

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

## TOKEM BUZENÉ VIBRACE

FLOW INDUCED VIBRATION

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Bc. Jakub Sázavský**

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.**

**BRNO 2023**



## Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: **Bc. Jakub Sázavský**  
Studijní program: Energetické a termofluidní inženýrství  
Studijní obor: Fluidní inženýrství  
Vedoucí práce: **doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.**  
Akademický rok: 2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### Tokem buzené vibrace

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Mezi tělesem a proudící kapalinou dochází k vzájemnému silovému působení. Tyto síly lze rozdělit na statické a dynamické. V rámci diplomové práce bude zkoumáno pouze dynamické vzájemné ovlivnění. Budou vyhodnoceny tlakové pulzace v kapalině, vibrace tělesa a úkolem diplomanta bude i navržení nových přístupů k měření těchto jevů.

#### Cíle diplomové práce:

Literární rešerše.

Návrh experimentu pro měření vibrací a tlakových pulsací.

Vyhodnocení vibrací a tlakových pulsací při obtékání tělesa.

Pokusit se o vyhodnocení nejistot měření dynamických jevů.

#### Seznam doporučené literatury:

NAVRÁTIL, Miroslav a PLUHARĚ, Oldřich. Měření a analýza mechanického kmitání: metody a přístroje. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1986. s. [1a].

BRANDT, Anders. Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures. Chichester: Wiley, 2011. ISBN 978-0470746448.

SCHLICHTING (DECEASED), Hermann a Klaus GERSTEN. Boundary-Layer Theory. 9th ed. 2017. Imprint: Springer, 2017. ISBN 978-3-662-52919-5.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Při obtékání tělesa kapalinou dochází k vzájemné interakci. Mohou nastat tokem buzené vibrace. Jedná se o nežádoucí jev, který je nebezpečný především potenciálním vznikem rezonance. Měření takto vyvolaného kmitání je obtížné. Cílem této práce je navrhnout účelně sestavený experiment, vyhodnotit tokem buzené vibrace a pulzace a pokusit se o stanovení nejistot. Měření je provedeno ve speciální testovací sekci, kavitačním tunelu, na hydraulickém profilu při různých průtocích a úhlech natočení. Lopatka je snímána dvěma laserovými vibrometry doplněnými o piezoelektrický tlakoměr. Získaná data jsou zpracována pomocí vlastního programu v softwaru MATLAB. Výstupem jsou jednotlivá frekvenční spektra a souhrnné grafy. Je vyhodnoceno realizované měření s orientací na potřebné zpracování signálu k zisku relevantních výsledků.

### **Klíčová slova**

Tokem buzené vibrace, hydraulický profil, experiment, zpracování signálu, frekvenční analýza, modální analýza

## **ABSTRACT**

When a fluid flows around a solid body, it interacts with each other. Flow-induced vibrations may occur. This is an undesirable phenomenon which is particularly dangerous due to the potential for resonance. Measurement of such induced vibrations is difficult. The aim of this paper is to design an expedient experiment, to evaluate the flow-excited vibrations and pulsations and to attempt to determine the uncertainties. Measurements are made in a special test section, the cavitation tunnel, on a hydraulic profile at different flow rates and rotation angles. The blade is measured by two laser vibrometers supplemented by a piezoelectric pressure gauge. The acquired data are processed using an own program in MATLAB software. The output is individual frequency spectra and summary graphs. The realized measurements are evaluated with orientation to the necessary signal processing to obtain relevant results.

### **Key words**

Flow-induced vibration, hydrofoil, experiment, signal processing, frequency analysis, modal analysis

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

SÁZAVSKÝ, Jakub. *Tokem buzené vibrace* [online]. Brno, 2023 [cit. 2023-05-22]. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/150008>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem Diplomovou prací na téma **Tokem buzené vibrace** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

.....  
Datum

\_\_\_\_\_  
*Jméno a příjmení*

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji tímto doc. Vladimíru Habánovi, Ph.D. za cenné připomínky a rady, které mi poskytl při vypracování diplomové práce.



## OBSAH

ÚVOD.....	11
1 Základní pojmy dynamiky těles .....	12
1.1 Mechanické kmitání.....	12
1.2 Vlnění.....	14
1.3 Rázy a přechodové jevy .....	14
2 Tokem buzené vibrace.....	15
2.1 Viskózní kapalina, laminární a turbulentní proudění.....	15
2.2 Mezní vrstva .....	15
2.3 Separace mezní vrstvy, Strouhalovo číslo, přídavné účinky .....	16
2.4 Obtékání lopatky .....	19
2.5 Lock-in.....	19
2.6 Vliv kavitace .....	20
3 Zpracování signálu .....	21
3.1 Fourierova transformace, FFT .....	21
3.1.1 Leakage a časová okna .....	22
3.2 Frekvenční analýza .....	23
3.2.1 Periodický signál .....	24
3.2.2 Náhodný signál.....	25
3.2.3 Transientní signál .....	27
4 Nejistota měření.....	28
4.1 Stanovení nejistoty metodou GUF.....	28
4.1.1 Model měření .....	28
4.1.2 Standartní nejistota typu A .....	29
4.1.3 Standartní nejistota typu B .....	29
4.1.4 Kombinovaná a rozšířená standartní nejistota .....	30
4.2 Stanovení nejistoty metodou MMC .....	30
4.3 Modelování dynamických měření .....	30
4.3.1 Lineární časově invariantní systém .....	31
4.4 Chyby spojené s dynamickými měřeními.....	33
5 Experiment .....	34
5.1 Modální vlastnosti lopatky.....	37
5.1.1 Modální analýza volně uložené lopatky.....	37
5.1.2 Modální analýza lopatky upevněné v měřicí trati .....	42
5.2 Vyhodnocení experimentu .....	45
5.2.1 Program pro vyhodnocení dat .....	48
5.2.2 Vyhodnocení .....	48
5.2.3 Souhrnné zhodnocení .....	54
5.2.4 Porovnání s modální analýzou .....	55
5.3 Další možnosti měření vibrací v kavitačním tunelu .....	56

ZÁVĚR .....	58
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ .....	60
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....	62
SEZNAM OBRÁZKŮ .....	64
SEZNAM TABULEK.....	65
SEZNAM GRAFŮ.....	66
SEZNAM PŘÍLOH.....	67

## **ÚVOD**

Při obtékání tělesa tekutinou dochází k vzájemné interakci. Přítomné síly lze rozdělit na statické a dynamické. Časově proměnné silové působení je následkem separace mezní vrstvy a tvorby vírů. Důsledkem je fenomén tokem buzených vibrací. Při splnění určitých podmínek se formuje takzvaná Karmánova vírová stezka, u které vznikají víry periodicky pod určitou frekvencí. Pokud se frekvence excitující síly potká s vlastní frekvencí obtékaného objektu, dochází k rezonanci a eventuálnímu zrodu lock-in režimu. Tento stav je nežádoucí, jelikož je přítomné výrazné cyklické namáhání, které může vést k únavě materiálu a následné destrukci. S tokem buzenými vibracemi je tudíž potřeba se vypořádat u řady hydraulických strojů (např. turbíny a jejich rozváděcí lopatky). Výskyt kapaliny a uzavřenost systémů komplikuje nebo v některých případech znemožňuje provozní i laboratorní měření. Motivací k této práci tedy je, jak lze pomocí účelně sestaveného experimentu měřit a vyhodnocovat prouděním buzené kmitání. Dílčími cíli poté jsou: návrh experimentu, vyhodnocení vibrací a tlakových pulzací a pokusit se o vyhodnocení nejistot měření dynamických jevů.

Teoretická část se zaměřuje na objasnění základních pojmů dynamiky těles, dále pak na vznik tokem buzených vibrací. Jsou zde vysvětleny pojmy, jako mezní vrstva a její závislost na Reynoldsově čísle či přídavné účinky od kapaliny, které způsobují, že se systém chová výrazně jinak než na vzduchu. Jelikož při experimentu může vznikat nezanedbatelné rušení a měřený signál je zaznamenáván v časové doméně namísto frekvenční, tak je pozornost věnována také zpracování signálu. Poslední kapitola v teoretické části se věnuje nejistotám měření a jsou zde vyjmenovány chyby, které se mohou vyskytovat a je potřeba se jim vyvarovat.

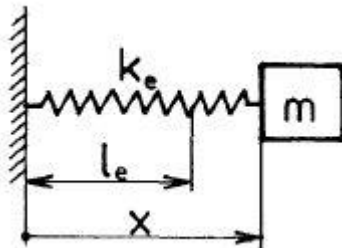
Praktická část obsahuje popis experimentu (v podobě obtékaného profilu lopatky) a měřící trati, na které byl proveden. Nedílnou součástí je rovněž kapitola věnující se modální analýze s cílem stanovení vlastních frekvencí a tvarů. Ta byla provedena numericky s částečným experimentálním ověřením. Následuje vyhodnocení měření, srovnání s modální analýzou, rozbor dalších metod měření a souhrnné zhodnocení včetně učiněných závěrů.

## 1 Základní pojmy dynamiky těles

### 1.1 Mechanické kmitání

Pokud nějaká fyzikální veličina v čase nabývá opětovně střídavých hodnot (v určitém intervalu) kolem své rovnovážné polohy, jedná se o kmitání. Mechanické kmitání se poté vztahuje k idealizovanému hmotnému bodu nebo tuhému tělesu. Ve strojních zařízeních a jiných oblastech techniky je tento jev velmi častým. Může plnit užitečnou funkci (vibrační podavače), ale ve většině případů (zákonitě u rotačních zařízení) se s ním setkáváme jako s jevem nechtěným, jelikož snižuje životnost, provozuschopnost a má negativní vliv na prostředí včetně člověka. Neustále dochází k přeměně energie, jedná se tedy o dynamický děj. K popsání kmitání stačí znát výchylku (případně rychlost či zrychlení) v čase. Pro zjištění příčin vibrací je třeba řešit silovou a momentovou rovnici rovnováhy dané soustavy.

Reálný kmitající systém se nahrazuje vhodně zvoleným zjednodušeným modelem, kdy při jeho řešení rozlišujeme volné a vynucené kmitání. Vynucené kmitání je způsobeno a udržováno účinkem časově proměnné budící síly. Na obrázku níže je zobrazen nejjednodušší případ, model volného netlumeného přímočarého kmitavého pohybu.



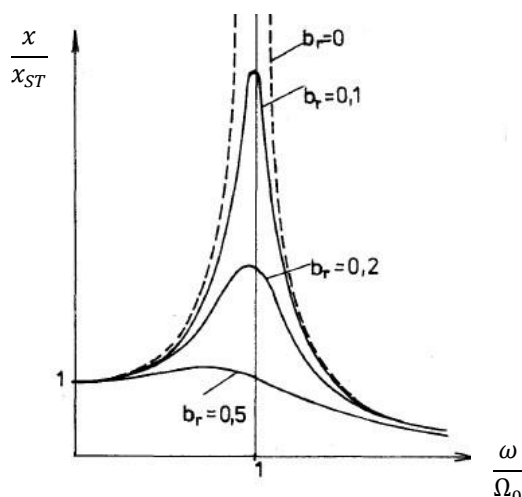
Obr. 1.1 – Model volného netlumeného kmitání [2].

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1.1)$$

$$\ddot{x} + \Omega_0^2 x = 0 \quad (1.2)$$

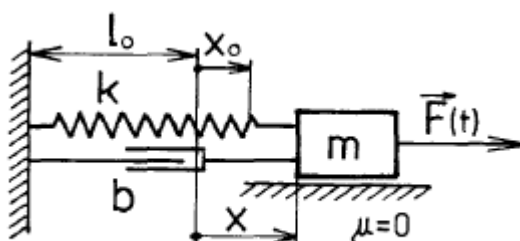
$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.3)$$

Jeho pohyb popisuje rovnice (1.1), kdy vhodnou úpravou se přepíše do tvaru (1.2). Význam má zde především člen  $\Omega_0$ , neboli vlastní úhlová frekvence. Je vlastností daného tělesa (soustavy), ovlivněnou tuhostními a hmotnostními poměry a má zásadní vliv na dynamické chování tělesa. Pokud se totiž úhlová frekvence budící síly potká s  $\Omega_0$ , tak dochází k rezonanci, kdy při tomto stavu jsou maximální amplitudy výchylky (rychlosti/zrychlení). U reálné soustavy není výchylka ve stavu rezonance nekonečně velká, ale má meze dané tlumením (dochází k disipaci energie). Tlumení dělíme na vnitřní (materiálové, konstrukční) a vnější (odpor prostředí).



Obr. 1.2 – Vliv tlumení na velikost amplitudy [2].

Jednoduchý systém, který již zahrnuje vliv tlumení a je buzen časově proměnnou silou, je vyobrazen níže.



Obr. 1.3 – Model vynuceného tlumeného kmitání s 1° volnosti [2].

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t) \quad (1.4)$$

Přiřazenou pohybovou rovnicí (1.4) lze vhodnými úpravami přepsat do tvaru nehomogenní lineární diferenciální rovnice, kdy způsob jejího řešení závisí na druhu budící síly. Ta může být harmonická, periodická či obecného průběhu. V případě složitějších systémů s více stupni volnosti, vícenásobným tlumením apod. je tvorba rovnic a modelů obdobná, akorát konstanty jsou nahrazeny maticemi konstant. Podstatou takového modelování je, že jsou matematicky definovány popisující proměnné a jevy, které lze sledovat a měřit na skutečných zařízeních.

Na základě měření lze kmitání rozdělit na determinovaná (periodická) a nedeterminovaná kmitání. U nedeterminovaných kmitání, jako jsou například otřesy, přechodové jevy či stochastická kmitání (např. turbínová lopatka pod vlivem turbulencí), nelze pomocí jedné realizace měření predikovat průběh v libovolném čase. Je potřeba zvolit statistický přístup a pracovat s pravděpodobnými, stochastickými hodnotami. Pro popis musí být zpracovány vlastnosti celého souboru provedených měření. Jinak je tomu u periodických kmitání, kde se časový průběh pravidelně opakuje. Závislost některé z určujících veličin na čase (teoreticky získané pouze z jednoho měření) je plně definuje. Periodické kmitání může mít harmonický charakter, u kterého platí princip superpozice. Libovolnou harmonickou funkci lze rozložit na dílčí harmonické složky se stejnou frekvencí a rozdílnými amplitudami a fázemi. Pokud dílčí harmonické složky mají rozdílné frekvence a jejich poměr je racionálním číslem, tak výsledné kmitání má neharmonický periodický charakter [1,2,3].

## 1.2 Vlnění

Jevem, při kterém vzniká kmitavý pohyb hmotného prostředí nebo jinými slovy, dochází k distribuci kmitání prostorem, je mechanické vlnění. Vlivem rozruchu či excitace vznikají vlny, které se šíří prostředím dále od zdroje. Jednotlivé částice při jejich průchodu obecně kmitají s různou výchylkou a fází. Mechanické vlny se dělí na příčné (pouze v pevných látkách) a podélné. U příčných je pohyb částic kolmý na směr chodu vlny (u podélných rovnoběžný). Pokud vlnění vzniká v neomezeném prostředí, tak se šíří od zdroje všemi směry ve tvaru postupné vlny. V pevných tělesech, která jsou dostatečně poddajná (např. struny, tyče, rovinné desky), se vlnění na stěnách odráží zpět, dochází k interferenci jednotlivých vln a následnému stojatému vlnění omezenému na prostor tělesa. Typickým rysem stojatého vlnění jsou uzly a kmitny (poloha minimální a maximální výchylky), kdy jejich pozice se nemění. Na možný vznik uzlů je potřeba brát zřetel při měření, protože pokud dojde k umístění senzoru do tohoto místa, tak budou naměřeny „nulové“ vibrace.

Ve frekvenční rozsahu rozpoznatelném lidským uchem se o mechanickém vlnění mluví jako o zvuku. Pod spodní hranicí je definován infrazvuk, nad ultrazvuk. V plynném prostředí má charakter tlakových pulzací přenášených podélnými vlnami. Oborem, který se zabývá zvukem, jeho vznikem, šířením atd. je akustika [1,4].

## 1.3 Rázy a přechodové jevy

Rázy a přechodové jevy se stejně jako náhodné kmitání vyskytují v reálných systémech poměrně často. Jejich vznik je spojen s okamžitým uvolněním energie způsobeným například hrubým zacházením, výbuchy (spalovací motory) nebo nadzvukovým pohybem. Společným znakem je krátké trvání a náhlý výskyt. Jednoduchý ráz lze tedy definovat jako přenos kinetické energie do systému, k němuž dochází v relativně krátkém čase vzhledem k periodě vlastních kmitů, kdežto přechodové jevy (též komplexní rázy) mají trvání v řádech několika period.

Lze je popsat pomocí síly, zrychlení, rychlosti nebo výchylky a pro úplný popis je nezbytné získat přesný časový záznam průběhu sledované veličiny. V některých aplikacích se rázy využívají k měření odezvy určitého mechanického systému, na který působí. Jejich frekvenční spektra jsou kontinuální (obsahují všechny frekvence) a dokáží tedy vybudit do rezonance libovolnou soustavu, čímž se získají její vlastní frekvence a další popisné znaky. Takto jsou využívány v případě modální analýzy (modální kladívko). Po sobě se opakující rázy působící na mechanickou soustavu se budou projevovat obdobně jako periodické kmitání [1,3].

## 2 Tokem buzené vibrace

Při obtékání tělesa tekutinou může za splnění určitých podmínek dojít k separaci proudění. Na spodní a horní hraně obtékaného tělesa se odtrhává mezní vrstva, kdy nad kritickou hodnotou Reynoldsova čísla se periodicky vytvářejí víry, které jsou dále unášeny proudem a vzniká tzv. Karmánova vírová stezka. Tvorba vírů je asymetrická, důsledkem čehož je měnící se tlaková síla (kolmá ke směru proudění), která excituje těleso. Pokud amplituda buzených vibrací leží v blízkosti vlastní frekvence systému tekutina – těleso, dochází k rezonanci. Při tomto stavu může navíc dojít k takzvanému lock-in jevu, kdy frekvence kmitání tělesa začne ovlivňovat frekvenci vzniku vírů a ta se stává nezávislá (v určitém rozsahu) na rychlosti proudění. Tato kapitola si klade za cíl hlouběji vysvětlit princip vzniku tokem buzených vibrací, které mohou vést až k destrukci mechanického systému. Uvažovaným tělesem bude pro zjednodušení válec, popřípadě lopatka. S oběma příklady se ale lze běžně setkat i v reálném životě: sloupy, stožáry větrných turbín, komíny, křídla letadel či lopatky hydraulických strojů [11].

### 2.1 Viskózní kapalina, laminární a turbulentní proudění

Při uvažování ideální kapaliny na ni působí pouze normálové síly v podobě tlaku. Rychlostní pole na hranici kapalina – těleso není nijak ovlivněno třecími silami, a tudíž po této hranici „volně klouže“. V mnoha případech aplikací tohle pojetí stačí. Při řešení odtržení mezní vrstvy je ovšem nezbytné uvažovat i jiné než pouze normálové síly, a to síly tangenciální. Ty jsou způsobeny viskozitou kapaliny a vedou k smykovému napětí. Viskozita obecně je fyzikální vlastností každé kapaliny. Vyjadřuje odpor částic kapaliny vůči jejich vzájemnému pohybu (vnitřní tření kapaliny), neboli tečné napětí je úměrné změně rychlosti ve směru kolmém na rychlost (rychlostní gradient). Je závislá na teplotě a v případě vody má vztah mezi napětím a rychlostním gradientem lineární charakter (Newtonské kapaliny). Vlivem viskozity bude mít rychlostní pole jiný charakter než u ideální kapaliny.

Proudění lze rozdělit na laminární a turbulentní. U laminárního se částice pohybují po vrstvách (u turbulentního napříč) ve směru středního proudu. O jaký druh proudění se bude jednat lze rozhodnout na základě bezrozměrného Reynoldsova čísla ( $Re$ ). To vyjadřuje poměr mezi vnitřními (setrvačnými) a viskózními silami.

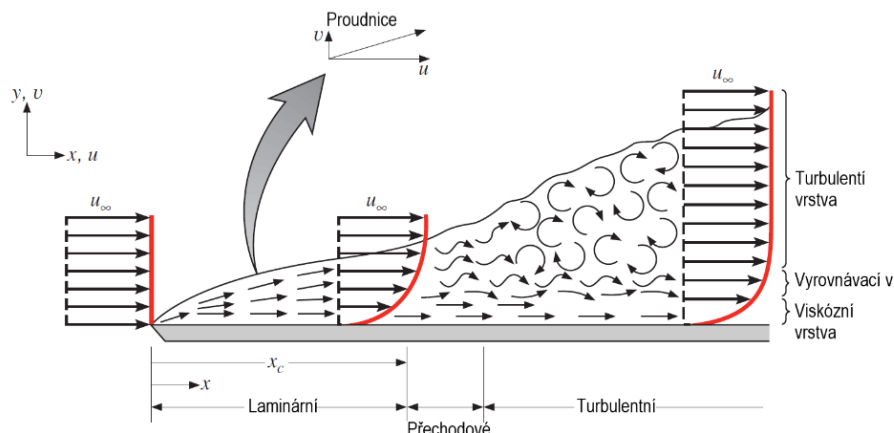
$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (2.1)$$

Kde  $v$  je střední rychlost proudící kapaliny,  $d$  charakteristický rozměr a  $\nu$  kinematická viskozita. Pro proudění v potrubí (za  $d$  se dosazuje jeho průměr  $\varnothing D$ ) je hodnota kritického  $Re$  rovna přibližně 2 300. Pod touto hranicí definujeme laminární a nad turbulentní proudění. Jak se dále ukáže, tak hodnota  $Re$  má zásadní vliv na to, zda dojde ke vzniku Karmánovy vírové stezky [12].

### 2.2 Mezní vrstva

Pro viskózní kapalinu platí, že rychlosti v těsné blízkosti stěn budou vlivem tangenciálních sil rovné nulové hodnotě. V případě proudění při vysokých  $Re$  (charakteristické pro proudící kapaliny s nízkou viskozitou, např. voda) dochází k přechodu z nulové rychlosti do konečné v tenké vrstvě poblíž stěn. Tato vrstva byla L. Prandtlm nazvána mezní (třecí) vrstvou. Na základě konceptu mezní vrstvy lze poté proudění (při vysokých  $Re$ ) rozdělit na dvě oblasti: proudění v tenké mezní vrstvě, kde musí být uvažována viskozita, a vnější proudění, kde lze viskozitu zanedbat. Přechod z mezní vrstvy do vnějšího proudění probíhá kontinuálně, takže její přesnou hranici nelze určit. Proto se její tloušťka (kolmo od stěny) obvykle stanovuje jako místo, kde dosahuje 99 % vnější rychlosti.

Mezní vrstva může být při obtékání tělesa jak laminární, tak turbulentní. Na příkladu rovné tenké desky nejprve vzniká v laminární podobě a v určité vzdálenosti od náběžné hrany přechází do turbulentní.

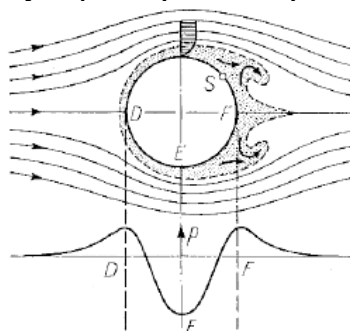


Obr. 2.1 – Mezní vrstva při obtékání tenké rovinné desky [13].

Na náběžné hraně má proudění konstantní rozložení rychlosti. S rostoucí vzdáleností je čím dál více částic zpomalováno třením. Tloušťka mezní vrstvy kontinuálně roste. Po určitou dobu je proudění uspořádané (laminární). Poté je dosaženo přechodové oblasti, ve které se s časem mění laminární a turbulentní proudění, doprovázeno náhlým nárůstem tloušťky mezní vrstvy a smykového napětí. Poloha  $x_c$  je určena kritickým  $Re$  (za  $d$  se dosazuje charakteristický rozměr tělesa), především ale mírou ovlivnění mezní vrstvy vnějším prouděním. Vliv může mít též drsnost povrchu nebo jeho vibrace. Dále již plně rozvinutá turbulentní vrstva je chaotická, neuspořádaná a obsahuje prostorové vírové struktury, kdy rychleji proudící kapalina vytlačuje pomalejší ven z této vrstvy a dochází k míšení s vnějším prouděním a naopak. Proto její tloušťku nelze jednoznačně určit a stanovuje se na základě vnější rychlosti, jak bylo zmíněno na začátku této kapitoly. Pro turbulentní mezní vrstvu jsou tedy obecně typické tlakové a rychlostní fluktuace. Dle vzdálenosti od povrchu (ve směru  $y$ ) lze definovat její viskózní, vyrovnávací a turbulentní podvrstvu. Ve viskózní podvrstvě se rychlostní profil blíží lineárnímu průběhu a přenos je dominantní difúzí. Setrvačné a viskózní síly jsou zde řádově stejné, a především tlak napříč podvrstvou se nemění. Vyrovnávací podvrstva znamená difuzní a turbulentní promíchávání s porovnatelnou mírou [11,12,13].

### 2.3 Separace mezní vrstvy, Strouhalovo číslo, přídavné účinky

Nyní bude uvažován válec umístěný napříč v proudu kapaliny, jako na obrázku níže.

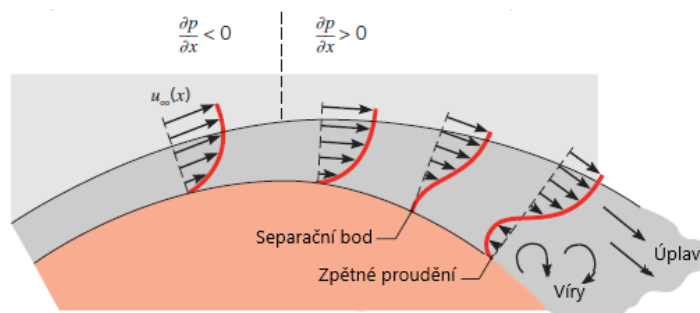


Obr. 2.2 – Válec příčně umístěný do proudu kapaliny [12].

Volný proud kapaliny se zastaví na přední straně (bod D) a dojde k nárůstu tlaku. Od tohoto bodu dále začne tlak klesat a vlivem kladného tlakového gradientu se zformuje mezní vrstva.



V určitém místě (bod E) dosáhne tlak minima a směrem k zadní části válce (bod F) dochází k jeho opětovnému nárůstu, kdy důsledkem záporného tlakového gradientu je rozvoj mezní vrstvy. Na základě Eulerových rovnic musí být rychlost po obvodu válce v protifázi s průběhem tlaku. Tudíž od bodu E do bodu F musí kapalina zpomalovat, kdy po čase se rychlostní gradient na povrchu stane nulovým. V tomto místě dochází k separaci proudění (bod S). Kapalina již nemá dostatek kinetické energie, aby pokryla nárůst tlaku a vlivem další přicházející kapaliny se objevuje zpětné proudění. Odtrhává se mezní vrstva (při  $\partial u / \partial y|_{y=0} = 0$ ).





Obr. 2.3 – Rychlostní profil meznı vrstvy při obtékání válce [13].

Poloha separáčního bodu je ovlivněna přítomností přechodové meznı vrstvy, která závisı na Reynoldsově čísle. Turbulentní meznı vrstva má větší hybnost než laminární a k oddělení bude docházet přibližně při úhlu  $140^\circ$  (pokud bod D považujeme jako  $0^\circ$ , tak tomuto úhlu odpovídá bod S) oproti cca  $80^\circ$  při laminární meznı vrstvě. Zpětné proudění za separáčním bodem vede k formování vírů, které se odtrhávají od povrchu a vytváří se specifická úzká oblast za tělesem zarovnaná se směrem proudění, vyplněná odtrženými víry (úplav, anglicky wake). Tento proces značně ovlivňuje odporovou sílu (a z ní vycházející odporový koeficient) působící na válec (těleso), která má dvě složky. První, třecı sílu, způsobenou smykovým napětım meznı vrstvy, a druhou (tlakovı odpor) následkem tlakového rozdílu ve směru proudu při zformování úplavu [12].

O tom, zda vznikne za tělesem typická oblast (úplav) nebo se odtrhávání vírů rozvine do Karmánovy vírové stezky rozhoduje druh okolního proudění. V tabulce níže je přehled jednotlivých režimů včetně tvaru oblastı na základě hodnot  $Re$ .

Tab. 2.1 – Přehled jednotlivých režimů proudění [12].

Hodnota $Re$	Režım proudění	Tvar oblastı	Charakteristika	Strouhalovo číslo	Úhel separace
$Re \rightarrow 0$	Plıživé (creeping)		Stabilní, bez úplavu	-	-
$3 - 4 < Re < 30 - 40$	Vırové páry v úplavu		Stabilní, symetrická separace	-	$130^\circ < \varphi_s < 180^\circ$
$\frac{30}{40} < Re < \frac{80}{90}$	Začátek Karmánovy v.s.		Laminární, Nestabilní úplav	-	$115^\circ < \varphi_s < 130^\circ$
$\frac{80}{90} < Re < \frac{150}{300}$	Čistá K.v.s.		Karmánova vírová stezka	$0,14 < Sr < 0,21$	
$\frac{150}{300} < Re < \frac{1e5}{1,3e5}$	Subkritické		Laminární, nestabilní vírová stezka	$Sr = 0,21$	$\varphi_s \approx 80^\circ$

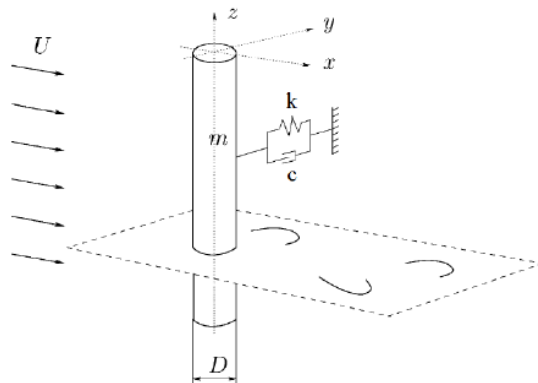
$1,3e5 < Re < 3,5e6$	Kritické		Laminární sep., turbulentní opětovné připojení, turbulentní sep., turbulentní úplav	Bez prioritní frekvence	$80^\circ < \varphi_s < 140^\circ$
$3,5e6 < Re$	Superkritické		Turbulentní separace	$0,25 < Sr < 0,30$	$\varphi_s \approx 115^\circ$

Při velmi nízkých  $Re$  opouští proud válec stabilně bez recirkulace. S dalším nárůstem rychlosti se vytváří dva symetrické víry na každé straně úplavu. Při dalším nárůstu se víry začínají tvořit střídavě na spodní a horní hraně a jsou unášeny po proudu. Perioda jejich vylučování je popsána bezrozměrným Strouhalovým číslem (vysvětleno dále). V tomto režimu je oscilace úplavu čistě periodická (symetrická Karmánova vírová stezka podél horizontální osy válce). Strouhalovo číslo se mění s nárůstem  $Re$  a objevuje se neuspořádanost vírové stezky, kdy se prodlužuje oblast formování vírů. V tomto subkritickém režimu se frekvence stává nezávislou na  $Re$  a  $Sr$  nabývá konkrétní hodnoty 0,21. Poté  $Sr$  výrazně klesá a zmenšuje se prostor, ve které se tvoří víry. Při ještě vyšších rychlostech jsou přítomné fluktuace v relativně úzké oblasti (při vysokém  $Sr$ ), kdy frekvence tvorby vírů je nepřímo úměrná její šířce. Nakonec se mezní vrstva na povrchu válce stává turbulentní a dochází k turbulentní separaci. Je potřeba ještě poznamenat, že přechod mezi jednotlivými režimy je ovlivněn i jinými parametry než jen hodnotou  $Re$  (např. drsností povrchu, oscilací, turbulencemi, vzdáleností od stěn, volným koncem apod.). Nemají ovšem takový vliv [11].

Frekvenci vytváření víru lze charakterizovat bezrozměrným Strouhalovým číslem.

$$Sr = \frac{f \cdot d}{v} \quad (2.2)$$

Kde  $f$  je frekvence,  $d$  charakteristický rozměr a  $v$  střední rychlost proudící kapaliny. Pro subkritický režim má  $Sr$  hodnotu 0,21 (pro válec). Vznikající víry způsobují zvýšení podtlaku v zadní části válce a ovlivňují odporovou sílu (ve směru osy  $x$ ). Dále pak mají za následek proměnlivé proudění kolem horní a spodní strany válce, které generuje v čase se měnící rozložení tlaku podél těchto stran. Výsledkem tlakové nerovnováhy je fluktuující vztlaková síla (ve směru osy  $y$ ). Její frekvenci lze uvažovat shodnou s frekvencí vytváření vírů  $f$ . Obtékáný objekt je tedy excitován současně ve směru  $x$  a  $y$ . Na základě výzkumů bylo zjištěno, že odezva systému při uvažování 2 stupňů volnosti pro pohyb  $xy$  je srovnatelná s odezvou pro pohyb ve směru  $y$  při 1 stupni volnosti. Takto buzený válec může být zjednodušeně modelován dle principů zmíněných v první kapitole následujícím způsobem:



Obr. 2.4 – Válec buzený tokem kapaliny [14].

Pokud má proudící médium nezanedbatelnou hustotu (vzduch x voda), je potřeba brát v potaz také přídavné účinky od kapaliny. Systém (oscilující těleso ponořené ve viskózní kapalině) na obrázku 2.4 bude nyní namísto rovnice (1.4) popisovat vztah:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f(t) + F(t) \quad (2.3)$$

Kde  $F(t)$  je budící síla a  $f(t)$  je přídavná síla působící od kapaliny na povrch tělesa, který je s ní v kontaktu.  $f(t)$  je definována jako integrál součinu tenzoru napětí  $\sigma$  a normálového vektoru  $\vec{n}$  (směřující do tělesa, tzn. ven z kapaliny) na ploše  $A$ , kde dochází k interakci kapaliny s tělesem.

$$f(t) = - \iint \sigma \cdot \vec{n} dA \quad (2.4)$$

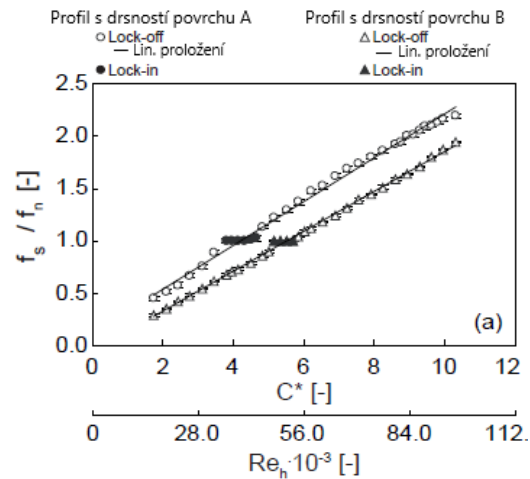
Zároveň musí být splněny podmínky, že na ploše  $A$  je součin tenzoru napětí kapaliny a normálového vektoru roven součinu tenzoru napětí tělesa s normálovým vektorem. Druhou podmínkou je rovnost vektoru rychlosti kapaliny a tělesa na této ploše. Substitucí (2.4) do (2.3) a vhodnými úpravami se rovnice (2.3) přepíše do tvaru, kde se  $f(t)$  promítne do přídavné hmotnosti, tlumení a tuhosti. Proto bude vlastní frekvence válečku ve vodě jiná než na vzduchu. Rychlost okolního proudění ovlivňuje pouze přídavné tlumení, tudíž vlastní frekvence se nemění, ale systém se může začít chovat nelineárně a nestabilně. Toto tvrzení ovšem platí pouze za splnění předpokladu malých kmitavých pohybů kolem rovnovážné polohy. Při stavu, kdy dochází k velkým výchylkám, se přídavná hmotnost mění s poměrem  $A_y/D$  (amplituda ve směru  $y$  ku průměru válce), tedy nenabývá stabilní hodnoty v celém rozsahu buzení [12,14,15].

## 2.4 Obtékání lopatky

Váleček obtékáný proudem tekutiny je elementární příklad. Oproti tomu v hydraulických strojích dochází k proudění okolo lopatek různých profilů a tvarů, kde geometrické rozměry a natočení hrají zásadní roli v chování okolního toku. Pokud se jedná o dostatečně tenkou lopatku se symetrickým profilem okolo střední čáry s nulovým prohnutím a úhel natočení je  $0^\circ$ , tak mezní vrstva zůstává přichycena až po odtokovou hranu, za kterou dochází k periodickému odtrhávání vírů a vzniku Karmánovy vírové stezky (tvar odtokové hrany má zde podstatný vliv). V případě jiného než nulového úhlu náběhu nebo tlustší lopatky se mezní vrstva separuje dříve a tvoří se zavíření (dle principu prezentovaném v kapitole 2.3). Oba mechanismy mohou vést k periodické excitaci lopatky, vzniku buzeného či samobuzeného kmitání [16].

## 2.5 Lock-in

Vytváření víru za tělesem umístěným do toku kapaliny způsobuje buzení. Frekvence tvorby vírů závisí lineárně na rychlosti, pokud se ovšem začne blížit vlastní frekvenci systému (např. těleso – voda), započne obtékané těleso výrazněji reagovat v krátkých periodických intervalech. Následuje korelace s úplavem a pohyb tělesa přeskočí do větších amplitud (rezonance) při ustáleném periodickém kmitání. Nastává takzvaný lock-in režim, při kterém je frekvence odtrhávání vírů ovlivněna (uzamčena) oscilací (frekvencí) tělesa. Čím větší je amplituda, tím větší je rozsah rychlostí, po které jsou frekvence synchronizovány. Jedná se o základní vlastnost tokem buzených vibrací. Daná závislost je vynesena na grafu níže, kde na osu  $y$  je vynesena poměr frekvence tvorby vírů ku vlastní frekvenci lopatky. Na ose  $x$  je redukována rychlost. K excitaci tělesa ovšem dochází nejen v lock-in oblasti [11,16].



Obr. 2.5 – Lock-in efekt při obtékání lopatky [11].

## 2.6 Vliv kavitace

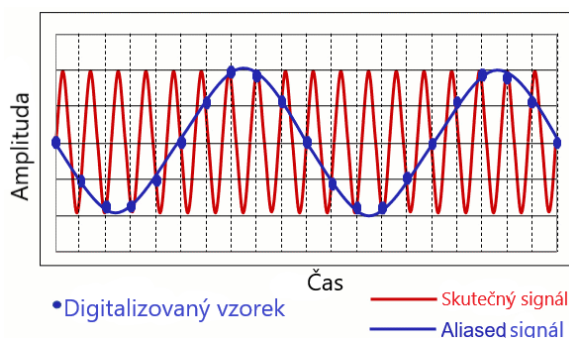
Pokud tlak v proudící kapalině klesne pod tlak nasycených par (závisí na teplotě), tak vzniká kavitace. Při tomto jevu se v oblasti nižšího tlaku objevují bublinky, které jsou dále unášeny tokem, kde v oblasti vyššího tlaku opět zanikají. Kavitace ve všech svých podobách je spojena s nestabilním chováním proudění a dodatečnými silami, které mohou excitovat obtékané těleso. Dále má vliv na přídatný efekt kapaliny (hmotnost, tuhost, tlumení), tudíž se mění i vlastní frekvence systému. V této práci bude z tohoto důvodu snahou se kavitaci vyvarovat [16].



Obr. 2.6 – Kavitace vznikající na lopatce [16].

### 3 Zpracování signálu

Všechny měřené signály spojené s kmitáním jsou analogové (spojité v čase). Při zaznamenávání jsou převáděny na diskrétní v čase pomocí AD převodníku, který má určitou vzorkovací frekvenci  $f_s$  rovnou  $1/\Delta t$ . Hodnota vzorkovací frekvence by měla splňovat vzorkovací *Nyquistův teorem*. Ten říká, že analogový signál je jednoznačně reprezentován jeho diskrétními vzorky, pouze pokud je vzorkovací frekvence větší než dvojnásobek šířky pásma B, tedy  $f_s > 2 \cdot (f_2 - f_1)$ . Jestliže toto pravidlo není dodrženo, dochází k *aliasingu* (zkreslení signálu).



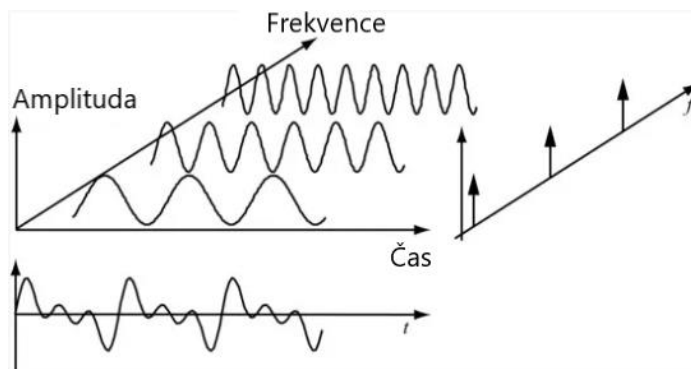
Obr. 3.1 – Princip aliasingu [7].

Na příkladu výše je analogový signál v podobě periodicky se opakující sinusovky vzorkován s nižší frekvencí, než je frekvence reálného signálu. Důsledkem toho jsou vzorkovaná data, která popisují falešně identifikovanou sinusovku (znázorněná modrou barvou). Aby k tomuto jevu nedocházelo, tak bývá měřící technika vybavena analogovým antialias (low pass) filtrem umístěným před A/D převodníkem nebo ekvivalentním digitálním filtrem. Mezní frekvence filtru musí být pod hodnotou  $f_s/2$ , jelikož reálný filtr má konečný sklon (neřežává signál ostře na mezní hranici).

Jak již bylo zmíněno v předešlé kapitole, tak signály lze rozdělit na periodické, náhodné (stochastické) a přechodové (rázy). Dále pak na stacionární a nestacionární či deterministické (periodické, přechodové) a nedeterministické. Způsob jejich zpracování se liší podle toho, do které skupiny patří. Běžně se ale vyhodnocují ve frekvenční doméně namísto časové, která není pro jejich zpracování dostatečně vypovídající a přehledná [5,7].

#### 3.1 Fourierova transformace, FFT

Základem pro frekvenční analýzu je Fourierova transformace (dále jako FT), která slouží k přechodu z časové domény do frekvenční a naopak (inverzní FT). Je založena na myšlence, že každý signál lze sestavit z dílčích sinusovek s různými amplitudami a fázemi.



Obr. 3.2 – Princip Fourierovy transformace [5].

FT je teoreticky definována vztahem:

$$F[x(t)] = X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cos(2\pi ft) dt - j \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\sin(2\pi ft) dt \quad (3.1)$$

Výstupem je řada komplexních čísel, z nichž každé odpovídá frekvenci, amplitudě a fázi. Komplexní čísla jsou ve tvaru  $z = a + jb$ , kdy amplituda se dostane  $\sqrt{a^2 + b^2}$  a fáze  $\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$ . FT produkuje oboustranné symetrické spektrum s pozitivními a negativními frekvencemi, kdy na každou stranu připadá  $\frac{1}{2}$  amplitudy. Dle konvence se ale zobrazuje pouze jeho kladná část, proto je nezbytné amplitudy násobit dvěma za účelem získání skutečných hodnot, a ne pouze jejich polovin. Mezi další důležité vlastnosti, především z pohledu měření vibrací a zpracování signálu, patří:

- Derivace v časové doméně je rovna násobení  $X(f)$  výrazem  $j\omega$ , kde  $\omega = 2\pi f$ , ve frekvenční doméně.
- Integrace v časové doméně je rovna dělení  $X(f)$  výrazem  $j\omega$  ve frekvenční doméně.
- Násobení v časové doméně je rovno konvoluci ve frekvenční doméně.

Za využití prvních dvou vlastností lze ve frekvenčním spektru libovolně přecházet mezi výchylkou, rychlostí a zrychlením. Třetí vlastnost je důležitá především pro aplikaci časových oken (popsaných v následující kapitole) na časový záznam.

Rovnice (3.1) je nekonečný integrál spojitých rovnic, nepoužitelný na vzorkovaný signál s omezeným časem pozorování. Metodou sloužící k transformaci vzorkovaného signálu  $x(n) = x(n\Delta t)$  o celkovém počtu  $N$  vzorků do frekvenční charakteristiky  $X(k) = X(k\Delta f)$  je Diskrétní Fourierova transformace (dále jako DFT). Ta je definována vztahem:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2k\pi n/N} \quad (3.2)$$

Transformovaná funkce se násobí rotujícím jednotkovým vektorem, který se otáčí (v diskretních skocích pro každém přírůstku časového parametru  $n$ ) rychlostí úměrnou frekvenci  $k$ . Každou hodnotu  $X(k)$  lze označit jako frekvenční čáru ve frekvenčním spektru. FFT (Fast FT) je poté algoritmus pro rychlejší výpočet DFT. Vlastnosti jsou podobné teoreticky definované FT [5,8].

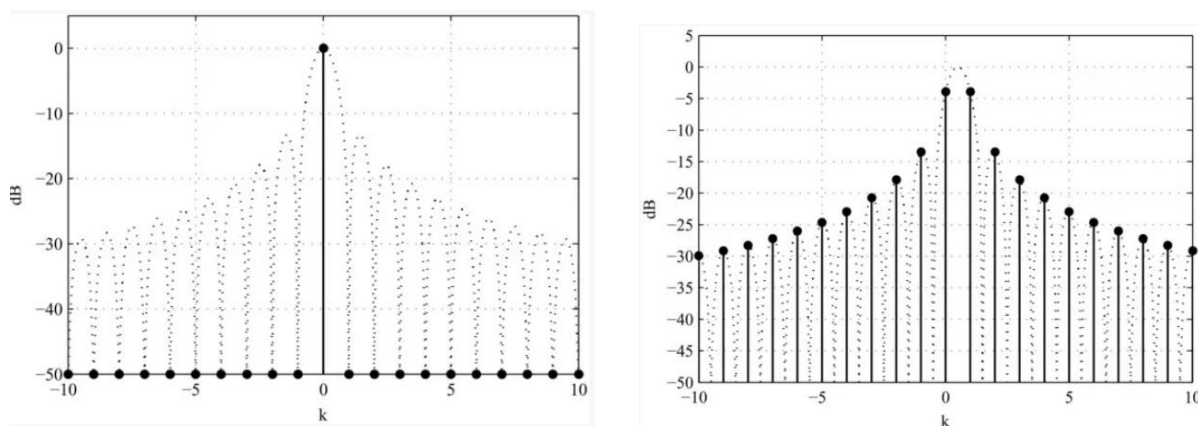
### 3.1.1 Leakage a časová okna

Z principu DFT mohou vzniknout chyby, jednou z nich je leakage (únik). Je spojen s frekvenčním inkrementem (rozdílem mezi 2 po sobě jdoucími frekvenčními čarami), který je závislý na měřeném vzorkovaném signálu následujícím vztahem:

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\Delta t} = \frac{f_s}{N} \quad (3.3)$$

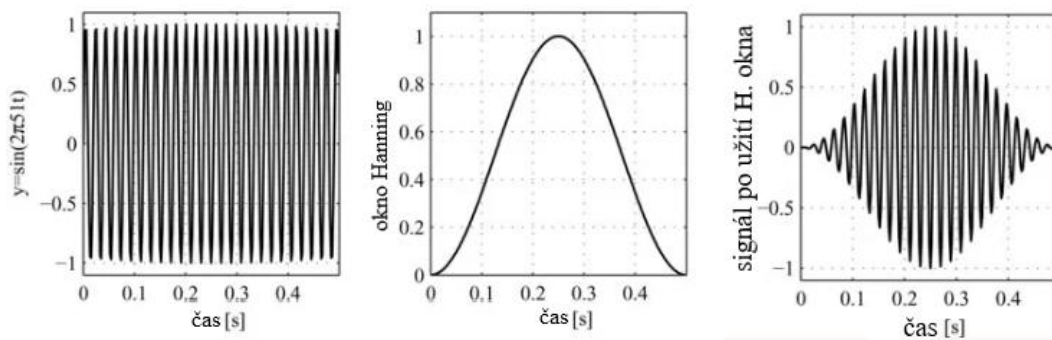
Pokud je tedy například  $\Delta f$  2 Hz a zkoumaný signál obsahuje sinusovku s frekvencí 51 Hz, tak výsledkem DFT (FFT) budou dva vrcholy na 50 a 52 Hz, kdy obě hodnoty budou nižší, než je skutečná amplituda. Zároveň bude ovlivněno celé spektrum (obr. 3.3), což souvisí s periodicitou signálu v měřeném bloku. Uvažovaným 51 Hz při  $\Delta f$  2 Hz v záznamu nebude odpovídat celočíselný násobek period. Modifikace celého frekvenčního rozsahu je způsobena principem přechodu ze spojitě nekonečné FT na DFT s konečným časem sledování a počtem  $N$  vzorků.

To odpovídá součinu originálního kontinuálního signálu s časovým oknem (funkcí), které je 0 mimo interval  $\Delta t \in \left(-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}\right)$ . Násobení funkcí v časové doméně je shodné s konvolucí ve frekvenční doméně s odpovídající FT časového okna (v tomto případě obdélníkového, naznačené na obr.12 přerušovanou čarou). Pracuje se tedy s váženou FT. Pokud periodický signál nemá v měřeném bloku celočíselný počet period, pak je výsledkem konvoluce vzhledem ke konečné době měření nízká frekvenční špička a vznik „chybných“ frekvencí v jejím okolí. Celkový výkon ve spektru je ovšem stále stejný.



Obr. 3.3 – Ukázka správně získané frekvence a frekvence při leakage [5].

Aby byl únik co nejmenší (ovlivňoval užší část spektra) a nemusel být vždy zajištěn periodicky naměřený signál, tak jsou využívány jiné váhové funkce, než je obdélníkové okno. Nejznámějším a prakticky nejvyužívanějším je okno Hanning, které ořezává časový záznam tak, aby potlačilo neceločíselný počet period sinusovek.



Obr. 3.4 – Ukázka násobení měřeného signálu časovým oknem v časové doméně [5].

Jelikož je ze záznamu odstraněna část informací, je nezbytné provést korekci pomocí amplitudového a výkonového korekčního faktoru (amplitudový pro Hanning je 2) [5].

### 3.2 Frekvenční analýza

V případě periodického signálu je frekvenční spektrum diskrétní, naopak u náhodného a transientního signálu je spojitě (obsahuje všechny frekvence). Proto se i liší způsob vyhodnocování a samotná tvorba (jednotky zobrazované na ose y) spekter. Tato kapitola se bude zabývat jednotlivými kategoriemi. Nejprve je ale potřeba definovat střední kvadratickou hodnotu (neboli RMS), která je hojně využívána ve frekvenční analýze.

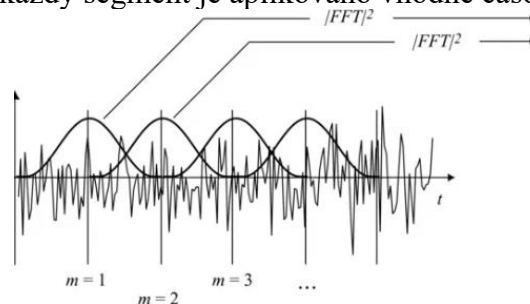
Jsou dva způsoby, jak k RMS přistupovat. První možností je RMS pro jednotlivé frekvence (sinusovky) spektra. Tento formát udává ekvivalentní hodnotu energie oscilujícího signálu v ustáleném stavu. Pro jednotlivé sinusovky s amplitudou A je počítán dle vztahu:

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{A^2}{2}} \approx 0,707 \cdot A \quad (3.4)$$

Druhým formátem je RMS celého spektra. Dle Parsevalova teorému je sumace RMS v časové doméně ekvivalentní sumaci RMS ve frekvenční doméně. Výsledkem je tedy číslo, které vyjadřuje celkovou míru energie napříč frekvenčním rozsahem. Na jeho základě lze porovnávat dynamické signály a rozlišit, který z nich přenáší více energie.

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (x(t)^2) dt} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}} = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left| \frac{X(k)}{N} \right|^2} \quad (3.5)$$

Většina získaného signálu obsahuje šum nebo je náhodného charakteru. Aby byla redukována náhodná chyba a zpracovaná data byla lépe čitelná, tak se provádí průměrování (frekvence po frekvenci). Celkový signál je rozdělen do M segmentů, které jsou nezávisle převedeny do frekvenční domény pomocí DFT (FFT). Druhé mocniny magnitud každé frekvence z každého segmentu jsou poté zprůměrovány, kdy umocněná hodnota se využívá, pokud pracujeme s RMS jednotlivých sinusovek, jako je tomu i u v praxi používaného autopower či lineárního spektra. Pro deterministické signály se obecně doporučuje provádět 3 až 10 průměrování, kdy na každý segment je aplikováno vhodné časové okno.



Obr. 3.5 – Princip průměrování [5].

V některých případech se využívá překrývání segmentů. Na obrázku výše je volen 50% overlap s Hanning časovým oknem [1,5,9].

### 3.2.1 Periodický signál

Kromě amplitudového spektra, se využívá již zmíněné lineární nebo autopower. To je odstupňované podle čtverce efektivní hodnoty, středního výkonu nebo střední kvadratické hodnoty signálu na každé frekvenci (první formát RMS). Toto spektrum má tedy umocněné jednotky. Lépe čitelné je ovšem lineární spektrum, které odkazuje napřímo k vyhodnocované proměnné a ne k její druhé mocnině. Postup výpočtu lineárního spektra je následující [5]:

- Odstranění střední hodnoty časového signálu (je-li snahou odstranit DC složku signálu).
- Rozdělení signálu do M segmentů v případě průměrování.
- Výběr vhodného časového okna a výpočet FFT pro každý segment.
- Výpočet druhých mocnin hodnot pro každou frekvenci.
- Zprůměrování hodnot pro každou frekvenci z M segmentů.
- Výpočet měřítkového faktoru (vychází z amplitudového korekčního faktoru) a vynásobení hodnot z předchozího kroku.
- Odmocnění získaného autopower spektra => lineární spektrum.



### 3.2.2 Náhodný signál

Jsou rozlišovány dva druhy náhodných signálů. Jednu skupinu zastupují vyvolané dynamickými silami, které mají obecný průběh a snažíme se je popsat. To se obvykle provádí popisem signálu pomocí jeho spektrálních charakteristik (např. spektrální hustota), korelační funkce nebo jeho amplitudových charakteristik (např. hustota pravděpodobnosti). Příkladem mohou být vibrace vyvolané turbulencemi okolo křídla letadla. Druhou skupinou je šum pocházející z různých zdrojů jako rušení přidané do měření.

Aby bylo možné daný fyzikální jev popsat na základě jedné realizace s konečnou dobou pozorování, musí být tento jev stacionární nebo ergodický. Ergodický náhodný proces je takový, který je stacionární a vlastnosti souboru se rovnají vlastnostem v čase. Tedy například, pokud se střední hodnota v čase jedné realizace rovná střední hodnotě souboru realizací. Popisnými veličinami pro náhodné signály jsou [1,3,5]:

#### *Distribuční funkce*

Náhodný signál  $X(t)$  nabývá konkrétních hodnot s určitou pravděpodobností. Pomocí distribuční funkce je poté jednoznačně určen, jelikož distribuční funkce udává rozdělení pravděpodobnosti ve sledovaném prostoru [5,6].

$$F(x) = P[X(t) < x] \quad (3.6)$$

U náhodného signálu se lze typicky setkat s Gaussovým rozdělením.

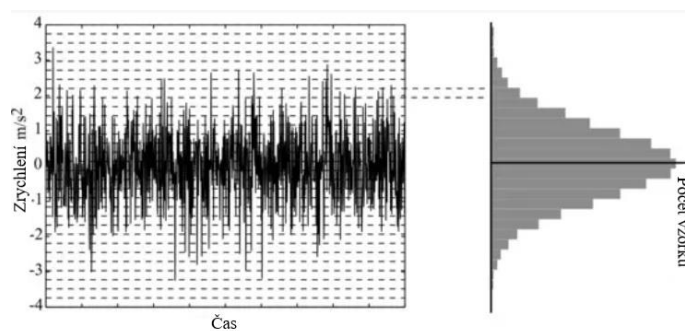
#### *Hustota pravděpodobnosti*

Hustota pravděpodobnosti  $f(x)$  je definována jako derivace distribuční funkce. Udává relativní výskyt amplitud v  $X(t)$ . Její význam tkví v tom, že plocha pod křivkou v určitém amplitudovém rozsahu se rovná pravděpodobnosti, že se náhodný signál nachází v tomto rozsahu. Předěšlou větu znázorňuje integrál níže.

$$P[x_1 < X(t) < x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_2) - F(x_1) \quad (3.7)$$

Pro reálný signál lze získat distribuci a hustotu pravděpodobnosti pomocí histogramu. Rozsah amplitudy měřené veličiny je rozdělen do intervalů konstantní délky. Každému intervalu je přidělen počet do něj spadajících vzorků. Hustota pravděpodobnosti výběru se dostane vydělením celkovým počtem vzorků a šířkou intervalu.

$$\hat{f}_i(x) = \left(\frac{N_i}{N}\right) \frac{1}{\Delta x} \quad (3.8)$$



Obr. 3.6 – Princip výpočtu hustoty pravděpodobnosti výběru [5].

Takto vynesenu závislost lze poté graficky porovnat s teoretickou křivkou Gaussova (Normálního) rozdělení a stanovit, zda ho splňuje, či ne [5,6].

### Korelační funkce

Nejčastěji je počítána autokorelační  $R_{xx}(\tau)$  nebo křížová korelační funkce  $R_{xy}(\tau)$ . V prvním případě její hodnota vyjadřuje míru podobnosti signálu s časově posunutým tím samým signálem o čas ( $\tau$ ). Pro čas  $\tau = 0$  je ekvivalentní rozptylu. Křížová korelace zase udává závislost mezi vstupním a výstupním signálem. Korelační funkci lze v praxi získat přímo z časové domény, což je ale výpočetně náročné. Daleko běžnější je za využití Wiener-Khintchineho vztahu spočítat PSD (viz podkapitola Náhodný signál v praxi) pomocí FFT a poté provést inverzní transformaci pro získání  $R_{xx}(\tau)$  [1,5].

### Stanovení stacionarity v praxi

Jednou z možností je *The reverse arrangements test*. Jedná se o neparametrickou metodu, u které není potřeba znát rozdělení pravděpodobnosti, aby bylo možné otestovat hypotézu stacionarity signálu. Tento test zjišťuje, zda existuje trend v měřeném parametru (např. RMS). Je založen na rámcové statistice, při které je měřený signál rozdělen na několik intervalů, kdy pro každý segment je vypočtena porovnávací veličina (např. zmiňovaný RMS). Pokud se RMS v čase (posloupnosti intervalů) příliš nemění, signál může být uvažován jako stacionární. V případě reverse arrangement testu se absence trendu projeví tím, že každá hodnota RMS bude v průměru větší než přibližně polovina ostatních hodnot a menší než polovina zbylých hodnot, kdy segmenty jsou přeskupovány. Další ze skupiny testů je *The runs test*, který bere v potaz periodické fluktuace v datech způsobujících nestacionaritu, přičemž první zmíněná metoda na ně není příliš senzitivní [5].

### Náhodný signál v praxi

K popisu se využívá výkonová spektrální hustota, například ve tvaru  $(\text{m/s}^2)^2/\text{Hz}$  při měření zrychlení. Výkonová spektrální hustota (anglicky Power Spectral Density – PSD) je měřítkem závislosti výkonu signálu na frekvenci. Existuje zde vazba mezi PSD a korelačními funkcemi. Pro jednokanálový signál lze získat PSD jako dopřednou Fourierovu transformaci autokorelační funkce (obdobně pro křížovou korelační funkci).

$$S_{xx}(f) = F(R_{xx}(\tau)) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (3.9)$$

Jelikož je FT symetrická přes osu  $y$  (každá část obsahuje  $\frac{1}{2}$  amplitudy), tak se definuje autokorelační PSD ve tvaru:

$$G_{xx}(f) = 2S_{xx}(f) \quad (3.10)$$

V praxi je ale daleko běžnější Welchova metoda sloužící k odhadu PSD, která je výpočetně jednodušší. Princip je podobný výpočtu autopower spektra:

- Rozdělení signálu do  $M$  segmentů o délce  $L$  vzorků, které se částečně překrývají.
- Výběr vhodného časového okna ( $w(n)$ ) a výpočet DFT pro každý segment.

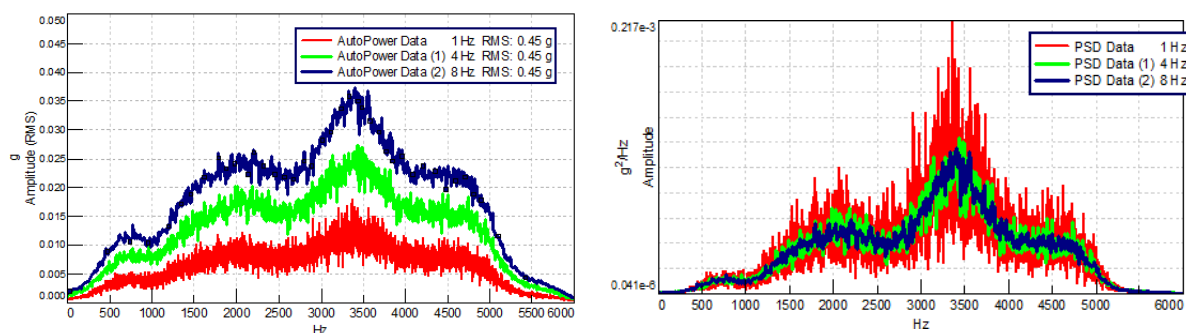
$$x(n)w(n) \xrightarrow{DFT} X_f \left( e^{-j\frac{2\pi f}{f_s}} \right) \quad (3.11)$$

- Tvorba peridiogramů dle vztahu (3.12) pro jednotlivé segmenty a jejich zprůměrování.

$$\hat{S}_{xx}(f) = \frac{2}{f_s L} \left| X_f \left( e^{-j\frac{2\pi f}{f_s}} \right) \right|^2 ; \hat{S}_{xx}(f): 0 \leq f \leq \frac{f_s}{2} \quad (3.12)$$

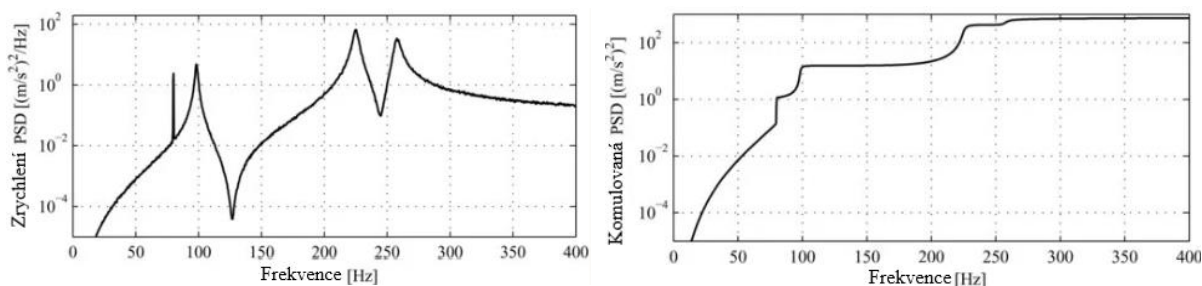
- Vynásobení měřítkovým faktorem.

Rozdíl je zde ve využití periodogramu, který je definován jako druhá mocnina magnitudy DFT časového signálu škálována počtem vzorků  $L$ . Důvod, proč je u náhodného signálu namísto Autopower spektra používáno PSD, je následující. Náhodný signál má spojité spektrum v daném rozsahu. Po DFT je získána frekvenční charakteristika skládající se z frekvenčních čar (košů), kdy spojitý signál je do nich rozdělen. Proto ten samý náhodný signál bude mít rozdílné amplitudy na základě frekvenčního rozlišení  $\Delta f$  (spektrální RMS zůstává stejný). V případě PSD jsou amplitudy pro každou frekvenční čáru normalizovány (děleny) frekvenčním rozlišením (proto jednotky typu  $(\text{m/s}^2)^2\text{s/Hz}$ ), tudíž PSD dává shodné amplitudy pro náhodná data. Naopak PSD není vhodné na vyhodnocování periodického signálu, jelikož dělením frekvenčním inkrementem se hodnota amplitud (periodických sinusovek) bude výrazně měnit [1,5,10].



Obr. 3.7 – Autopower a PSD spektrum pro náhodný signál [10].

Signál často bývá kombinací periodického a náhodného. V některých případech je pro jeho vyhodnocování vhodné využít PSD doplněný o graf kumulovaného PSD, kde se periodická část projeví zřetelným skokem.



Obr. 3.8 – PSD a kumulované PSD spektrum [5].

### 3.2.3 Transientní signál

Transientní signál má sice spojité spektrum, ale na rozdíl od náhodného není nekonečné. Za určitý čas dojde k odeznění. Proto jsou jednotky nejčastěji ve tvaru  $(\text{m/s}^2)^2\text{s/Hz}$  [5].

## 4 Nejistota měření

Cílem měření je stanovit hodnotu dané veličiny. Do měření vstupují i ovlivňující veličiny (nelze je zanedbat), jako je například teplota či tlak, které mají vliv na výsledek a definují okolní (měřicí) podmínky. Konečná hodnota není pravou hodnotou, ale je zatížena chybou. Ta je souhrnného charakteru a zahrnuje chyby pocházející z následujících zdrojů:

- *Přístrojové* – dané nedokonalostí, definované často přímo výrobcem v podobě největší dovolené chyby, redukované chyby nebo třídy přesnosti.
- *Instalační* – dané uložením (např.: nedokonalý spoj, volně kmitající kabeláž), zapojením, vzájemným ovlivňováním měřidel v sérii nebo paralelně, nastavením měřidel, umístěním v blízkosti zdroje rušení atd.
- *Metodické* – dané samotnou metodou.
- *Pozorovací*.
- *Výpočtové*.

Dále pak lze chyby rozdělit na *náhodné* a *systematické*. Náhodné se, jak již název napovídá, řídí zákonem rozdělení pravděpodobnosti a jejich odhad se s určitou pravděpodobností získává na základě opakování nezávislých měření stejné veličiny při stejných podmínkách. Naopak systematické chyby se při různých měřeních za stejných podmínek nemění, zůstávají konstantní [17].

**Nejistota měření** je dle [18] definována jako „*parametr související s výsledkem měření, který charakterizuje rozptyl hodnot, který lze racionálně přiřadit k měřené veličině*“. V rámci metrologie je velmi rozvinuta mezinárodní spolupráce, kdy veškeré hlavní světové organizace uznávají základní dokumenty upravující problematiku nejistot *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, zkráceně GUM. O udržování a rozšiřování těchto dokumentů se poté stará Společný výbor pro pokyny v metrologii (zkráceně anglicky JCGM), kde na jeho internetových stránkách jsou pokyny v několika úpravách volně dostupné. Nejistotu měření lze vyhodnocovat analyticky nebo numericky. Analytický přístup (zkráceně GUF) využívá zákona šíření nejistoty. Ty jsou rozděleny do dvou skupin, A a B, ze kterých se poté počítá kombinovaná standardní nejistota. Druhou možností je numerický přístup (zkráceně MMC) fungující na výpočtech metodou Monte Carlo. Oba přístupy jsou ovšem obdobně aplikovatelné. V některých případech může být výhodnější analytická metoda a naopak. Nezbytné je ale vždy mít dobře sestavený model měření a správně charakterizovány jednotlivé zdroje uvažovaných nejistot (chyb) [17].

### 4.1 Stanovení nejistoty metodou GUF

Výsledná nejistota stanovená touto metodou se skládá z několika dílčích nejistot rozdělených do skupin A ( $u_A$ ) a B ( $u_B$ ). Do A spadají nejistoty získané statistickou analýzou, do B pak všechny ostatní. Toto značení se používá namísto výrazů náhodné a systematické, jelikož termín systematický může být zavádějící [17,18].

#### 4.1.1 Model měření

Prvním krokem je vytvoření modelu měření neboli stanovení, zda se jedná o *přímo* (např. délka pomocí pravítka), nebo *nepřímo měřenou veličinu*. Nepřímo měřená veličina  $Y$  je funkcí vstupních měřených veličin  $X_i$ , které mohou být chápány jako samostatně získávané (mohou opět záviset na jiných měřených veličinách).

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.1)$$

Odhad výsledné nejistoty  $y$  je tedy dán odhady dílčích nejistot  $x_i$ .

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.2)$$

Pokud jsou dílčí odhady  $x_i$  nekorelované (vzájemně nezávislé) a funkci  $f$  je možné linearizovat, lze výslednou nejistotu na základě Taylorova rozvoje prvního řádu získat ze vztahu:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (4.3)$$

V případě korelovaných odhadů  $x_i$  je potřeba do výsledné nejistoty zahrnout vliv společných zdrojů nejistot (mohou zvětšovat, ale i zmenšovat výslednou nejistotu).

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (4.4)$$

Rovnice (4.3) a (4.4) jsou vyjádřením zákona šíření nejistot.

#### 4.1.2 Standartní nejistota typu A

Podmínkou pro stanovení nejistoty metodou A je provedení několika ( $n$ ) opakovaných měření (v praxi alespoň 10). Odhadne se jako směrodatná odchylka aritmetického průměru:

$$u_{Ax} = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.5)$$

Kde  $\bar{x}$  je aritmetický průměr:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.6)$$

Vztahy (4.5) a (4.6) platí jak pro přímo měřenou veličinu, tak pro dílčí měřené veličiny, ze kterých se skládá nepřímo měřená veličina. Dále platí, že s rostoucím  $n$  klesá hodnota  $u_{Ax}$ .

#### 4.1.3 Standartní nejistota typu B

Nejistota typu B se nezískává statistickým zpracováním, jelikož její příčiny se považují za známé. Je stanovena expertním odhadem na základě všech dostupných informací o variabilitě měřené veličiny. Zdrojem informací mohou být údaje z předchozích měření, znalosti ohledně chování a vlastností příslušných materiálů a nástrojů, specifikace výrobce, kalibrační a jiné certifikáty či nejistoty přiřazené referenčním údajům převzatým z příruček. Možné zdroje nejistot je zapotřebí vytipovat, poté se určí nejistota každého z nich. Posoudí se korelace mezi jednotlivými zdroji a vztah k veličině  $X$ . Dle zjištěných závislostí se vypočítá pomocí vztahů (4.3) nebo (4.4)  $u_B$ . Pokud je odhad převzat ze specifikací výrobce, kalibračního certifikátu a podobně, tak se často získá prostým podílem rozšířené nejistoty koeficientem rozšíření (viz kapitola 4.1.4) či podílem maximální odchylky od nominální hodnoty koeficientem pro rozdělení pravděpodobnosti, kterým se řídí odchylky od nominální hodnoty (normální rozdělení  $k = 3$ , rovnoměrné  $k = \sqrt{3}$ ).

#### 4.1.4 Kombinovaná a rozšířená standartní nejistota

Jelikož mají nejistoty A a B stejnou váhu, tak se slučují do kombinované standartní nejistoty  $u_c$  následujícím vztahem:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (4.7)$$

Vztah (4.7) platí pro přímo měřenou veličinu nebo nepřímo měřenou veličinu v případě, že se souhrnná nejistota typu A a B dostane každá zvlášť pomocí rovnice (4.3) či (4.4). Kombinovaná standartní nejistota pokrývá interval skutečné měřené veličiny s pravděpodobností pouze okolo 60 %. Z tohoto důvodu se zavádí rozšířená nejistota  $U$ .

$$U = k \cdot u \quad (4.8)$$

Kde  $k$  značí koeficient rozšíření. Za předpokladu normálního rozdělení výsledku měření odpovídá kvantilu normovaného normálního rozdělení (např. pro 95 % je  $k = 2$ ).

#### 4.2 Stanovení nejistoty metodou MMC

Při numerickém výpočtu nejistoty měření se využívá metod Monte Carlo. MMC obecně značí postupy sloužící k výpočtu matematických úloh (lze řešit libovolné) pomocí modelování náhodných veličin a statistického odhadu jejich charakteristik. Neboli je modelována taková náhodná veličina  $X$ , která má střední hodnotu  $E(X)$  rovnou hledané hodnotě  $a$ . Postup je zjednodušeně následující [20]:

- Generování náhodných (pseudonáhodných) čísel  $y_i$  s rovnoměrným rozdělením v intervalu  $(0, 1)$ .
- Transformace  $y_i$  na náhodná čísla  $z_i$  se složitějším rozdělením pravděpodobnosti.
- Pomocí  $z_i$  se již přímo počítají odhady charakteristik náhodné veličiny  $X$  (zde platí  $z_i = x_i$ , kde  $x_i$  jsou hodnoty libovolné náhodné veličiny  $X$ ) nebo se hodnoty  $x_i$  dostanou pomocí vhodného algoritmu. Odhad střední hodnoty  $E(X)$  se získá z aritmetického průměru z  $n$  hodnot  $x_i$ .
- Statistické zpracování výsledků.

Metodu MMC pro stanovení nejistoty je dle [19] vhodné použít například v následujících případech:

- Validace GUF.
- Složitost vstupního modelu nebo při obtížnosti stanovení parciálních derivací dle zákona šíření nejistot.
- Rozdělení pravděpodobnosti pro vstupní veličiny jsou asymetrická.
- Rozdělení pravděpodobnosti pro výstupní veličinu není Gaussovo.

Základní kroky samotného výpočtu jsou obdobné metodě GUF. Nejprve se tedy formuluje matematický model, poté dojde k provedení simulací a následuje zpracování, vyhodnocení a shrnutí získaných hodnot. Při tvorbě modelu se vstupní veličiny definují jako náhodné proměnné s danou hustotou pravděpodobnosti. Pro simulace MMC se stanoví vhodná hodnota opakování výpočtu dle pravděpodobnostního pokrytí (např. pro 95% interval pokrytí stačí hodnota opakování  $10^6$ , obecně by ale neměla klesnout pod  $10^4$ ).

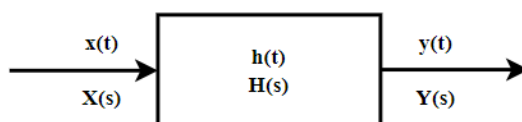
#### 4.3 Modelování dynamických měření

Přestože zkoumání a měření dynamických vlastností je předmětem zájmu již mnoho let nejen ve strojírenství, ale i v dalších odvětvích, tak doporučení ke stanovení nejistot dynamických

jevů se do GUM dostaly až v roce 2020 v poslední vydané variantě pokynů (JCGM GUM-6:2020), včetně odkazů na vědecké články zabývající se touto problematikou. Předchozí uveřejnění se zakládaly na předpokladu, že měřená veličina je konstantní (statická měření) a zpracovávané modely jsou diskrétního typu [22]. Za dynamické měření se považuje takové, které má alespoň jednu vstupní veličinu časově závislou a chování měřeného systému je dáno jeho dynamickými vlastnostmi. Vztahy mezi časově závislými veličinami jsou obvykle popisovány metodami vycházejícími ze signal processingu a teorie systémů, namísto algebraickými rovnicemi. Při přechodu ze spojitého na diskrétní časový model (viz kapitola 3), se některé systémy mohou chovat multivariantně (mají vícero výstupních veličin, které jsou vzájemně korelované). V těchto případech je ke stanovení nejistoty zapotřebí aplikovat MMC dle pokynů JCGM 102:2011. Pokud je vztah mezi vstupem a výstupem měřeného systému lineární a časově invariantní, tak lze využít metod GUF definovaných v [18], rozšířených na dynamické hodnoty [21].

### 4.3.1 Lineární časově invariantní systém

Teoreticky je lineární systém takový, který je popsateľný lineárními diferenciálními rovnicemi (např. obrázek 1.3 popsáný rovnicí (1.4)). Časově invariantní je poté lineární systém, pro který jsou všechny parametry (u mechanického systému:  $m$ ,  $k$ ,  $b$ ) konstantami. Tento předpoklad je v praxi splněn pouze během krátkého časového úseku (např. během měření), jelikož parametry se mohou měnit s teplotou, degradací, únavou materiálu atd.



Obr. 4.1 – Schéma lineárního systému [5].

K analytickému řešení systému popsáného lineárními diferenciálními rovnicemi se využívá Laplaceova transformace, která je velmi obecná a lze ji propojit s experimentálně získanými hodnotami (signál v čase, frekvenční spektrum). Pro signál  $x(t)$  platí:

$$L[x(t)] = X(s) = \int_{0^-}^{\infty} x(t)e^{-st} dt \quad (4.9)$$

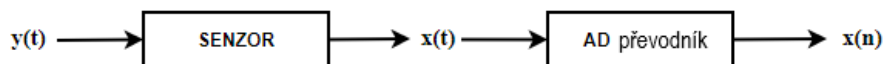
Kde  $s$  je komplexní číslo. Zpětně do časové domény funguje inverzní Laplaceova transformace. Přenosová funkce  $H(s)$  je podíl Laplaceovy transformace výstupního a vstupního signálu  $H(s) = Y(s)/X(s)$  a pro lineární systémy se tento podíl nemění. Ve frekvenční doméně (Fourierova transformace) lze experimentálně, analyticky nebo MKP výpočty stanovit frekvenční odezvu  $H(f) = Y(f)/X(f)$ . Zároveň mezi  $H(s)$  a  $H(f)$  platí přímý vztah, kdy frekvenční odezva se získá vyčíslením přenosové funkce na imaginární ose.

Pokud platí  $Y(s) = X(s) \cdot H(s)$  po Laplaceově transformaci, tak v časové doméně je operace násobení ekvivalentní konvoluci:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(t-u)du \quad (4.10)$$

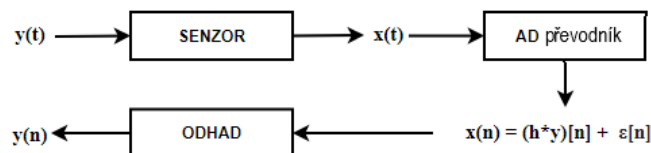
Vztah (4.10) nabývá významu v teorii signálů, jelikož  $h(t)$  je definováno jako odezva na impuls [5].

Oproti pojetí prezentovanému v kapitole 4.1.1, kde výsledná veličina  $Y$  v případě nepřímého měření byla funkcí několika dílčích  $X$ , je u dynamických měření model uvažován následovně:



Obr. 4.2 – Schéma modelu měření [22].

Výsledná spojitá veličina  $y(t)$ , která je předmětem zájmu, „vstupuje“ do senzoru, kterým může být například akcelerometr. Ten lze modelovat jako systém s 1° nebo 2° volnosti (viz kapitola 1.1) s přenosovou funkcí, kdy na jeho výstupu je hodnota  $x(t)$  (zde je  $x$  prohozeno za  $y$  oproti vztahům výše, aby odpovídala symbolika kapitole 4.1.1). Následně je pomocí AD převodníku obsahujícího analogové, nebo digitální filtry konvertována na diskrétní odečítanou hodnotu  $x(n)$ . V tomto řetězci vzniká nejistota měření. K jejímu stanovení vzniklo již několik výzkumů, kdy pravděpodobně nejdále z praktického využití došel projekt pod záštitou Evropského metrologického programu pro inovace a výzkum (EMPIR). Jeho výstupem jsou pokyny a open-source softwarový balíček PyDynamic pro programovací jazyk Python k vyhodnocení nejistoty.



Obr. 4.3 – Schéma modelu měření dle EMPIR [23].

Mezi pokyny/doporučení rozšiřující původní pojetí GUM lze zařadit dle [23]:

- Veličiny, jež jsou spojitou funkcí času jsou uvažovány jako diskrétní časová sekvence měřených hodnot  $y(n) = y(t_n)$  za účelem možnosti aplikace postupů GUM.
- Odhad měřené veličiny vyžaduje znalost dynamického chování měřeného systému (na základě kalibrace identifikace frekvenční odezvy celého měřicího řetězce).
- Odhad je matematicky podmíněně korektní (ill-posed) inverzní úloha (= řešení je vysoce citlivé na změny v konečných datech) a vyžaduje takové úpravy, aby dával relevantní výsledky.
- Stanovení a šíření nejistoty dynamického měření nelze dosáhnout stejnou cestou jako v případě statického (vysoká dimenzionalita měřené veličiny).

Celková nejistota se vypočítává z nejistot digitálních filtrů (např. low-pass pro šum či kompenzační filtr pro odhad vstupů) aplikovaných v AD převodníku/software pro signal processing a nejistoty DFT.

V případě digitálních filtrů záleží, zda se jedná o FIR (s konečnou impulzní odezvou) nebo IIR (s nekonečnou impulzní odezvou). Pro výstup z FIR platí rovnice:

$$y(t_n) = \sum_{k=0}^M b_k x(t_n - k) \quad (4.11)$$

Přidružená nejistota je ohodnocena:

$$u_{y_n}^2 = \mathbf{b}^T \mathbf{U}_{X(n)} \mathbf{b} + \mathbf{X}^T(n) \mathbf{U}_b \mathbf{X}(n) + \text{Tr}(\mathbf{U}_{X(n)} \mathbf{U}_b) \quad (4.12)$$

Kde  $\mathbf{b}$  je vektor koeficientů filtru (souvisí s frekvenční odezvou měřicího systému) s přiřazenou nejistotou  $\mathbf{U}_b$ .  $\mathbf{X}(n)$  obsahuje vstupní signál a  $\mathbf{U}_{X(n)}$  odpovídající bodovou nejistotu. Pro IIR filtry je vztah (4.11) rozšířen o další členy a k ohodnocení nejistoty je již za potřebí aplikovat MMC [23].



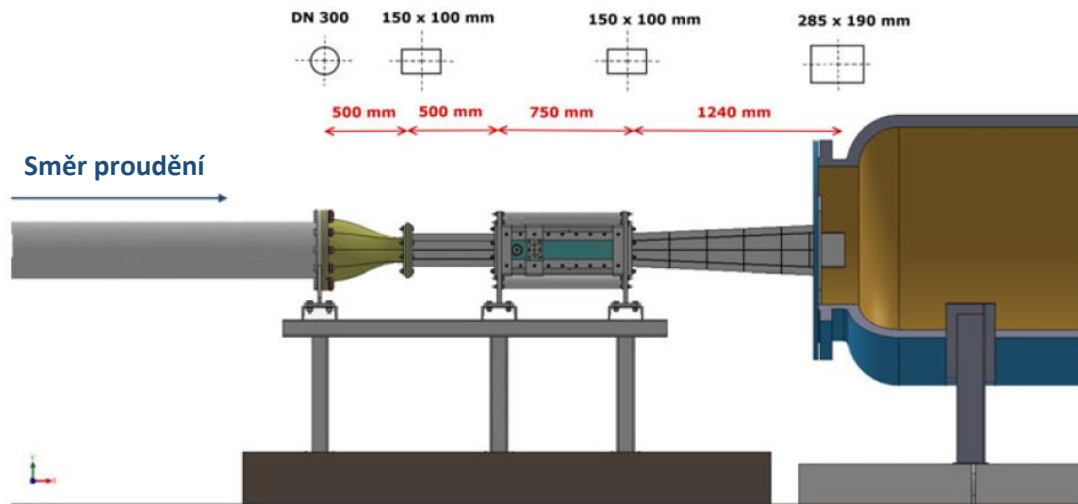
Bohužel problematika stanovení nejistot dynamických měření není stále dostatečně zpracována, a i postupy prezentované výše včetně programu PyDynamic nejsou aplikovatelné na veškeré dynamických jevy. Je nezbytné mít podrobně definovaný měřicí systém (frekvenční odezva, digitální filtry atd.), kdy potřebné údaje nejsou často pracovníkovi provádějícímu měření známé nebo vyžadují kalibraci sloužící k jejich určení.

#### 4.4 Chyby spojené s dynamickými měřeními

S měřením dynamických jevů se pojí několik zdrojů chyb, které mohou ovlivnit výsledky. Je potřeba na ně pamatovat a snažit se jim vyvarovat nebo je eliminovat. V kapitole 3 byl zmíněn aliasing spojený s nízkou vzorkovací frekvencí. Dále se s FFT (DFT) pojí leakage, kdy rozdíl v amplitudách může činit až 36 %. Částečně mohou tento problém řešit časová okna, kdy nejpoužívanější je Hanning, u kterého je ovšem maximální chyba stále nezanedbatelných 15 %. Z tohoto pohledu je vhodnější další široce využívané časové okno flattop s chybovostí 0,01 %. Bohužel je použitelné jen na některé druhy signálů. Úniku se lze zcela vyvarovat, pokud se vzorkovaná data zkracují do doby, kdy je amplituda na dané frekvenci maximální. Pro širokospektrální signál to znamená pracovat s každou frekvencí zvlášť. Nevýhodou tedy je vysoká časová a výpočetní náročnost. Při nedostatečném elektromagnetickém stínění měřicí techniky se do dat může promítnout frekvence elektrické sítě (50/60 Hz) a její harmonické násobky. Stejně tak se s elektrickým šumem lze setkat při neupevněných, volně visících kabelech pod vlivem vibrací vedoucích od senzorů nebo pokud je uzemněné měřicí vybavení napájeno z různých zdrojů. Nejen u akcelerometrů, ale i například u piezoelektrických tlakoměrů je nezbytné se pohybovat pod jejich rezonanční frekvencí, jinak dojde k výraznému zkreslení výstupů. Připevněný akcelerometr zároveň vnáší do měřeného systému přidavnou hmotnost, která může ovlivnit odezvu celé soustavy (vlastní frekvence jako funkce hmotnosti). U snímačů může také dojít k jejich přetížení, následkem čehož je oříznutý signál [5].

## 5 Experiment

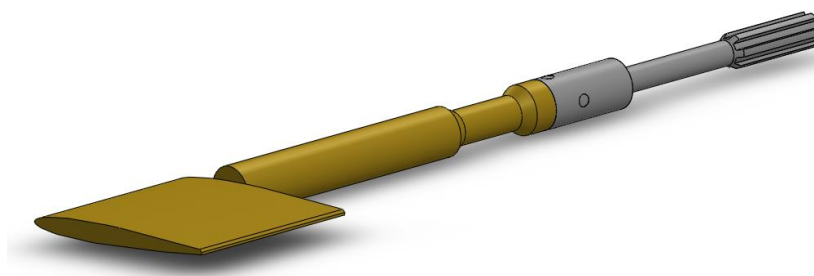
Cílem této diplomové práce je vyhodnocení vibrací a tlakových pulzací při obtékání tělesa. V laboratoři odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana na VUT v Brně již za tímto účelem vznikla, na základě předchozích projektů, speciální testovací sekce s názvem kavitační tunel. Ten je umístěn do uzavřeného hydraulického okruhu a slouží pro měření obtékaných profilů a sledování kavitace. Je vybaven dvěma čerpadly o maximálním průtoku 500 l/s a vývěvou pro kontrolu statického tlaku. Samotná měřicí sekce se nachází v horní části trati před sacím kotlem.



Obr. 5.1 – Schéma testovací sekce (kavitační tunel) [16].

Na potrubí o světlosti 300 mm navazuje tryska, ve které se pozvolna mění průřez z kruhového na obdélníkový. Následuje úsek pro uklidnění proudění, které dále vstupuje do testovací sekce. Ta je vybavena speciálním mechanismem pro upevnění hydraulických profilů s možností změny úhlu natočení. Stěny jsou zde vyrobeny z plexiskla, které dovoluje opticky sledovat kavitaci a bezkontaktní měření vibrací, například pomocí laserových vibrometrů. Maximální rychlost proudění, které lze zde dosáhnout vzhledem k dodávanému průtoku čerpadly, je 33 m/s. Za testovací sekci se nachází difusor obdélníkového průřezu, který vstupuje do sacího kotle.

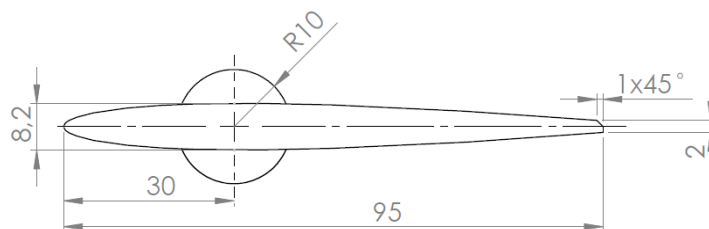
V kavitačním tunelu bylo v minulých letech měřeno několik hydraulických profilů. Jedna z dříve testovaných lopatek byla pro účely této diplomové práce přeříznuta v  $\frac{1}{2}$  své hloubky. Očekávalo se, že tato modifikace povede k větším amplitudám a zároveň simuluje situaci, kdy je lopatka hydraulického stroje upevněna pouze v jednom místě.



Obr. 5.2 – Testovací lopatka včetně torsní tyče pro uchycení.

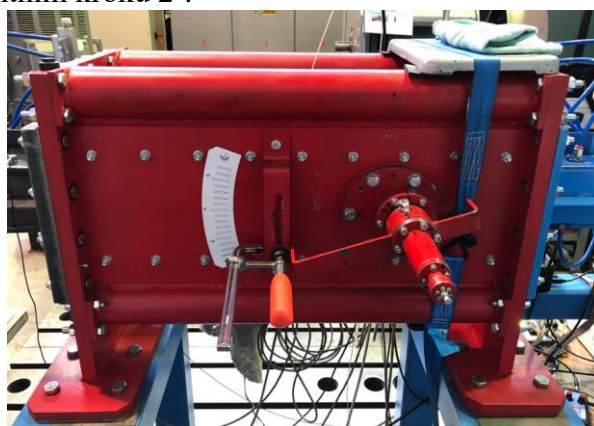
Konstrukční řešení bylo následující: Jednalo se o symetrický profil s nulovým úhlem prohnutí střední čáry, maximální šířkou 8,2 mm ve vzdálenosti 30 mm od náběžné hrany, délkou tětivy 95 mm a šířkou odtokové hrany 2 mm, která je z  $\frac{1}{2}$  sražena pod úhlem 45°. Tento profil o hloubce 75 mm byl jeden díl s torzní tyčí o průměru 20 mm vetknutou v místě maximální

šířky lopatky. Torzní tyč byla spojena s drážkovanou hřídelí pomocí spojovacího dílu, dvou kolíků a lepidla. Celá sestava se vkládala a upevňovala do kavitačního tunelu. Po materiálové stránce byla lopatka vyrobena z mosazi a ostatní díly z nerezové oceli (přesné specifikace dále v textu).



Obr. 5.3 – Základní rozměry lopatky.

Experiment v podobě obtékání profilu v kavitačním tunelu byl proveden na 10 úhlech natočení od 0° do 20° při konstantním kroku 2°.



Obr. 5.4 – Mechanismus pro nastavení úhlu lopatky.

Pro každý úhel bylo postupně měřeno 25 provozních stavů/průtoků v rozmezí 7 až 148 l/s. Zde byl krok volen konstantní s ohledem na otáčkovou frekvenci čerpadel. Kompletní přehled přibližných průtoků, včetně přepočtu na dosaženou rychlost proudění v kavitačním tunelu a Reynoldsových čísel, je uveden v tabulce níže:

Tab. 5.1 – Přehled měřených průtoků.

Q [l/s]	v [m/s]	Re [-]	Q [l/s]	v [m/s]	Re [-]
7	0.5	59 761	82	5.5	657 371
10	0.7	83 665	88	5.9	705 179
16	1.1	131 474	94	6.3	752 988
23	1.5	179 283	100	6.7	800 797
28	1.9	227 092	106	7.1	848 606
34	2.3	274 900	112	7.5	896 414
41	2.7	322 709	118	7.9	944 223
46	3.1	370 518	124	8.3	992 032
53	3.5	418 327	130	8.7	1 039 841
58	3.9	466 135	135	9	1 075 697
64	4.3	513 944	142	9.5	1 135 458
70	4.7	561 753	148	9.9	1 183 267
76	5.1	609 562			

Reynoldsovo číslo bylo počítáno dle vztahu (2.1), kde za charakteristický rozměr  $d$  byl dosazen hydraulický průměr obdélníkového profilu, který se získá jako  $D_h = 4 \cdot S/O$ . Kde  $S$  je obsah a  $O$  obvod obdélníku. Na základě  $Re$  bylo Strouhalovo číslo  $Sr$  uvažováno 0,21. Uvedené hodnoty jsou pouze orientační, kdy pro jednotlivá měření se odlišovaly. Důvody jsou vysvětleny dále v sekci věnující se vyhodnocení experimentu. Jelikož bylo snahou vyvarovat se kavitaci (mohla by měření ovlivňovat) v co nejširším rozsahu provozních bodů, tak se sací kotel tlakoval na 300 kPa za účelem jejího potlačení.

Měřicí trať umožňuje umístění řady senzorů. Pro snímání mechanických vibrací lopatky byly využity 2 laserové vibrometry fungující na principu Dopplerova jevu. LDV byly uloženy pod kavitační tunel. Přes plexisklo byly laserové svazky namířeny na náběžnou a odtokovou hranu.

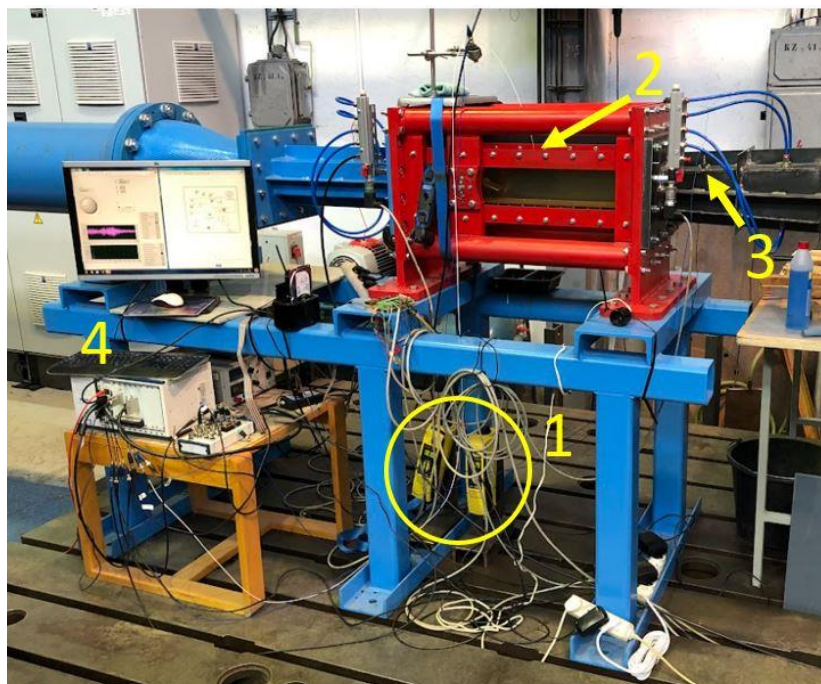


Obr. 5.5 – LDV měřící vibrace lopatky.

Pro sledování tlakových pulzací byl na horní plexisklo instalován piezoelektrický tlakový snímač (na obr. 5.5 vpravo nahoře). K charakterizaci provozních bodů byl použit elektromagnetický průtokoměr. K vyhodnocení, zda dochází nebo nedochází ke kavitaci, sloužil senzor akustické emise. Nárůst měřených jednotek o řád značí její začínající fázi. Tento poznatek vychází ze zkušenosti pracovníků laboratoře. Souhrnný přehled měřící techniky:

- 2x laserový vibrometr; typ VH-1000-D; výrobce Ometron; frekvenční rozsah 0,5 – 22 000 Hz; měřící rozsah  $\pm$  500 mm/s; výstup 0–5 V, třída laseru 2, vlnová délka 633 nm.
- Piezoelektrický tlakový snímač; typ 211B6; výrobce Kistler, měřící rozsah 0 – 3,5 bar; výstup 1450 mV/bar; přesnost  $\pm$  1 % z rozsahu.
- Elektromagnetický průtokoměr; typ Altoflux 4100; výrobce Krohne; měřící rozsah 3000 m<sup>3</sup>/h; výstup 0 – 20 mA; přesnost  $\pm$  0,5 % z rozsahu.
- Snímač akustické emise s vestavěným předzesilovačem; typ MDK-13AS; výrobce Dakel; materiál piezoelementu PZT třída 200.

Signály ze snímačů byly zpracovány pomocí hardwaru od NI (National Instruments) a softwaru LabVIEW. Výstupem byly soubory typu *.lvm* obsahující surová data (současně preferovaný formát *.tdms* musel být nahrazen, důvody zmíněny v kapitole 5.2.1).



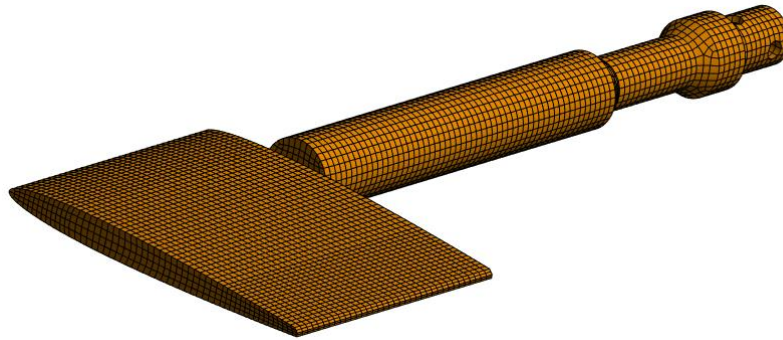
Obr. 5.6 – Měřící uspořádání: 1 – 2 x LDV, 2 – Piezoelektrický tlakoměr, 3 – Snímač akustické emise, 4 – HW.

## 5.1 Modální vlastnosti lopatky

Vzhledem ke zkoumání odezvy lopatky na buzení způsobené okolním prouděním, bylo důležité znát její modální vlastnosti. Podstatou modální analýzy je rozložit obecný kmitavý pohyb na dílčí tvary (módy) kmitů a přidělit jim odpovídající vlastní frekvence. Lze ji provádět experimentálně nebo výpočtně. V rámci této kapitoly budou zkoumány vlastní frekvence (tvary) volného kmitání lopatky. Charakterizují kmitočty, na kterých bude docházet k rezonancím, pokud se synchronizují s kmitočty buzení. V případě tokem indukovaných vibrací jsou tyto rezonanční stavy spojeny se vznikem lock-in režimu. Pozornost je zaměřena především na první vlastní frekvence. Mimoto se jedná o frekvence, na kterých bude lopatka dokmitávat nebo bude samobuzená při nenulovém náběžném úhlu. Tvary módů jsou důležité ke stanovení uzlů, kterým je potřeba se vyvarovat při montáži snímačů.

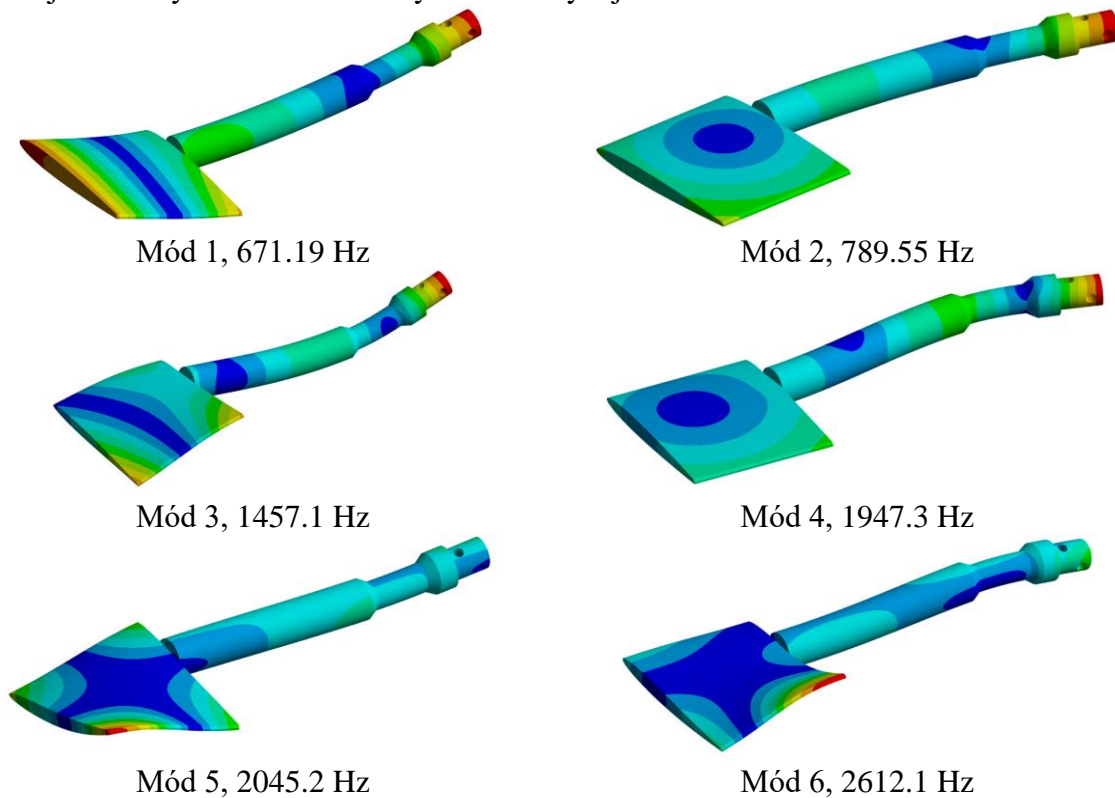
### 5.1.1 Modální analýza volně uložené lopatky

Nejjednodušší případ, na kterém je možné provést simulace a následně je validovat experimentálně, je analýza volně uložené lopatky. Numerické modelování bylo provedeno pomocí komerčního simulačního softwaru ANSYS ve verzi 23.1, konkrétně řešičem ANSYS Mechanical (modul Modal) využívajícího metod konečných prvků (MKP). Geometrie vycházela z přesných rozměrů lopatky včetně torzní tyče pro uchycení. Strukturovaná síť, která na ni byla vytvořena, se skládala z 22 924 elementů (91 702 uzlů) převážně kvadratických prvků. Počet prvků byl volen s ohledem na zvolenou geometrii, druh elementů a principy MKP (u výpočtu modálních vlastností se dosahuje poměrně přesných výsledků i na hrubší síti).



Obr. 5.7 – Strukturovaná síť.

Jako materiál byla zvolena mosaz o hustotě  $8\,400\text{ kg/m}^3$ , modulu pružnosti v tahu  $96,97\text{ GPa}$  a Poissonově konstantě  $0,33$ , což odpovídalo vlastnostem výrobního materiálu. Následně bylo spočítáno prvních 6 vlastních tvarů a jim odpovídající frekvence. Módy 1,3 a 2,4 jsou ohybové v navzájem kolmých rovinách. Módy 5 a 6 zachycují krut součásti.



Obr. 5.8 – Jednotlivé módy volně uložené lopatky.

Pro validaci získaných výsledků byla provedena experimentální modální analýza. Její princip spočívá ve stanovení frekvenční přenosové funkce (nastíněna v kapitole 4.3.1, dále jako FRF), kdy na vstupu je excitace a na výstupu odezva systému. Při vynesení do grafu amplitudo-frekvenční charakteristiky maxima zachycují vlastní frekvence a jejich proporcionální šířka tlumení. FRF obsahuje i fázi, jedná se tedy o komplexní funkci. Její imaginární část se na rezonančních frekvencích projevuje vznikem lokálních extrémů, kdy směr a velikost od nuly slouží ke stanovení modálních tvarů. Pro samotné měření existují dva přístupy. První varianta zahrnuje jeden tříosý akcelerometr a několik míst excitace modálním kladívkem nebo k tomu určeným budičem (shaker). Druhou možností je jedno místo buzení a několik akcelerometrů. Zde byla zvolena první metoda. Použitá měřicí technika:

- Tříosý akcelerometr; typ 4520; výrobce Brüel & Kjær; frekvenční rozsah 2–7000 Hz; měřicí rozsah  $\pm 500 \text{ g}$  ( $4900 \text{ ms}^{-2}$ ); výstup  $10 \text{ mV/g}$  ( $1,02 \text{ mV/ms}^{-2}$ ); váha 2,9 g.
- Modální kladívko; typ 8206; výrobce Brüel & Kjær; měřicí rozsah 220 N; výstup 20,88 mV/N; přesnost  $\pm 1 \%$  z rozsahu.



Obr. 5.9 – Modální kladívko typ 8206.

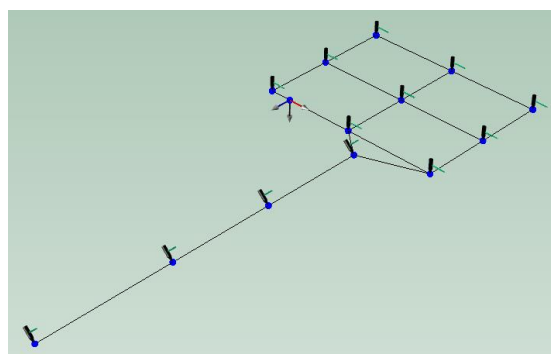
- Multifunkční šesti kanálová měřicí karta; typ 3050-A-6/0; výrobce Brüel & Kjær; frekvenční rozsah 0 – 51,2 kHz.
- Software pro sběr, zpracování a vyhodnocení dat; BK Connect; výrobce Brüel & Kjær.

Na základě simulací z ANSYS byla navržena síť bodů pro modální kladívko. Jejich rozmístění bylo voleno tak, aby co nejlépe pokryly módy 1 až 6.



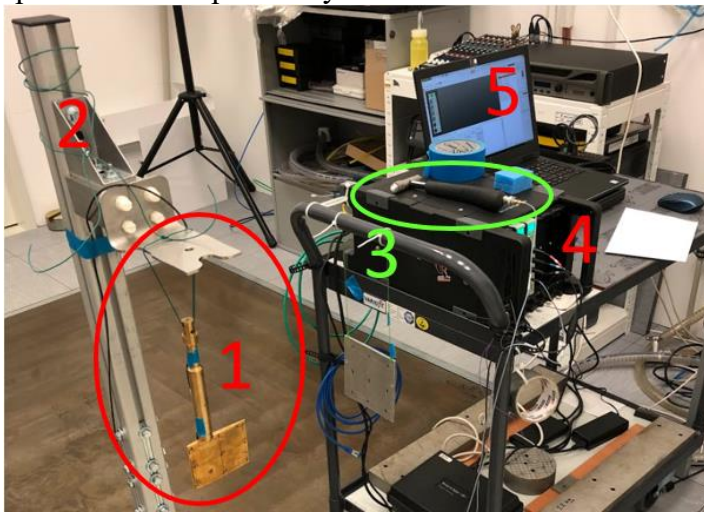
Obr. 5.10 – Rozvržení excitačních bodů na lopatce.

Počátek souřadného systému byl umístěn do levého spodního rohu. Osa  $x$  směřovala ve směru od bodu 1 k 2, osa  $y$  od 1 ke 4 a osa  $z$ , při zachování pravotočivého souřadného systému, směrem ven. Body 10 až 13, které se nachází na torzní tyči byly pod úhlem  $45^\circ$ , aby došlo k vybuzení módů v rovině  $xy$  i  $xz$ . Akcelerometr byl pomocí včelího vosku umístěn na pozici 14 z druhé strany lopatky, kdy v tomto místě by neměl být na základě simulací žádný z uzlů (na obrázku 5.8 modrou barvou) vlastních tvarů. Takto vytvořená síť bodů byla aproximována na rovinu symetrie lopatky  $xy$  (+ osu hřídele) a přenesena do programu BK Connect.



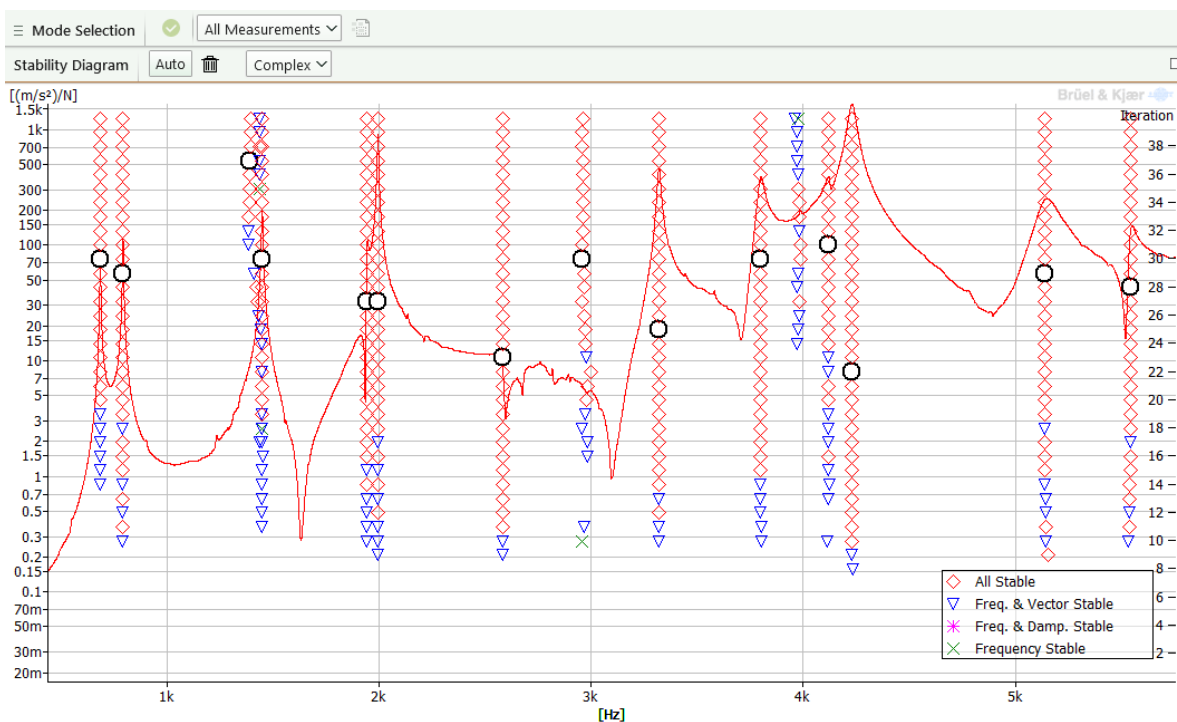
Obr. 5.11 – Vytvořená geometrie s přiděleným akcelerometrem a modálním kladívkem v prostředí BK Connect.

Samotná lopatka byla pro účely měření zavěšena pomocí měkkého drátu na držák. Pro HW byl zvolen frekvenční rozsah 6,4 kHz (vzorkovací frekvence 16,4 kHz), délka záznamu modálního kladívka 2 s a počet průměrování 3 pro každý bod.



Obr. 5.12 – Měřící uspořádání: 1 – Zavěšená lopatka s připevněným akcelerometrem, 2 – držák, 3 – kladívko, 4- měřící karta, 5 – SW pro vyhodnocení.

Po odklepání všech bodů a načtení dat do modulu BK Connect pro vyhodnocení, byla vytvořena amplitudo – frekvenční charakteristika FRF, která je na obrázku níže. Černá kolečka jsou programem automaticky vybrané vlastní frekvence, pro které platí stabilní kmitočet, tlumení a modální vektor.



Obr. 5.13 – Amplitudo – frekvenční charakteristika přenosové funkce.

Vrcholy pro vyšší rezonance jsou širší, budou tedy více tlumeny. To potvrzuje obecný předpoklad, že nejvíce se projevuje jen několik prvních tvarů, na které je potřeba zaměřit



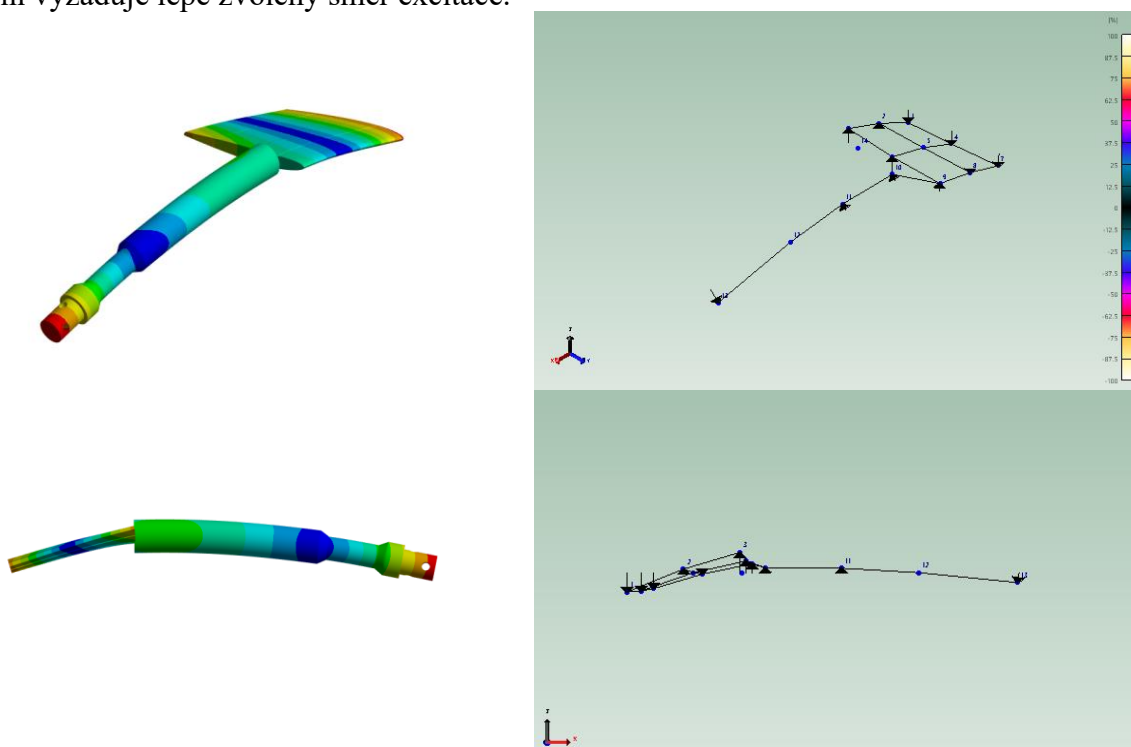
pozornost. Celkově byla provedena 3 měření. Zprůměrované vlastní frekvence jsou uvedeny v tabulce níže.

Tab. 5.2 – Experimentálně a výpočetně získané vlastní frekvence.

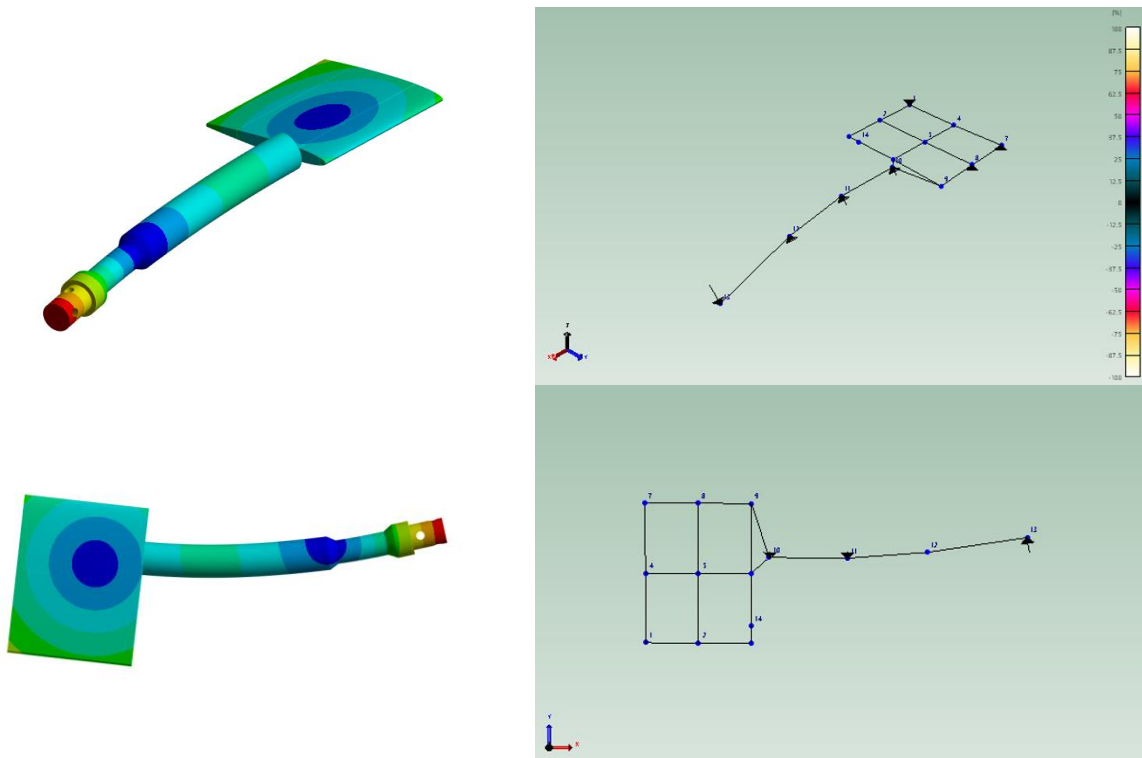
Mód	Frekvence BK Connect [Hz]	Frekvence ANSYS [Hz]
1	684	671
2	791	790
3	1448	1457
4	1942	1947
5	1994	2045
6	2583	2612

Na prvních čtyřech frekvencích se experimentálně a výpočetně získané frekvence od sebe příliš neliší. Pro mód 5 a 6 jsou rozdíly již větší. Odchytky mohou být způsobeny tím, že v simulaci se předpokládal přesný tvar lopatky bez výrobních tolerancí, úkosů, zaoblení a materiálových vad. Zároveň nebyl uvažován připevněný akcelerometr, který vnášel do měřeného systému přidavnou hmotnost. Z pohledu této práce jsou ovšem nejdůležitější především první tvary, pro které lze na základě porovnání prohlásit, že simulace jsou plně dostačující. Jednou z možností, jak dále upravit modelované frekvence tak, aby se potkávaly na daném módu, je pozměnění materiálových charakteristik či zadání hodnoty tlumení.

Co se týče zachycení samotných vlastních tvarů, tak zde se projevil směr excitace a umístění bodů. Jelikož byla část lopatky (body 1 až 9) buzena převážně ve směru osy  $z$ , tak se nepovedlo dostatečně vybudit módy 2 a 4, které jsou ohybové v rovině  $xy$ . U torzní tyče, kde byly body (10 až 13) voleny pod úhlem  $45^\circ$ , se u tvarů 1 až 4 projevoval ohyb v obou rovinách  $xy$  a  $xz$ , kdy dominantní byl v rovině, která odpovídala simulacím. Krut tyče na módech 5 a 6 znamenal minimální pohyb popisných bodů. Reálné a numericky počítané módy si budou, ale s velkou pravděpodobností na základě získaných poznatků, odpovídat. Pouze jejich přesné měření vyžaduje lépe zvolený směr excitace.



Mód 1



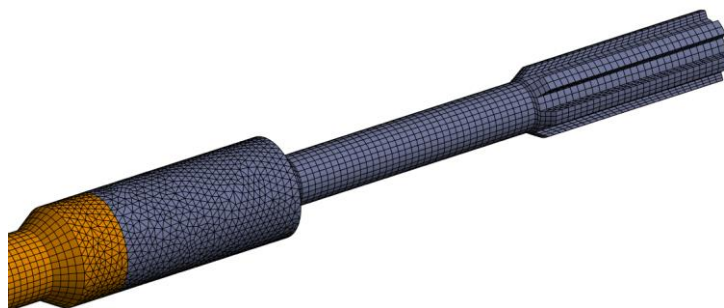
Mód 2

Obr. 5.14 – Porovnání simulovaných a měřených módů.

### 5.1.2 Modální analýza lopatky upevněné v měřicí trati

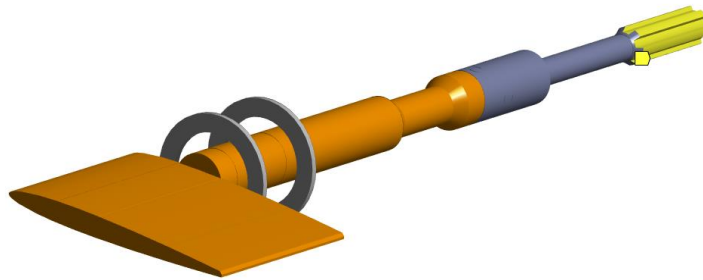
Lopátka upevněná v trati bude mít jinou frekvenční odezvu než volně uložená. Projeví se zde jednak způsob uložení včetně ložisek, tak přítomnost okolní vody, která působí přídavnými účinky. Z tohoto důvodu byla nejprve zkoumána lopátka v trati na vzduchu a dále pak se zahrnutím okolí ke stanovení frekvenčního posunu.

Uvažovaná geometrie pro výpočet nyní zahrnovala celou sestavu. Materiálové vlastnosti pro mosaz zůstaly nezměněny, pro nerezovou ocel byly: hustota  $7\,800\text{ kg/m}^3$ , modul pružnosti v tahu  $210\text{ GPa}$  a Poissonova konstanta  $0,33$ . Byla vytvořena výpočetní síť o  $75\,250$  prvcích ( $235\,615$  uzlech).



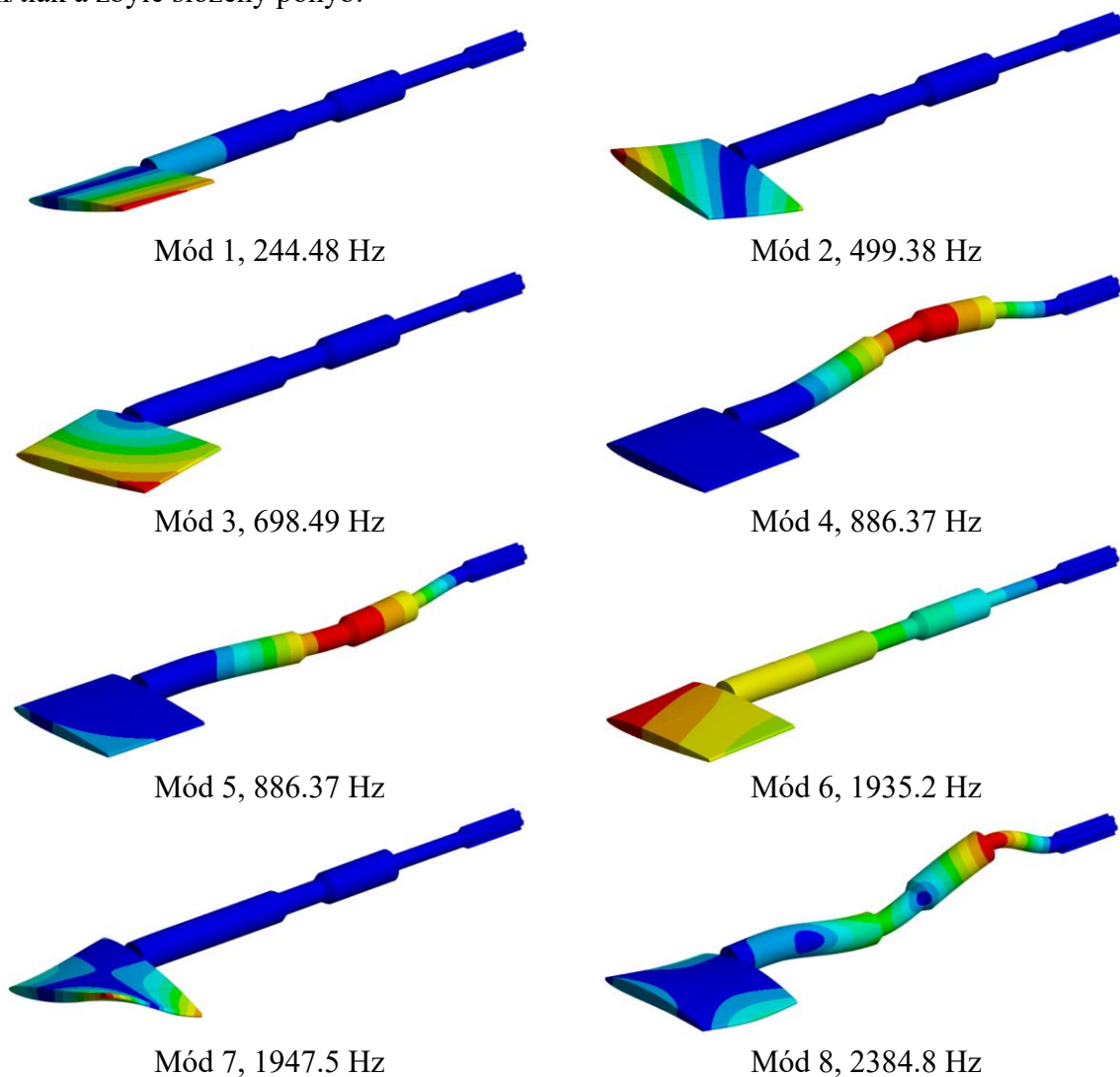
Obr. 5.15 – Detail sítě vytvořené na zbytku sestavy.

Byla nastavena okrajová podmínka na drážkovanou část upevňovací tyče (zvýrazněno žlutou barvou) zamezující pohybu ve všech směrech kartézského souřadného systému. Dále byla přidána obě ložiska, která do modelu zároveň vnášejí největší nepřesnost, jelikož jejich montážní vlastnosti není možné přesně změřit/definovat. Pro tuhost ložisek byla zvolena hodnota  $1 \cdot 10^{13}\text{ Nm/mm}$ . Tlumení nebylo uvažováno.



Obr. 5.16 – Nastavené okrajové podmínky.

Bylo spočítáno prvních 8 tvarů. Mód 1 zachycuje krut, 3,4,5 jsou ohybové, 6 vykazuje tah/tlak a zbylé složený pohyb.

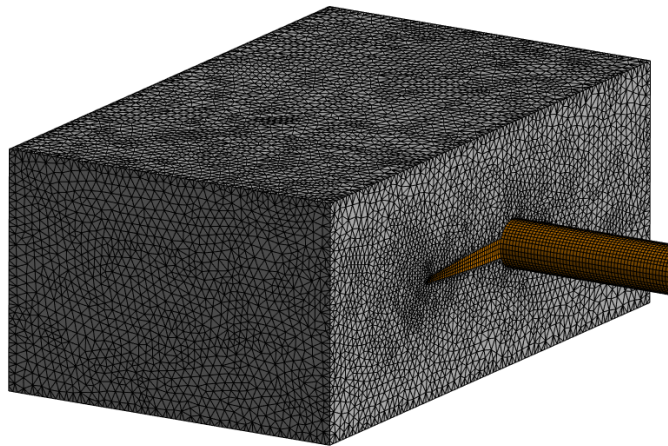


Obr. 5.17 – Jednotlivé módy lopatky v trati na vzduchu.

Z pohledu tokem buzených vibrací jsou důležité pouze módy 1,2,3,6,7 a 8. Tvary 4 a 5 zahrnují části, které nejsou předmětem zájmu. Pro zjednodušení výpočtů byly navrženy modifikované geometrie se zaměřením pouze na díl lopatky ve variantách s vetknutím v místě prvního ložiska (varianta bez ložisek), s vetknutím v místě druhého ložiska a s vetknutím na konci torzní tyče lopatky. Bohužel žádná z uvedených alternativ nevedla ke stejným nebo podobným výsledkům, jako v případě modální analýzy celé sestavy. Byly porovnávány i různé okrajové podmínky.

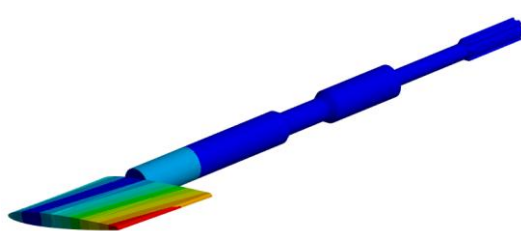
Vetknutí nebo ložiska (v případě druhé a třetí varianty) se nahradily nulovými posuvy (dovolují natočení). První vlastní frekvence se ale vždy pohybovala v rozmezí 400 až 500 Hz.

Ke stanovení dynamických vlastností se zahrnutím okolní tekutiny byl využit modul Modal Acoustics simulačního softwaru ANSYS. Řešení je zde založeno na vlnové rovnici vycházející též z linearizované Navier-Stokesovy rovnice za předpokladu, že kapalina je stlačitelná, potencionální, tlakové rozruchy v kapalině jsou malé a není přítomné viskózní napětí. Geometrie sestavy lopatky, včetně na ní vytvořené sítě a materiálových vlastností a okrajových podmínek, odpovídala modální analýze zmíněné výše. Oproti předchozí simulaci byla domodelována část zahrnující obklopující vodu. Rozměry této domény souhlasily s příčným průřezem testovací trati (150x100 mm), kdy před a za lopatku bylo přidáno 75 mm. Souhrnná síť měla 168 795 elementů (378 248 uzlů). Plochám ve směru proudu (před a za lopatkou) byly vepsány radiační okrajové podmínky, ostatní plochy se chovaly jako stěny (plexisklo). Hustota pro vodu byla volena  $998,2 \text{ kg/m}^3$  a rychlost šíření zvuku  $1482,1 \text{ m/s}$ . Dále bylo vloženo rozhraní kapalina – těleso.

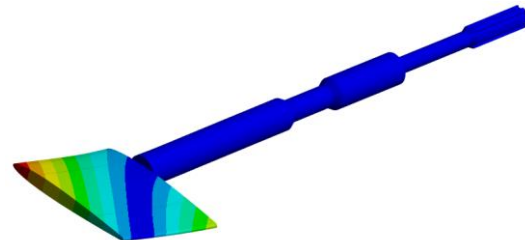


Obr. 5.18 – Detail sítě vytvořené na fluidní doméně.

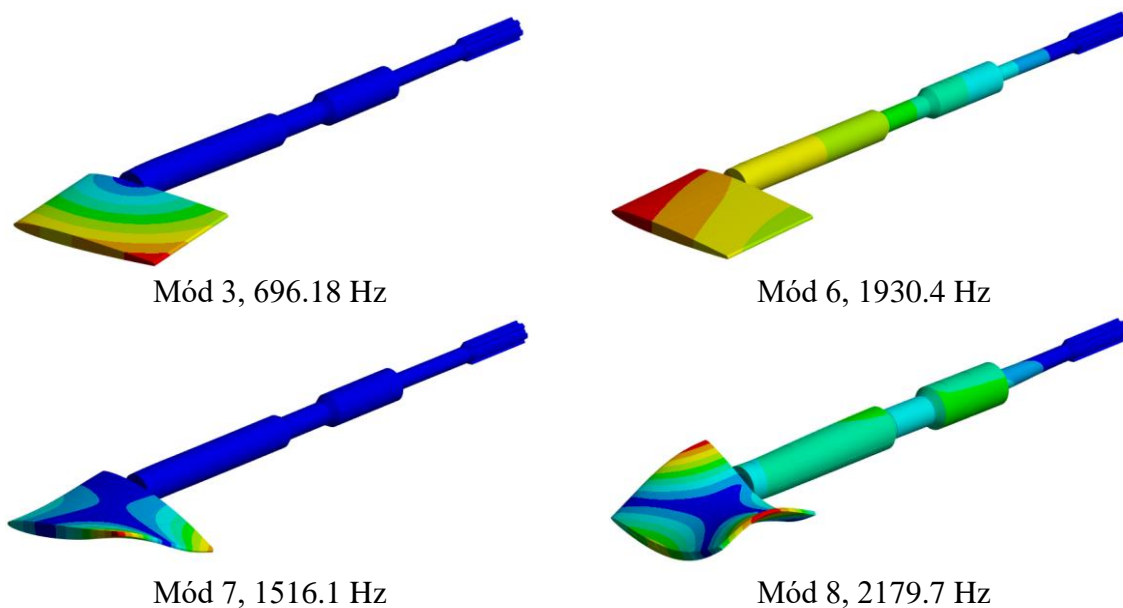
Na vytvořeném modelu bylo napočítáno prvních 8 tvarů. Na obrázku níže jsou zachyceny ty, které kmitají profilem lopatky.



Mód 1, 172.49 Hz



Mód 2, 401 Hz



Obr. 5.19 – Jednotlivé módy s vlivem přidavných účinků.

Důsledkem přidavných účinků došlo k poklesu vlastních frekvencí. Rozdíly nejsou konstantní. Liší se dle toho, jaký podíl masy je uveden do pohybu, neboli jak velký objem kapaliny bude s tělesem interagovat.

Tab. 5.3 – Vlastní frekvence bez/s vodou.

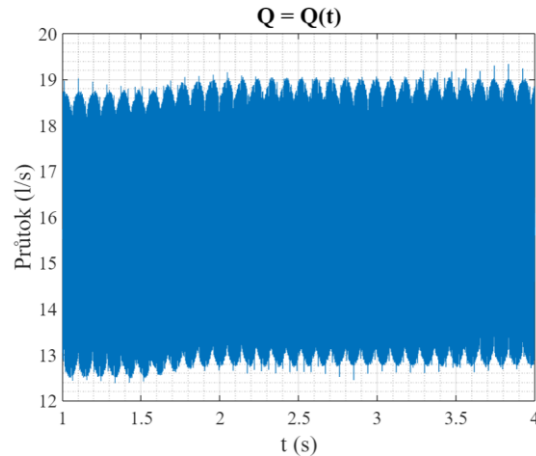
Mód	Frekvence bez vody [Hz]	Frekvence s vodou [Hz]	Pokles [Hz]
1	244	172	72
2	499	401	98
3	698	696	2
7	1935	1516	419
6	1947	1930	17
8	2384	2179	205

Prezentované simulace v této kapitole obsahují více neznámých parametrů než situace s volně uloženou lopatkou. Proto by byla v tomto případě experimentální modální analýza, v rozsahu provedeném v sekci 5.1.1, velmi přínosná. Bohužel vzhledem k náročnosti demontáže kavitačního tunelu a instalaci snímačů, ji nebylo možné provést.

V měřící trati půjde na základě simulací pomocí laserových vibrometrů detekovat pouze tvary 1, 2, 7 a 8. Módy 3 a 6 vyžadují umístění třetího senzoru z boku kavitačního tunelu. Ten ale nebyl pro měření k dispozici. Mohou se ale projevit jako tlakové pulzace o dané frekvenci na snímači okamžitého tlaku.

## 5.2 Vyhodnocení experimentu

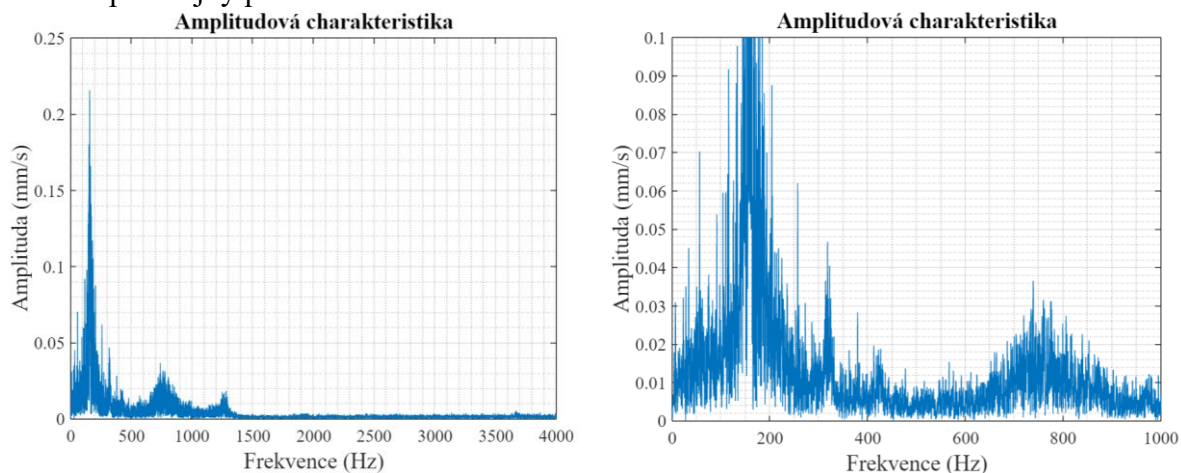
Pro každý nastavený průtok, s výjimkou úhlu natočení  $0^\circ$ , který byl proměřen podrobněji, byly provedeny 3 záznamy o délce 4 sekund a vzorkovací frekvenci 50 kHz shodné pro všechny snímače. Veškerá surová data z LabVIEW byla zpracována pomocí vlastního programu vytvořeného v prostředí MATLAB. Nejprve byla pozornost zaměřena na průtok, který definuje měřené body.



Graf 1 – Závislost průtoku na čase.

Okamžitá hodnota průtoku během záznamu poměrně fluktovala, proto byl brán vždy jen jeho průměr, který musel být počítán zvlášť pro každý proměřený bod. Průměry se totiž pro 3 po sobě jdoucí měření při stejných nastaveních neshodovaly, a to ani napříč experimentem pro ostatní úhly natočení. S rostoucím průtokem se zvyšovala také jeho směrodatná odchylka, přibližně od hodnoty 0,3 do 1,4 l/s. Stával se tedy více rozkolísaným.

Dále byla vyhodnocována frekvenční spektra z laserových vibrometrů z pohledu množství obsaženého šumu, síly signálu a koherence (podobnosti) dvou po sobě jdoucích záznamů pro stejný provozní bod.



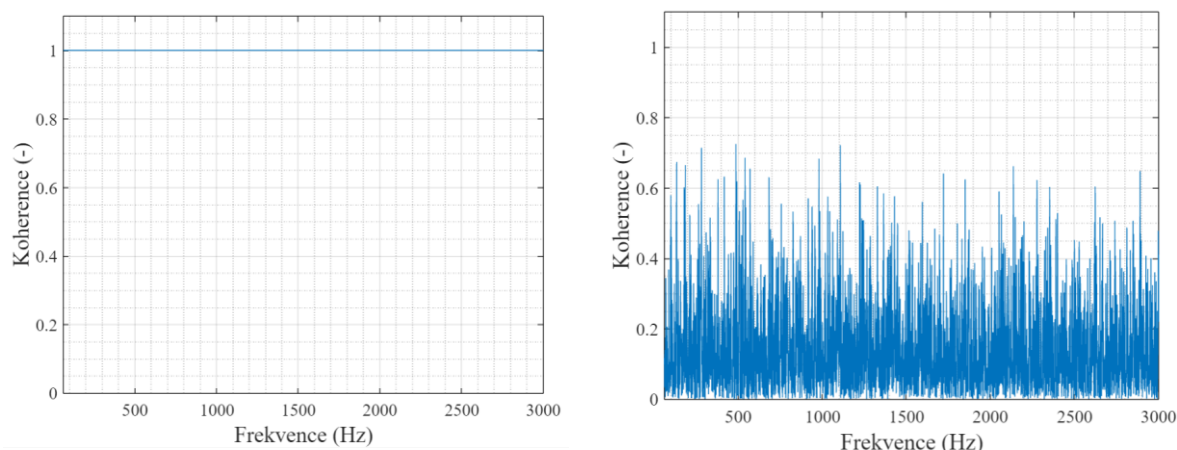
Graf 2 – LDV odtoková hrana, 4° natočení, 100 l/s, frekvenční spektrum a jeho detail.

Na obrázku výše je pro ilustraci ukázka části frekvenčního spektra signálu z laserového vibrometru namířeného na odtokovou hranu. Rozsah je dle Nyquistova teorému 25 kHz a dle vztahu (3.3) frekvenční rozlišení 0,25 Hz. Zároveň bylo použito okno typu Hanning, aby se předešlo leakage. Na nízkých kmitočtech, které se nachází pod první vlastní frekvencí, se napříč měřeními objevovaly náhodné frekvence či 50 Hz, které se do spektra dostávaly z elektrické sítě. Dále od cca 2500 Hz byl zaznamenáván pouze šum bez viditelných vrcholů. Z tohoto důvodu bylo s přihlédnutím k výstupům z numerické modální analýzy, kde byl mód 8 na 2 179 Hz, rozhodnuto o použití digitálního pásmového filtru, který z časového záznamu ořezal frekvence mimo rozsah 60 až 3000 Hz. Dalším problémem bylo značné zašumění v oblastech okolo vlastních frekvencí a buzení od Karmánových vírů (lokální extrém v grafu), kde by v ideálním případě měla vystupovat pouze jedna frekvence. To, že se jedná o rušivé náhodné frekvence (šum) bylo potvrzeno vykreslením funkce koherence a jejím porovnáním. Koherence

se pohybuje mezi 0 a 1, kdy hodnoty odpovídají tomu, jak se jeden signál podobá druhému na dané frekvenci. Je počítána dle vztahu:

$$C_{xy}(f) = \frac{|\hat{S}_{xy}(f)|^2}{\hat{S}_{xx}(f)\hat{S}_{yy}(f)} \quad (5.1)$$

Kde ve jmenovateli je součin výkonových spektrálních hustot (popsána v kapitole 3.2.2) signálu  $x$ ,  $y$  a v čitateli jejich křížová spektrální hustota.

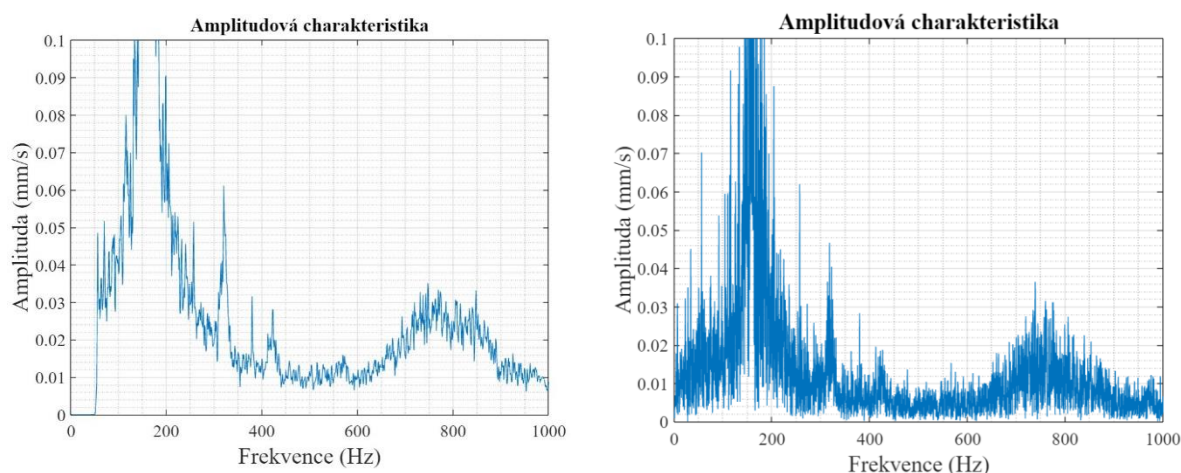


Graf 3– Vlevo ideální stav, vpravo skutečný stav koherence.

Pokud by si byly signály podobné, tak by graf vykazoval v některých částech průběh blížíci se ideálnímu stavu. Zároveň by bylo měření dobře opakovatelné a stačilo by vyhodnocovat pouze jeden záznam pro nastavený průtok. Skutečný stav je bohužel odlišný. Pro potlačení rušení bylo postupováno následovně:

- Sloučení 3 po sobě jdoucích měření do jednoho 12sekundového záznamu.
- Rozdělení do 12 segmentů po 1 s (frekvenční rozlišení z 0,25 na 1 Hz).
- Výpočet FFT pro každý z nich a zprůměrování.

Výsledkem je lépe čitelný graf s potlačeným šumem, kdy na obrázku níže lze vidět i účinek pásmového filtru.



Graf 4– LDV odtoková hrana, 4° natočení, 100 l/s, detail spektra s/bez průměrování.

### 5.2.1 Program pro vyhodnocení dat

Na základě poznatků z kapitoly 3 a analýzy dat byl vytvořen program v prostředí MATLAB pro částečně automatizované vyhodnocení. Je v něm implementována funkce na import souborů typu *.lvm*, která byla stáhnuta z oficiálních stránek podpory MATLAB [24]. Od verze R2022a obsahuje MATLAB také funkci *tdmsread* pro otevírání souborů typu *.tdms*. Tento formát současně nahrazuje *.lvm*, ovšem zmíněná funkce v nynější podobě generuje chybu, pokud nedojde při měření s LabVIEW k pojmenování skupiny kanálů (channel group name), jako se tomu stalo v případě této práce. Dále program zahrnuje vlastní funkci pro vytvoření lineárního spektra (popsané v kapitole 3.2.1) se zadaným počtem průměrování, překrýváním jednotlivých segmentů a vybraným časovým oknem.

Po určení složky s měřenými daty si program načte veškeré soubory v něm obsažené. Poté se sloučí každé 3 záznamy pro stejný průtok. Vypočte se průměrná hodnota průtoku, jeho směrodatná odchylka a střední kvadratická hodnota akustické emise. Na časový záznam z LDV a piezoelektrického tlakoměru je aplikován pásmový filtr s rozsahem 60 až 3000 Hz. Ohodnotí se jeho střední kvadratická hodnota. Ta je počítána v časové doméně z důvodu, že při použití časových oken ve frekvenční doméně je zapotřebí používat korekční faktor na amplitudu při tvorbě amplitudové charakteristiky a korekční faktor na výkon při RMS. Zároveň platí, že by se střední kvadratická hodnota v časové a frekvenční doméně měla rovnat. Následně je pomocí volané funkce vytvořeno lineární spektrum (12 průměrování, nulové překrývání, okno Hanning). V daném spektru je vyhledána frekvence maximální amplitudy (pro sledování dominantní frekvence na daném průtoku). Po zpracování všech souborů je vytvořen vodopádový graf, kdy na jednotlivých osách je frekvence, průtok a amplituda ve snímané veličině (mm/s nebo kPa). V případě potřeby lze mm/s snadno převést pomocí dělení výrazem  $2\pi f$  na výchylku nebo násobením na zrychlení. V souvislosti s tlakovými pulzacemi, je akustická emise vyzařovaná povrchem přímo úměrná rychlosti kmitání tohoto povrchu, proto je pro vyhodnocení tato jednotka ponechána. Dalšími z výstupních grafů jsou spektrogramy a graf závislosti frekvence maximální amplitudy na průtoku. Zbylé hodnoty, které nejsou vykresleny, jsou uloženy do tabulky a vyexportovány do Excelovského souboru pro další zpracování. Zdrojový kód programu se nachází v přílohách.

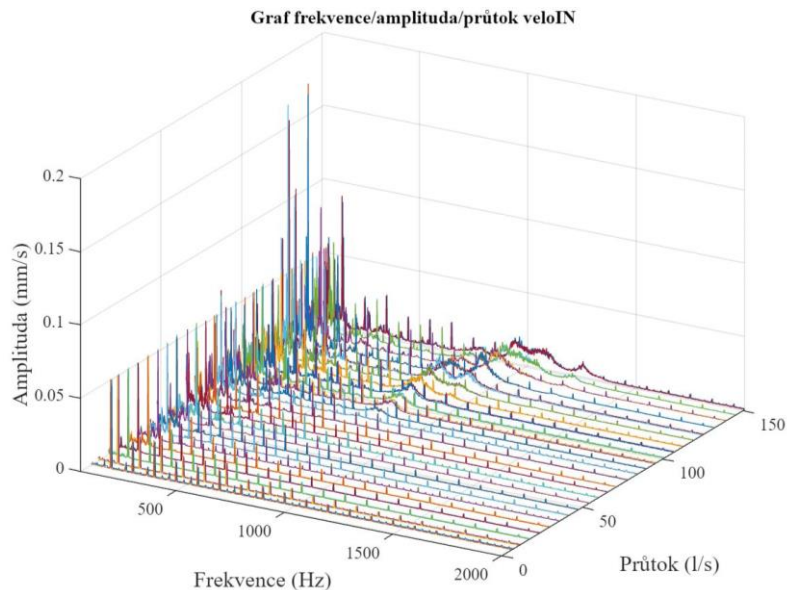
### 5.2.2 Vyhodnocení

Nejprve budou vyhodnoceny jednotlivé úhly natočení. Pro některé jsou výsledky velmi podobné, proto nebudou podrobně rozebrány. Na závěr kapitoly následuje souhrnné zhodnocení a porovnání s numerickou modální analýzou.

#### Úhel 0°

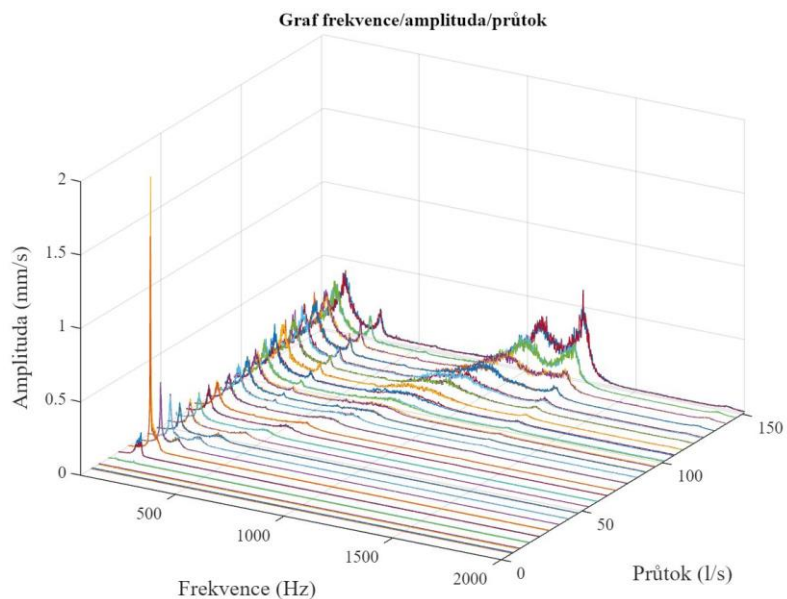
Pro tento úhel se očekávalo největší buzení od Karmánových vírů, proto byl, oproti dalším natočením, proměřen nejpodrobněji. Pro každý průtok bylo realizováno 10 měření. Bohužel i přes velký počet dat se nepovedlo vyhodnotit záznam z LDV pro nátokovou hranu. Příčinou byl slabý signál z pohledu velikosti amplitud, který byl rušen lichými a sudými násobky 50 Hz, které se do záznamu dostávaly z elektrické sítě pravděpodobně vinou nedostatečného elektromagnetického stínění, špatného uzemnění či skrze přemostění v měřícím okruhu. Pro vyšší úhly byla situace obdobná, proto nebude tento senzor dále brán v potaz.





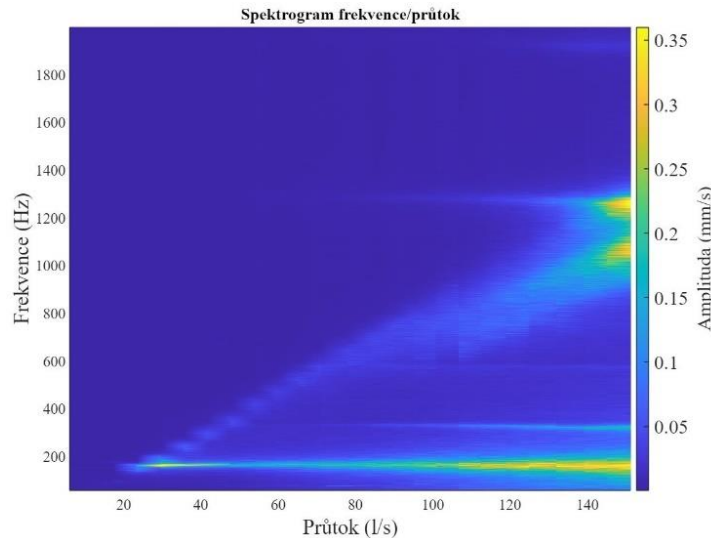
Graf 5 – Vodopádový graf pro nátokovou hranu, 0°

Výstup z LDV pro odtokovou hranu byl přínosnější. Na vodopádovém grafu níže lze rozpoznat fenomén tokem buzených vibrací, kdy frekvence roste lineárně s průtokem. Zároveň jsou pro každý měřený bod patrné dominantní vlastní frekvence lopatky. Pro průtok 29,6 l/s se frekvence vírů setkala s první vlastní a nastala rezonance (oranžovou barvou).



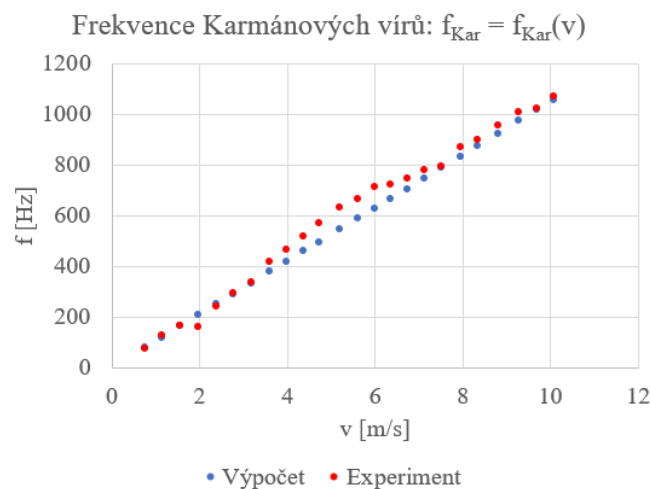
Graf 6 - Vodopádový graf pro odtokovou hranu, 0°

První vlastní frekvence se zde pohybovala okolo 160 Hz, s rostoucím průtokem došlo ještě k vybuzení 320 Hz, 575 Hz, 1 258 Hz a 1 920 Hz. Na spektrogramu (oříznutém na amplitudu) níže lze dobře vidět, jak se excitace od vírové stezky potkala pouze se 160 Hz. Poblíž této oblasti by se měla vyskytovat lock-in zóna.



Graf 7 – Spektrogram, oříznutý na 0,35 mm/s, 0°

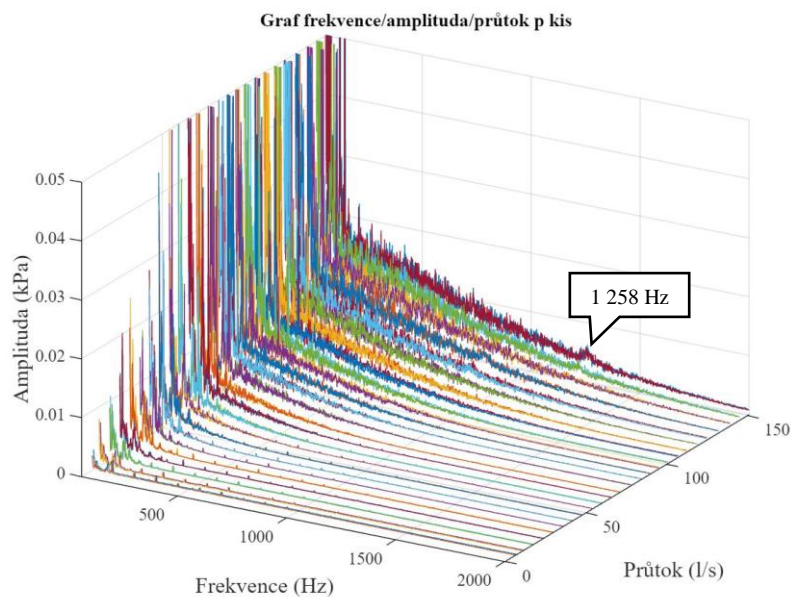
Vzhledem k tomu, že dominantní frekvence pro každý nastavený průtok odpovídala 160 nebo 1 258 Hz, nedokázal program automaticky vyhodnotit kmitočty buzení od vznikajících vírů. Ty musely být odečítány ručně. Zároveň byla na základě Strouhalova čísla (= 0,21) a vztahu (2.2) dopočítána jejich teoretická hodnota. Jako charakteristický rozměr  $d$  byla pro výpočet použita šířka odtokové hrany 2 mm.



Graf 8 – Frekvence buzení od Karmánových vírů, 0°

Pro rychlosti 1,56 a 1,97 m/s (23,4 a 29,6 l/s) se potvrdil vznik lock-in režimu. Mezi 3,6 až 6,7 m/s se experiment odklonil od teoretických hodnot. V této oblasti přestala být dominantní jedna frekvence a bylo buzeno frekvenční pásmo (zřetelné i na spektrogramu).

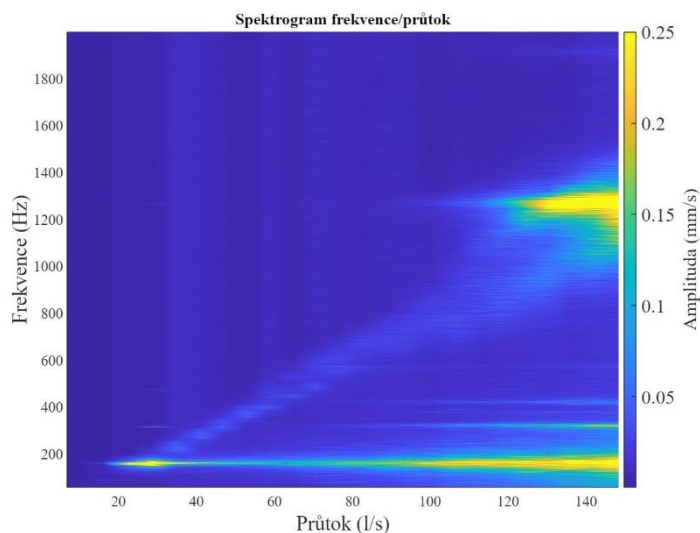
Co se týče vyhodnocení tlakových pulzací, tak zde amplitudová charakteristika obsahovala rušení nebo nízké frekvence, které nesouvisely s frekvencemi získanými z LDV. Pouze pro nejvyšší průtok bylo možné při velkém zvětšení detekovat lokální maximum na 1 258 Hz, které byly emitovány kmitající lopatkou.



Graf 9 – Tlakové pulzace, detail, 0°

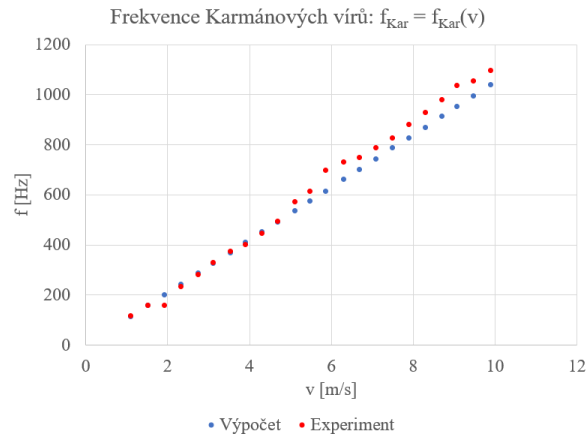
#### Úhel 4°

Frekvenční spektra pro natočení 2°, byla s velkým podílem rušení. V případě 4° došlo k absolutně největší rezonanci o amplitudě 55,6 mm/s (pro 0° pouze 1,8 mm/s) způsobené synchronizací kmitočtu tvorby víru za odtokovou hranou s vlastní frekvencí lopatky. Oproti předcházejícím natočením se zde projevoval i další vlastní tvar na 420 Hz.



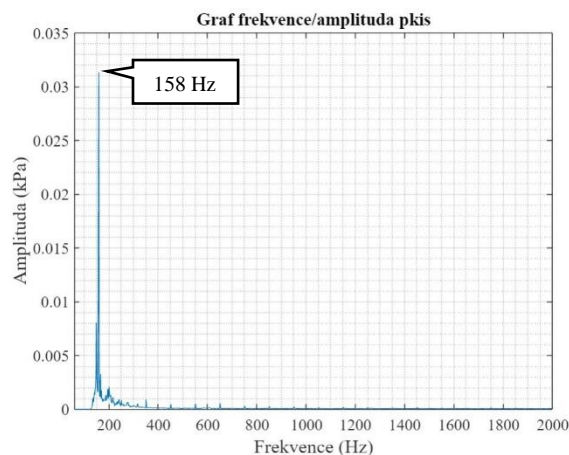
Graf 10 – Spektrogram oříznutý na 0,3 mm/s, 4°

Pro tento úhel natočení byly opět vyhodnoceny frekvence Karmánových vírů. Experiment se poměrně přesně shodoval s teoretickými hodnotami, které se začaly rozcházet až od rychlosti 5,1 m/s ze stejných průměrů jako v 0°.



Graf 11– Frekvence buzení od Karmánových vírů, 4°

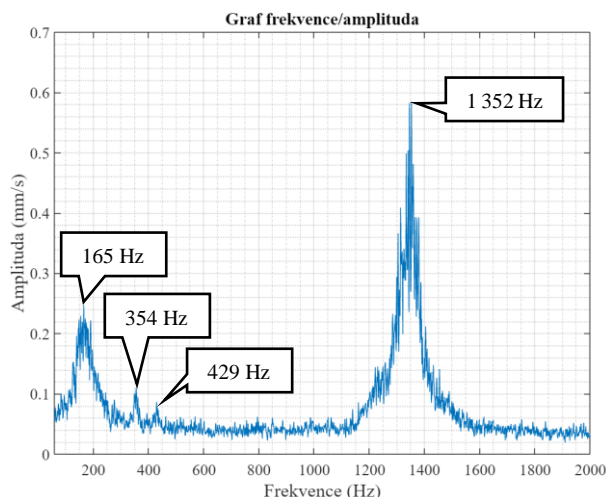
Jelikož je akustická emise vyzařovaná povrchem přímo úměrná rychlosti kmitání tohoto povrchu, tak při průtoku 28,8 l/s, na kterém lopatka výrazně rezonovala, bylo možné rezonanční frekvenci zachytit i snímačem okamžitého tlaku. Pro ostatní průtoky, kde byly rychlosti nižší, se již první vlastní frekvence nevyskytovala, neboť byla potlačena šumem. Naopak pro poslední provozní bod ze spektra vystoupilo 1 258 Hz.



Graf 12 – Frekvenční výstup pro tlakový snímač, 28,8 l/s, 4°

### Úhel 6 až 12°

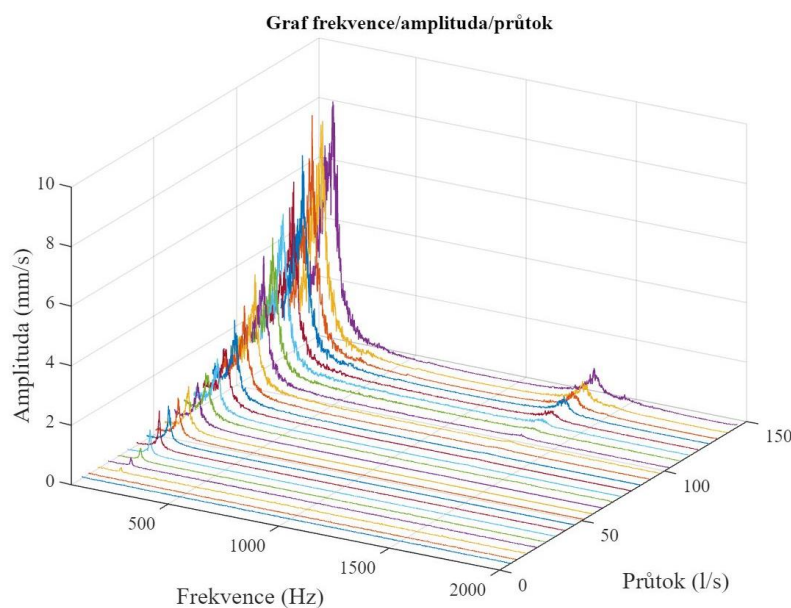
Tyto úhly natočení vykazovaly velmi podobné průběhy, jako ve dvou předešlých okomentovaných případech. Rozdíl byl ve velikosti amplitudy rezonančního stavu. Ta se pohybovala pouze od 0,7 do 2,2 mm/s. Dále se vlivem přidavných účinků posunuly samobuzené frekvence. Pro poslední zachycenou na grafu níže činil rozdíl oproti nízkým úhlům natočení dokonce 100 Hz.



Graf 13 – LDV odtoková hrana, 148 l/s, 12°

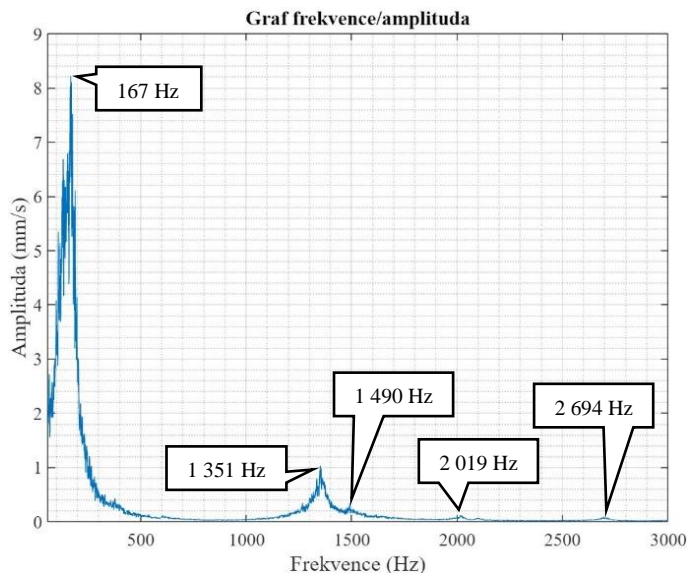
### Úhel 14 až 20°

Natočení 14° lze na základě spektra pro odtokovou hranu považovat za přechodové. Již se zde nevyskytoval stav rezonance a zároveň pro vyšší průtoky byla převládající frekvence 1 352 Hz. Buzení od separace vírů se stává zanedbatelným. Pro natočení 16 až 20° byl společný trend dominance první vlastní frekvence. S vyšším úhlem natočení poté rostly pouze amplitudy. Frekvence 1 352 Hz byla potlačena. U posledních měřených bodů byla již na základě nárůstu RMS hodnot akustické emise pravděpodobně přítomná začínající kavitace.



Graf 14 - Vodopádový graf pro odtokovou hranu, 18°

Právě přítomnost začínající kavitace má patrně za následek výskyt dříve nepozorovaných frekvencí. Samobuzené tvary ovšem zůstávají nepozměněny.



Graf 15 – LDV odtoková hrana, 148 l/s, 18°

Ačkoli pro tato natočení vykazoval první vlastní tvar velké rychlosti, na snímači okamžitého tlaku je následkem okolního šumu nešlo detekovat ani při posunu dolní meze pásmového filtru, aby se více blížil první vlastní frekvenci. Pouze pro nejvyšší průtoky se ve spektru osamostatnilo 1 351 Hz.

### 5.2.3 Souhrnné zhodnocení

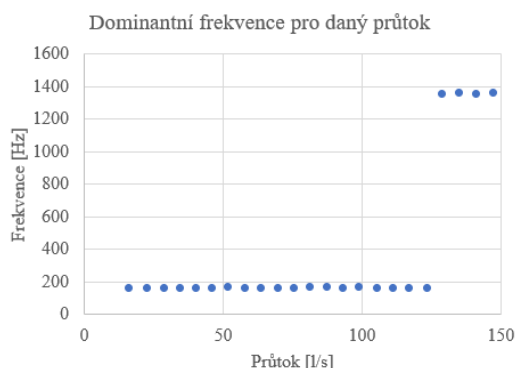
Mezní vrstva zůstávala přichycena k povrchu lopatky až po odtokovou hranu při úhlech natočení 0° až 12°. Za tou vznikaly Karmánovy víry, které měly za následek vynucené kmitání a vznik rezonance pro průtoky okolo 28 l/s, kde se budící a vlastní frekvence potkávaly. Zároveň se zde vyskytoval lock-in režim, ve kterém je tvorba vírů řízena pohybem obtékaného tělesa. Jejich analýza pro 0° a 4° dále ukázala, že teoretické frekvence vypočítané pomocí Strouhalova čísla poměrně přesně odpovídají experimentálnímu měření. V tabulce níže je přehled amplitud pro rezonanční stavy. Největší rychlosti nebylo dosaženo při 0°, ale při 4°. Příčinou bude pravděpodobně nesymetrická odtoková hrana (z 1/2 sražená pod 45°), která redukuje intenzitu budící síly. Při úhlech 2° a 4° mohly víry vznikat blíže povrchu tělesa, a tudíž i excitační síla byla větší. Vzhledem k o řád větším amplitudám rychlosti se na těchto úhlech natočení rezonanční frekvence přenesla i do snímače okamžitého tlaku a pro dané průtoky potlačila jinak všudypřítomný šum.

Tab. 5.4 – Přehled rezonancí pro různé úhly natočení.

Úhel natočení [°]	Průtok [l/s]	Rezonance [Hz]	Amplituda [mm/s]
0	29.6	162	1.8
2	29.2	160	16.5
4	28.8	158	55.6
6	28.5	160	2.2
8	28.4	166	0.7
10	28.5	165	1.5
12	22.5	162	1.5

Pokud by byl měřen větší rozsah průtoků, tak by došlo k druhé rezonanci na 1250 až 1350 Hz, kde se nacházel druhý dominantní vlastní tvar lopatky. Při úhlu 14° se již nevybudil výrazný

rezonanční stav na první vlastní frekvenci, ale patrně Karmánovy víry stále působily na lopatku. Vlivem excitační síly blízké 1350 Hz se na čtyřech posledních měřených průtocích tyto módy staly převládajícími, jak je patrné z grafu níže.



Graf 16 – Dominantní frekvence pro různé průtoky, 14°

Od úhlu 16° se mezní vrstva separovala již před odtokovou hranou a vznikalo pouze samobuzené kmitání. V každém měřeném bodě se dle očekávání projevoval především první vlastní tvar. S rostoucím průtokem se zvyšovala amplituda (až do 9 mm/s) a začal postupně vystupovat mód okolo 1350 Hz. Zároveň pro nejvyšší průtoky na základě sledování RMS akustické emise docházelo k počátkům kavitace.

Při zpracování tlakových pulzací emitovaných kmitajícím povrchem tělesa se ve spektru tlakoměru, s výjimkou rezonančních stavů u 2° a 4°, vyskytovalo pouze 1250 Hz (nebo 1350 Hz pro vyšší úhly) i přestože první vlastní frekvence měla především v případě samobuzeného kmitání vyšší amplitudy rychlosti.

Současně koncipovaný experiment tedy umožňuje pomocí LDV měřit tokem buzené vibrace. Podmínkou je ale namíření paprsku do míst, kde je poměr signálu k rušení co největší. S šumem souvisí i nezbytný signal processing (rozdělení záznamu, průměrování, pásmový filtr). Vyhodnocení tlakových pulzací v souvislosti s vlastními frekvencemi na lopatce není, až na výjimky, směrodatné.

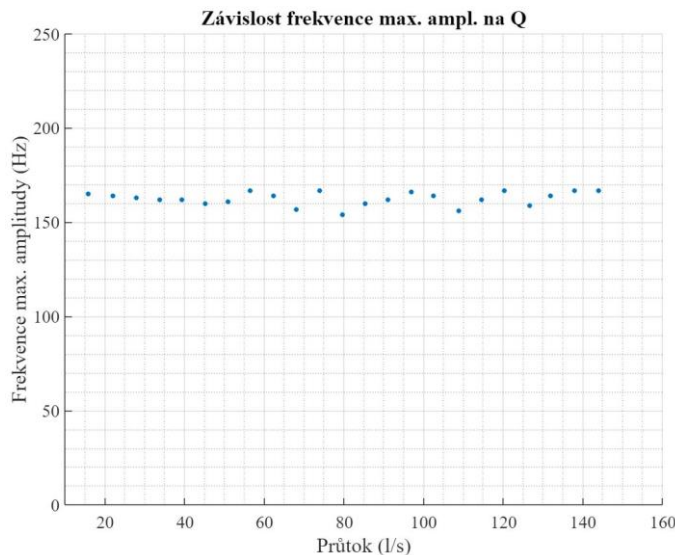
#### 5.2.4 Porovnání s modální analýzou

Experimentální modální analýza lopatky instalované v trati nebyla realizována, vzhledem k náročnosti její přípravy a samotného měření. Následné srovnání simulací (počítané pro neproudící kapalinu) tedy vychází pouze z frekvencí naměřených při experimentu. Vlastní tvary jsou opomenuty. V systému těleso – voda se přidavné účinky od kapaliny mohou následkem okolního proudění či probíhající interakce částečně měnit. Proto i frekvence pro dané módy nenabývaly pro různá měření stejných hodnot, jako tomu bývá u těles kmitajících na vzduchu.

Tab. 5.5 – Srovnání vlastních frekvencí.

Experiment [Hz]	ANSYS [Hz]	Odpovídající mód
155 - 175	172	1
320 - 354	401	2
420 - 429	401	2
575	696	3
1 250 – 1 358	1 516	7
1 920	2 179	8

Numerický výpočet první vlastní frekvence se i přes velký počet neznámých modelu poměrně slušně přiblížil reálnému stavu. Rozptyl frekvencí se pro všechny úhly natočení pohyboval přibližně v mezích 155 až 175 Hz (pro ilustraci níže graf pro 18°). S největší četností střední hodnoty 165 Hz. Zároveň zde nebyl pozorován trend závislosti na průtoku, ve smyslu růst/pokles.



Graf 17 – Hodnoty 1. vlastní frekvence pro různé průtoky, 18°

Naopak frekvence druhého dominantního módu začínala na střední hodnotě 1 256 Hz pro nízké úhly natočení a postupně se systém přeladil na 1 358 Hz pro větší náklony lopatky. Odpovídající numericky dosažený mód 7 kmitá na 1 516 Hz. Chyba výpočtu je 10 až 17 %. Dále se ve spektru objevily frekvence 320 a 420 Hz, kdy při simulacích byl v jejich okolí přítomný pouze jeden mód 2 (401 Hz). 575 Hz je blízko módu 3 (696 Hz), u kterého se ale předpokládalo, že nebude snímači LDV při současném umístění zaznamenatelný.

Závěr je takový, že numerická modální analýza při aktuálních nastaveních slouží k detekci první vlastní frekvence, která je obecně nejvíce nebezpečná. Porovnání bylo prováděno při jiných okrajových podmínkách (statická x proudící kapalina). Dle teorie by vlivem okolního proudění mělo být ovlivněno především přídavné tlumení. V rámci experimentu se ale měnila i přídavná hmotnost a tuhost (rozptyl první vlastní frekvence + přeladění systému na druhé dominantní frekvenci). Zároveň není nic známo o skutečných vlastních tvarech. Z tohoto důvodu by měl být výpočetní model srovnáván s experimentem při neproudící kapalině. Na základě porovnání by bylo možné upravit jeho parametry tak, aby se potkal s reálnou odezvou systému i na ostatních módech.

### 5.3 Další možnosti měření vibrací v kavitačním tunelu

Kavitační tunel při současném konstrukčním řešení umožňuje pouze bezkontaktní měření vibrací lopatky. V případě LDV dochází na rozhraní vzduch/plexisklo a plexisklo/voda k odrazu, lomu a průchodu paprsku. Tyto jevy mohou vést ke zkreslení či rušení záznamu. Proto se nabízí debata nad dalšími variantami měření, které by byly přesnější nebo vedly k validaci dosavadní metody.

Jednou z možností je využití vysokorychlostní kamery a získaný záznam na základě zpracování obrazu převést na výchylku v čase. Nevýhodou zde může být dostupnost samotné měřicí techniky, její parametry a záznam o velikosti až desítek GB. Kamery střední třídy dosahují rychlosti cca 2 000 až 1 000 000 fps (snímků za sekundu). Dle Nyquistova teorému lze takto kvalitativně zaznamenat pouze frekvence odpovídající nejvýše poloviční hodnotě fps.



Zároveň větší vzorkovací frekvence je dosaženo při snížení rozlišení (pixelů) snímku. Horší rozlišení může vést k nevyhodnotitelnosti dat. Proto je potřeba zvolit kombinaci fps a rozlišení s ohledem na zkoumané frekvence a výtěžitelnost zpracováním obrazu. Ceny vysokorychlostních kamer v této třídě se například u jednoho z největších výrobců na trhu, firmy Photron, pohybují okolo 30 000 \$ [25].

Mezi další bezkontaktní metody měření vibrací se řadí elektromagnetické lineární snímače rychlosti, kapacitní senzory přiblížení a senzory vířivých proudů (indukční). První dvě skupiny senzorů jsou nepoužitelné kvůli přítomnosti proudící vody. Indukční snímače jsou naopak velmi odolné proti kontaminaci, vysokému tlaku či teplotě a voda neovlivňuje měření. Pracují na principu vyzařování elektromagnetického pole z cívky, které indukuje vířivé proudy na povrchu kovových materiálů. Tyto vířivé proudy tlumí amplitudu oscilačního obvodu, kdy tlumicí účinek je nepřímo úměrný vzdálenosti mezi snímačem a objektem. Pracovní vzdálenost závisí na průměru cívky snímače a pohybuje se v rozmezí přibližně 30 až 50 %  $\varnothing d$ . Dalšími ovlivňujícími faktory jsou rozměry a materiálové složení sledovaného objektu a teplota okolí [26]. Aby bylo možné měřit vibrace ve stejném směru jako LDV, tak by musel být indukční snímač pravděpodobně umístěn pod/nad lopatkou uvnitř kavitačního tunelu, což komplikuje jeho použitelnost.

Další alternativou jsou kontaktní senzory. Nejrozšířenějšími jsou piezoelektrické akcelerometry, které se vyrábí i ve vodotěsné variantě. Jejich užití ovšem vyžaduje úpravu kavitačního tunelu pro zavedení drátu k přenosu signálu mezi akcelerometrem a měřicí kartou. Omezením jsou poté i rozměry senzoru, kdy nejmenší se pohybují u jednoosých okolo 5 x 10 x 7 mm (PCB Piezotronics) nebo 11 x 11 x 11 mm u tříosých (Wilcoxon). Aplikace tedy připadá v úvahu pouze při modální analýze a nulových průtocích. Vibrace lze i nepřímo měřit pomocí tenzometrů, u kterých se deformace projeví změnou odporu v elektrickém obvodu a na základě postprocessingu převede na výchylku/rychlost/zrychlení. Tenzometry mohou být, na rozdíl od akcelerometrů, velmi malých rozměrů. Tudíž při jejich použití nemusí dojít k výraznému ovlivnění obtékání lopatky proudící kapalinou. Nevýhodou je již samotná instalace a umístění vzhledem k požadované ose měření.

Posledním navrhovaným přístupem je využití funkce transmisivity. Myšlenkou je najít na součásti lopatky či mechanismu jejího uchycení takové místo, na které je možné umístit akcelerometr a zároveň se do něj přenáší frekvence z kmitání hydraulického profilu. Stanovit průchodnost systému (zeslabení/zesílení) jako podíl spektra z LDV (v  $\text{mm/s}^2$ ) a spektra akcelerometru. Pro další měření lze již získat odezvu lopatky jako výstup z akcelerometru násobený transmisivitou. Problematické je nalezení onoho místa.

## ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zabývala tokem buzenými vibracemi, které mohou vznikat při obtékání tělesa proudem kapaliny. Jedná se o nepříznivý jev, se kterým je potřeba při návrhu, nejen hydraulických strojů, počítat. Problematické se také jeví jejich měření vzhledem k uzavřenosti systémů, aplikaci snímačů a přítomnosti proudícího média (například vody). Úkolem proto bylo navrhnout účelně sestavený experiment pro měření vibrací a vyvolaných tlakových pulzací, provést jejich vyhodnocení a pokusit se o stanovení nejistoty.

Zkoumaným objektem byla lopatka umístěná do již existující trati s měřicí sekci, kavitačním tunelem, v prostorách laboratoří odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana VUT v Brně. Kavitační tunel byl osazen dvěma laserovými vibrometry namířenými na nátokovou a odtokovou hranu hydraulického profilu a piezoelektrickým snímačem okamžitého tlaku. Před samotným experimentem byla provedena modální analýza lopatky, za účelem stanovení vlastních tvarů, ze kterých vycházela poloha senzorů, a odpovídajících vlastních frekvencí, které by měly vystupovat ve frekvenčním spektru jako samobuzené nebo rezonanční kmitočty. Modální analýza byla nejprve realizována experimentálně na volně uložené lopatce za účelem ověření a případných úprav numerických simulací v ANSYS (nastavení, materiálových vlastností atd.). Pro profil umístěný v trati se přistoupilo již pouze k modelování, jelikož experimentální modální analýzu nebylo z technických a časových důvodů možné provést. Poté bylo proměřeno 10 úhlů natočení lopatky v rozmezí 0 až 20 ° při průtocích od 6 do 150 l/s, což odpovídalo rychlostem přibližně od 0,5 do 10 m/s. Pro každý provozní bod byly získány tři čtyřsekundové záznamy o vzorkovací frekvenci 50 kHz. V prostředí MATLAB byl vytvořen vlastní program k částečně automatizované vyhodnocování dat, jehož výstupem byly vodopádové grafy, spektrogramy ve smyslu frekvence – průtok – amplituda, graf závislosti dominantní frekvence na daném průtoku a excelovský soubor s dalšími sledovanými parametry. Při prvotním zpracování se ukázalo, že nastavený průtok poměrně fluktoval a jeho průměrné hodnoty se ve třech po sobě následujících záznamech se stejnými provozními podmínkami neshodovaly. Dále frekvenční spektra snímačů LDV a piezoelektrického tlakoměru byla velmi zatížena šumem. Zároveň dle očekávání měření nevykazovala dobrou opakovatelnost (získaná spektra ze 2 po sobě jdoucích datových souborů nebyla identická). Z těchto důvodů byl nezbytný signal processing k získání relevantních informací. Časové záznamy pro každý provozní bod byly sloučeny a rozděleny po jedné sekundě. Byl aplikován pásmový filtr s rozmezím 60 až 3000 Hz (s ohledem na nízkofrekvenční rušení a maximální frekvenci zkoumaných módů dle simulací). Dále na každý segment bylo aplikováno časové okno typu Hanning a byla provedena Fourierova transformace. Frekvenční spektra byla poté zprůměrována (12 průměrování). Přítomný šum byl výrazně potlačen, ovšem amplitudové charakteristiky laserového snímače na nátokové hraně byly znehodnoceny rušením sítě 50 Hz včetně sudých/lichých násobků. Snímač tlaku šlo vyhodnotit pouze pro některé průtoky.

Při úhlech natočení 0 až 12 ° bylo možné pozorovat buzení od Karmánových vírů, kdy při průtocích okolo 28 l/s docházelo k rezonanci, jelikož se potkala vlastní frekvence s budící. Nejvýraznější amplituda rychlosti ve stavu rezonance nastala při úhlu 4 °. Zde se tato frekvence přenesla přes tlakové pulzace i do snímače tlaku. Kmitočty tvorby vírů se poměrně přesně shodovaly s teoreticky vypočítanými ze Strouhalova čísla ( $= 0,21$ ), vyjma lock-in režimů okolo prvního vlastního tvaru, kde je frekvence Karmánových vírů řízena pohybem tělesa a nezávisí na průtoku. Při zbylých úhlech natočení již bylo dominantní samobuzené kmitání a zároveň vlivem přidavných účinků od kapaliny se posunuly hodnoty některých vlastních frekvencí. Zároveň pro největší průtoky byla přítomná počáteční kavitace, která měření dále ovlivňovala. Závěr je takový, že současně koncipovaný experiment umožňuje pomocí LDV sledovat tokem buzené vibrace při podmínce dodatečného zpracování signálu (průměrování, pásmové filtry).

Dále musí být zajištěno umístění snímačů tak, aby byl poměr zisku k šumu pokud možno největší. Vyhodnocování tlakových pulzací při nynější poloze tlakoměru není směrodatné. Otázkou je, zda by jeho přemístění vedlo ke zlepšení, jelikož akustická emise je přímo úměrná dosaženým rychlostem kmitání profilu a ty mohou být vyjma rezonančních stavů příliš nízké. Získané poznatky jen potvrzují náročnost měření proudem indukovaného kmitání i při laboratorních podmínkách. Nutné je ještě zmínit, že během experimentu bylo snahou se vyvarovat kavitaci, která může mít výrazný vliv na zkoumaný systém. Mezi metody, které by mohly nahradit nebo doplnit LDV, lze zařadit použití vysokorychlostní kamery, indukční snímače či tenzometry.

Samobuzené frekvence, které se ve vytvořených spektrech vyskytovaly, byly porovnány s výsledky numerické modální analýzy. Závěr je takový, že vytvořený model při aktuálních nastaveních slouží k detekci první vlastní frekvence, která je obecně nejvíce nebezpečná. Na vyšších vlastních frekvencích již vzniká nezanedbatelný odklon od reálného stavu. Porovnání bylo ovšem prováděno při jiných okrajových podmínkách (statická x proudící kapalina). Otázkou následně jsou samotné vlastní tvary.

Posledním vytyčeným cílem bylo pokusit se o stanovení nejistot dynamických jevů. Zde je situace taková, že se stále jedná o poměrně nedostatečně zpracovanou problematiku. Do celosvětově uznávaných pokynů byly nejistoty dynamických měření přidány až v roce 2020 a stále v okrajové podobě. Z praktického hlediska se asi nejdále dostal projekt pod záštitou Evropského metrologického programu pro inovace a výzkum (EMPIR). Jeho výstupem je open-source softwarový balíček PyDynamic pro programovací jazyk Python sloužící k jejich vyhodnocování. Bohužel aplikace není možná na všechny případy. Je nezbytné mít podrobně definovaný měřicí systém (frekvenční odezva, digitální filtry, jejich koeficienty atd.), kdy potřebné údaje nejsou často pracovníkovi provádějícímu měření známé nebo vyžadují kalibraci sloužící k jejich určení.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] NAVRÁTIL, Miroslav a PLUHAŘ, Oldřich. Měření a analýza mechanického kmitání: metody a přístroje. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1986. s. [1a]. Dostupné také z: <https://ndk.cz/uuid/uuid:d1a9a850-d211-11e2-92ff-001018b5eb5c>
- [2] STEJSKAL, Vladimír, Jaromír BROUSIL a Stanislav STEJSKAL. Mechanika III. Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001. ISBN 80-01-02388-5.
- [3] Mechanical Vibration and Shock Measurements, Jens Trampe Broch, Brüel & Kjaer, 1980, 8787355361
- [4] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky. Brno: VUTIUM, 2000. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN isbn80-214-1869-9.
- [5] BRANDT, Anders. Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures. Chichester: Wiley, 2011. ISBN 978-0470746448.
- [6] KARPÍŠEK, Zdeněk. Matematika IV: statistika a pravděpodobnost. 3., dopl. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3380-9.
- [7] *Data Acquisition: Anti-Aliasing Filters* [online]. Siemens: ©2022 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: <https://community.sw.siemens.com/s/article/data-acquisition-anti-aliasing-filters>
- [8] *What is the Fourier Transform?* [online]. Siemens: ©2022 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: <https://community.sw.siemens.com/s/article/what-is-the-fourier-transform>
- [9] *Root Mean Square (RMS) and Overall Level* [online]. Siemens: ©2022 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: <https://community.sw.siemens.com/s/article/root-mean-square-rms-and-overall-level>
- [10] *What is a Power Spectral Density (PSD)?* [online]. Siemens: ©2022 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: <https://community.sw.siemens.com/s/article/what-is-a-power-spectral-density-psd>
- [11] AUSONI, Philippe. Turbulent vortex shedding from a blunt trailing edge hydrofoil. Lausanne, 2009. PhD thesis. EPFL Lausanne.
- [12] SCHLICHTING (DECEASED), Hermann a Klaus GERSTEN. Boundary-Layer Theory. 9th ed. 2017. Imprint: Springer, 2017. ISBN 978-3-662-52919-5.
- [13] BERGMAN, T. L. a Frank P. INCROPERA. Fundamentals of heat and mass transfer. 7th ed. Hoboken, NJ: Wiley, c2011. ISBN 978-0470-50197-9.
- [14] Derksen, Adriaan & Folkersma, Mikko & Viré, Axelle. Numerical simulation of a forced and freely-vibrating cylinder at supercritical Reynolds numbers. Delft, 2019. Master of Science Thesis. Delft University of Technology

- [15] SARPKEYA, T. Hydrodynamic damping, flow-induced oscillations, and biharmonic response [online]. In: . American Society of Mechanical Engineers, New York, NY (United States), 1995 [cit. 2022-11-05].
- [16] ČUPR, Pavel. *Hydroelastic Response of Hydrofoil Under Cavitation Conditions*. Brno, 2021. 267 p. Doctoral thesis. Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Energy Institute. Available from: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/129969> Supervised by doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.
- [17] CHUDÝ, Vladimír. Meranie technických veličín. V Bratislave: Slovenská technická univerzita v Bratislave, 1999. Edícia vysokoškolských učebníc. ISBN 80-227-1275-2.
- [18] JCGM 100:2008 – GUM 1995 with minor corrections. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in Measurements. BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2008.
- [19] JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the „Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method, 2008.
- [20] DŘÍMAL, Jiří, David TRUNEC a Antonín BRABLEC. ÚVOD DO METODY MONTE CARLO [online]. Brno: Masarykova univerzita, přírodovědecká fakulta, katedra fyzikální elektrotechniky. 2006, [cit. 2023-02-10]. Dostupné z: <https://www.physics.muni.cz/~trunec/mc.pdf>
- [21] JCGM GUM-6:2020. Guide to the expression of uncertainty in measurement – Part 6: Developing and using measurement models, 2020.
- [22] ELSTER, Clemens a Alfred LINK. Uncertainty evaluation for dynamic measurements modelled by a linear time-invariant system. *Metrologia* [online]. BRISTOL: IOP Publishing, 2008, 45(4), 464-473 [cit. 2023-02-10]. ISSN 0026-1394. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/45/4/013
- [23] EICHSTÄDT, Sascha, Clemens ELSTER, Ian M. SMITH a Trevor J. ESWARD. Evaluation of dynamic measurement uncertainty-an open-source software package to bridge theory and practice. *Journal of sensors and sensor systems* [online]. Gottingen: Copernicus, 2017, 6(1), 97-105 [cit. 2023-02-10]. ISSN 2194-8771. Dostupné z: doi:10.5194/jsss-6-97-2017
- [24] HOPCROFT, M. A. LVM Import File. In: *MATLAB Central File Exchange* [online]. The MathWorks: ©2023 [cit. 2022-02-10]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/19913-lvm-file-import>
- [25] *Photron Products* [online]. Photron: ©2023 [cit. 2022-02-10]. Dostupné z: <https://photron.com/products-3/>
- [26] *Eddy Current Probes* [online]. Eddylab: ©2023 [cit. 2022-02-10]. Dostupné z <https://www.eddycurrentprobe.com/>

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Význam	Jednotka
$\Omega_0$	Vlastní úhlová frekvence	$rad^{-1}$
$m$	Hmotnost	$kg$
$k$	Tuhost pružiny	$N/m$
$b$	Koeficient lineárního tlumení	$N \cdot s/m$
$F(t)$	Budící síla	$N$
$Re$	Reynoldsovo číslo	
$v$	Rychlost	$m/s$
$d$	Charakteristický rozměr	$m$
$\nu$	Kinematická viskozita	$m^2/s$
$Sr$	Strouhalovo číslo	
$f$	Frekvence	$Hz$
$f(t)$	Přídavná síla působící od kapaliny na povrch tělesa	$N$
$\sigma$	Tenzor napětí kapaliny	
$\vec{n}$	Normálový vektor	
$AD$	Analogově-digitální	
$f_s$	Vzorkovací frekvence	$Hz$
$\Delta t$	Časový krok	$s$
$FT$	Fourierova transformace	
$FFT$	Rychlá Fourierova transformace	
$DFT$	Diskrétní Fourierova transformace	
$X(f)$	Signál po Fourierově transformaci	
$X(k)$	Signál po Diskrétní Fourierově transformaci	
$\Delta f$	Frekvenční rozlišení	$Hz$
$T$	Délka záznamu	$s$
$N$	Počet vzorků	
$RMS$	Střední kvadratická hodnota	
$PSD$	Výkonová spektrální hustota	
$R_{xx}(\tau)$	Autokorelační funkce	
$S_{xx}(f)$	Výkonová spektrální hustota	
$S_{xy}(f)$	Křížová výkonová spektrální hustota	
$GUM$	Průvodce vyjadřováním nejistot měření	
$GUF$	Analytický přístup stanovení nejistot	
$MMC$	Metoda Monte Carlo	
$u_A$	Nejistota typu A	
$u_B$	Nejistota typu B	
$u_C$	Celková nejistota	
$s_{\bar{x}}$	Směrodatná odchylka aritmetického průměru	

<i>U</i>	Rozšířená nejistota
<i>MKP</i>	Metoda konečných prvků
<i>LDV</i>	Laserové vibrometry pracující na Dopplerově jevu
<i>FRF</i>	Frekvenční přenosová funkce
<i>C<sub>xy</sub></i>	Koherence

## SEZNAM OBRÁZKŮ

- Obr. 1.1 – Model volného netlumeného kmitání [2].  
Obr. 1.2 – Vliv tlumení na velikost amplitudy [2].  
Obr. 1.3 – Model vynuceného tlumeného kmitání s  $1^\circ$  volnosti [2].  
Obr. 2.1 – Mezní vrstva při obtékání tenké rovinné desky [13].  
Obr. 2.2 – Válec příčně umístěný do proudu kapaliny [12].  
Obr. 2.3 – Rychlostní profil mezní vrstvy při obtékání válce [13].  
Obr. 2.4 – Válec buzený tokem kapaliny [14].  
Obr. 2.5 – Lock-in efekt při obtékání lopatky [11].  
Obr. 2.6 – Kavitace vznikající na lopatce [16].  
Obr. 3.1 – Princip aliasingu [7].  
Obr. 3.2 – Princip Fourierovy transformace [5].  
Obr. 3.3 – Ukázka správně získané frekvence a frekvence při leakage [5].  
Obr. 3.4 – Ukázka násobení měřeného signálu časovým oknem v časové doméně [5].  
Obr. 3.5 – Princip průměrování [5].  
Obr. 3.6 – Princip výpočtu hustoty pravděpodobnosti výběru [5].  
Obr. 3.7 – Autopower a PSD spektrum pro náhodný signál [10].  
Obr. 3.8 – PSD a kumulované PSD spektrum [5].  
Obr. 4.1 – Schéma lineárního systému [5].  
Obr. 4.2 – Schéma modelu měření [22].  
Obr. 4.3 – Schéma modelu měření dle EMPIR [23].  
Obr. 5.1 – Schéma testovací sekce (kavitační tunel) [16].  
Obr. 5.2 – Testovací lopatka včetně torsní tyče pro uchycení.  
Obr. 5.3 – Základní rozměry lopatky.  
Obr. 5.4 – Mechanismus pro nastavení úhlu lopatky.  
Obr. 5.5 – LDV měřící vibrace lopatky.  
Obr. 5.6 – Měřící uspořádání: 1 – 2 x LDV, 2 – Piezoelektrický tlakoměr, 3 – Snímač akustické emise, 4 – HW.  
Obr. 5.7 – Strukturovaná síť.  
Obr. 5.8 – Jednotlivé módy volně uložené lopatky.  
Obr. 5.9 – Modální kladívko typ 8206.  
Obr. 5.10 – Rozvržení excitačních bodů na lopatce.  
Obr. 5.11 – Vytvořená geometrie s přiděleným akcelerometrem a modálním kladívkem v prostředí BK Connect.  
Obr. 5.12 – Měřící uspořádání: 1 – Zavěšená lopatka s připevněným akcelerometrem, 2 – držák, 3 – kladívko, 4- měřící karta, 5 – SW pro vyhodnocení.  
Obr. 5.13 – Amplitudo – frekvenční charakteristika přenosové funkce.  
Obr. 5.14 – Porovnání simulovaných a měřených módů.  
Obr. 5.15 – Detail sítě vytvořené na zbytku sestavy.  
Obr. 5.16 – Nastavené okrajové podmínky.  
Obr. 5.17 – Jednotlivé módy lopatky v trati na vzduchu.  
Obr. 5.18 – Detail sítě vytvořené na fluidní doméně.  
Obr. 5.19 – Jednotlivé módy s vlivem přidavných účinků.



## **SEZNAM TABULEK**

- Tab. 2.1 – Přehled jednotlivých režimů proudění [12].
- Tab. 5.1 – Přehled měřených průtoků.
- Tab. 5.2 – Experimentálně a výpočetně získané vlastní frekvence.
- Tab. 5.3 – Vlastní frekvence bez/s vodou.
- Tab. 5.4 – Přehled rezonancí pro různé uhly natočení.
- Tab. 5.5 – Srovnání vlastních frekvencí.

## **SEZNAM GRAFŮ**

- Graf 5.1 – Závislost průtoku na čase.
- Graf 5.2– LDV odtoková hrana, 4° natočení, 100 l/s, frekvenční spektrum a jeho detail.
- Graf 5.3– Vlevo ideální stav, vpravo skutečný stav koherence.
- Graf 5.4– LDV odtoková hrana, 4° natočení, 100 l/s, detail spektra s/bez průměrování.
- Graf 5.5 – Vodopádový graf pro nátokovou hranu, 0°
- Graf 5.6 - Vodopádový graf pro odtokovou hranu, 0°
- Graf 5.7 – Spektrogram, oříznutý na 0,35 mm/s, 0°
- Graf 5.8 – Frekvence buzení od Karmánových vírů, 0°
- Graf 5.9 – Tlakové pulzace, detail, 0°
- Graf 5.10 – Spektrogram oříznutý na 0,3 mm/s, 4°
- Graf 5.11– Frekvence buzení od Karmánových vírů, 4°
- Graf 5.12 – Frekvenční výstup pro tlakový snímač, 28,8 l/s, 4°
- Graf 5.13 – LDV odtoková hrana, 148 l/s, 12°
- Graf 5.14 - Vodopádový graf pro odtokovou hranu, 18°
- Graf 5.15 – LDV odtoková hrana, 148 l/s, 18°
- Graf 5.16 – Dominantní frekvence pro různé průtoky, 14°
- Graf 5.17 – Hodnoty 1. vlastní frekvence pro různé průtoky, 18°

## SEZNAM PŘÍLOH

### Program na vyhodnocení naměřených dat

```
clear all; close all; clc;

% Nastavení grafu
FontSize=26;
FontName='Times New Roman';
LineWidth=1;
LineStyle={'-k', '--k', '-.k', ':k'};

% Nastavení měření pro tisk
Měření = '4st300kPa';

% Adresa složky s měřeními daty
mData = 'LVM4st';
if ~isfolder(mData)
    error = sprintf('Error: Neexistující zadaná adresa:\n%s\nProveď opravu!\n', mData);
    uiwait(warndlg(error));
end

% Získání listu všech souborů odpovídajících zadanému typu souboru.
typsouboru = fullfile(mData, '*.lvm');
theFiles = dir(typsouboru);

pp = 1; % Pomocné prom. pro průměrování
j = 1;

for k = 1 : length(theFiles)
    Index(j,1) = k;

    baseFileName = theFiles(k).name;
    fullFileName = fullfile(theFiles(k).folder, baseFileName);
    fprintf(1, 'Načtení %s\n', fullFileName);

    d = lvm_import(fullfile(mData, fullFileName), 0);

    switch pp % Spojení/vyhodnocení 3 po sobě jdoucích souborů
        case 1
            mA = d.Segment1.data(:,8); % 7 = VELO_in; 8 = VELO_out; 3 = p_kis
            mAin = d.Segment1.data(:,7);
            mAp_kis = d.Segment1.data(:,3);

            Q(j,1) = mean(d.Segment1.data(:,6)); % Průměrný průtok
            SO(j,1) = std(d.Segment1.data(:,6)); % Smerodatná odchylka
            RMS_AE(j,1) = rms(d.Segment1.data(:,5)); %RMS hodnota Akustické emise

            pp = pp + 1;

        case 2
            mA = [mA;d.Segment1.data(:,8)]; % 7 = VELO_in; 8 = VELO_out; 3 = p_kis
            mAin = [mAin;d.Segment1.data(:,7)];
            mAp_kis = [mAp_kis;d.Segment1.data(:,3)];

            Q(j,1) = mean(d.Segment1.data(:,6));
            SO(j,1) = std(d.Segment1.data(:,6));
            RMS_AE(j,1) = rms(d.Segment1.data(:,5));

            pp = pp + 1;

        case 3
            mA = [mA;d.Segment1.data(:,8)]; % 7 = VELO_in; 8 = VELO_out; 3 = p_kis
            mAin = [mAin;d.Segment1.data(:,7)];
            mAp_kis = [mAp_kis;d.Segment1.data(:,3)];
```

```

Q(j,1) = mean(d.Segment1.data(:,6));
SO(j,1) = std(d.Segment1.data(:,6));
RMS_AE(j,1) = rms(d.Segment1.data(:,5));

N = d.Segment1.num_samples(1);
dt = d.Segment1.Delta_X(1);
fs = 1/dt;
w = hann(N/4); % N/4 rozdeleni casoveho zaznamu na 4 => 1s
mA = bandpass(mA,[60 3000],fs);
RMS_t(j/3,1) = rms(mA);

mAin = bandpass(mAin,[60 3000],fs);
mAp_kis = bandpass(mAp_kis,[155 3000],fs);

%FFT
[Ampl,fr] = linSP(mA,fs,w,pp*4,0);
AmplSum(:,j/3) = Ampl*sqrt(2); % *sqrt(2) linearni spektrum -> klasicke
spketrum
frSum(:,j/3) = fr;
Qmean(j/3,1) = mean(Q(j-2:j,1));

X(:,j/3) = ones(length(Ampl),1)*Qmean(j/3,1);

%FFT veloIN, p_kis
[Amplin,fr] = linSP(mAin,fs,w,pp*4,0);
AmplinSum(:,j/3) = Amplin*sqrt(2);
[Amplp_kis,fr] = linSP(mAp_kis,fs,w,pp*4,0);
Amplp_kisSum(:,j/3) = Amplp_kis*sqrt(2);

%Data pro graf frekvence max ampl - Q
df=fs/(N/4);
[MaxAmpl(j/3,1),frMaxAmpl(j/3,1)] = max(Ampl(1:round(3000/(df),0)));
frMaxAmpl(j/3,1) = fr(frMaxAmpl(j/3,1),1);

pp = 1;
end
j = j + 1;
end

% Watterfall graf odokova hrana velo_OUT
figure(1)
plot3(X,frSum,AmplSum);
title('Graf frekvence/amplituda/průtok','FontName',FontName,'FontSize',FontSize+2);
set(gca,'FontName',FontName,'FontSize',FontSize - 6);
xlabel('Průtok (l/s)','FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
ylabel('Frekvence (Hz)','FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
zlabel('Amplituda (mm/s)','FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
ylim([60,2000]);
set(gca, 'YDir','reverse')
grid on
view(-60,30) % rotace, naklon

%Spektrogram
figure(2)
s = pcolor(X(60:3000,:),frSum(60:3000,:),AmplSum(60:3000,:)); % hranice (dle bandpass
filtru) pouze v pripade, ze df = 1Hz (T = 1s)
s.FaceColor = 'interp';
s.LineStyle = "none";
c = colorbar;
c.Label.String = 'Amplituda (mm/s)';
c.FontName = FontName;
c.FontSize = FontSize;
title('Spektrogram frekvence/průtok','FontName',FontName,'FontSize',FontSize+2);

```

```
set(gca,'FontName',FontName,'FontSize',FontSize - 6);
xlabel('Průtok (l/s)', 'FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
ylabel('Frekvence (Hz)', 'FontName',FontName,'FontSize',FontSize);

%Graf závislosti frekvence max. ampl. na Q
figure(3)
scatter(Qmean,frMaxAmpl,'filled');
set(gca,'FontName',FontName,'FontSize',FontSize - 6);
xlabel('Průtok (l/s)', 'FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
ylabel('Frekvence max. amplitudy (Hz)', 'FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
title('Závislost frekvence max. ampl. na Q', 'FontName',FontName,'FontSize',FontSize);
grid on
grid minor
xlim([0,160])

% Watterfall graf,spekrogram atd. velo_IN obdobně jako velo_OUT

% Watterfall graf,spekrogram atd. p_kis obdobně jako velo_OUT

%Tabulka
r = length(Qmean) + 1;
Qmean(r:length(Index),1) = 0;
frMaxAmpl(r:length(Index),1) = 0; %frekvence max. ampl.
MaxAmpl(r:length(Index),1) = 0; %hodnota max. ampl.
RMS_t(r:length(Index),1) = 0; %RMS casoveho zaznamu

strT = 'Tabulka_.xlsx';
strTT = insertAfter(strT,'_',Mereni);

T = table(Index,Q,S0,RMS_AE,Qmean,frMaxAmpl,MaxAmpl,RMS_t);
writetable(T,strTT);
```

## Funkce na výpočet lineárního spektra

```
function [Amp,f] = linSP(y,fs,w,M,ovlp);

% Amp  amplituday linearniho spektra
% f    frekvnce
% y    data v casove domene (sloupcovy vektor)
% fs   vzorkovaci frekvence
% w    casove okno jako vektor
% M    pocet segmentu pro prumemrovani
% ovlp prekryvani segmentu

% Nastaveni parametru
N=length(w);
df=fs/N;
acf=length(w)/sum(w); % Window korekcní faktor amplitudy (= 2 pro Hanning)
K=floor((1-ovlp/100)*N); % Oversampling prepocet na vzorky

if length(y(:,1)) < N
    error('Nedostatek vstupních dat nebo špatně zadaná (sloupec x řádek)')
end

% Urceni počtu vzorku a sloupce vstupni matice
[Nsamp,Nvectors]=size(y);
% Kontrola dostatku dat pro požadovany ovlp a pocet prumerovani
L=N+(M-1)*K;
if L > Nsamp
    error('Nedostatek vstupních dat pro požadovaný ovlp a průměrování')
end

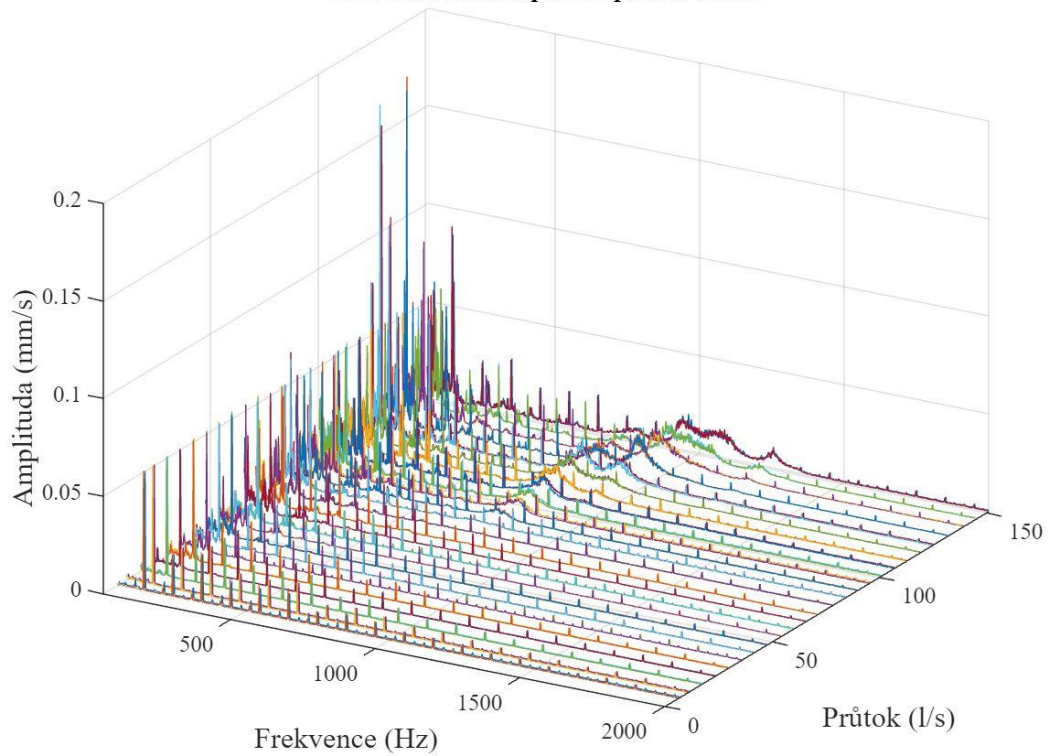
Pyy=zeros(N,Nvectors);
for vec = 1:Nvectors
    y(:,vec)=y(:,vec)-mean(y(:,vec)); % Odstraneni prumeru (DC složka)
    n=1; % Cislo bloku dat
    i1=1+(n-1)*K; % Index do x v pripade ovlp
    i2=i1+N-1;
    y_tmp=y(i1:i2,vec);
    Y=acf*fft(y_tmp.*w)/N; % Skalovane, windowed FFT

    Pyy(:,vec)=abs(Y).^2; % Atopower spektrum oboustranne
    n=2; % Dalsi cislo
    i1=1+(n-1)*K; % Index do x v pripade ovlp
    i2=i1+N-1;
    while n <= M % Funkce pro prumerovani
        y_tmp=y(i1:i2,vec);
        Y=acf*fft(y_tmp.*w)/N;
        Pyy(:,vec)=(n-1)/n*Pyy(:,vec)+abs(Y).^2/n; % Suma linear. prumeru
        n=n+1;
        i1=1+(n-1)*K; % Index do x
        i2=i1+N-1;
    end
end

% Prepocet na jednostranne spektrum a odmocenni (=> lin. spektrum)
Pyy=Pyy(1:N/2+1,:);
Pyy(2:end,:)=2*Pyy(2:end,:); % 2* => ampl. lin. spektra ve formatu RMS
Amp=sqrt(Pyy);
f=(0:df:N/2*df)';
```

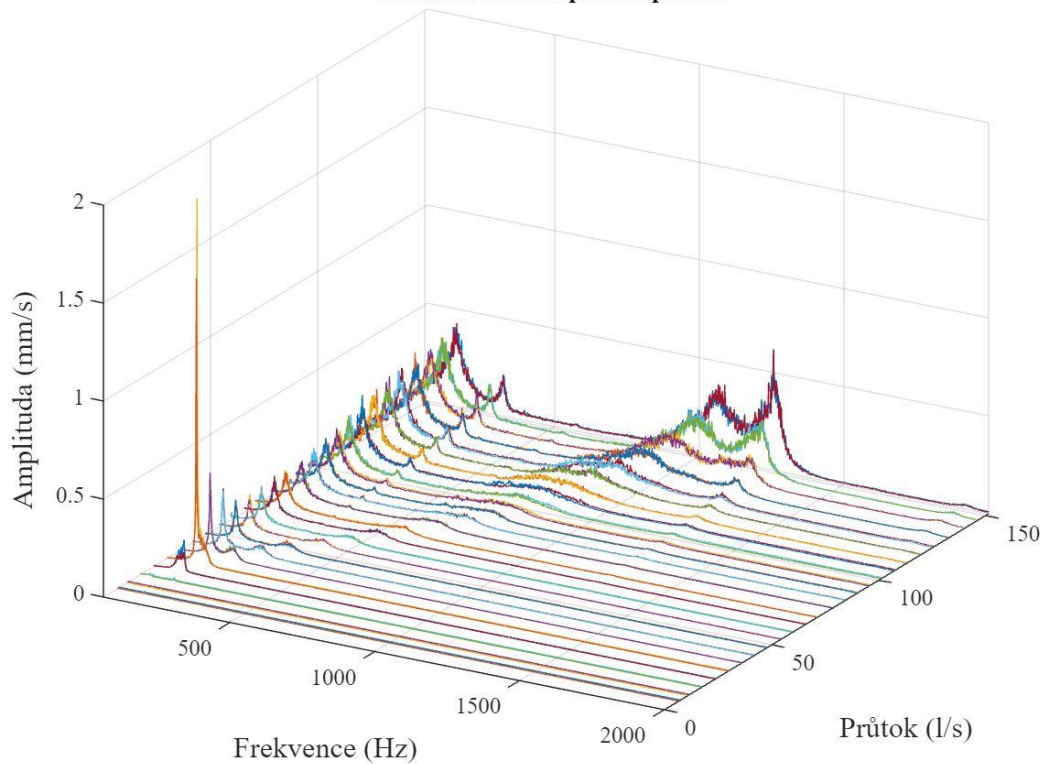
**Grafy pro úhel natočení 0°**

**Graf frekvence/amplituda/průtok veloIN**

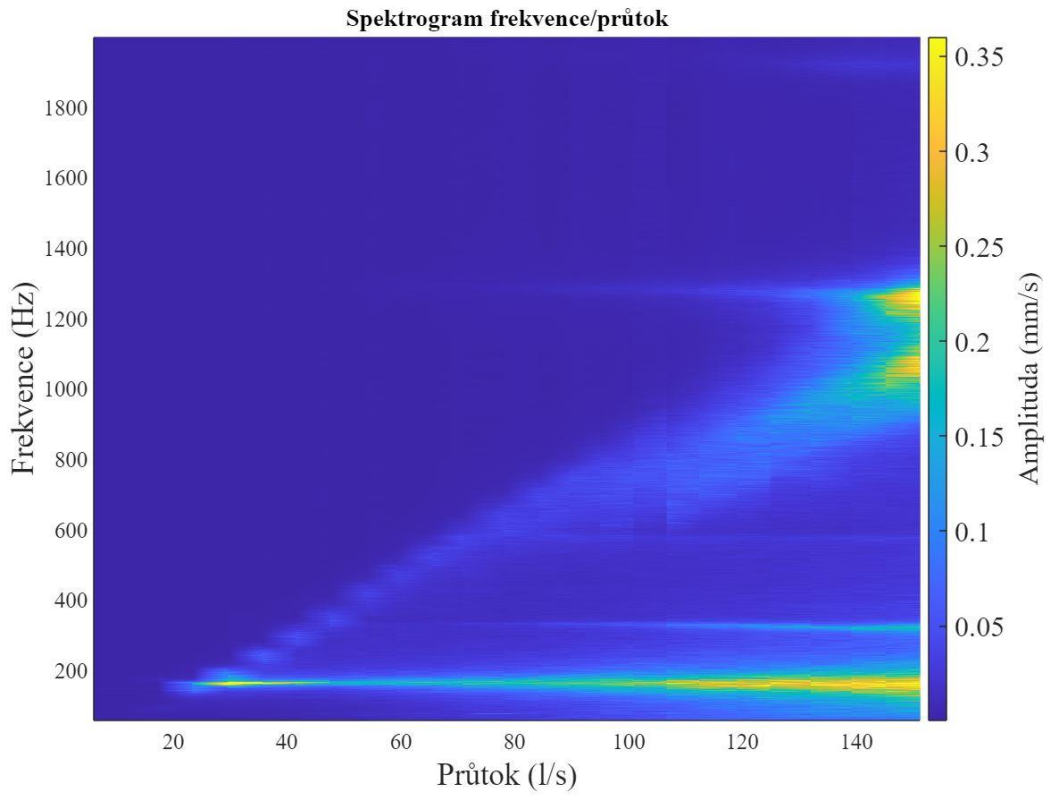


*Graf – Nátoková hrana.*

**Graf frekvence/amplituda/průtok**

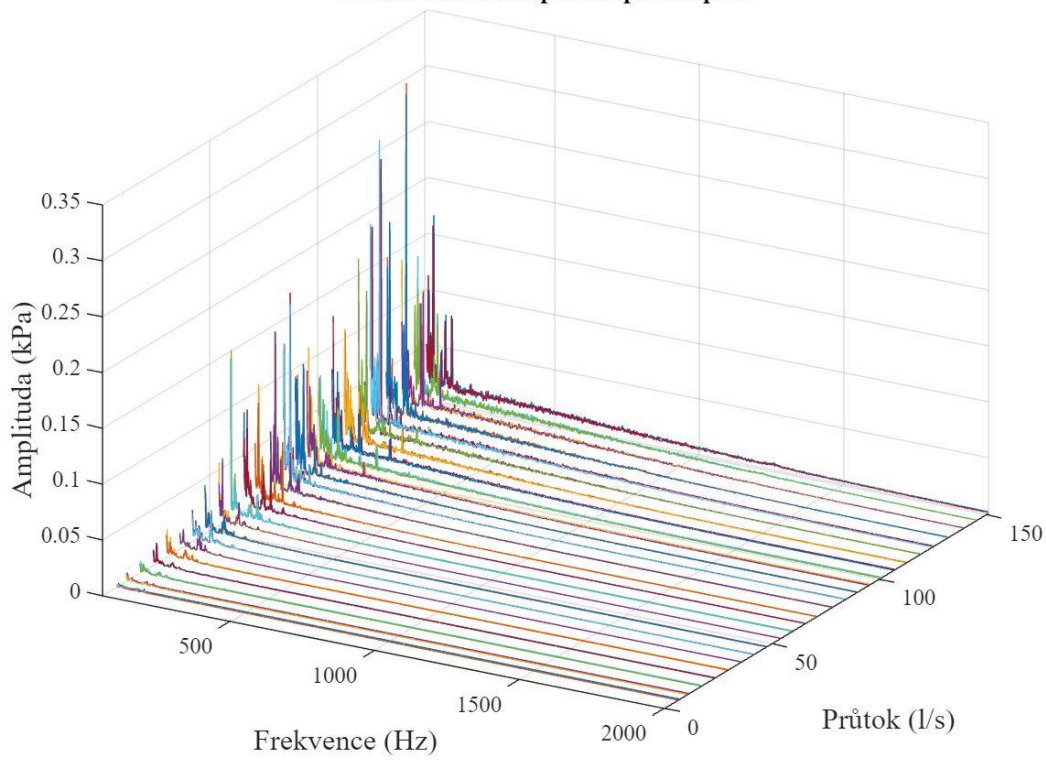


*Graf – Odtoková hrana.*



*Graf – Odtoková hrana detail.*

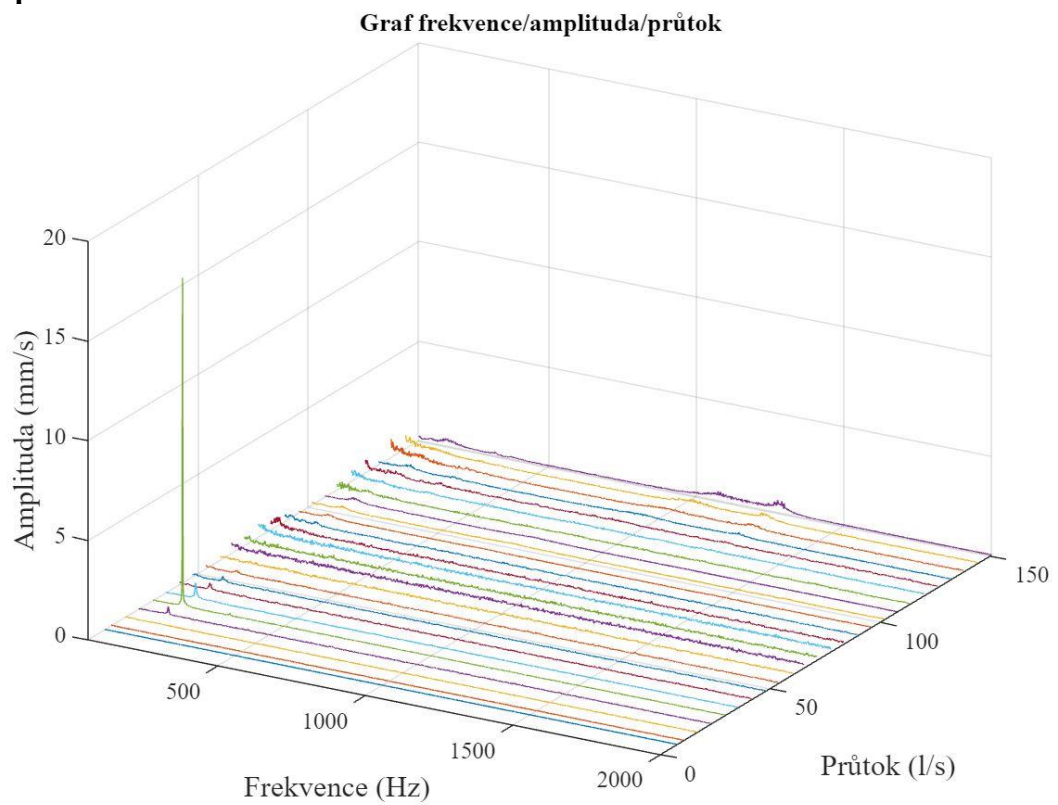
**Graf frekvence/amplituda/průtok p kis**



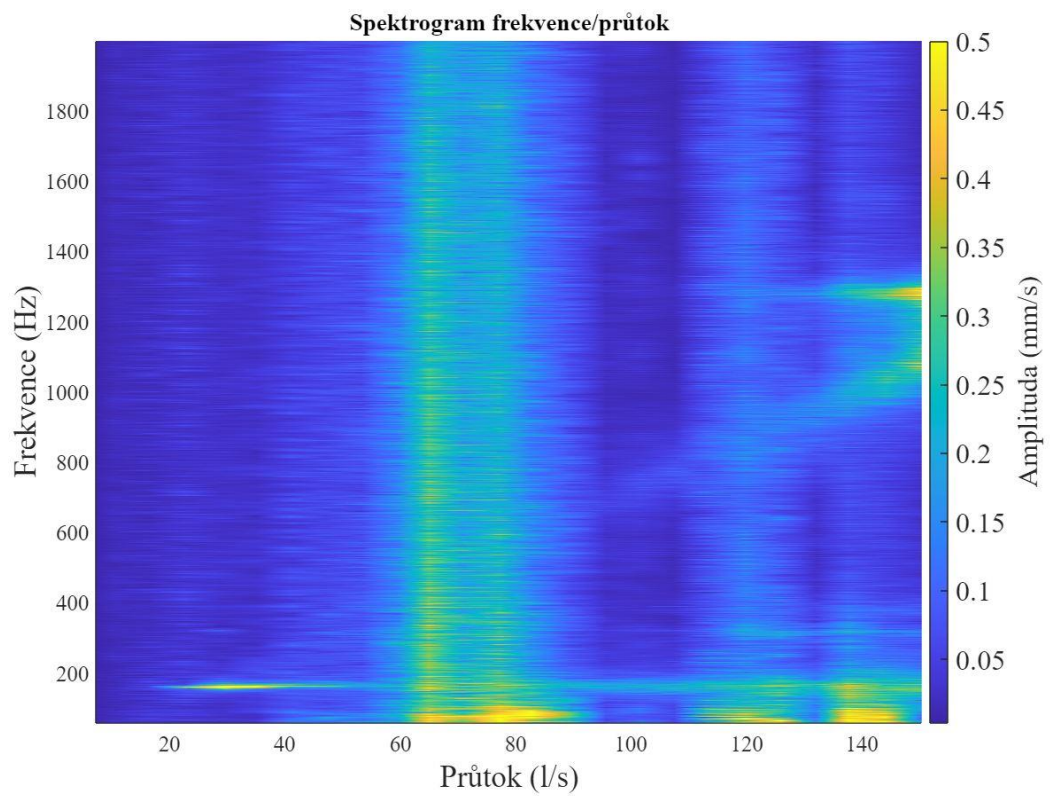
*Graf – Tlakové pulzace.*



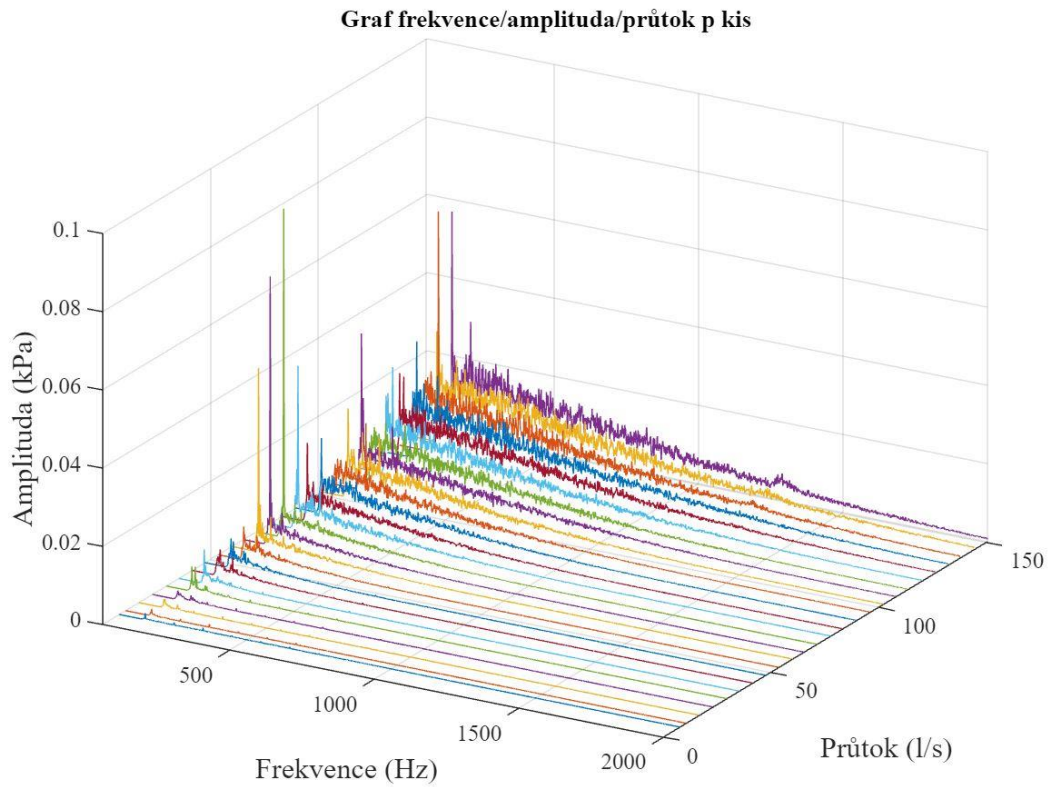
### Grafy pro úhel natočení 2°



*Graf – Odtoková hrana.*

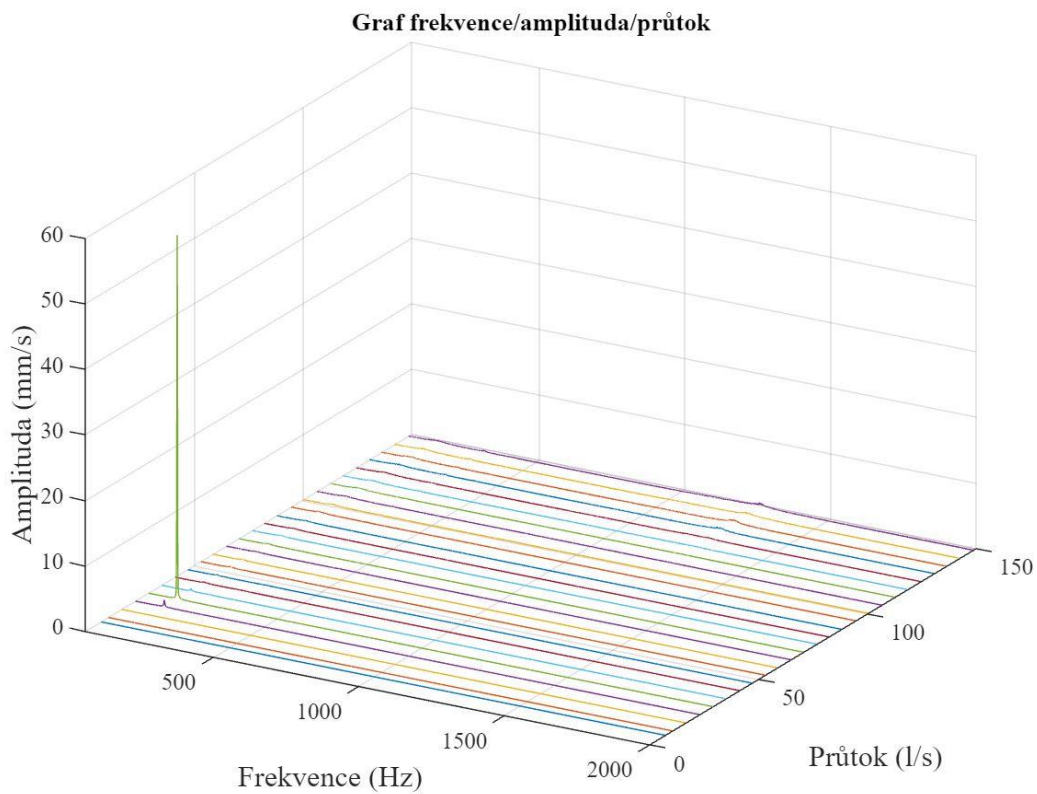


*Graf – Odtoková hrana detail.*

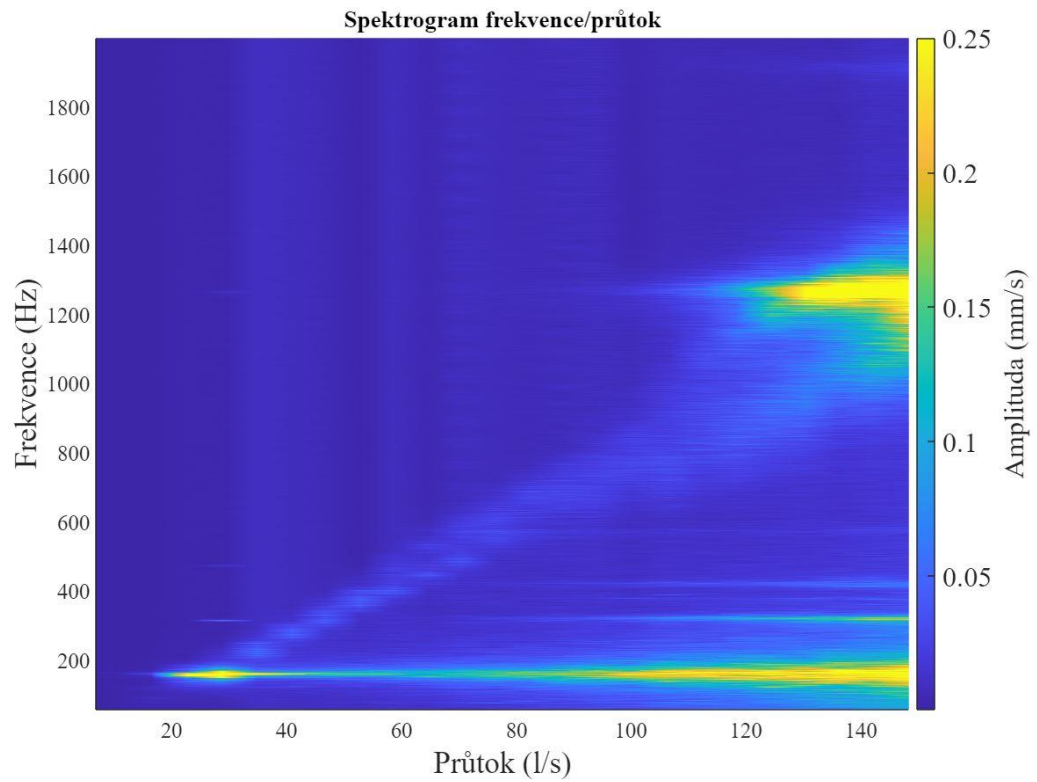


*Graf – Tlakové pulzace.*

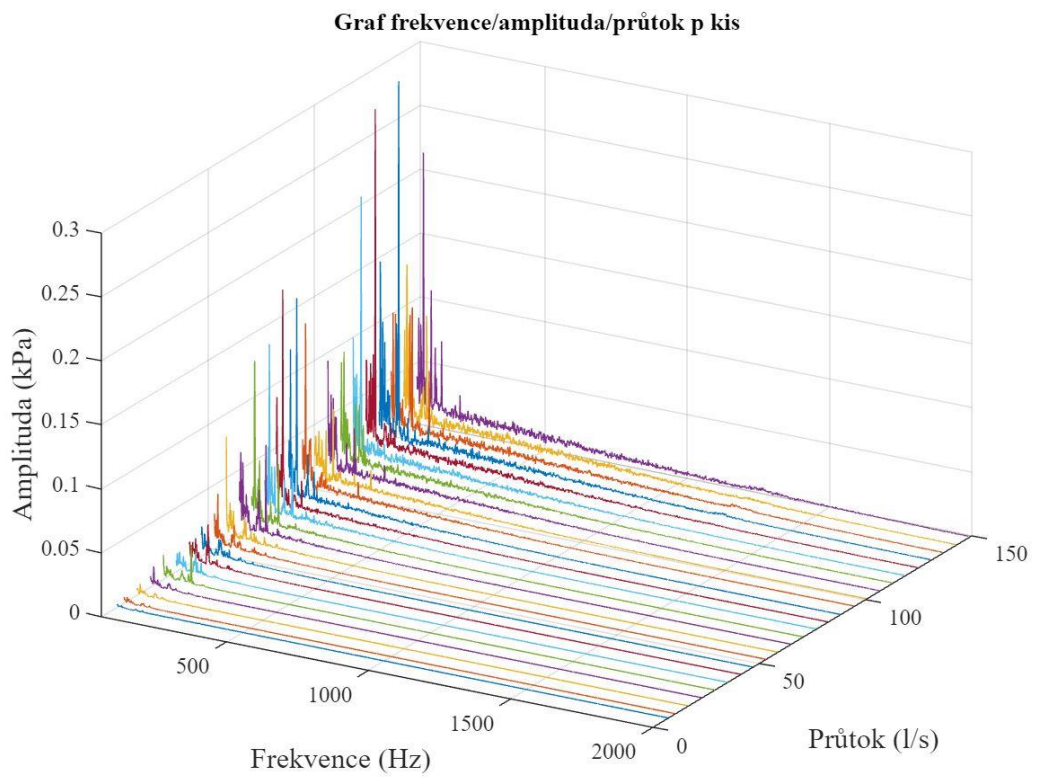
**Grafy pro úhel natočení 4°**



*Graf – Odtoková hrana.*



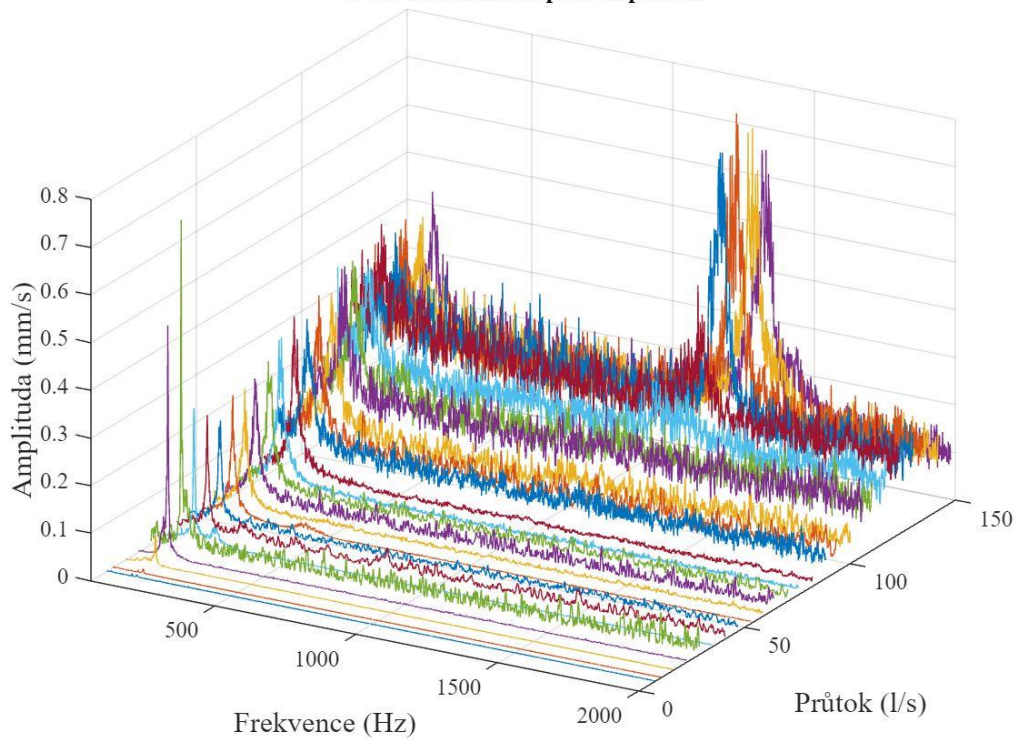
*Graf – Odtoková hrana detail.*



*Graf – Tlakové pulzace.*

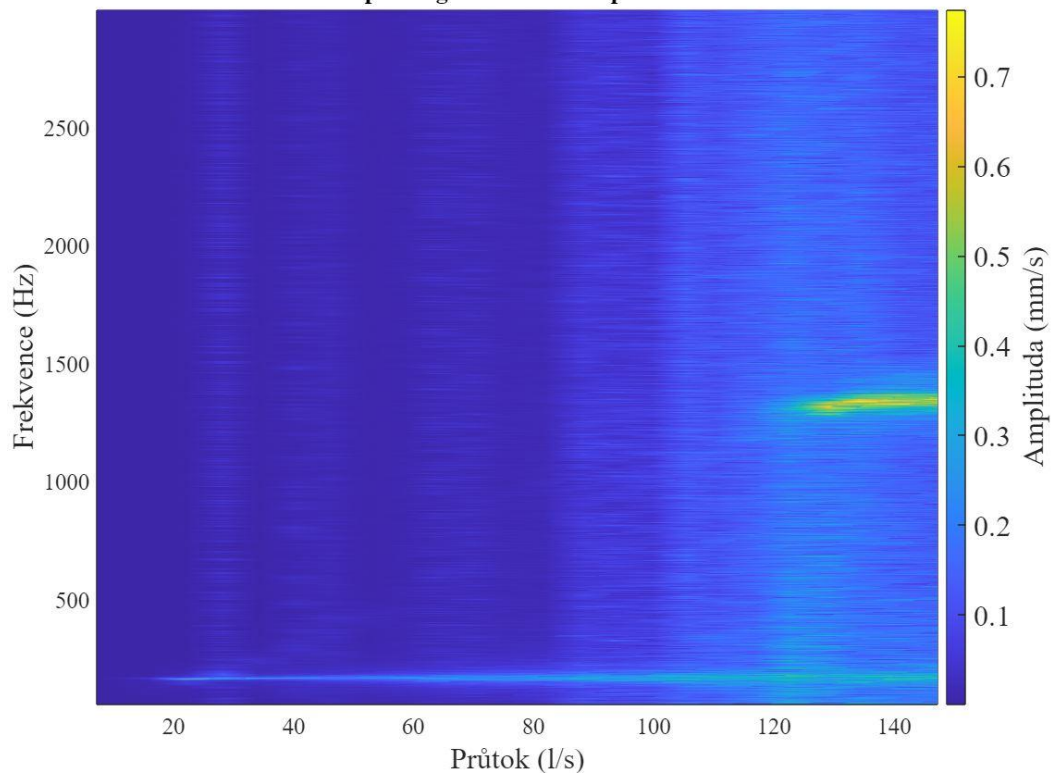
### Grafy pro úhel natočení 8°

Graf frekvence/amplituda/průtok

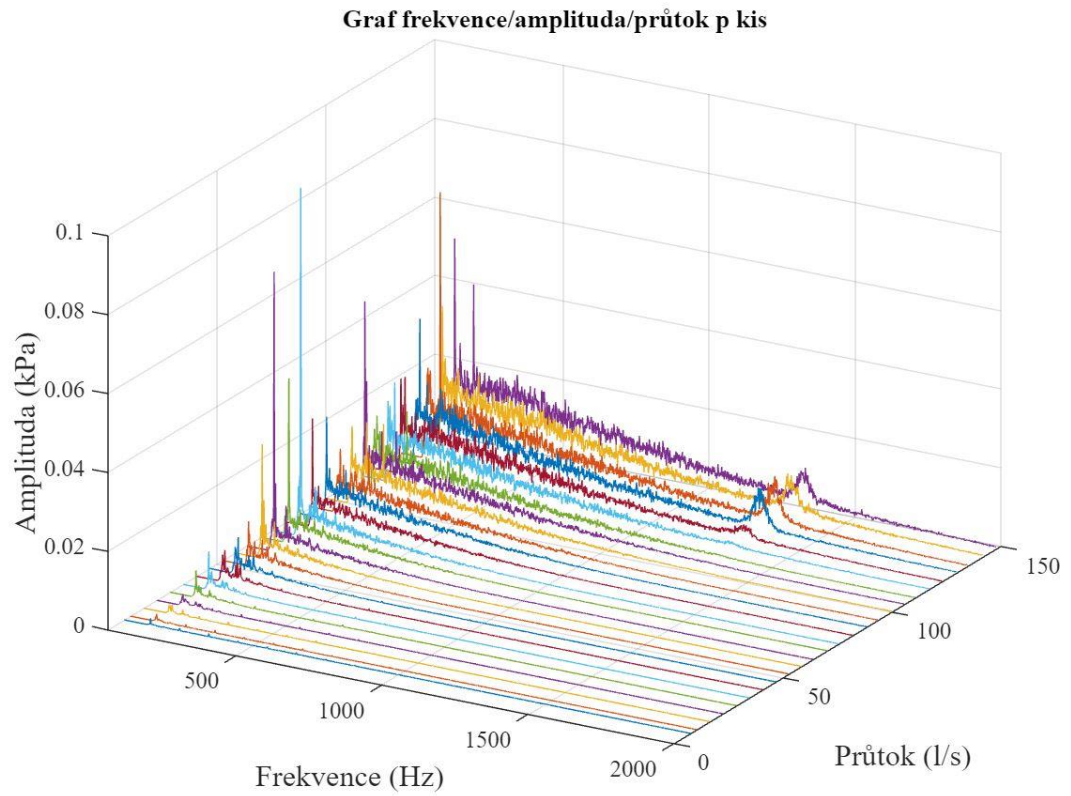


Graf – Odtoková hrana.

Spektrogram frekvence/průtok

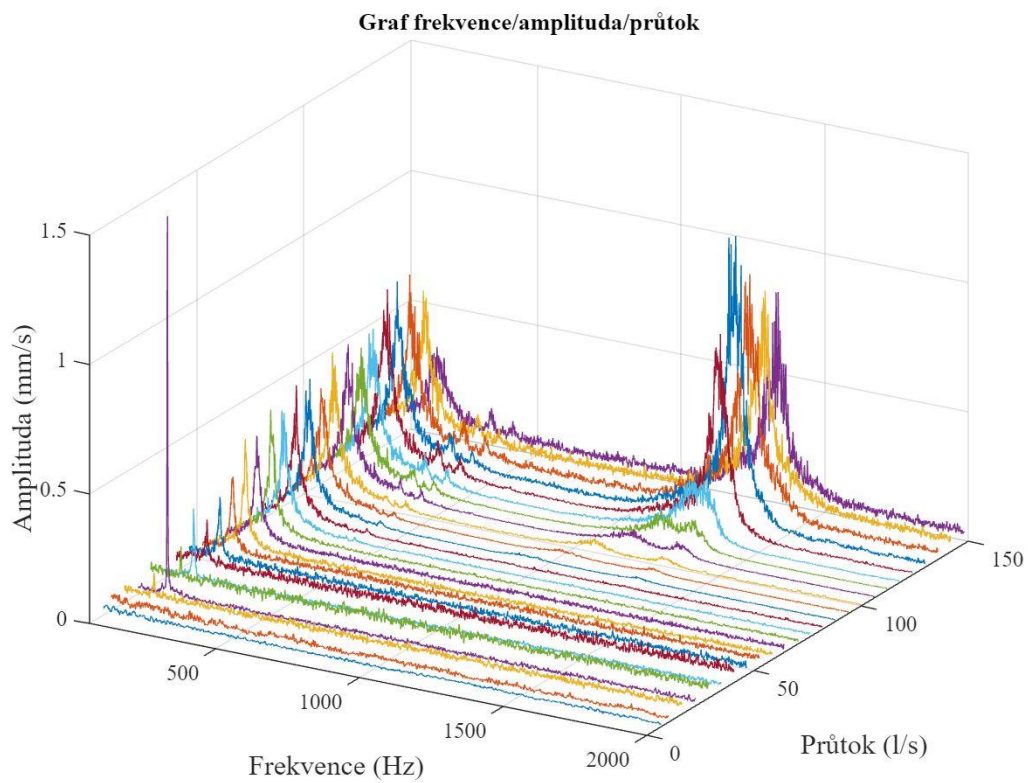


Graf – Odtoková hrana.

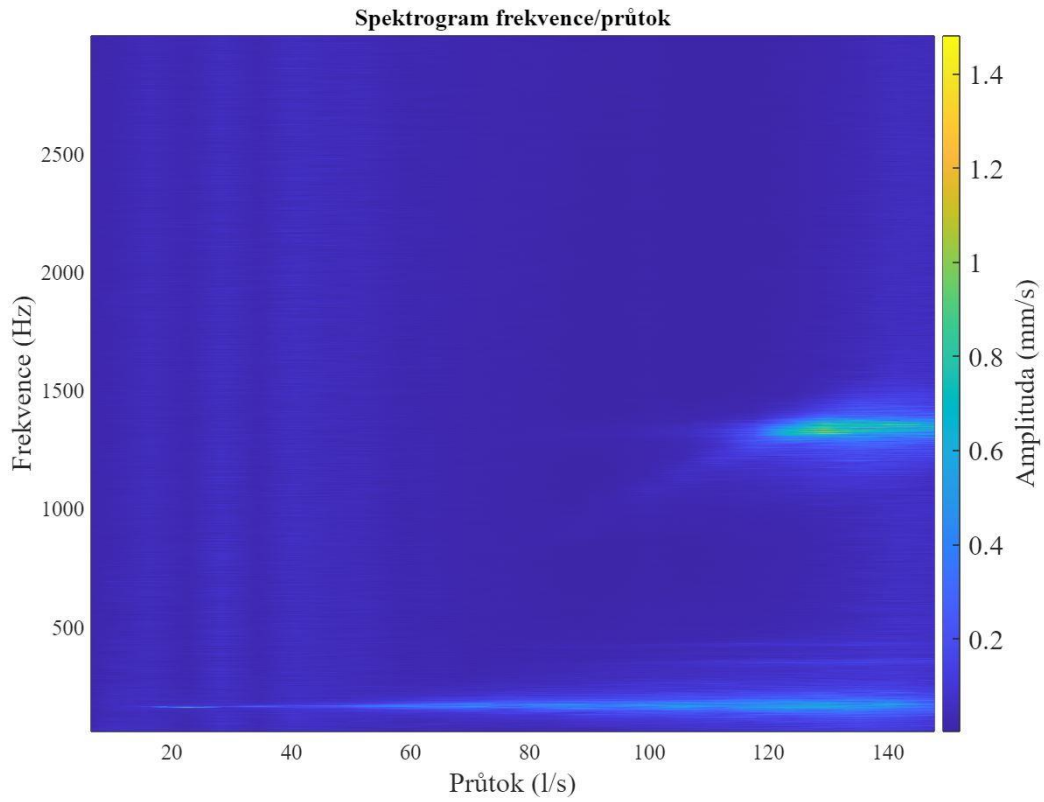


*Graf – Tlakové pulzace.*

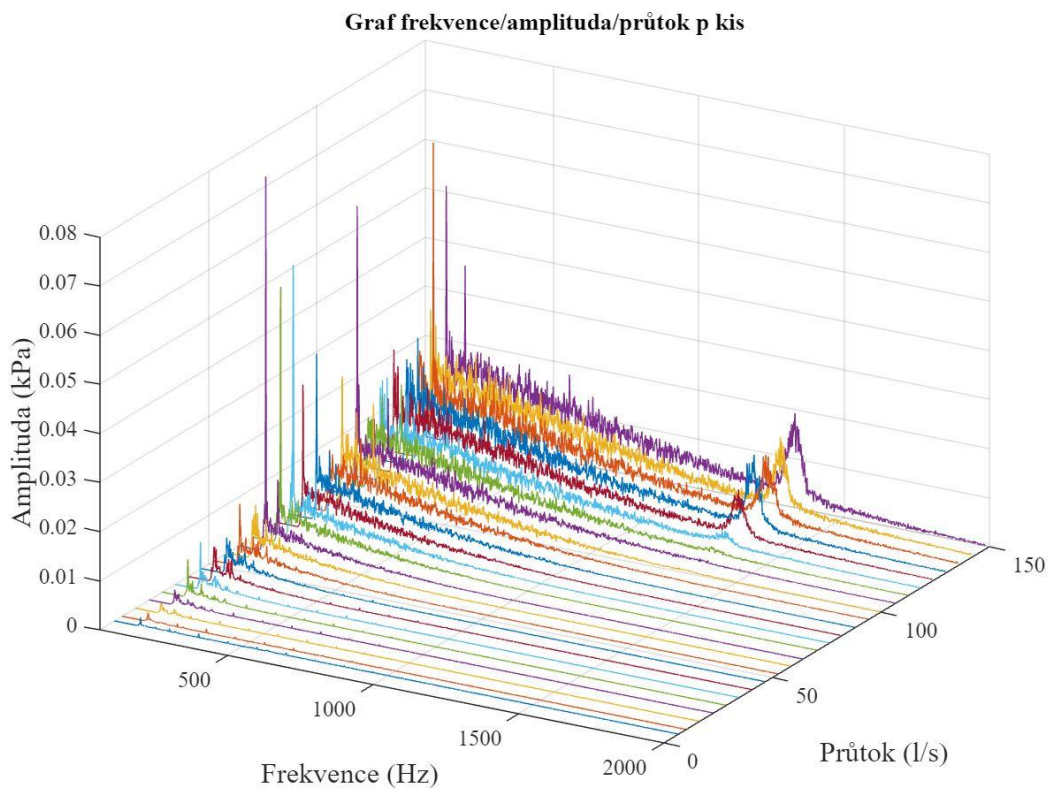
**Grafy pro úhel natočení 12°**



*Graf – Odtoková hrana.*

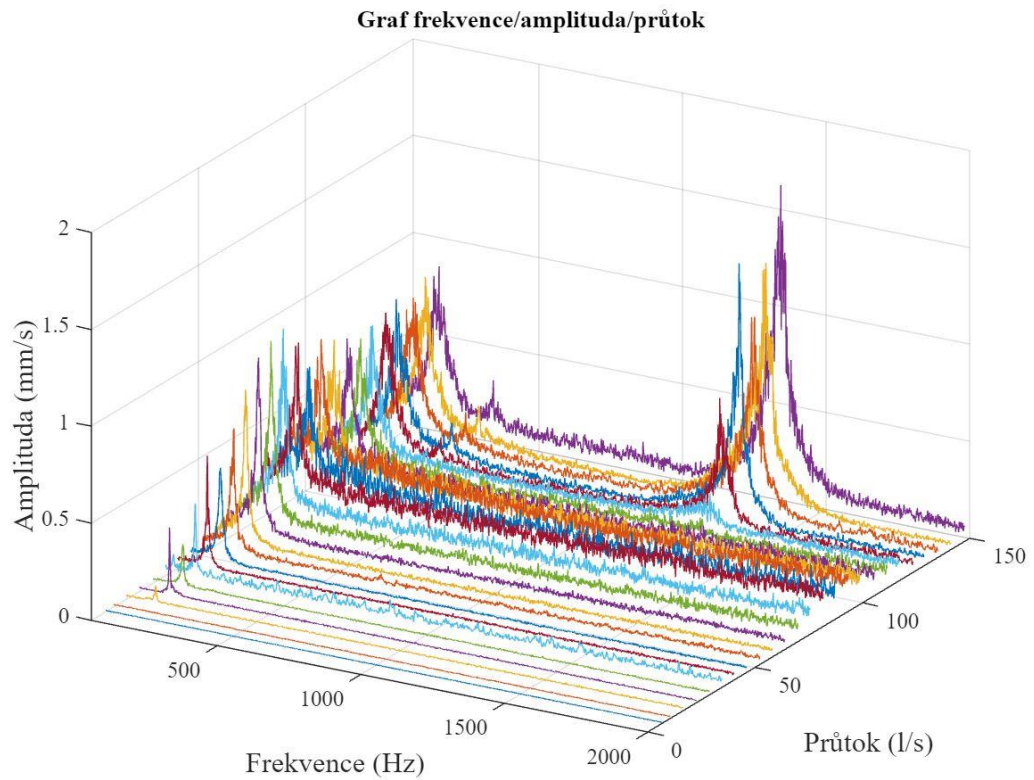


*Graf – Odtoková hrana.*

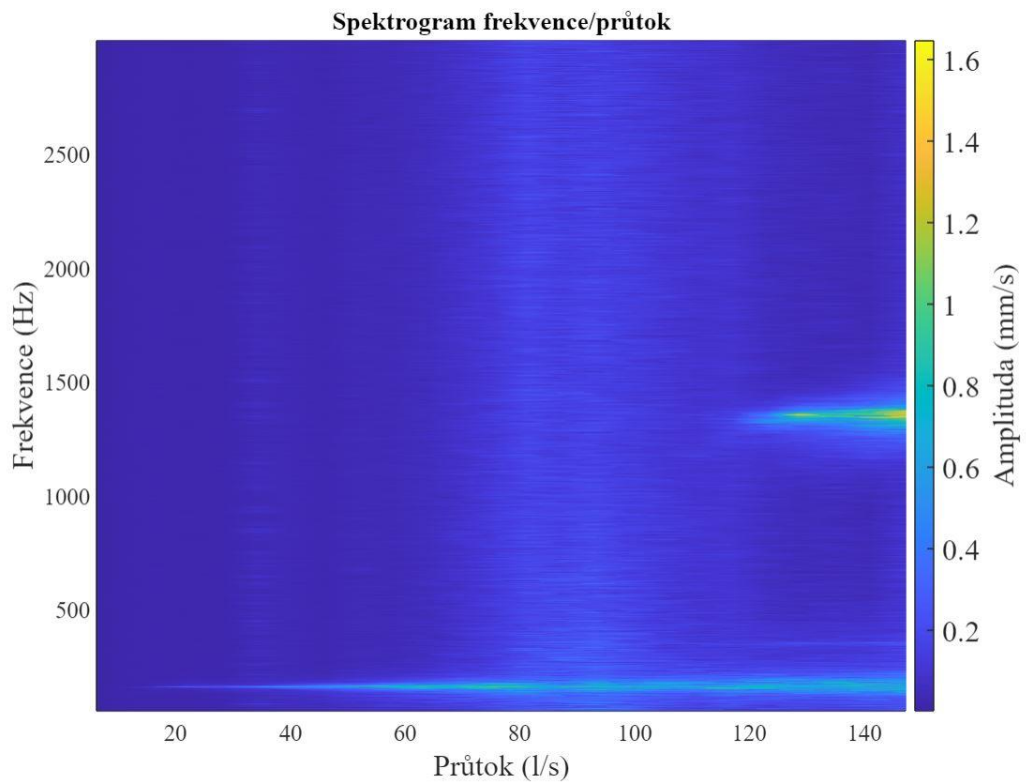


*Graf – Tlakové pulzace.*

### Grafy pro úhel natočení 14°

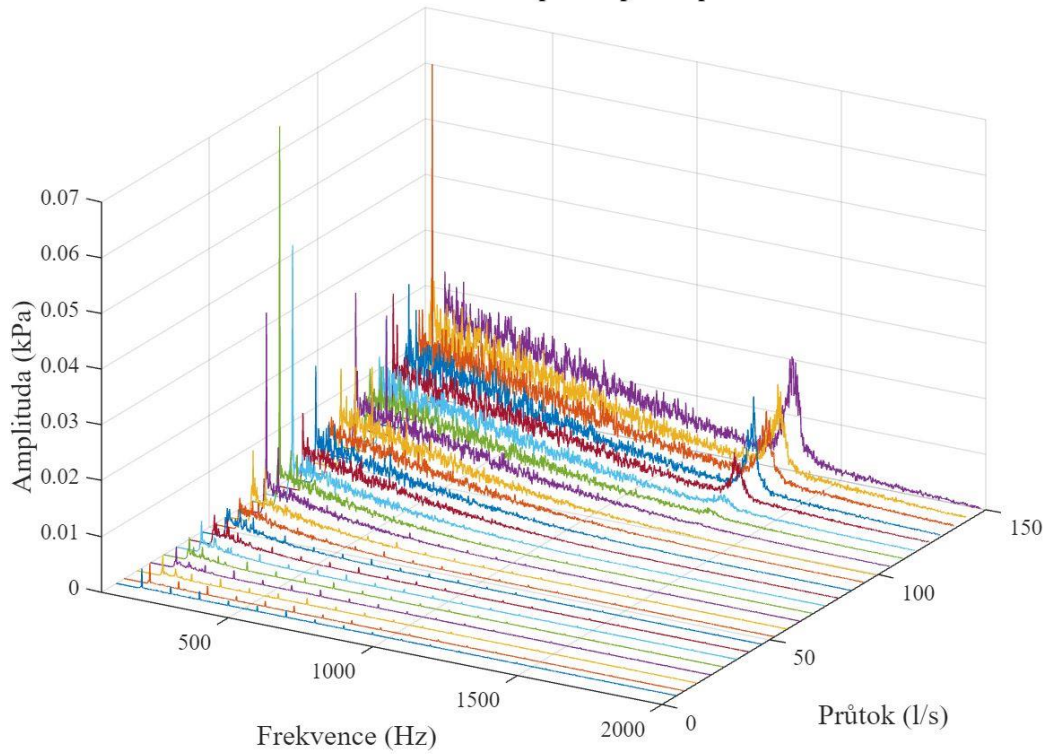


Graf – Odtoková hrana.



Graf – Odtoková hrana.

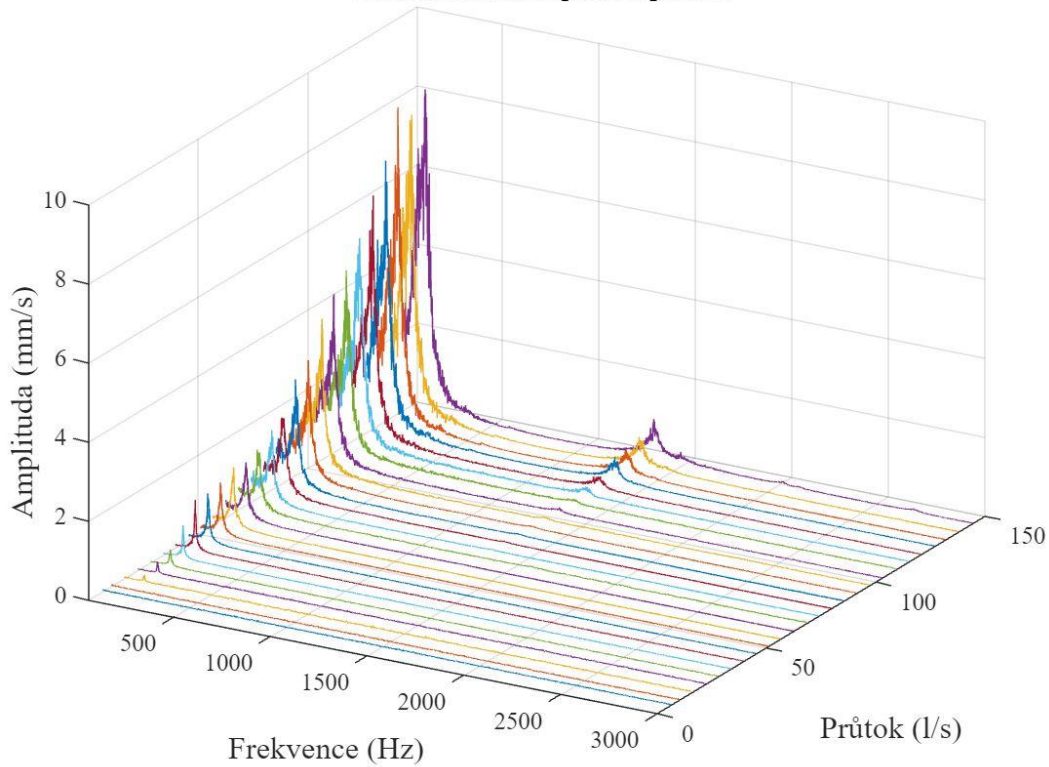
Graf frekvence/amplituda/průtok p kis



Graf – Tlakové pulzace.

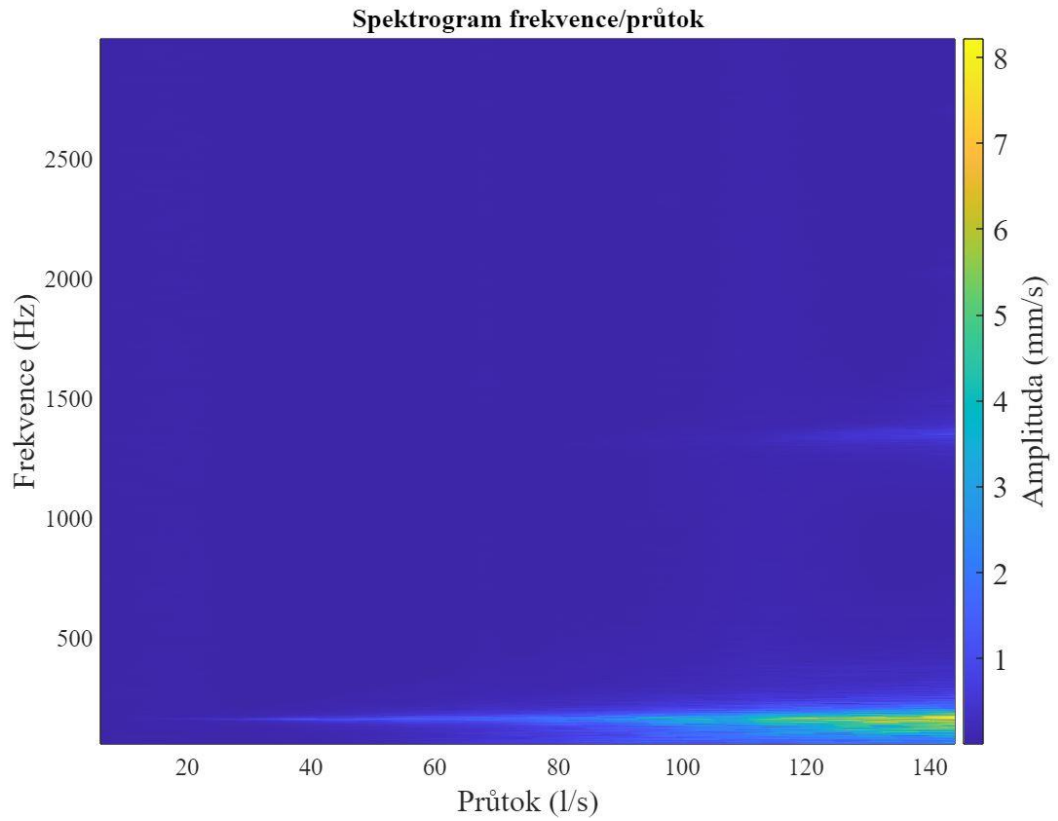
Grafy pro úhel natočení 18°

Graf frekvence/amplituda/průtok



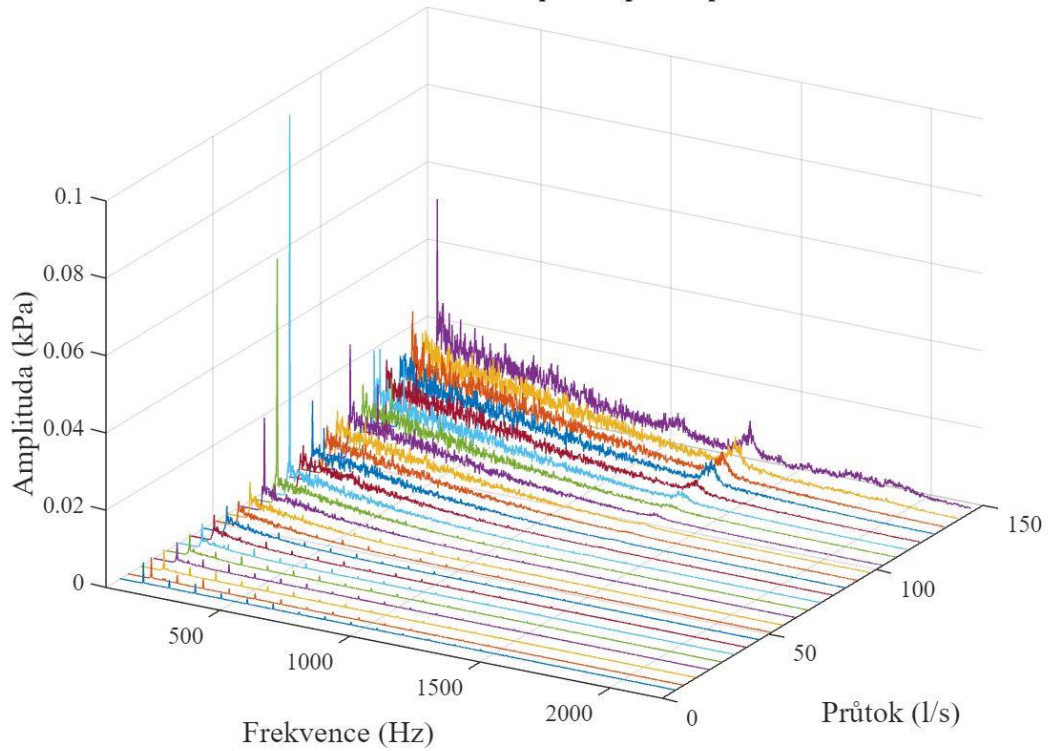
Graf – Odtoková hrana.





*Graf – Odtoková hrana.*

**Graf frekvence/amplituda/průtok p kis**



*Graf – Tlakové pulzace.*