obr. 18 Nevyrovnanost pravděpodobnosti poruchy pro $\bar{\lambda} = 1,0$



Obr. 19 Nevyrovnanost pravděpodobnosti poruchy pro $\bar{\lambda} = 1,3$

Podle nově navrhovaných úprav norem [41, 43] jsou uvažovány hodnoty dílčích součinitelů $\gamma_{M1}=1,0$, $\gamma_G=1,35$, $\gamma_Q=1,5$. Z obr.17, 18, 19 je patrné, že pro $\delta=1,0$ je spolehlivost návrhu prakticky shodná jako u metody dovolených namáhání pro $\gamma_{M1}=1,5$, $\gamma_G=1,0$, $\gamma_Q=1,0$. Je tomu tak proto, že $\gamma_{M1}=\gamma_Q=1,5$. Pro $\delta < 1,0$ jsme u metody dovolených namáhání obdrželi nižší pravděpodobnosti poruchy. Pravděpodobnost poruchy s klesajícím δ klesá pod doporučenou hodnotu $7,2E-5$. Jak metoda mezních stavů, tak i metoda dovolených namáhání tedy pro uvažované hodnoty součinitelů spolehlivosti zaručují dostatečnou spolehlivost návrhu.

Tento závěr však týká pouze námi zvoleného modelu a bylo by proto třeba ho ověřit i dalšími studii s jinými modely účinků zatížení. V našich studiích jsme předpokládali variační koeficienty účinků zatížení dle [13] pro běžné případy namáhání.

Z grafů obr.17 až 19 je patrné, že pro $\delta=0,0$ je součinitel $\gamma_G=1,0$ pro $\gamma_{M1}=1,0$ (nebo $\gamma_{M1}=1,1$) ve všech případech nevyhovující. Relativně spolehlivé výsledky však můžeme obdržet již pro $\gamma_G=1,1$. Největší pravděpodobnosti poruchy jsme obdrželi, pokud byla konstrukce namáhána pouze nahodilým zatížením, tj. $\delta=1,0$. Skutečná konstrukce bude vždy zatížena reálným poměrem stálého a nahodilého zatížení. Limitní případy $\delta=0$; $\delta=1$ (kdy by konstrukce byla zatížena pouze stálým, nebo pouze nahodilým zatížením) jsou pouze teoretické.

V habilitační práci [91] jsou dále uvedeny další studie pravděpodobnostních analýz taženého prutu, prutu namáhaného na vzpěr a vzpěru prutu u ocelových rámových soustav. Ukazuje se, že ustanovení Eurokódu je velmi přibližné, nerespektuje totiž vzájemný poměr stálého a nahodilého zatížení. Nejvyšší hodnoty pravděpodobnosti poruchy byly obdrženy pro případy dominantního účinku dlouhodobého nahodilého zatížení.

10 ZÁVĚR

Z výsledků studií a analýz uvedených v habilitační práci [91] lze vyvodit následující hlavní závěry:

- Statistickou a pravděpodobnostní analýzou bylo určeno, že experimentálně zjištěné hodnoty materiálových a geometrických charakteristik válcovaných nosníků IPE jsou vyhovující a je možno doporučit je jako typické.
- Citlivostní analýzou bylo určeno, že na celkové spolehlivosti se výrazně podílí zejména proměnlivost meze kluzu materiálu a proměnlivost tloušťky pásnice. Proměnlivost tloušťky pásnice měla na spolehlivost velký vliv prakticky u všech uvažovaných štíhlostí u řešených úloh vzpěru a klopení. Obě veličiny je třeba při výrobě sledovat se zvýšenou pozorností.

Statistickou analýzou bylo určeno, že hodnota dílčího součinitele spolehlivosti $\gamma_{M0} = 1,0$ je u taženého prutu přijatelná i pro naše oceli.

Jak u vzpěru prutu, tak i u úloh nosníků namáhaných na ohyb a řešených s vlivem klopení se návrhová únosnost určená na základě experimentálně stanovených histogramů velmi dobře shoduje s návrhovou únosností dle EC3. Pro konkrétní řešené případy stabilitních úloh dovolují experimentálně zjištěné vstupní údaje uvažovat součinitel spolehlivosti $\gamma_{M1} = 1,0$, tak jak ho uvádí norma [41].

U řešeného příkladu nosníku se štíhlostí $\bar{\lambda} = 0,6$ byla zohledněním proměnlivosti meze kluzu po průřezu obdržena návrhová únosnost až o 10 % vyšší.

U příkladu ocelového rámu poskytlo geometricky nelineární řešení návrhovou únosnost nižší než stabilitní řešení se vzpěrnou délkou. Maximální rozdíl byl přibližně 9 %. Bylo prokázáno, že únosnost rovinného rámu výrazně závisí na tvaru geometrických imperfekcí. U geometricky nelineárního řešení EC3 neuvádí jednoznačně tvar zakřivení. Byly proto analyzovány všechny hlavní kombinace zakřivení stojek a soustavy. Maximální rozdíl byl 3,2 %.

Citlivostní analýzou založenou na sledování hodnoty korelačního koeficientu bylo určeno, že relativně velký vliv na proměnlivosti únosnosti měla u všech řešených úloh (tah, vzpěr, klopení) proměnlivost tloušťky pásnice. O snížení proměnlivosti této veličiny lze usilovat změnou technologie výroby. Snížení proměnlivosti meze kluzu f_y lze doporučit zejména u prutů s nižší poměrnou štíhlostí.

Bylo dokázáno, že u velmi štíhlých prutů má na spolehlivost značný vliv proměnlivost modulu pružnosti E . Velký vliv na únosnost soustavy mají její globální imperfekce.

Analýzou účinků stálého a dlouhodobého nahodilého zatížení byly nejvyšší hodnoty pravděpodobnosti poruchy obdrženy pro případy dominantního účinku dlouhodobého nahodilého zatížení.

Analýzou pravděpodobnosti poruchy ocelového rámu bylo v [91] prokázáno, že spolehlivost konstrukce jako celku může být obecně značně rozdílná od spolehlivosti prvku.

Tato práce vznikla při řešení projektů č.103/03/0233 a č.103/01/D022 Grantové agentury České republiky a výzkumného záměru MSM 261100007.

11 SUMMARY

The following conclusions can be extrapolated from the results of studies and analyses presented in the habilitation thesis:

- It has been determined by both statistical and probabilistic analyses that the experimentally found values of material and geometrical characteristics of hot-rolled IPE steel beams are convenient and that they can be recommended as the typical ones.
- By means of the sensitivity analysis, it has been determined that the material yield strength variability and that of flange thickness, above all, influence the general reliability to a large extent. High values of rank-order correlation coefficients were determined, for the flange thickness, for all the slenderness cases considered in problems of buckling and lateral buckling. The control of the values of yield strength and flange thickness should be paid, in manufacturing, large attention.

It was determined by the statistical analysis that the value of material partial safety factor $\gamma_{M0} = 1.0$ was, for the tensile member, acceptable for Czech steels, as well.

The design load-carrying capacity determined based on experimentally determined histograms is in good agreement with the design load-carrying capacity according to the EUROCODE 3 both for buckling and for analyses of beams under bending solved with the influence of lateral buckling. For concrete cases of stability problems solved, the experimentally found input data allow to consider the partial safety factor $\gamma_{M1} = 1.0$ to be the same as newly given in the standard [41].

For the solved problem of the beam with relative slenderness $\bar{\lambda} = 0.6$, the load-carrying capacity was obtained up to by 10 % higher by taking the yield strength variability along the cross-section.

In the case of the problem of a steel frame, the geometrically nonlinear solution gave the design load-carrying capacity lower than the stability solution with buckling length. The maximum difference was approximately 9 %. It has been proved that the load-carrying capacity of a plane frame is substantially dependent on the form of geometrical imperfections. The EUROCODE 3 does not give the initial curvature shape for geometrically nonlinear solution unambiguously. Therefore, all major combinations of initial curvatures of columns and system were analysed. The maximum difference was 3.2 %.

By means of the sensitivity analysis based on study of the rank-order correlation coefficient, it was determined that the flange thickness variability influenced, to a relatively large extent, all the load-carrying capacity variability problems solved (tension, buckling, lateral beam buckling). The decrease of flange thickness variability should be aimed at by changing the manufacturing technology. The decrease of yield strength f_y variability can be recommended for beams with lower relative slenderness above all.

It has been proved that for very slender beams, the variability of Young's modulus E influences the reliability very much. The system imperfection influence its load-carrying capacity to a large extent.

For the cases of dominant effect of the long-term variable active load, the highest values of failure probability were obtained by the analysis of the effect of permanent and long-term variable active load.

By the analysis of the steel plane frame failure probability, it has been proved in [91] that the structure reliability as a whole can be, in general, remarkably different from the member reliability.

12 POUŽITÁ A SOUVISEJÍCÍ LITERATURA

- [1] AUGUSTI, G., BARATTA, A. i CASCIATI, F. Verojatostnyje metody v strojitel'nom projektirovanii, Moskva, *Strojizdat*, 1988.
- [2] AYRTON, W. E., PERRY, J. On Struts, *The Engineer* (62), 1886.
- [3] BITTNAR, Z., ŠEJNOHA, J. *Numerické metody mechaniky 1 a 2*, Praha: Vydavatelství ČVUT, 1992, ISBN 80-01-00855-X.
- [4] DADDI, I. and MAZZOLANI, F. M. Détermination expérimentale des imperfections structurales des profilés en acier, *Construction métallique*, n. 1, 1974, pp.24-45.
- [5] DITLEVSEN, O. and MADSEN, H., O. Structural Reliability Methods, *Wiley*, 1999, 72 p., ISBN 0 471 96086 1.
- [6] FAJKUS, M. *Useknuté histogramy meze kluzu*, VÚHŽ, Dobrá, 1998, (soukromé sdělení).
- [7] FAJKUS, M., HOLICKÝ, M., ROZLÍVKA, L. and VORLÍČEK, M. Random Properties of Steel Produced in Czech Republic, In *Proc. of the Int. Conference EUROSTEEL '99*, Prague: ČVUT, 1999, Vol.2, pp.657-660, ISBN 80-01-01963-2.
- [8] FLORIAN, A. *Moderní metody analýzy mostních konstrukcí, závěrečná zpráva grantového úkolu č. 685/95*, 1995.
- [9] FREUDHENTAL, A. M. Safety and the probability of structural failure, *Transactions, ASCE*, vol.121, 1956, pp.1327-1397.
- [10] FUKUMOTO, Y., KAJITA, N. and AOKI, T. Evaluation of Column Curves Bases on Probabilistic Concept, In *Proc. of Int. Conference on Stability*, Prelim. Rep., publ. by Gakujutsu Bunken Fukyu – Kai, Tokyo, 1976, pp.1-37.
- [11] HOLICKÝ, M. a MARKOVÁ, J. Zásady navrhování podle nových evropských předpisů – alternativní postupy v EN 1990, In *Sborník referátů z konference Betonářské dny 2001*, sekce Spolehlivost a simulace – 2. část, 2001, s.324-329. ISBN 80-238-7595-7.
- [12] HOLICKÝ, M., MARKOVÁ, J. Spolehlivost konstrukcí podle zásad EN1990, In *Sborník z konference Betonářské dny*, 2002, s.457-462, ISBN80-227-1755-X.
- [13] HOLICKÝ, M. a MARKOVÁ, J. Vliv alternativních postupů v EN 1990 na spolehlivost konstrukcí, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 2002, č.2, s.33-36, ISSN 1210-4027.
- [14] HOLICKÝ, M. and MARKOVÁ, J. Calibration of Reliability Elements for a Column, In *Proc. of the JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration*, Zürich: Swiss Federal Inst. of Technology, 2002, pp. 1 - 13.
- [15] MADSEN, H., O., KRENK, S. and LIND, N., C. *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1986.
- [16] MAREK, P., BROZZETTI, J. and GUŠTAR, M. *Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation*, Institute of Theoretical and Applied Mechanics - Academy of Sciences of the Czech Republic, Praha, 2001, ISBN 80-86246-08-6.
- [17] MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému*, doktorská disertační práce (DrSc.), Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Brno, 1990.
- [18] MELCHER, J. K problémům polopravděpodobnostního přístupu při navrhování ocelových konstrukcí, In *Zborník z konferencie Ocelové konštrukcie a mosty 2000*, Vysoké Tatry - Štrbské Pleso, 2000, s.49-52, ISBN 80-232-0189-1.
- [19] MELCHER J. The Problems of Probabilistic Approaches to Structural Stability, In *CD Proc. of the 15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Columbia University New York, NY, Editor: Andrew W. Smyth, 2002.
- [20] MICHELL, A.G. Elastic Stability of Long Beams under Transverse Forces, *Philosophical Magazine*, 48, 1899.
- [21] MRÁZIK, A. *Teória spoľahlivosti ocelových konštrukcií*, Bratislava: VEDA, 1986.
- [22] MRÁZIK, A. a SADOVSKÝ, Z. *Pravdepodobnostne-štatistické overenie pevnostných vlastností ocelí z hľadiska Európskej unifikácie navrhovania ocelových konštrukcií*, Výskumná správa, ÚSTARCH SAV, Bratislava, 1992.

- [23] MURZEWSKI, J. Niezawodność konstrukcji inżynierskich, Warszawa, *Arkady*, 1989.
- [24] NOVÁK, D., TEPLÝ, B. and SHIRAIISHI, N. Sensitivity Analysis of Structures: A Review, In *Proc. 5th International Conference on Civil and Structural Enging. Computing*, Edinburgh (UK), 1993, p.201-207.
- [25] PÁLEŠ, D. *Odolnosť a overenie spoľahlivosti centricky tlačeného prúta s uvážením vzperu*, kandidátska dizertačná práca, Bratislava: SAV, 1996.
- [26] PRANDTL, L. *Kipperscheinungen*, Dissertation, München, 1899.
- [27] ROZLÍVKA, L., DVOŘÁČEK, P. a FAJKUS, M. Rozměrové úchytky ocelových svařovaných nosníků a jejich vliv na návrhovou pevnost konstrukčních ocelí, *Stavební obzor*, 1999, č.2, s.38-43, ISSN 1210-4027.
- [28] GUEDES SOARES, C. Uncertainty Modelling in Plate Buckling, *Structural Safety*, 1988, (5), pp.17-34.
- [29] STUDNIČKA, J. Ocelové konstrukce pro třetí tisíciletí, *Ocelové konstrukce*, 1999, (1), s.6-7.
- [30] ŠERTLER, H., VIČAN, J. and SLAVÍK, J. Calculation of Resistance Failure Probability of Compression Members of Steel Structures, *Building Research Journal*, 1992, (40), pp.729-745.
- [31] TEPLÝ, B. Spolehlivostní analýza - možnosti její aplikace, *Stavební Obzor*, 1994, č.6, ISSN 1210-4027.
- [32] TEPLÝ, B. Pravděpodobnost poruchy konstrukce a její role ve stavebně-inženýrských disciplínách, In *Sborník příspěvků z vědecké konference: Speciální problémy stavební mechaniky*, Bratislava, 1996.
- [33] TEPLÝ, B. a HOLICKÝ, M. Poznámky k pravděpodobnostním metodám navrhování konstrukcí, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 1997, č.7, s.193-196, ISSN 1210-4027.
- [34] TIMOŠENKO, S., P. Ob ustojčivosti ploskoj formy izgiba dvutavrovoj balki pod vlijanijem sil, dějstvjuščich v ploskosti jejo najbolšej žostkosti, *Izvěstija S.-Pěťburgskogo politěchničeskogo instituta*, 1905, tom 4, 1906, tom 5.
- [35] TIMOŠENKO, S., P. Ob ustojčivosti uprugich sistēm, *Izvěstija Kijevskogo polit. instituta*, 1910, god 10, kniga 4.
- [36] THOFT-CHRISTENSEN, P. and BAKER, M., J.: *Structural Reliability Theory and Its Applications*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg/New York, 1982.
- [37] VAN ACKER, A. Partial Safety Factors in Eurocodes Discriminate Concrete Structures, *Working Material CEN/TC 229 "Precast Concrete Products"*, 1999.

Použité normy a manuály

- [38] prEN 1993-1-1: 20xx, EUROCODE 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules, April 28, 2000.
- [39] prEN 1993-1-1: 20xx, EUROCODE 3: Design of steel structures, Part 1-1: General structural rules, September 24, 2001.
- [40] prEN 1993-1-1: 2002 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-1: General Rules, February 25, 2002.
- [41] prEN 1993-1-1: 2002, EUROCODE 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings, June 5, 2002.
- [42] Statrel 3.1 – users manual, RCP Consulting software, © 1996.
- [43] EN 1990 Eurocode: Basis of Structural Design, 2002.
- [44] ČSN EN 10034: Tyče průřezu I a H z konstrukčních ocelí – Mezní úchytky rozměrů a tolerance tvaru, září 1995.
- [45] JCSS Probabilistic Model Code, Part 3, Resistance Models, Static Properties of Structural Steel (Rolled Sections), JCSS Zurich, 2001, (<http://www.jcss.ethz.ch/>)

- [46] ČSN 425553, 16.11.1985 - Tyče průřezů IPE z konstrukčních ocelí válcované za tepla.
- [47] ČSN 731401, 1998 - Navrhování ocelových konstrukcí.
- [48] Eurocode No. 1 : Basic of Design and Actions on Structures, Part 1: Basic of Design, CEN, 1994.
- [49] ČSN P ENV 1993-1-1:1992 - Navrhování ocelových konstrukcí.
- [50] ČSN P ENV 1090-1:1996, duben 1997: Provádění ocelových konstrukcí, část 1.
- [51] ANSYS Element Reference, Release 5.5, ANSYS, Inc. 1998.

Vybrané publikace autora

Publikace v zahraničních časopisech

- [52] KALA, Z. Probability Evaluation of a Steel Frame by the Importance Sampling Method, *Roczniki Inzynierii*, 2002, pp.59-70, ISSN 1505-8425.
- [53] KALA, Z., KALA, J., TEPLÝ, B. Effect of Technological Imperfections on Bearing Capacity of Steel Members, *Roczniki Inzynierii*, 2002, pp.71-80, ISSN 1505-8425.
- [54] MELCHER, J., KALA, Z., HOLICKÝ, M., FAJKUS, M. and ROZLÍVKA, L. Design Characteristics of Structural Steels Based on Statistical Analysis of Metallurgical Products, *Journal of Constructional Steel Research*. (in print)

Publikace v tuzemských časopisech

- [55] KALA, Z. Citlivost ocelového rovinného rámu na imperfekce, *Stavební Obzor*, Praha: ČVUT, 1998, č.5, s.145-149, ISSN 1210-4027.
- [56] KALA, Z. Stochastická analýza stavební konstrukce, část 1 - Návrhové únosnosti rovinného ocelového rámu, *Stavební Obzor*, Praha: ČVUT, 1999, č.3, s.65-69, ISSN 1210-4027.
- [57] KALA, Z. Stochastická analýza stavební konstrukce, část 2 - Návrhové imperfekce rovinného ocelového rámu, *Stavební Obzor*, Praha: ČVUT, 1999, č.4 s.65-69, ISSN 1210-4027.
- [58] TEPLÝ, B. a KALA, Z. Nástroje spolehlivostní analýzy v aplikaci na navrhování ocelových konstrukcí, *Inženýrská mechanika*, Brno: VUT, 2000, č.1, s.3-13, ISSN 1210-2717.
- [59] KALA, J. a KALA, Z. Modely vlastního pnutí u ocelových válcovaných profilů – stochastický přístup, část 1 – Imperfekce a jejich zohlednění ve výpočtovém modelu, *Inženýrská mechanika*, Brno: VUT, 2000, č. 3, s.219-230, ISSN 1210-2717.
- [60] KALA, Z. a KALA, J. Modely vlastního pnutí u ocelových válcovaných profilů – stochastický přístup, část 2 – Citlivost únosnosti ocelového válcovaného profilu na imperfekce, *Inženýrská mechanika*, Brno: VUT, 2000, č. 4, s.241-248, ISSN 1210-2717.
- [61] KALA, J. a KALA, Z. Stabilitní problémy ocelových stavebních konstrukcí – stochastický přístup, část 1 – Problematika klopení v souvislosti s deskostěnovým působením imperfektní prutové ocelové konstrukce, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 2000, č.5, s.132-136, ISSN 1210-4027.
- [62] KALA, Z. a KALA, J. Stabilitní problémy ocelových stavebních konstrukcí – stochastický přístup, část 2 – Úloha vzpěrné únosnosti nosníku při klopení řešená v uzavřeném tvaru v souvislosti s deskostěnovým modelem MKP, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 2000, č.6, s.172-176, ISSN 1210-4027.
- [63] KALA, Z. Stabilitní problémy ocelových stavebních konstrukcí – stochastický přístup, část 3 – Ověření spolehlivosti konstrukce s uvážením klopení, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 2000, č.10, s.298-302, ISSN 1210-4027.

- [64] KALA, Z. a KALA, J. Stabilitní problémy ocelových stavebních konstrukcí – stochastický přístup, část 4 – Vliv imperfekcí ocelových nosníků na jejich vzpěrnou únosnost při klopení, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 2001, č.9, s.263-266, ISSN 1210-4027.
- [65] TEPLÝ, B., KALA, J., KALA, Z., a ŠKALOUD, M. Soudobé možnosti analýzy tenkostěnných ocelových prvků – část 1, *Konstrukce*, 2002, č.5, s.20-23.
- [66] KALA, Z. Reliability of Steel Structures in Compliance With the Principles of the EN 1990 - Theoretical and Experimental Studies, Part 1, *Engineering Mechanics*, 2003.
- [67] KALA, Z. Reliability of Steel Structures in Compliance With the Principles of the EN 1990 - Theoretical and Experimental Studies, Part 2, *Engineering Mechanics*, 2003.

Zahraniční konference

- [68] MELCHER, J., SADOVSKÝ, Z., KALA, Z. and NÁDASKÝ, P. Ultimate Strength and Design Limit State of Compression Members in the Structural System, In *Proc. of Annual Technical Session and Conference SSRC (Structural Stability Research Council) Atlanta 1998*, Lehigh University of Florida and SSRC, 1999, pp.13-24, ISBN 1-879749-66-1.
- [69] KALA, J., KALA, Z., TEPLÝ, B. and ŠKALOUD, M. Probabilistic Aspects in the Interactive Global and Local Buckling of Thin-walled Columns, In *Proc. of the Third International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures CIMS '2000*, Lisabon, 2000, pp.121-128, ISBN 1-86094-252-0.
- [70] MELCHER, J., KALA, Z. and KALA, J. The Analytical and Statistical Approaches to Lateral Beam Buckling, In *Proc. of the Annual Technical Session and Meeting held in Memphis*, SSRC/University of Florida, 2000, pp.246-261, ISBN 1-879749-67-X.
- [71] KALA, Z., NOVÁK, D. and VOŘECHOVSKÝ, M. Probabilistic Nonlinear Analysis of Steel Frames Focused on Reliability Design Concept of Eurocodes, In *CD Proc. of the 8th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 2001, Newport Beach, California, USA, 2001*, ISBN 905809 197 X.
- [72] KALA, Z., KALA, J., TEPLÝ, B. and ŠKALOUD, M. A Probabilistic Approach to the Limit State of Centrally Loaded Thin Walled Columns, In *Proc. of the Third International Conference on Thin-walled Structures*, Krakow, 2001, pp.739-746, ISBN 0-08-043955-1.
- [73] KALA, Z. Probability Evaluation of a Steel Frame by the Importance Sampling Method, In *Proc. of the IV Polsko-Czesko-Slowackie Sympozjum – Sesja 1 “Problemy konstrukcji budowlanych”*, Opola, 2001, pp.8-9.
- [74] KALA, Z., KALA, J. and TEPLÝ, B. Effect of Technological Imperfections on Bearing Capacity of Steel Members, In *Proc. of the IV Polsko-Czesko-Slowackie Sympozjum – Sesja 2 “Trwalosc budowli”*, Opola, 2001, pp.44-45.
- [75] KALA, Z. and KALA, J. The Influence of Yield Strength Along the Cross Section of Rolled Beam on its Load-Carrying Capacity when Considering Lateral Buckling, In *CD Proc. of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V)*, 2002, Vienna, Austria, Editors: Mang, H.A.; Rammerstorfer, F.G.; Eberhardsteiner, J., Publisher: Vienna University of Technology (Austria), ISBN 3-9501554-0-6, <http://wccm.tuwien.ac.at>.
- [76] KALA, Z. and MELCHER, J. Problems of Statistical Steel Grade Definition, In *Proc. of the International Colloquium*, September 20-24, 2002, Coimbra (Portugal), pp.1571-1580, ISBN 972-98376-3-5.
- [77] FAJKUS, M., MELCHER, J., HOLICKÝ, M., ROZLÍVKA, L. and KALA, Z. Design Characteristics of Structural Steels Based on Statistical Analysis of Metallurgical Products, In *Proc. of the International Colloquium*, September 20-24, 2002, Coimbra (Portugal), pp.1541-1550, ISBN 972-98376-3-5.
- [78] KALA, Z. and KALA, J. Respecting The Influence of Geometrical and material Imperfections of Steel Beam when Calculating their Load-Carrying Capacity, In *Proc. of the International Colloquium*, Budapest, 2002, pp.104-110, ISBN 963 05 7950 2.

- [79] KALA, Z., KALA, J., ŠKALOUD, M., and TEPLÝ, B. Analysis of the Effect of Initial Curvature on the Stress State in Breathing Webs, In *Proc. of the International Colloquium*, Budapest, 2002, pp.425-432, ISBN 963 05 7950 2.
- [80] KALA, Z., Verification of the Partial Reliability Factors on a Case of a Frame With Respecting Random Imperfections, International Colloquium, In: *Proc. International Conference on Metal Structures*, Miskolc (Hungary), Edited by K. Jarmai & J. Farkas, Proceedings pp.19-22, 3-.5. April 2003, Millpress Science Publishers, Rotterdam, ISBN 90 77017 75 5.
- [81] KALA, Z. and KALA, J. The Statistical Correlation of Material Characteristics - Experimental and Theoretical Results of Hot-Rolled Steel Beam, In: *Proc. International Conference on Metal Structures*, Miskolc (Hungary), Edited by K. Jarmai & J. Farkas, Proceedings pp.23-26, 3-.5. April 2003, Millpress Science Publishers, Rotterdam, ISBN 90 77017 75 5.
- [82] MELCHER, J. and KALA, Z., The Probabilistic Verification of Structural Stability Design Procedures, In *Proc. of the Int. Colloquium Structural Stability Research Council*, Baltimore Maryland, 2003, pp.557-598.
- [83] MELCHER, J., KALA, Z. and KALA, J. The Influence of the Corrosion Random Field Upon the Member Ultimate Strength, In *Proc. of the Int. Colloquium Residual Life*, Donetsk (Ukraine), 2003. (in print)

Zahraniční konference ve Slovenské republice a tuzemské konference

- [84] KALA, Z. Nelineární odezva rámu na statické zatížení, In *Sborník příspěvků z IV. mezinárodní vědecké konference v Košicích – 3. sekce*, Košice, 1997, s.91-96, ISBN 80-7099-275-1.
- [85] KALA, Z. Respecting the Influence of Geometrical and material Imperfections of Steel Frames when Calculating their Load-Carrying Capacity, In *Proc. of the IInd International Scientific Conference "Quality and Reliability in Building Industry"*, Levoča, 2001, pp.248-255, ISBN 80-7099-707-9.
- [86] KALA, Z. a KALA, J. Vliv imperfekcí na únosnost tenkostěnného ocelového prutu, In *Sborník z XI. mezinárodní vědecké konference ke 100. výročí založení VUT v Brně*, sekce č. 3, Brno, 1999, s.91-94, ISBN 80-214-1433-2.
- [87] KALA, Z. Pravděpodobnostní posudek únosnosti ocelového nosníku, In *Sborník příspěvků z konference Spolehlivost a diagnostika v dopravě '99, Sekce A*, Pardubice, 1999, s.32-39, ISBN 80-7194-221-9.
- [88] MELCHER, J. and KALA, Z. Statistical study of column buckling curves, In *Proc. of the Conference Eurosteel '99*, Praha: ČVUT, 1999, pp.669-672, ISBN 80-01-01963-2.
- [89] MELCHER, J. a KALA, Z. K problematice návrhové pevnosti oceli v návaznosti na konverzi norem ENV na EN, In *Sborník příspěvků z konference Spolehlivost konstrukcí - téma Cesta k pravděpodobnostnímu posudku bezpečnosti, provozuschopnosti a trvanlivosti konstrukcí*, Ostrava: Dům techniky, 2001, s.51-54, ISBN 80-02-01410-3.
- [90] KALA, Z. Vliv alternativních postupů v EN1990 na spolehlivost konstrukcí – stabilitní úlohy, In *Sborník příspěvků z III. ročníku celostátní konference Spolehlivost konstrukcí - téma Cesty k uplatnění posudku bezpečnosti, provozuschopnosti a trvanlivosti konstrukcí v normativních předpisech a v projekční praxi*, 2002, Ostrava: Dům techniky, s.65-70, ISBN 80-02-02-01489-8.

Další práce

- [91] KALA, Z. Verifikace kritérií pro navrhování ocelových konstrukcí metodami spolehlivostní analýzy, habilitační práce, Brno: VUT-FAST, 2002.