



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

# KONSTRUKČNÍ STUDIE ENERGY HARVESTORU ZALOŽENÉHO NA VÍRY VYVOLANÉM KMITÁNÍ

DESIGN STUDY OF ENERGY HARVESTOR BASED ON VORTEX INDUCED VIBRATIONS

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Matyáš Háze**

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.**

**BRNO 2024**



# Zadání bakalářské práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: **Matyáš Háze**  
Studijní program: Základy strojního inženýrství  
Studijní obor: Základy strojního inženýrství  
Vedoucí práce: **doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.**  
Akademický rok: 2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.1111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Konstrukční studie energy harvesteru založeného na víry vyvolaném kmitání**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Energy harvesting z vodního proudu za pomoci tělesa rozkmitaného víry je poměrně novou oblastí získávání energie např. pro napájení snímačů. Ve světě existuje několik řešení, nová jsou zkoumána na odboru fluidního inženýrství V. Kaplana v rámci mezinárodního projektu Horizon EU H-HOPE.

### **Cíle bakalářské práce:**

Student provede rešerši oblasti energy harvestingu obecně a následně konkrétně pro vírem vyvolané kmitání. Následně se bude zabývat koncepcemi možného konstrukčního řešení a vyvedení výkonu do elektrického generátoru.

### **Seznam doporučené literatury:**

BERNITSAS, M.M.; RAGHAVAN, K.; BEN-SIMON, Y. a GARCIA, E.M.H. VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A New Concept in Generation of Clean and Renewable Energy From Fluid Flow. J. Offshore Mech. Arct. Eng. 2008, roč. 130, č. 4.

ZHANG, B.; LI, B.; FU, S.; MAO, Z. a DING, W. Vortex-Induced Vibration (VIV) hydrokinetic energy harvesting based on nonlinear damping. Renewable Energy. 2022, roč. 195, s. 1050-1063.

BISHOP, R.E.D. Kmitání. SNTL, 1978.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Vznik vírů a periodicky působících sil při obtékání těles je inženýry již velmi dlouhou dobu řešená problematika. Většina úsilí se zabývá minimalizací a potlačením těchto jevů, které nepříznivě působí na inženýrské stavby. Ukazuje se ale, že by bylo možné tento jev zesílit a cíleně využívat k výrobě energie. Několik výzkumných projektů již bylo na tuto problematiku provedeno a další probíhá ve spolupráci s ostatními evropskými univerzitami na Odboru Fluidního inženýrství Viktora Kaplana. Tato bakalářská práce má za cíl provést rešerši již probíhajících projektů a navrhnout nové řešení, které bude testováno v laboratořích OFI a bude součástí probíhajících měření.

### **Klíčová slova**

Energy harvesting, Mechanické kmitání, Karmánova vírová stezka, Víry vyvolané kmitání, Torzní oscilátor

## **ABSTRACT**

The formation of vortices and periodically acting forces during the flow around bodies has been a long-standing issue addressed by engineers. Most of the focus has been on minimizing and suppressing these phenomena, which adversely affect engineering structures. However, it appears that it might be possible to amplify this phenomenon and purposefully use it for energy production. Several research projects have already been conducted on this issue, and another is currently underway in collaboration with other European universities at the Viktor Kaplan Department of Fluid Engineering. This bachelor's thesis aims to conduct a review of the ongoing projects and propose a new solution, which will be tested in the OFI laboratories and will be part of the ongoing measurements.

### **Key words**

Energy harvesting, Mechanical oscillation, Kármán vortex street, Vortex-induced vibrations, Torsional oscillator

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

HÁZE, Matyáš. Konstrukční studie energy harvesteru založeného na víry vyvolaném kmitání [online]. Brno, 2024 [cit. 2024-05-19]. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/158154>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce Pavel Rudolf.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Konstrukční studie energy harvestoru založeného na víry vyvolaném kmitání** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

.....  
Datum

\_\_\_\_\_  
*Jméno a příjmení*

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji tímto panu doc. Ing. Pavlu Rudolfovi, Ph.D. za skvělé vedení, cenné rady a trpělivost. Dále bych chtěl poděkovat zaměstnancům laboratoří Odboru fluidního inženýrství za pomoc při testování harvestoru ve zkušebním kanále.



## OBSAH

ÚVOD.....	12
1 Energy harvesting .....	13
1.1 Mechanické vibrace .....	13
1.2 Mořské vlny a dmutí.....	14
1.2.1 Dmutí .....	14
1.2.2 Vlny .....	15
1.3 Hydrokinetické turbíny .....	17
1.4 VIVACE .....	18
1.5 Vortex bladeless .....	19
2 Přeměna energie z vibrací.....	22
2.1 Elektrostatický generátor .....	22
2.2 Piezoelektrický generátor .....	23
2.3 Elektromagnetický generátor.....	23
3 H-HOPE .....	25
3.1.1 Potrubní systémy .....	25
3.1.2 Otevřené toky .....	25
3.1.3 Otevřené kanály .....	26
4 Mechanické kmitání .....	27
4.1 Periodické kmity.....	27
4.2 Harmonické kmitání .....	27
4.3 Tlumené kmitání.....	30
4.3.1 Podkritické kmitání .....	30
4.3.2 Nadkritické kmitání .....	31
4.3.3 Kritické tlumení.....	31
4.4 Nucené kmitání.....	32
4.4.1 Harmonicky buzené netlumené kmitání .....	32
4.4.2 Harmonicky buzené tlumené kmitání.....	34
4.4.3 Amplitudofrekvenční charakteristika buzeného tlumeného oscilátoru ....	35
5 Obtékání těles .....	37
5.1 Mezní vrstva .....	37
5.2 Odtržení mezní vrstvy .....	38
5.3 Odpor při obtékání.....	39
5.4 Karmánova vírová stezka .....	40
5.4.1 Režimy obtékání pevného válce .....	41
5.4.2 Režimy obtékání oscilujícího válce .....	43
6 Konstrukční řešení.....	46
6.1 Lineární uložení válce .....	47
6.2 Kyvné uložení válce .....	47
7 Kyvný harvester s torzní pružinou .....	51

7.1	Výpočet oscilátoru .....	51
7.1.1	Ověření mezního stavu pružnosti v torzní tyči .....	54
7.1.2	Ověření mezního stavu únavy .....	56
8	Měření .....	58
8.1	Tlumení oscilátoru na vzduchu .....	59
8.2	Tlumení oscilátoru ve vodě .....	59
8.3	Harvestor v proudící kapalině .....	60
ZÁVĚR .....		63
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....		64
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....		67
SEZNAM OBRÁZKŮ .....		69
SEZNAM TABULEK .....		71



## **ÚVOD**

Potřeba a využívání energie kolem nás je a bylo základním kamenem každé vyspělé civilizace. S její rostoucí spotřebou a snahou o co nejmenší ničení přírody a klimatu je třeba přejít k čistým a obnovitelným zdrojům energie. Přejít od fosilních paliv si žádá nové technologie a objevování nových zákoutí našeho okolí, kde byla dosud energie o malých potenciálech přehlížena. Energy harvesting v širším slova smyslu jistě může být přispěvatelem a zejména energy harvesting mořské energie může dosahovat významných výkonů v poměru ke své velikosti. Nicméně dá se říct, že stěžejní úlohou energy harvestingu nebude vyrábět elektrickou energii, nýbrž ušetřit její část zkvalitněním a zdigitalizováním nejrůznějších oblastí lidského působení.

Energy harvesting založený na víry vyvolaném kmitání je jedním z těch, které by svou podstatou měly sloužit k digitalizaci různých procesních sítí. Jeho poměrně malé výkony omezují použití na specifický typ lokalit, ve kterých je třeba získávat data a je velmi náročné nebo technicky nemožné připojit se na elektrickou síť či získávat energii například ze slunečního záření. Použití se uvažuje ve vodovodních soustavách, kanalizačních sítích, zavlažovacích kanálech a v mnohých dalších případech. Výzkum získávání energie založeném na víry vyvolaném kmitání a posunutí hranice poznání v tomto směru, dosud zejména potlačovaných jevů, je cílem projektu H-HOPE, který sdružuje 14 evropských univerzit. Kromě výzkumu v této oblasti by měl přinést nové levné způsoby získávání energie a snížit emise oxidu uhličitého, a to buď přímo skrze dodávanou energii, nebo nepřímo skrze digitalizaci vodovodních a dalších energetických sítí.

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem energy harvesteru pro koryta s volnou hladinou a je založena na víry vyvolaném kmitání obtékaného válce. Cílem práce je vytvořit konstrukční řešení harvesteru a posoudit jakým způsobem by měla být mechanická energie vyvedena na elektrický generátor. Vzniklé technické řešení je součástí prvních zkoušek v rámci projektu H-HOPE na Odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana a měl by vyzkoušet jednu z možných cest technického řešení.

## 1 Energy harvesting

Jinak také česky získávání energie, je obor techniky, který se zabývá získáváním malých množství energie z dosud nevyužívaných zdrojů a jejím využitím. Zpravidla se pod tímto pojmem skrývá získávání energie ze zdrojů s nízkým potenciálem, nicméně lze zde řadit i metody, které získávají nebo se očekává, že budou moci získávat množství energie značné.

Za první kroky k nekonvenčnímu získávání energie lze považovat několik významných objevů fyzikálních jevů. V roce 1826 německý fyzik Thomas Johann Seebeck objevil, že pokud je jeden konec kovové tyče zahříván a druhý chlazen, vznikne mezi konci tyče elektrické napětí. Joseph Henry a Michael Faraday v roce 1831 nezávisle na sobě objevili jev dnes známý jako elektromagnetická indukce. Michael Faraday téhož roku vytvořil první elektrický generátor pracující na tomto principu, jednalo se o měděnou desku uloženou a rotující v homogenním magnetickém poli, také označovanou jako homopolární generátor. V roce 1839 francouzský fyzik Edmund Becquerel objevil fotovoltaický efekt, když po osvětlení elektrolytického článku s dvěma kovovými elektrodami pozoroval vznik velmi malého napětí. O 41 let později přišla znovu od francouzských fyziků bratrů Curie první praktická demonstrace piezoelektrického jevu, u něhož je elektrické napětí vyvoláno mechanickým napětím uvnitř krystalu vzniklé působením vnějších sil. [1]

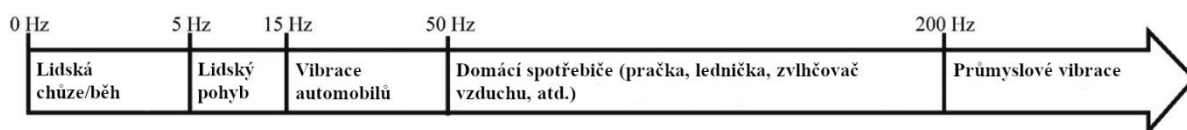
Za zařízení využívající malé energetické potenciály lze považovat například termoelektrické generátory a zdroje energie z mechanických vibrací, jakými mohou být elektromagnetické a piezoelektrické generátory připevněné na nejrůznější vibrující tělesa, harvestory energie proudící vody a mnohé další. O posledních z nich, tedy obtékaných kmitajících tělesech získávajících energii z proudící vody, bude tato práce zejména. Zdroje s potenciálně vysokými dosažitelnými výkony se zaměřují na získávání energie z mořských vln a dmutí. Mezi energy harvesting lze též řadit znovuzískávání už vyrobené energie, která je dosud zbytečně mařena v důsledku nedokonalých technologických postupů. V oblasti vodohospodářství můžeme zmínit regeneraci tlakové energie jinak mařenou na redukčních ventilech ve vodovodních soustavách.

Potřeba efektivního získávání elektrické energie z těchto zdrojů je v dnešní době umocněna vlnou digitalizace, která postihuje téměř každé odvětví. Ukazuje se, že s digitalizací přichází i potřeba elektriny pro senzory v odlehlých oblastech, kde je napojení na rozvodnou síť nerentabilní nebo technicky nemožné.

V důsledku zaměření této práce budou dále probírány pouze zdroje související se získáváním energie z mechanických vibrací, potenciální a kinetické energie vody.

### 1.1 Mechanické vibrace

Mechanická energie je široce rozšířený a hojný druh využitelné energie v okolním prostředí. Každý pohyb může být považován jako potenciální zdroj kinetické energie a vibrací. Lze jmenovat klasické, jakými jsou proudění vzduchu, vlny, vodní proudění, mechanické vlnění, lidský pohyb nebo exotičtější, jakým může být kupříkladu i tok lidské krve. Všechny tyto pohyby lze přeměnit na mechanické vibrace, které mohou být dále přeměněny na elektrickou energii. Frekvence specifické pro různé druhy pohybů lze vidět přehledně rozříděné na obrázku 1. [2]



Obrázek 1 Vibrace vytvářené člověkem, převzato a upraveno z [2]

Mezi již zažitým využitím vibrací můžeme jmenovat například samonabíjecí hodinky, jež k provozu využívají pouze malý elektromagnetický generátor poháněný pohybem lidské ruky.

V posledních letech také dochází k vývoji takovýchto aplikací v leteckém a dopravním průmyslu. Příkladem může být vývoj senzorů umístěných v různých částech letadla bez nutnosti je napájet a vést ostatní kabeláž nebo aplikace v železniční dopravě, kde senzory umístěné na vibrujících kolejích budou při průjezdu drážní soupravy schopny posílat různé informace. Převod potenciální nebo kinetické energie na vlastní kmitání pružného tělesa, nebo oscilace tuhého tělesa jako celku, je také, až na výjimky, podstatou všech způsobů získávání energie zmíněných v této práci.

## **1.2 Mořské vlny a dmutí**

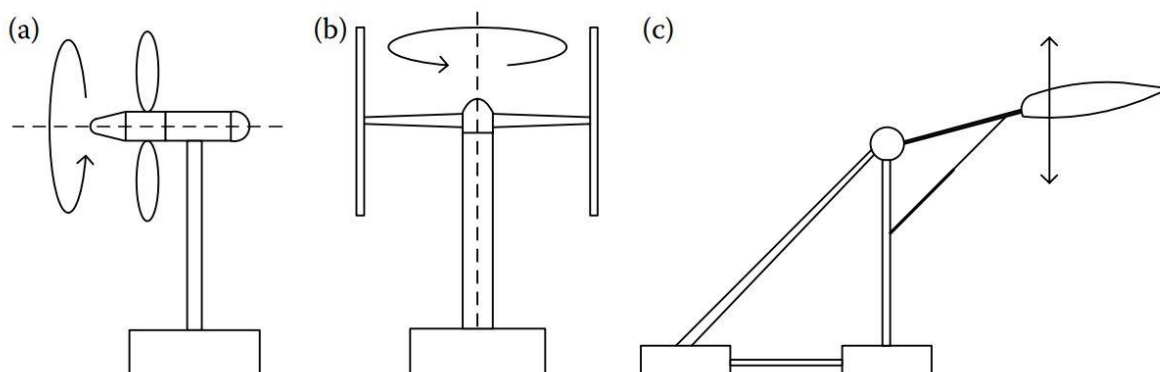
Získávání energie z moří a oceánů se dělí do dvou hlavních odlišných směrů, a to větry způsobených mořských vln a gravitačním polem nebeských těles způsobujícím mořské a oceánské dmutí.

### **1.2.1 Dmutí**

První zmínky o využívání energie přílivu pro účely mlýnů pocházejí z doby kolem roku 900 n.l. z pobřežních oblastí Francie a Anglie. V poměrně nedávných dějinách lze zmínit přílivové mlýny postavené americkými kolonisty na severoamerickém pobřeží Atlantického oceánu. První novodobou přílivovou elektrárnou je v roce 1966 postavená elektrárna v ústí řeky Ranky v Bretani ve Francii. Řeka je ve svém ústí do moře přehrazena 740 metrů dlouhou přehradní hrází, v jejíž útrokách se nachází 24 kaplanových turbín, každá o výkonu 10MW. Říční koryto nad hrází funguje jako zásobník, do nějž se za přílivu přes turbíny napouští mořská voda a následně se při odlivu opět přes kaplanovy turbíny vypouští. Tímto je využívána jak energie přílivu, tak energie sladké vody tekoucí řekou. [3] Dalším zmíněným projektem, zatím ve fázi schvalování, je přílivová elektrárna ve velšském Swansea. Mělo by se jednat o přehradní přílivovou elektrárnu, v tomto případě ohraničující mořský záliv. Hráz, o plánované délce 9,5 km, by měla být osazena 16 obousměrnými turbínami o společném maximálním výkonu 320 MW. [4] [3]

Z předchozího vyplývá, že přílivové přehradní elektrárny jsou velmi rozsáhlé a ekonomicky náročné stavby. Studie ukazují, že ekonomicky výhodné jsou tyto typy elektráren pouze v lokalitách s minimální výškou přílivu 5 m [3].

Druhým typem, který se obejde bez významných zásahů do krajiny v podobě přehradních hrází, jsou přílivové přímé turbíny. Schéma takových turbín je na obrázku 2. Jedná se zpravidla o vrtulovou turbínu s horizontální osou rotace (a) konstrukčně podobnou běžným větrným elektrárnám, nicméně jsou uvažovány i elektrárny s vertikální osou rotace (b), které principiálně vychází z Darrieových větrných turbín a lineární vztlakové systémy (c), jejichž pracovní křídlo se pomocí speciálního mechanismu naklání a vytváří tak proměnou vztlakovou sílu, jež hýbe ramenem. Tyto turbíny jsou vhodné zejména do oblastí, kde dochází k přirozenému zúžení vodní masy a voda zde při přílivu a odlivu dosahuje větších rychlostí. Mohou to být například průlivy mezi ostrovy, úžiny nebo zúžené části mořských zátok. [3]



Obrázek 2 Typy přílivových turbín, převzato a upraveno z [3]

Jednou z prvních komerčních elektráren postavenou ve velkém měřítku byl projekt SeaGen, viz obrázek 3. Jednalo se o dvouvtulovou jednotku o výkonu  $2 \times 0,6$  MW fungující od roku 2008 do roku 2019 ve Strangfordské úžině u břehů Severního Irsku [3][5]. Od roku 2010 také vzniká farma těchto horizontálních turbín u břehů Orknejí s plánovaným výkonem až 398 MW. V roce 2018 byla postavena první zkušební část, skládající se ze čtyřech třílopatkových turbín s průměrem rotoru 18 m a výkonem každé turbíny 1,5 MW [6].



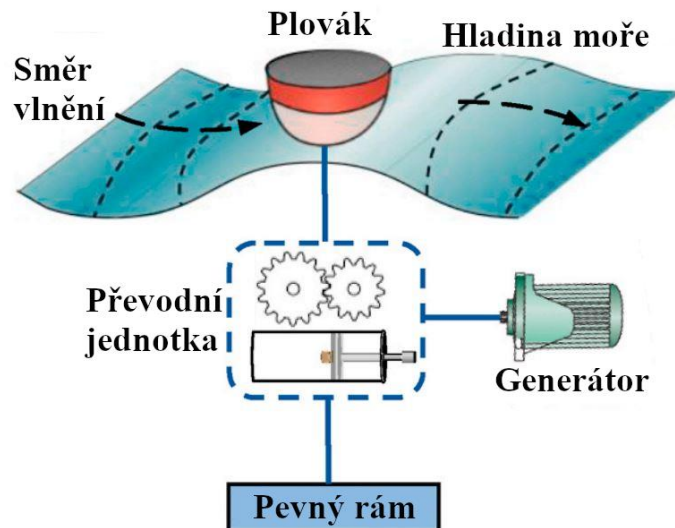
Obrázek 3 Přílivová elektrárna SeaGen, převzato z [5]

### 1.2.2 Vlny

Na rozdíl od mořského dmutí je využívání energie z mořských vln poměrně novým principem, jehož technické možnosti jsou v současné době ve fázi silného vývoje a lze očekávat, že kvůli potřebě levné a čisté elektřiny bude tento vývoj dále pokračovat.

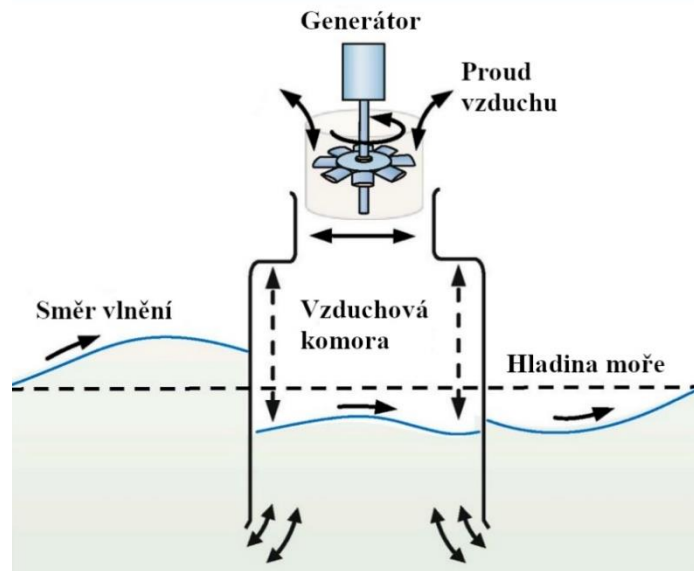
Metody získávání energie z mořských vln můžeme rozdělit na tři druhy podle principu, na kterém převádějí kinetickou energii vln na mechanickou energii. Nejjednodušším, co se týče konstrukce, je typ s oscilujícím plovákem. Na obrázku 4 lze vidět, že se jedná o prostý plovák, který je pomocí táhla spojený s generátorovou jednotkou pevně připevněnou ke dnu. Plovák

kopíruje povrch mořské hladiny a koná sférický pohyb. Tento pohyb je v generátoru převáděn na elektrickou energii zpravidla dvěma způsoby. Prvním je přímé mechanické spojení s lineárním generátorem nebo pomocí převodového mechanismu s generátorem rotačním a druhým typem je akumulování mechanické energie do tlakové energie kapaliny nebo stlačeného vzduchu, jenž je v určitých časových intervalech vypuštěn přes turbínu připojenou ke generátoru. [7]



Obrázek 4 Generátor elektrické energie z vln s plovákem, převzato a upraveno z [7]

Zjednodušením předchozího případu dostaneme druhou metodu získávání. Oscilující těleso na hladině je přímo nahrazeno oscilací vodního sloupce. Schématický řez takovým zařízením je na obrázku 5. Vodní sloupec se chová jako píst a bez akumulace tlačí nebo táhne vzduch přes turbínu, která musí být vhodná pro takovýto obousměrný provoz.

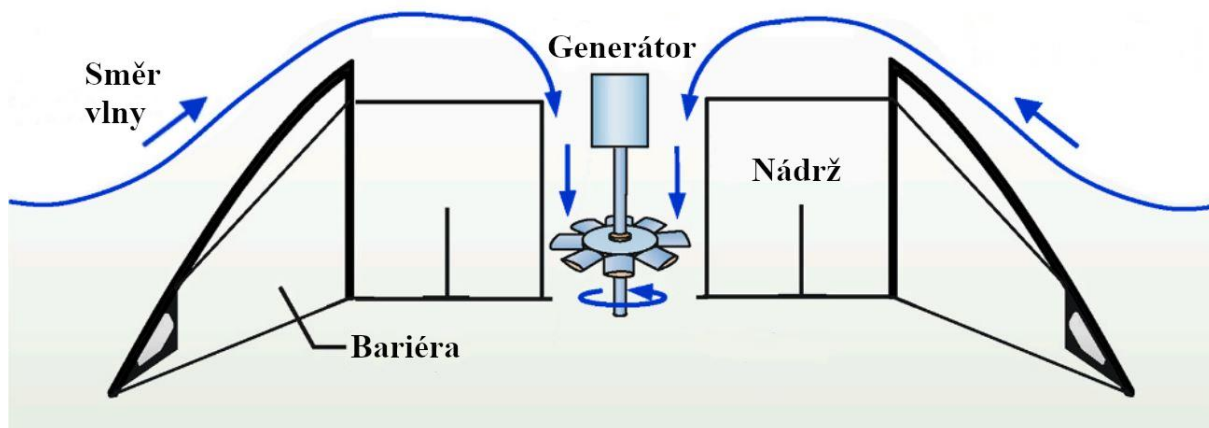


Obrázek 5 Generátor elektrické energie z vln s oscilujícím sloupcem vody, převzato a upraveno z [7]

Poslední metoda získávání se liší od předchozích zmíněných. Vlny jsou směřovány na šikmý povrch blokující další pohyb vlny, na kterém dojde k přeměně nestabilní kinetické energie



vlnění na stabilní potenciální energii vody v rezervoáru v horní části přelivu. Struktura takového zařízení je na obrázku 6. Na vzniklém vodním spádu můžou být nasazeny klasické vodní turbíny, přes které se voda z rezervoáru vypouští zpět do moře.



Obrázek 6 Generátor elektrické energie z vln s přelivem, převzato a upraveno z [7]

### 1.3 Hydrokinetické turbíny

Hydrokinetické turbíny nevyužívají, na rozdíl od klasických vodních turbín, potenciální energii vody, nýbrž kinetickou, ostatně jak již jejich název napovídá. Zpravidla se jedná o lopatkové stroje podobné větrným turbínám, které se používají v lokalitách s nízkým nebo žádným spádem. Mohou to být rychle proudící řeky, mořské proudy nebo odtokové kanály z nejrůznějších technologických zařízení, kde mohou recyklovat část energie. [8] Turbíny pro využití energie mořských proudů již byly důkladně popsány v podkapitole o mořském dmutí, a proto bude tato kapitola zaměřena hlavně na říční provedení, nicméně jejich princip se od sebe neliší. Typy turbín konstrukčně vychází z větrných turbín a můžeme je rozdělit na typ s osou rovnoběžnou a osou kolmou na proudění.

Axiální turbíny mají zpravidla lopatky ve tvaru leteckého profilu a při pohybu v kapalině jsou namáhány vztlakovou silou a odporovou silou. Složka jejich výslednice kolmá na vektor úhlové rychlosti otáčení pak vytváří moment, který koná práci. Komerční produkt takovéto axiální vodní turbíny od firmy Guinard dosahující výkonu 3,5 kW pro říční nebo mořské použití je na obrázku 7 [9].



Obrázek 7 Říční turbína Guinard, převzato z [9]

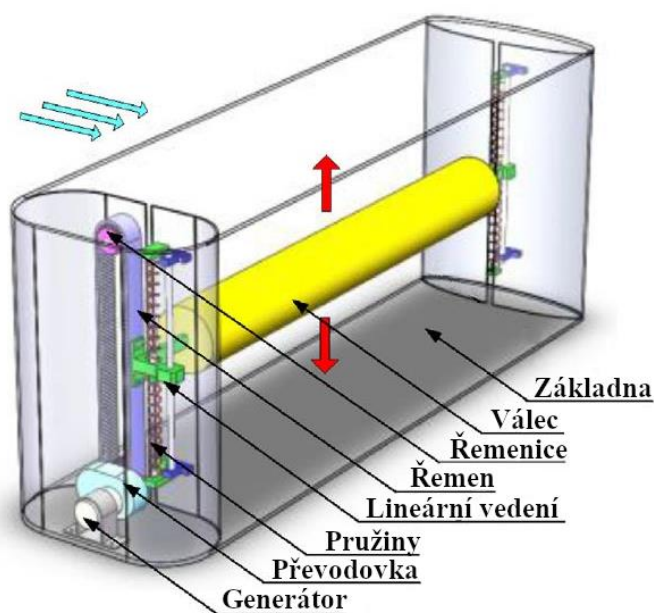
Mezi turbíny s osou kolmou k proudění, také jinak nazývané cross-flow, se řadí tři typy turbín, a to Darrierova turbína a Savoniův motor, které jsou používány hlavně pro malé domácí instalace při využívání větrné energie. A Schneiderova turbína, jež je tvořena pásem lopatek s letectvým profilem obíhajícími mezi dvěma vodícím válci, přičemž v jedné polovině oběhu působí vztahová síla směrem vzhůru a v druhé směrem dolů, tj. vždy ve směru pohybu pásu. [8]

#### 1.4 VIVACE

VIVACE z anglického Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy (čistá energie z víry vyvolaného kmitání) je konvertor kinetické energie proudící vody na mechanickou, potažmo elektrickou energii, patentovaný v roce 2005 Bernitsasem a Raghavanem z Michiganské univerzity v USA.

Princip konvertoru VIVACE je založen na velmi jednoduché myšlence, namísto snahy o rozbíjení vírové stezky je její význam co nejvíce zesílen a celá soustava je významně tlumena elektrickým generátorem. Vlivem periodického odtrhávání vírů v úplavu za obtékaným válcem kolem něho vzniká proměnné tlakové pole, které vyvolává sílu. Pokud je frekvence odtrhávání vírů blízká vlastní frekvenci válce, dojde vlivem nelineárního chování takto buzeného oscilátoru k tzv. lock-in jevu a pro určitý rozsah rychlostí kapaliny se frekvence odtrhávání vírů synchronizuje s vlastní frekvencí válce (podrobněji v dalších kapitolách). Konvertory VIVACE jsou škálovatelné a dokáží pracovat v kapalině proudící rychlostí v rozsahu od 0,25 m/s do 2,5 m/s [10].

Ačkoli je jev víry vyvolaného kmitání je znám již od roku 1500 n.l., kdy Leonardo da Vinci jako první pozoroval víry vyvolané kmitání ve formě Eolských tónů, je projekt VIVACE první, který dokáže generovat nezanedbatelné množství energie [11]. Jeho konstrukce zasahuje velmi malou měrou do životního prostředí a již z principu je oproti konvenčním způsobům využívání vodní energie velmi šetrný k vodním živočichům [11]. Schématický obrázek zařízení je na obrázku 8.



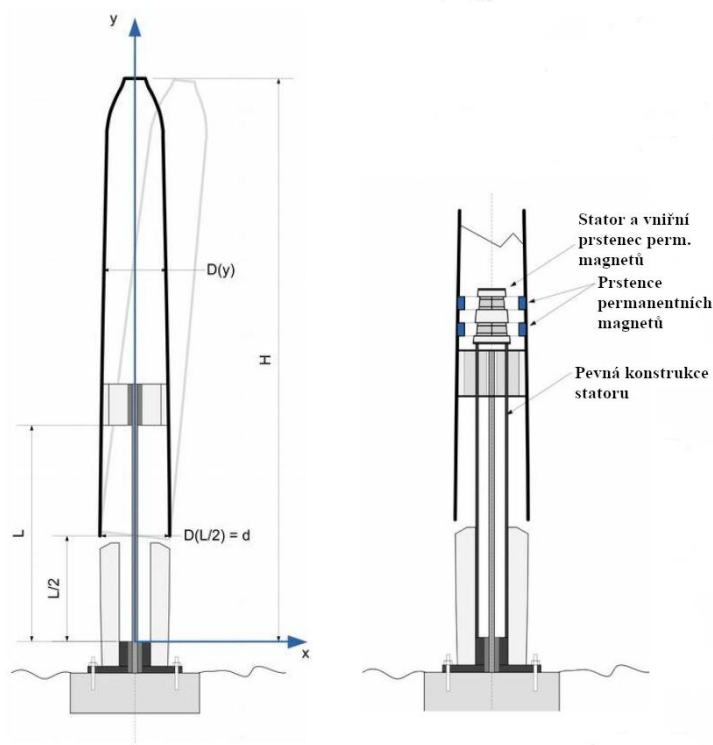
Obrázek 8 VIVACE, převzato a upraveno z [12]

Z obrázku je patrné, že zařízení se skládá ze dvou nosných sloupků, uvnitř kterých se nacházejí generátory a pružné členy. Válec je ke generátoru připevněn pomocí řemene. Jednotky ze třech nebo více válců nad sebou jsou uvažovány jako základní prvek pro farmy těchto jednotek, které by dohromady měly vyrábět podstatné množství energie [11].

Projekt je zatím ve fázi vývoje. Několik generací prototypů bylo vyrobeno a v současné době jsou testovány na několika místech v moři a řekách, nicméně komerční produkt zatím nebyl představen.

### 1.5 Vortex bladeless

Projektem, založeném na víry vyvolaném kmitání a pracujícím se vzduchem jako pracovní tekutinou, je projekt španělských vědců vyvíjejících zařízení k výrobě elektrické energie jako alternativu ke klasickým větrným elektrárnám. Základem je doutníkovitý sloup, který je připevněn pomocí tyče z uhlíkových vláken k pevnému základu. Principem pohybu je, stejně jako u projektu VIVACE, periodické odtrhávání vírových struktur. Protože je sloup rotačně symetrický, dokáže vyrábět elektrinu při jakémkoli směru vanoucího větru. Snahou projektu je vytvořit výrobek, který bude získávat elektrickou energii z větru, ale zároveň bude disponovat výhodami, které má oproti klasickým větrným elektrárnám fotovoltaika. Zejména je to bezúdržbovost a absence rotujících mechanických součástí a převodů. [13]



Obrázek 9 Řez zařízením, převzato a upraveno z [13]

Aby byl rozsah pracovních rychlostí co možná nejvyšší, je třeba mít velmi širokou oblast lock-in. Toho bylo v tomto případě dosaženo nelineárním pružným členem, kde kromě klasické lineární tuhosti, kterou nese tyč z uhlíkových vláken, byly přidány magnetické pružiny, v jejichž případě roste síla se čtvercem výchylky. Rozmístění lze vidět v řezu přístroje na obrázku 9. Tímto je dosaženo, že pro vyšší rychlosti větru a vysoké výchylky se zvýší vlastní frekvence systému. Pracovní rozsah harvesteru je zhruba  $1,5 - 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  [14]. Výhodou oproti klasickým větrným elektrárnám je nepotřeba brzděného systému pro vysoké rychlosti, při kterých dojde k přerušení lock-inu. Třímetrová verze tohoto energy harvesteru dosahuje špičkového výkonu  $100 \text{ W}$  a dle výrobců je účinnost přeměny větrné energie na mechanickou energii ve větrném tunelu okolo  $40 \%$ . [14].

Aby byl harvester symetrický pro všechny směry větru, jsou magnetické pružiny i elektrický generátor prstencového tvaru. Vnitřní prstence tvoří statorová cívka a prstencový magnetů, vnější prstence jsou větší o mezeru nezbytnou k pohybu a tvoří je permanentní magnety. Rychlost proudění vzduchu se obvykle mění se vzdáleností od země, tj. aby v každém bodě sloupu docházelo k odtrhávání vírů se stejnou frekvencí, musí se průměr měnit s výškou, jak je naznačeno na obrázku výše. [13]

Prototypy zařízení jsou umístěny na několika místech po celém Španělsku, obrázek jednoho ze zařízení typu Tacoma lze vidět níže [15].



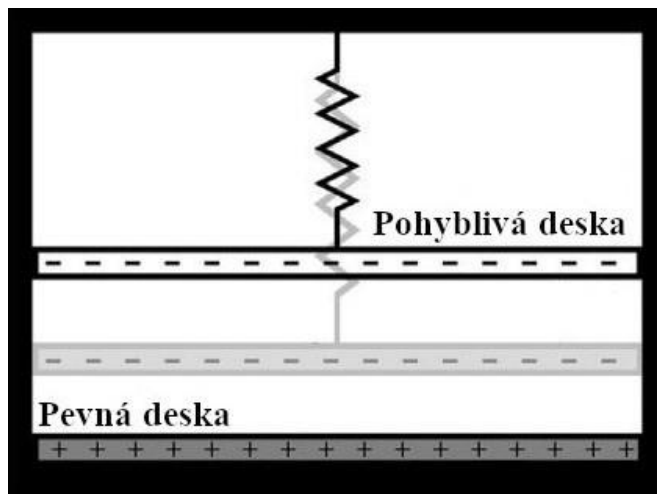
*Obrázek 10 Vortex Bladeless, převzato z [15]*

## 2 Přeměna energie z vibrací

Pro přeměnu mechanických vibrací na elektrický proud jsou používány tři hlavní principy, a to elektrostatický, piezoelektrický a elektromagnetický. Každý princip je základem jednoho typu generátoru, které budou důkladně popsány v následujících podkapitolách.

### 2.1 Elektrostatický generátor

Princip elektrostatických generátorů používaných pro harvesting energie z vibrací je založený na kondenzátoru s kapacitou měnící se podle výchylky jedné z desek kondenzátoru, ta je buď přímo spojena s vibrujícím tělesem, nebo je spojena s tělesem kondenzátoru přes pružinu a celá sestava je pevně připevněna ke kmitajícímu tělesu. Detailněji lze princip pochopit z obrázku 11.



Obrázek 11 Elektrostatický generátor, převzato a upraveno z [2]

Pevná a pohyblivá deska kondenzátoru jsou odděleny vrstvou dielektrika, které umožňuje vzájemný pohyb desek, ty zároveň musí být připojené k počátečnímu zdroji náboje. Další možností je použití elektretu, tzn. trvale polarizovaného dielektrika. Generátor s tímto typem dielektrika ke své činnosti nepotřebuje zdroj počátečního náboje a polarizace desek je zajištěna polarizací dielektrika [16]. Princip přeměny kinetické energie vibrací na energii kondenzátoru, lze pochopit z následujících rovnic.

$$E_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (2.1)$$

Kde  $E_C$  je energie,  $Q$  náboj na deskách a  $C$  kapacita kondenzátoru. Pokud uvažujeme deskový kondenzátor, můžeme jeho kapacitu vyjádřit následující rovnicí.

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{l} \quad (2.2)$$

Kde  $\epsilon_r$  a  $\epsilon_0$  jsou relativní permitivita a permitivita vakua,  $S$  je plocha desek a  $l$  jejich vzdálenost. Po dosazení do předchozí rovnice dostaneme energii kondenzátoru v závislosti na náboji na deskách, jejich ploše a vzájemné vzdálenosti.

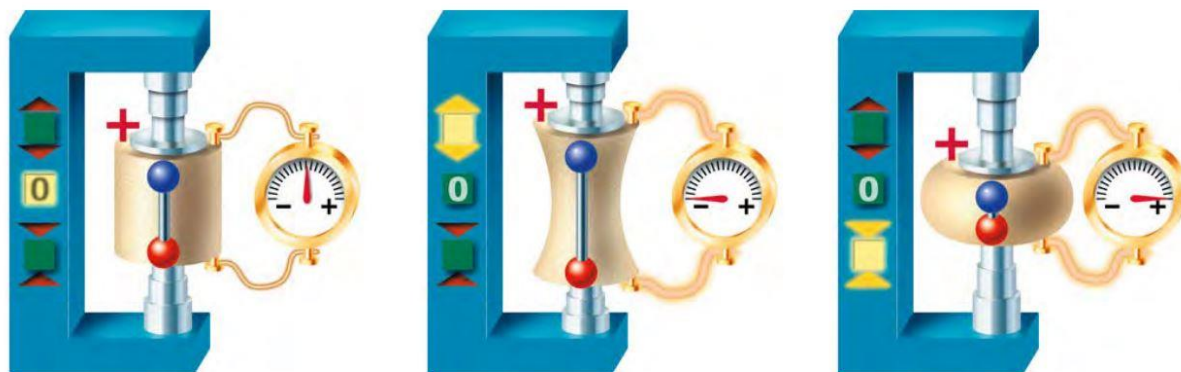
$$E_C = \frac{Q^2 l}{\epsilon_0 \epsilon_r S} \quad (2.3)$$

Z předchozího vztahu vyplývá, že pokud desky kondenzátoru s počátečním nábojem  $Q$  a počáteční energií  $E_C$  oddalujeme, energie v kondenzátoru obsažená roste lineárně se vzdáleností desek, a to na úkor mechanické energie potřebné k oddálení desek.

Díky elektrostatickému principu nezávisí velikost napětí mezi deskami na rychlosti pohybu desek, a tudíž je tento typ generátoru vhodný i pro nízké frekvence kmitání. Další velkou výhodou je vysoké dosažitelné napětí, které může dosahovat 2-10 V [17]. V neposlední řadě je to také vysoká hustota výkonu a nízké výrobní náklady. Nicméně elektrostatické generátory bez elektretového dielektrika potřebují vnější zdroj napětí, z podstaty své konstrukce mají omezenou maximální amplitudu, a ačkoli jsou schopné vytvořit relativně vysoké napětí, výstupní proudy takovýchto generátorů jsou velmi malé [17].

## 2.2 Piezoelektrický generátor

Piezoelektrický jev objevený v roce 1880 bratry Curie, lze obecně definovat jako elektrický náboj vzniklý v určitém typu pevné látky jako odpověď na zatížení mechanickým napětím. Po zatížení krystalu v ustáleném vyrovnaném stavu, jehož mřížka nesmí mít střed symetrie, dojde k vychýlení elektrických nábojů a vzniku napětí, jehož znaménko závisí na směru deformace, viz obrázek 12. [2] Mezi přirozená piezoelektrika patří například křemen, křišťál nebo cukr [18]. Kromě přímého piezoelektrického jevu existuje i nepřímý, tedy při vložení piezoelektrika do elektrického pole se začne materiál deformovat [18]. Tohoto jevu se běžně využívá například v piezoelektrických reproduktorech. Kromě krystalických materiálů se v piezoelektrických generátorech používají také některé druhy polymerů a feroelektrických keramik [2].



Obrázek 12 Piezoelektrický jev, převzato z [19]

Generátory využívající piezoelektrický jev jsou poměrně levné, jednoduché na výrobu a dají se tvarovat i do tenkých folií, které nalepené přímo na základní materiál dokáží při jeho přetvoření generovat elektrický náboj, a to bez jakýchkoli pohybujících se součástí.

Mezi významné výhody piezoelektrických generátorů lze zařadit, stejně jako u elektrostatických, vysoké dosažitelné výstupní napětí, malé mechanické tlumení (pokud je požadováno) a na rozdíl od předchozího odpadá potřeba napájení vnějším zdrojem. K nevýhodám je třeba zmínit vysokou výstupní impedanci takového generátoru a samovybíjení za nízkých frekvencí. [17]

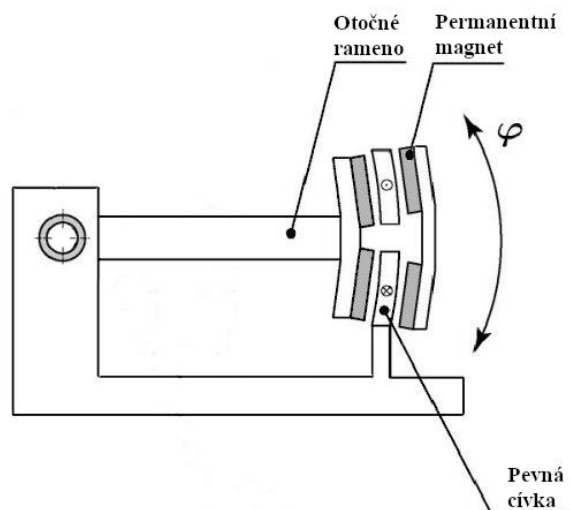
## 2.3 Elektromagnetický generátor

Pohybuje-li se cívka v magnetickém poli nebo se stacionární cívka nachází v magnetickém poli časově proměnném, indukuje se v jejích závitěch elektromotorické napětí. Velikost elektromotorického napětí je dána Faradayovým zákonem a rovná se záporně vzatému počtu závitů v součinu s časovou derivací magnetického indukčního toku procházejícího cívkou. Z Faradayova

zákona vyplývá, že velikost indukovaného napětí není závislá na intenzitě magnetického pole, nýbrž na rychlosti jeho změny. Proud tekoucí obvodem se řídí dle Lenzova zákona a má takový směr, že magnetické pole jím vytvořené působí vždy proti změně magnetického pole, které proud indukovalo. [20]

Elektromagnetické generátory používané v energy harvestingmu můžeme rozdělit podle druhu pohybu na lineární a rotační. Lineární generátory se skládají z magnetu, který se pohybuje uvnitř cívky nebo cívky, která se pohybuje v okolí magnetů. Takovýto lineární generátor může být poháněn buď přímo a výchylka magnetu v cívce je dána výchylkou hnacího tělesa, nebo může být koncipovaný jako rezonanční. V tomto případě je cívka pevně připevněna k rámu a magnet uvnitř cívky je k rámu připevněn pružně tak, že tvoří jednoduchý oscilátor. Generátor je kinematically buzen oscilacemi rámu a nejvyššího výkonu dosahuje v rezonanci.

Rotační generátory jsou oproti lineárním generátorům poháněny rotačním pohybem nebo pohybem kyvným. Každý elektrický motor může ze své podstaty být použit jako rotační elektrický generátor, nicméně pro oblast energy harvestingmu zpravidla nejsou příliš vhodné pro své rozměry, výkony a použitelné otáčky. Na obrázku 13 je schéma jednoduchého kyvného generátoru. Kyvný generátor může být rovněž koncipovaný jako rezonanční, pak je rameno uloženo na jedné nebo dvou pružinách nebo například magnetických polštářích.



Obrázek 13 Kyvný elektromagnetický generátor, převzato a upraveno z [18]



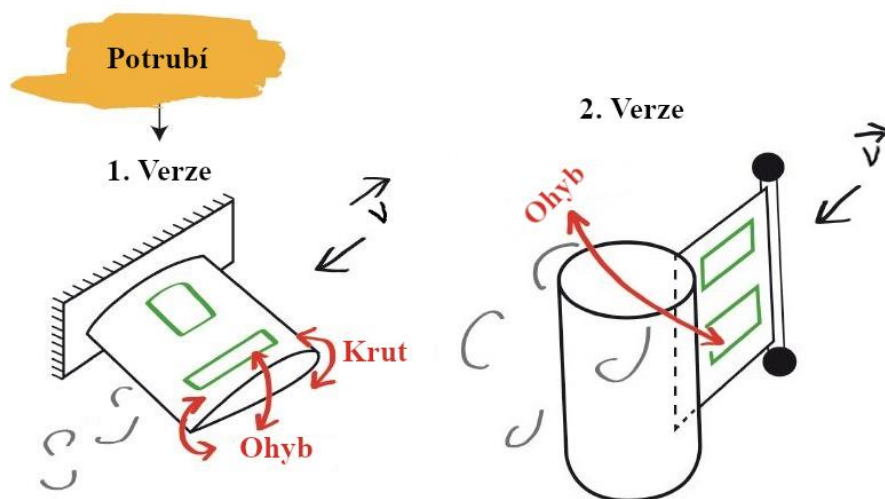
### 3 H-HOPE

H-HOPE je projekt spojující vědce ze 14 evropských univerzit s cílem podpořit vývoj nových zařízení pro výrobu elektrické energie z vodních zdrojů. Projekt se zaměřuje na lokace, kde dosud nebylo získávání energie ekonomicky rentabilní, environmentálně vhodné nebo technicky možné. Zejména je cílem projektu vytvořit zařízení, které bude schopné dodávat potřebné malé množství elektrické energie pro provoz různých senzorů, a to například ve vodárenských či kanalizačních sítích, kde by bylo jinak velmi složité nebo nákladné přivést elektrickou energii ze sítě. Hlavním atributem těchto nově vyvinutých zařízení by měla být výrobní cena, ta je důležitá z hlediska rentability nasazení těchto zařízení a dále pak spolehlivá konstrukce, která bude pracovat s minimální údržbou. Principem využívaným u těchto nových zařízení je nelineární kmitání tělísek v proudící vodě vznikající díky fenoménu známému jako víry vyvolané kmitání. V neposlední řadě má tento projekt přispět k cíli evropské unie stát se prvním uhlíkově neutrálním kontinentem. Snaha výzkumu se rozděluje na tři hlavní směry, které budou popsány v následujících podkapitolách. [21]

#### 3.1.1 Potrubní systémy

První směr se vydává cestou využívání energie v potrubních systémech. Předpokládané cesty řešení jsou na obrázku 14. První je křídlový profil, který je vlivem vznikajících vírů na odtokové straně kroucen a ohýbán. Frekvence vznikajících vírů musí být totožná s vlastní frekvencí kmitání vetknutého tělesa, aby byla zajištěna nejlepší účinnost. Deformační energie kmitajícího tělesa bude nalepenými piezoelektrickými foliemi přeměňována na elektrickou energii.

Druhým řešením je válec s osou kolmou na vektor rychlosti proudění, který je pomocí tenkého pružného materiálu připevněn k pevné části potrubí. U válce bude vlivem odtrhávání vírů vznikat kmitavý pohyb ve směru kolmém na pružnou planžetu, na které budou, stejně jako u předchozího případu, nalepeny piezoelektrické folie. [21]



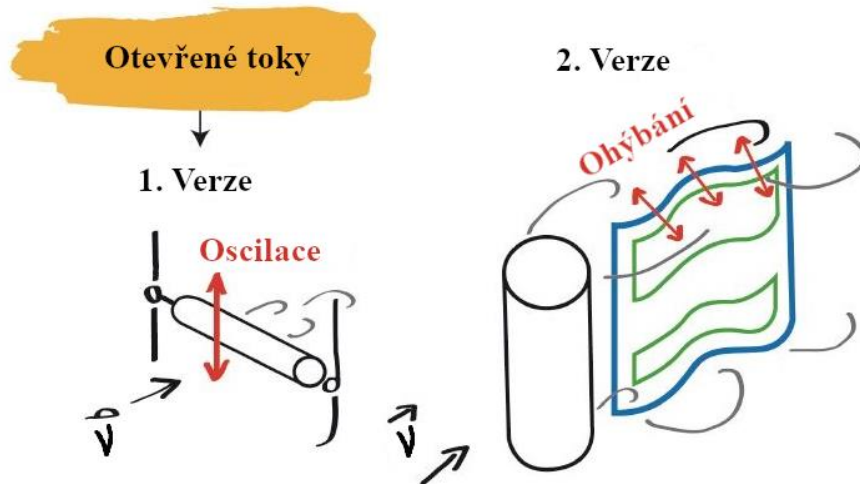
Obrázek 14 H-HOPE potrubní systémy, převzato a upraveno z [21]

#### 3.1.2 Otevřené toky

Zařízení pro získávání energie z rychle proudící vody s volnou hladinou budou oproti potrubnímu systému řádově větší a s tím budou i násobně větší výkony. Princip fungování bude podobný jako u druhého řešení pro potrubní systémy. Základem bude válcové těleso uložené v systému skládajícím se z lineárního nebo rotačního mechanismu umožňujícího pohyb válce ve vertikálním směru a kmitajícím s vlastní frekvencí danou pružinami a tlumením generátoru.

Další možná varianta využívá statického válce, za nímž se tvoří víry, které ohýbají pružnou membránu pokrytou piezoelektrickými fóliemi. Obě varianty jsou na obrázku 15. Vlastní

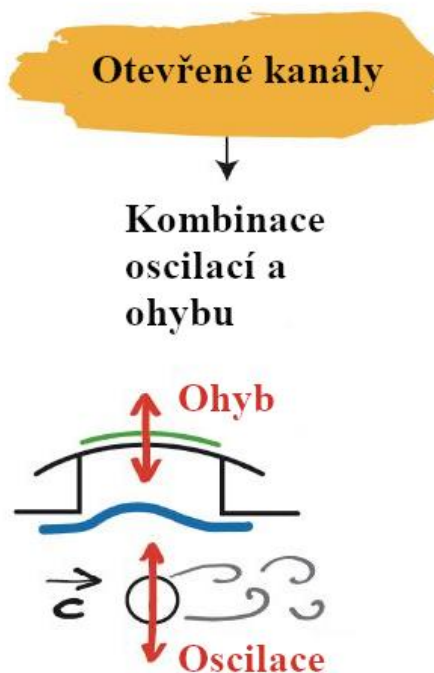
frekvence kmitání musí samozřejmě, jako u všech zmiňovaných systémů, odpovídat frekvenci tvoření vírových struktur, podrobněji bude zmíněno v kapitole proudění. Cílem výzkumu je zaměřit se na zjištění optimálních charakteristik systému pro získání co nejlepší účinnosti pro různé provozní podmínky a dobrá škálovatelnost umožňující rychlé a levné uzpůsobení parametrů pro různé lokace. [21]



Obrázek 15 H-HOPE otevřené toky, převzato a upraveno z [21]

### 3.1.3 Otevřené kanály

Na obrázku 16 je schématický řez řešení. Třetí systém kombinuje předchozí dva systémy, využívá jak kmitající váleček jako v případě řešení pro otevřené toky, tak pružnou desku pokrytou piezoelektrickou folií, která odebírá energii z periodicky se pohybujícího vzduchu hnaného vzdouvající se hladinou v důsledku vertikálního pohybu válečku. [21]



Obrázek 16 H-HOPE otevřené kanály, převzato a upraveno z [21]

## 4 Mechanické kmitání

S kmitáním se můžeme setkat ve všech oblastech vědy, ať už se jedná o přírodní vědy a klasické kmitání, anebo sociální vědy a kmitání v přeneseném slova smyslu. Pro technickou praxi je nejdůležitější mechanické kmitání. Již dlouhou dobu se technici snaží poznávat a ovládnout kmitání strojních součástí. Ať už se jedná o potlačení kmitů, můžeme jmenovat dobře známý případ pádu mostu přes Tacomskou úžinu, který dodal impuls pro podrobné zkoumání kmitání u stavebních konstrukcí, nebo naopak zesílení kmitů a rezonance, které lze využít u různých vibračních sít a třídiců, případně pro získávání elektrické energie z energie kmitání. [22]

Rozsahem této práce se v následujících podkapitolách omezíme pouze na kmitavý pohyb s jedním stupněm volnosti, tedy pohybem po jedné přímce, v případě tělesa na pružině, nebo pohybem po kružnici v případě kmitání torzního. Tyto dva případy jsou pro další užití v této práci stěžejní, a proto vynecháme další typy klasických oscilátorů. Kmitání dále rozdělíme podle kinematického hlediska, tj. zda se jedná o periodické, neperiodické, harmonické, či anharmonické kmitání, nebo dle dynamického hlediska, tedy zda se jedná o kmitání volné, nucené, tlumené, či netlumené. Neperiodické a anharmonické kmity jsou nad rozsah této práce, a proto z dalšího rozboru vynecháme.

### 4.1 Periodické kmity

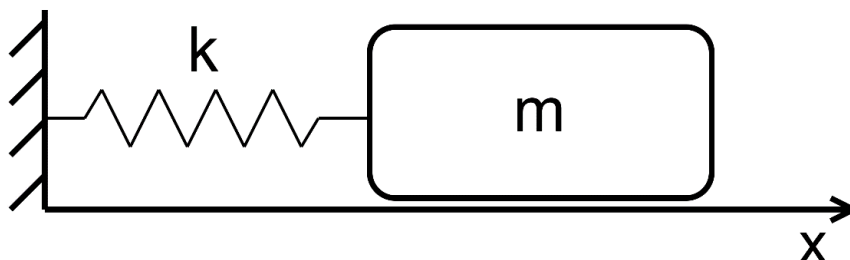
Pohyb je periodický jsou-li všechny kinematické parametry, tj. výchylka, rychlost a zrychlení pohybu v čase  $t$  totožné s parametry v čase  $t + T$ . Perioda  $T$  je nejkratší doba, za kterou k tomuto opakování dojde. Převrácená hodnota periody se nazývá frekvence a vyjadřuje kolik těchto opakování se vejde do jednotky času, její jednotkou je Hertz [Hz].

$$f = \frac{1}{T} \quad (4.1)$$

Výchylka periodických kmitů může být popsána kteroukoliv periodickou funkcí, pokud se jedná o funkci sinus, říkáme, že se jedná o harmonické kmitání, pokud se jedná o jakoukoliv jinou periodickou funkci, říkáme, že se jedná o kmitání anharmonické. Pokud kmitání nemá pravidelnou nebo žádnou periodu, považujeme ho za neperiodické. [23]

### 4.2 Harmonické kmitání

Jak již bylo zmíněno, pokud je výchylka na čase závislá podle funkce sinus, můžeme takovéto kmitání považovat za harmonické. Příkladem harmonického oscilátoru může být těleso na pružině, viz obrázek 17.



Obrázek 17 Těleso na pružině

Kmitání je způsobeno vratnou silou pružiny  $F_v = -kx$ , která je lineárně s konstantou vyjadřující tuhost pružiny úměrná výchylce  $x$ . Hmotnost tělesa je označena  $m$ . Pohybovou rovnicí kmitů můžeme vyjádřit jako

$$m\ddot{x} = -kx \quad (4.2)$$

Jedná se o homogenní obyčejnou diferenciální rovnici druhého řádu. Rovnici vydělíme hmotností a zavedeme substituci  $\Omega_0 = \sqrt{k/m}$ , která odpovídá vlastní úhlové frekvenci kmitání. Rovnici a její charakteristický polynom zapíšeme v následujícím tvaru [23].

$$\ddot{x} + \Omega_0^2 x = 0 \quad (4.3)$$

$$\lambda^2 + \Omega_0^2 = 0 \quad (4.4)$$

Jedná se o charakteristický polynom s komplexními kořeny, a tedy obecné řešení diferenciální rovnice je ve tvaru

$$x = C_1 \sin \Omega_0 t + C_2 \cos \Omega_0 t \quad (4.5)$$

Integrační konstanty zjistíme dosazením počátečních podmínek  $x_0 = A \sin \varphi$  a  $v_0 = B \cos \varphi$  do obecného řešení, kde A je amplituda výchylky, B je amplituda rychlosti a  $\varphi$  je počáteční fáze kmitání [23]. Lze dokázat, že  $B = \Omega_0 A$ . Po výpočtu integračních konstant a úpravě dostáváme základní rovnici kmitání.

$$x(t) = A \sin(\Omega_0 t + \varphi) \quad (4.6)$$

Periodu kmitavého pohybu můžeme vyjádřit v závislosti na vlastní úhlové frekvenci.

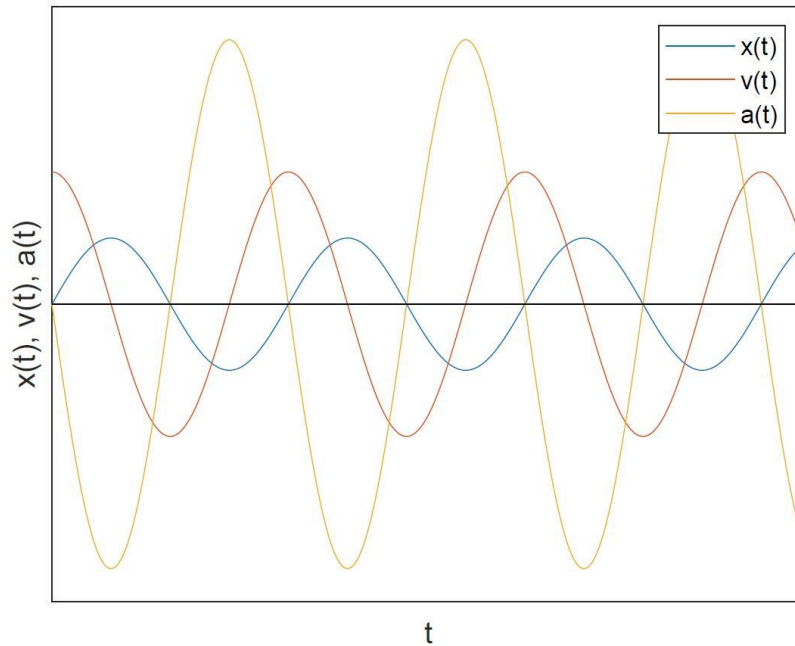
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (4.7)$$

Rovnice pro okamžitou rychlost a zrychlení kmitavého pohybu získáme první a druhou derivací rovnice okamžité výchylky podle času.

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \Omega_0 A \cos(\Omega_0 t + \varphi) \quad (4.8)$$

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\Omega_0^2 A \sin(\Omega_0 t + \varphi) \quad (4.9)$$

Uvedené rovnice pro výchylku, rychlost a zrychlení můžeme pro názornost zobrazit v závislosti na čase, viz obrázek 18.



Obrázek 18 Závislost výchylky, rychlosti a zrychlení harmonického oscilačního pohybu na čase

Dalším užitečným příkladem oscilátoru je torzní kyvadlo. Jednoduchý model torzního kyvadla si lze představit jako setrvačnick zavěšený na vlákně nebo tenké tyči. Stejně jako pro pružinový oscilátor i zde platí Hookův zákon, z čehož vyplývá, že stočení vlákna je přímo úměrné momentu působícímu v ose vlákna a nepřímo úměrné torzní tuhosti vlákna. Pohybová rovnice torzního oscilátoru je ekvivalentem pohybové rovnici pružinového oscilátoru [23].

$$\ddot{\varphi} = -\Omega_0^2 \varphi \quad (4.10)$$

Po podobném řešení a úpravách jako v předchozím případě dojdeme k obecné rovnici okamžitého natočení setrvačnicku.

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\Omega_0 t + \varphi) \quad (4.11)$$

Kde  $\Omega_0 = \sqrt{\kappa/I}$  je vlastní frekvence oscilátoru závislá na torzní tuhosti vlákna a momentu setrvačnosti,  $\varphi_0$  amplituda kmitání a  $\varphi$  počáteční fáze [23].

Rovnice pro úhlovou rychlost  $\omega$  a úhlové zrychlení  $\alpha$  lze odvodit stejně jako předchozím případě.

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \Omega_0 A \cos(\Omega_0 t + \varphi) \quad (4.12)$$

$$\alpha(t) = \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = -\Omega_0^2 A \sin(\Omega_0 t + \varphi) \quad (4.13)$$

### 4.3 Tlumené kmitání

V předchozích podkapitolách bylo popsáno volné harmonické kmitání. Takový matematický model je nicméně pro potřeby kmitajícího válečku buzeného víry a tlumeného elektrickým generátorem nedostatečný, proto dalším stupněm k přiblížení se skutečnosti je kmitání s přidaným tlumením. V našem případě si lze tento případ představit jako nebuzený váleček volně uložený na pružinách a tlumený elektrickým generátorem. Pokud budeme pro jednoduchost uvažovat harmonické tlumené kmitání, musí být síla odporu působící proti pohybu lineární funkcí rychlosti. Sílu odporu můžeme vyjádřit jako:

$$F_O = -bv \quad (4.14)$$

Kde  $v$  je rychlost a  $b$  součinitel tlumení. Rovnice dynamické rovnováhy oscilátoru bude mít tedy tvar  $ma = F_V + F_O$ , kde  $F_V$  je vratná síla pružiny. Poté pohybová diferenciální rovnice tlumených kmitů bude znít následovně.

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} \quad (4.15)$$

Rovnici vydělíme hmotností a zavedeme nové koeficienty, kde  $b_r = \frac{b}{2\sqrt{mk}}$  je poměrný útlum a  $\Omega_0$  je frekvence vlastních kmitů netlumeného oscilátoru [24]. Po úpravě dostáváme následující diferenciální rovnici.

$$\ddot{x} + 2b_r\Omega_0\dot{x} + \Omega_0^2x = 0 \quad (4.16)$$

Rovnici řešíme jako homogenní diferenciální rovnici druhé řádu. Abychom ji mohli vyřešit, musíme sestavit charakteristický polynom.

$$\lambda^2 + 2b_r\Omega_0\lambda + \Omega_0^2 = 0 \quad (4.17)$$

Jehož kořeny jsou:

$$\lambda_{1,2} = -b_r\Omega_0 \pm \sqrt{\Omega_0^2(b_r^2 - 1)} \quad (4.18)$$

Podle velikosti poměrného útlumu dostáváme různá řešení, ta budou charakterizovat stupeň tlumení oscilátoru [23].

#### 4.3.1 Podkritické kmitání

Je-li součinitel tlumení  $b_r < 1$ , budou kořeny charakteristické funkce komplexně sdružené. Charakteristický polynom je ve tvaru:

$$\lambda_{1,2} = -b_r\Omega_0 \pm i\Omega \quad (4.19)$$

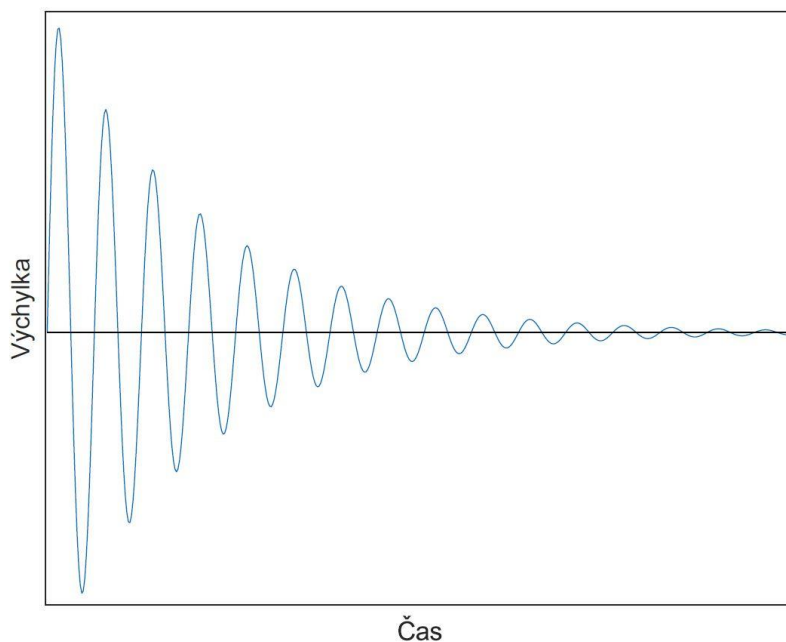
Kde  $\Omega = \Omega_0\sqrt{1 - b_r^2}$  je úhlová frekvence tlumeného kmitání. Po dosazení počátečních podmínek do obecného řešení dostáváme následující rovnici tlumeného kmitání. [24]

$$x(t) = Ce^{-b_r\Omega_0 t} \sin(\Omega t + \varphi) \quad (4.20)$$

Konstanta  $C$  je rovna:

$$C = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{b_r \Omega x_0 + \dot{x}_0}{\Omega}\right)^2} \quad (4.21)$$

Ze vztahu je patrné, že díky tlumení je frekvence tlumeného oscilátoru menší než netlumeného. Vidíme, že výchylku ovlivňuje kromě funkce sinus i exponenciála, jejíž exponent je záporný, z čehož vyplývá, že výchylka bude mít tvar funkce sinus, jejíž amplituda se s časem exponenciálně snižuje a limitně v nekonečnu blíží k nule, viz obrázek 19.



Obrázek 19 Podkriticky tlumené nebuzené kmitání

### 4.3.2 Nadkritické kmitání

Budeme-li uvažovat velmi silné tlumení, tj.  $b_r > 1$ , budou oba kořeny charakteristické rovnice reálné různé. Pokud znovu zavedeme substituci  $\Omega = \Omega_0 \sqrt{b_r^2 - 1}$ , bude obecné řešení diferenciální rovnice následující. [23]

$$x(t) = e^{-b_r \Omega_0 t} (C_1 e^{\Omega t} + C_2 e^{-\Omega t}) \quad (4.22)$$

Vidíme, že se nejedná o periodickou funkci, a tudíž žádné opakované kmity nepozorujeme. Průběh výchylky takového pohybu je patrný z obrázku 20. Lze vidět, že čím je tlumení vyšší, tím menší maximální výchylky jsou, ale zároveň i delší doznívání kmitu. Nejrychleji kmitání doznívá za podmínky  $b_r = 1$ , pak hovoříme o tzv. kritickém tlumení [23].

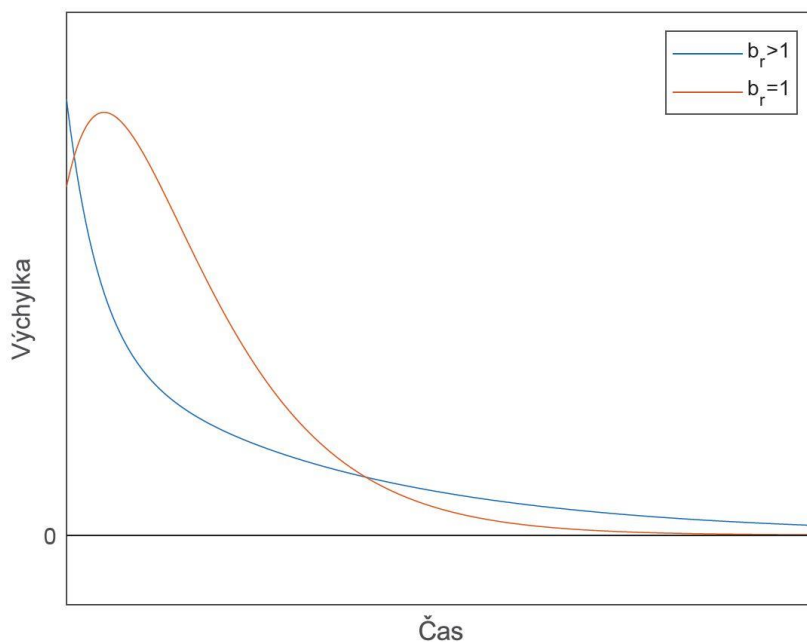
### 4.3.3 Kritické tlumení

Řešením charakteristického polynomu pro podmínku kritického tlumení  $b_r = 1$  dostáváme dva stejné kořeny, tj.  $\lambda_{1,2} = -\Omega_0$ , z čehož obecné řešení diferenciální rovnice je následující [24].

$$x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\Omega_0 t} \quad (4.23)$$

Lze dokázat, že časová konstanta doznívání kmitů při kritickém tlumení je nejnižší, nicméně takovýto rozbor je nad rozsah této práce.

Průběh výchylky na čase kriticky tlumeného a nadkriticky tlumeného oscilátoru je na obrázku níže.



Obrázek 20 Kriticky a nadkriticky tlumené kmitání

#### 4.4 Nucené kmitání

Každý reálný oscilátor má nenulové ztráty, a proto je třeba jej budít. V této podkapitole bude zprvu ukázána problematika buzených oscilátorů na buzení netlumených oscilátorů. Omezíme se také pouze na harmonicky buzené oscilátory.

##### 4.4.1 Harmonicky buzené netlumené kmitání

Pro matematické odvození rovnic harmonicky buzeného kmitání budeme vycházet z modelu tělesa na pružině. Dále zavedeme budící harmonickou sílu, která bude mít následující předpis.

$$F_B = F_0 \sin \Omega t \quad (4.24)$$

Kde  $F_0$  je amplituda a  $\omega$  úhlová frekvence budící síly  $F_B$ . Z tohoto můžeme dále napsat pohybovou diferenciální rovnici pohybové síly [23].

$$\ddot{x} + \Omega_0^2 x = f_0 \sin \omega t \quad (4.25)$$

Kde  $\omega_0$  je úhlová frekvence vlastních kmitů oscilátoru a  $f_0 = F_0/m$  je amplituda budící síly vztažená na jednotkovou hmotnost. Protože se jedná o nehomogenní diferenciální rovnici, její řešení se skládá z obecného řešení rovnice a jejího partikulárního řešení. Řešení zhomogenizované rovnice je již uvedeno v podkapitole volné harmonické kmitání. Partikulární řešení je následující [23].

$$x_p(t) = P \cos \omega t + Q \sin(\omega t) \quad (4.26)$$

Dosazením partikulárního řešení do pohybové diferenciální rovnice získáme neznámé koeficienty partikulárního řešení, a to  $P = 0, Q = \frac{f_0}{\Omega_0^2 - \omega^2}$  [23]. Celé řešení je pak součet řešení



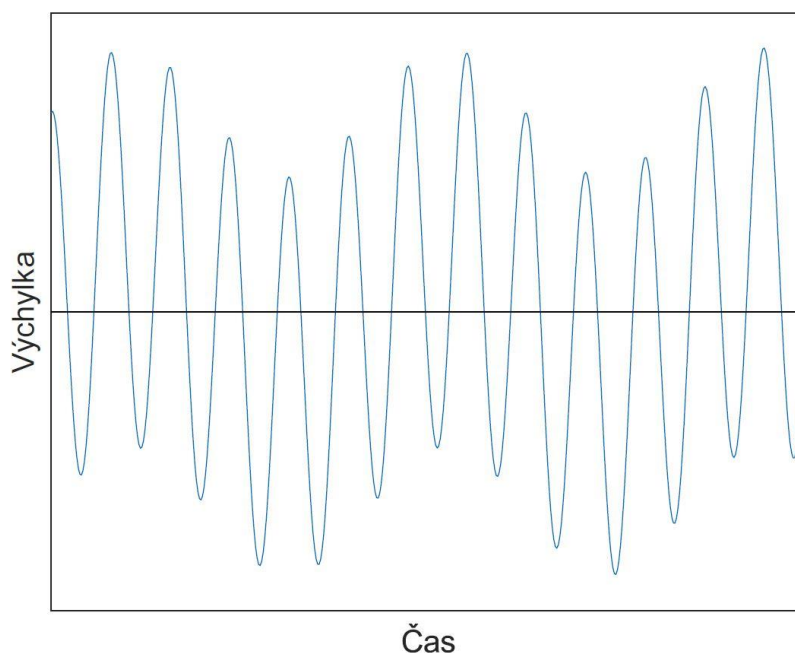
homogenního a partikulárního. V našem případě použijeme neupravené řešení zhomogenizované rovnice, řešení má pak tvar:

$$x(t) = C_1 \sin \Omega_0 t + C_2 \cos \Omega_0 t + \frac{f_0}{\Omega_0^2 - \omega^2} \sin(\omega t) \quad (4.27)$$

Po dosazení počátečních podmínek  $x(0) = x_0$  a  $\dot{x}(0) = v_0$  obdržíme řešení. Jedná se o superpozici vlastního harmonického kmitání a kmitání způsobeného budící silou [23].

$$x(t) = x_0 \cos \Omega_0 t + \frac{v_0}{\Omega_0} \sin \Omega_0 t + \frac{f_0}{\Omega_0^2 - \omega^2} \left( \sin \omega t - \frac{\omega}{\Omega_0} \sin \Omega_0 t \right) \quad (4.28)$$

Příklad průběhu takového kmitání je na obrázku 21.

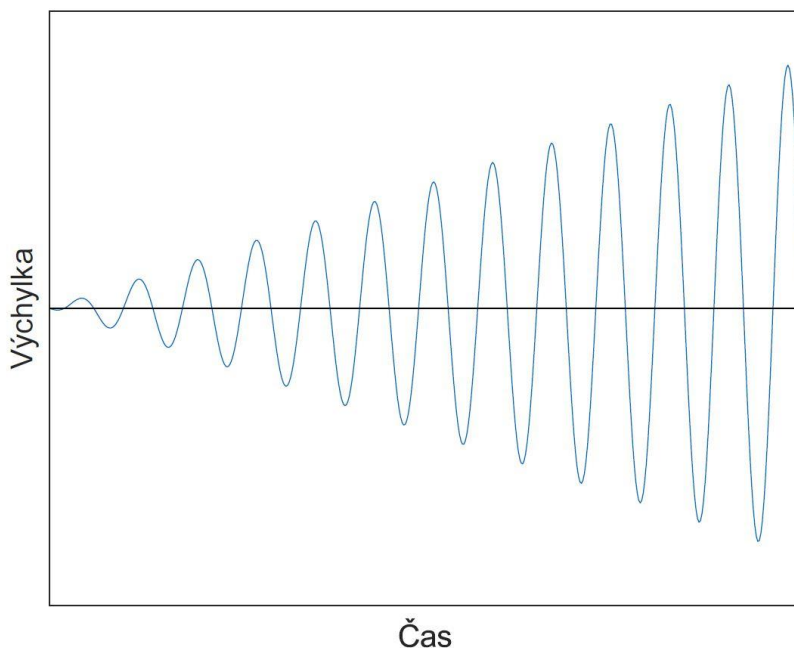


Obrázek 21 Harmonicky buzené netlumené kmitání

Dalším případem, který může nastat je, pokud jsou vlastní úhlová frekvence kmitání a úhlová frekvence budící síly shodné  $\Omega_0 = \omega$ , nastala rezonance. Tento případ je třeba vyřešit zvlášť. Partikulární řešení dostáváme v následujícím tvaru [23].

$$x_p = -\frac{f_0}{2\Omega_0} t \cos \Omega_0 t \quad (4.29)$$

Z výše uvedeného vztahu vidíme, že amplituda kmitání roste přímo úměrně s časem a její velikost není shora omezená a roste nade všechny meze, viz obrázek 22.



Obrázek 22 Rezonance netlumeného oscilátoru

#### 4.4.2 Harmonicky buzené tlumené kmitání

Každý reálný oscilátor je přirozeně tlumený, ať už například vnitřním tlumením pružiny nebo z vnějšku různými tlumiči či uživatelskými stroji, jakým může být například elektrický generátor. Pro odvození vztahů budeme vycházet z předchozího buzeného netlumeného kmitání a dříve zmíněného tlumeného kmitání. Můžeme tedy rovnou napsat diferenciální rovnici oscilátoru.

$$\ddot{x} + 2b_r\Omega_0\dot{x} + \Omega_0^2x = f_0 \sin \omega t \quad (4.30)$$

Kde  $b_r = \frac{b}{2\sqrt{mk}}$  je poměrný útlum,  $\omega_0$  je vlastní úhlová frekvence kmitání oscilátoru,  $f_0 = F_0/m$  je amplituda budící síly vztažená na jednotkovou hmotnost a  $\omega$  je úhlová frekvence budící síly. Jedná se o nehomogenní diferenciální rovnici druhého řádu, pro niž platí  $y = y_H + y_P$ . Řešení zhomogenizované rovnice jsme již získali při řešení tlumeného oscilátoru, nicméně v tomto případě ho pro studium ustáleného kmitání můžeme zanedbat. Protože všechna řešení zhomogenizované diferenciální rovnice obsahují tlumení, jejich vliv se po uplynutí tzv. relaxační doby stane zanedbatelný a kmitání se bude řídit prakticky pouze dle partikulárního řešení  $y \approx y_P$  [23].

$$x_P(t) = A \sin(\omega t - \varphi) \quad (4.31)$$

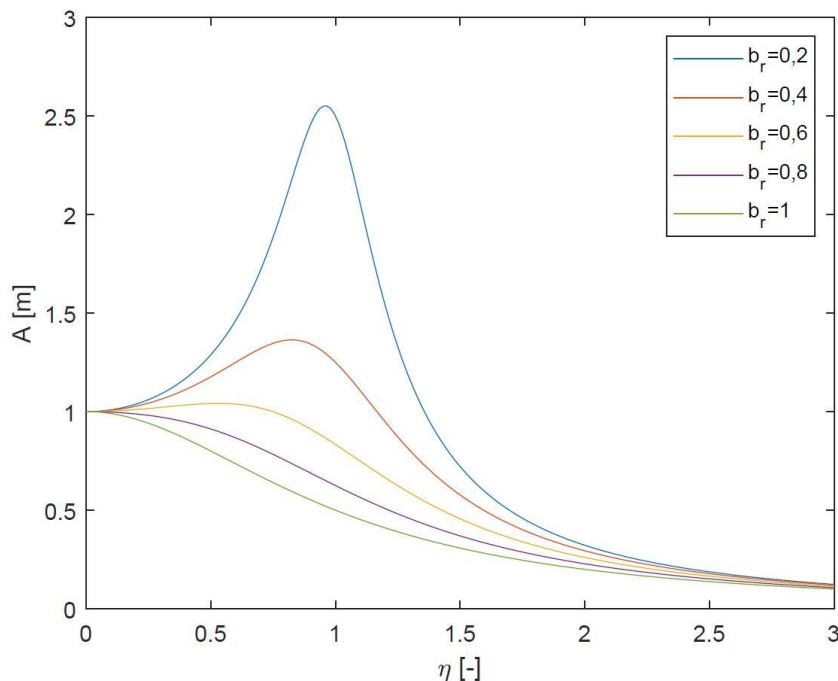
Neznámé koeficienty  $A$  a  $\varphi$  najdeme dosazením partikulárního řešení do diferenciální rovnice pro buzené tlumené kmitání a po dalších úpravách získáme vztah pro amplitudu  $A$  a fázové zpoždění kmitání za budící silou  $\varphi$  [23].

$$A(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b_r^2\Omega_0^2\omega^2}} \quad (4.32)$$

$$\varphi(\omega) = \arccos \frac{\Omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4b_r^2\Omega_0^2\omega^2}} \quad (4.33)$$

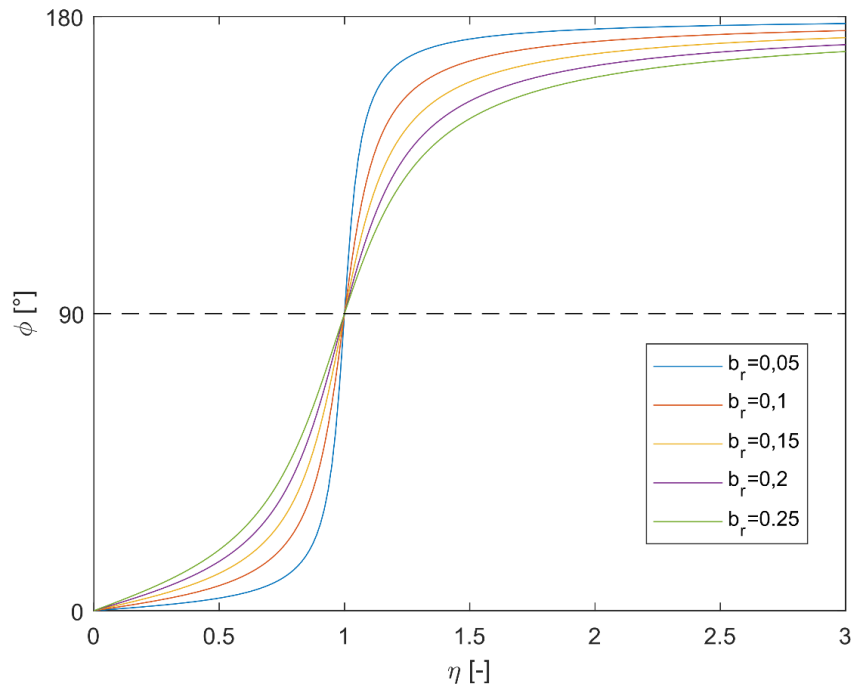
#### 4.4.3 Amplitudofrekvenční charakteristika buzeného tlumeného oscilátoru

Dle předposledního vztahu z předchozí podkapitoly můžeme vytvořit frekvenční charakteristiku buzeného tlumeného oscilátoru. Ta nám vyjadřuje velikost maximální výchylky v závislosti na vlastnostech oscilátoru, tj. vlastní frekvenci a poměrném útlumu, a na vlastnostech budící síly, tedy její amplitudě a úhlové frekvenci. Amplitudofrekvenční charakteristika takového oscilátoru pro různé hodnoty poměrného útlumu je na obrázku 23.



Obrázek 23 Amplitudofrekvenční charakteristika buzeného tlumeného oscilátoru

Kde  $A$  označuje maximální výchylku oscilátoru a  $\eta = \omega/\Omega_0$  je činitel naladění, který, jak je zřejmé, určuje poměr mezi budící frekvencí a vlastní frekvencí oscilátoru. Z předchozího je patrné, že pokud jsou frekvence tlumeného oscilátoru a frekvence budící síly totožné, dochází k rezonanci. Pokud bychom uvažovali netlumený oscilátor, jeho amplitudy by v okamžiku rezonance, jak již bylo zmíněno výše, rostly lineárně s časem nade všechny meze [23]. Další charakteristikou je fázové zpoždění kmitání za budící silou, jež je na obrázku 24.



Obrázek 24 Fázové zpoždění kmitání za budící silou

Fázové zpoždění pro frekvence dostatečně vzdálené od stavu rezonance se blíží hodnotě  $0^\circ$  pro činitel naladění  $\eta < 1$ , respektive hodnotě  $180^\circ$  pro  $\eta > 1$ . V okamžiku, kdy je oscilátor v rezonanci, je fázové zpoždění přesně  $90^\circ$ , a to pro jakékoli stupně tlumení. Pokud bychom uvažovali velmi malý poměrný útlum, budou se hodnoty fázového zpoždění čím dál více blížit svým krajním hodnotám v čím dál užší oblasti kolem stavu rezonance, až pro netlumený oscilátor dojde k nespojitosti grafu, tj. pro stav rezonance a netlumený oscilátor nelze definovat fázové zpoždění.

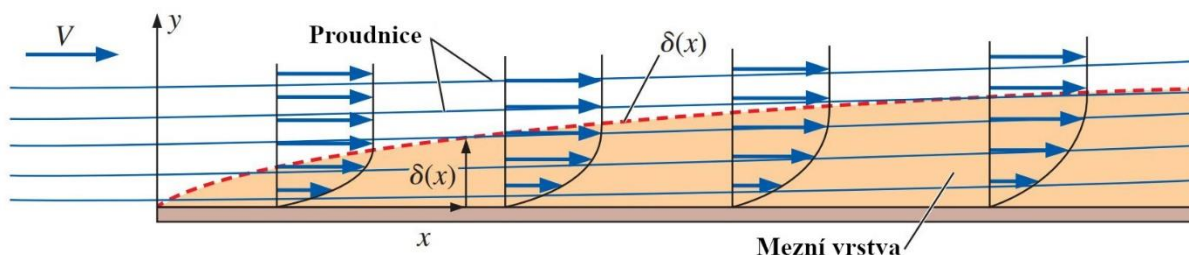
## 5 Obtékání těles

Obtékáním tělesa rozumíme problém překážky – tělesa v proudící tekutině nebo pohyb tělesa ve stojící tekutině a jejich vzájemné silové interakci. V inženýrské praxi se nejčastěji setkáváme s obtékáním vodou a vzduchem. V malých a středních měřítcích se s tímto problémem setkáme například při obtékání lopatek turbín, ventilátorů, křídel letadel a trupů lodí, anebo i v mnohem běžnějších situacích jakými může být například kývající se sloup ve větru. Obtékání těles velkého měřítka jsou například různé atmosférické nebo podmořské pochody způsobené překážkami jakými jsou hory nebo ostrovy.

### 5.1 Mezní vrstva

Při obtékání tělesa tekutinou můžeme proud rozdělit do dvou oblastí. Vnější oblast, kde můžeme zanedbávat vazkost, a jejíž chování je popsáno Eulerovou rovnicí hydrodynamiky a vnitřní oblast označovanou jako mezní vrstva, kde jsou vazké účinky významné, a tudíž nemohou být zanedbány. Oblast mezní vrstvy popisuje Navier-Stokesova rovnice.

Uvažujme desku umístěnou do proudící tekutiny, kde její delší strana je rovnoběžná se směrem proudění. Před deskou mají všechny částice stejnou rychlost, kterou označujeme  $v_\infty$ . Na povrchu desky platí podmínka ulpívání, a tudíž všechny částice kapaliny na povrchu desky mají nulovou rychlost. Vzájemným třením mezi částicemi jsou rychlejší částice zpomalovány pomalejšími a vzniká nenulový gradient rychlosti, viz obrázek 25.

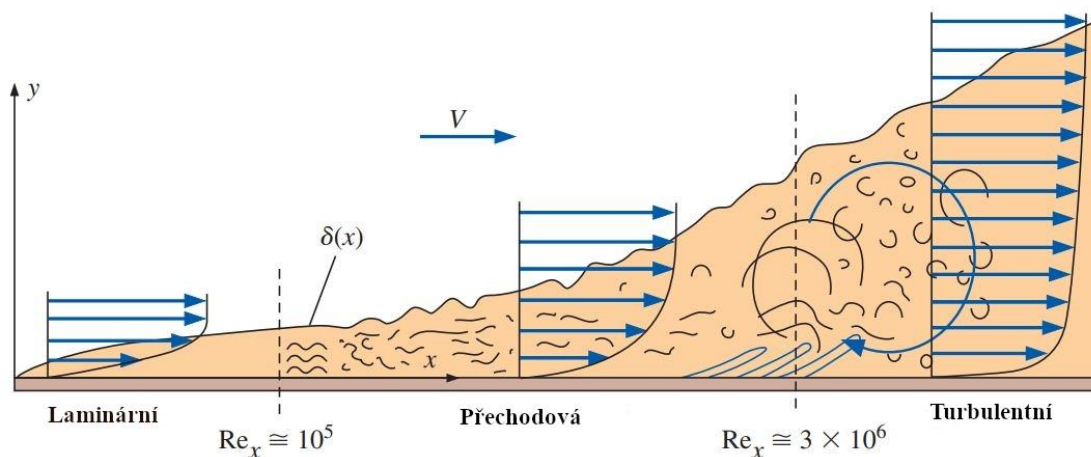


Obrázek 25 Mezní vrstva, převzato a upraveno z [25]

Tloušťku mezní vrstvy smluvně definujeme jako vzdálenost, ve které rychlost kapaliny dosahuje 99 % rychlosti  $v_\infty$ . Ve srovnání s velikostí obtékaného tělesa je velmi malá. Zároveň tloušťka mezní vrstvy  $\delta(x)$  není konstantní a roste se vzdáleností od náběžné hrany. Pro laminární mezní vrstvu vznikající na desce je její tloušťka z většiny funkcí rychlosti kapaliny, vzdáleností od náběžné hrany a vlastností tekutiny – hustoty a dynamické viskozity, tj. je funkcí Reynoldsova čísla, které je pro desku definované dle následujícího vztahu. [25]

$$Re_x = \frac{\rho v_\infty x}{\mu} = \frac{v_\infty x}{\nu} \quad (5.1)$$

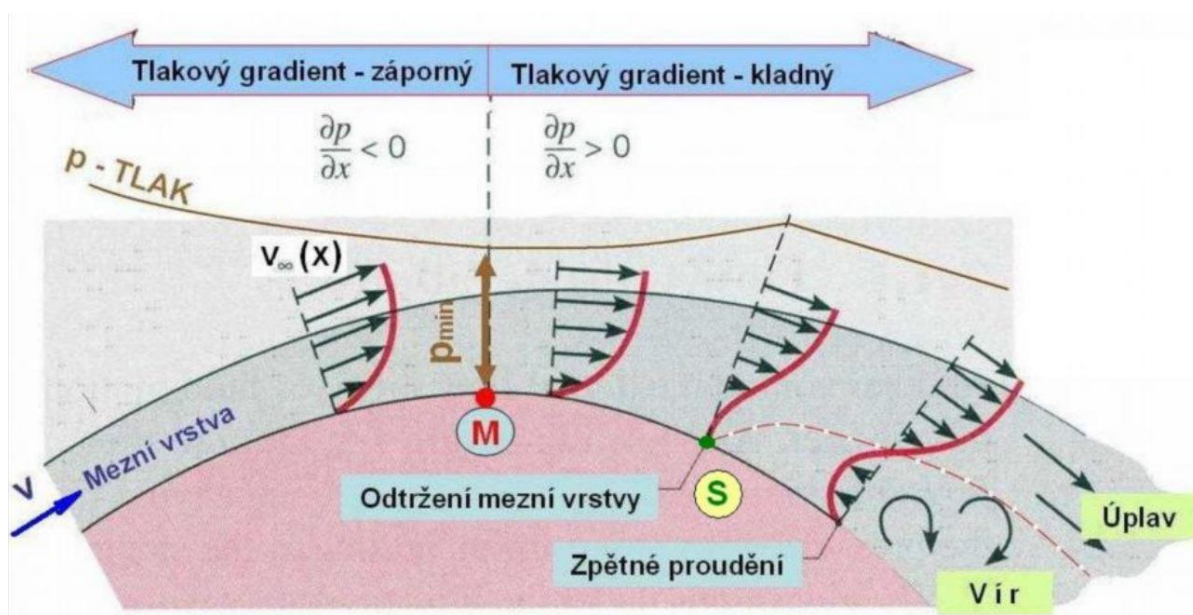
Kde  $\mu$  je dynamická viskozita,  $\nu$  kinematická viskozita,  $\rho$  hustota kapaliny,  $v_\infty$  rychlost proudění před deskou a  $x$  vzdálenost bodu od náběžné hrany desky. Ukazuje se, že pro laminární mezní vrstvu je tloušťka mezní vrstvy úměrná druhé odmocnině z Reynoldsova čísla, tj. vzdálenosti od náběžné hrany [25]. V určité vzdálenosti od náběžné hrany však mezní vrstva nemůže setrvat dále laminární a dochází zde k přechodu k turbulentní mezní vrstvě. Přechodová oblasti začíná při kritickém Reynoldsově čísle  $Re_{x,kritické} \cong 10^5$  a pokračuje, dokud mezní vrstva není zcela turbulentní při Reynoldsově čísle okolo  $3 \cdot 10^6$ , viz obrázek 26 [25].



Obrázek 26 Stav proudění v mezní vrstvě, převzato a upraveno z [25]

## 5.2 Održení mezní vrstvy

Pokud nebudeme uvažovat rovinnou desku, kde  $\partial p / \partial x = 0$ , ale těleso se zakřivenou stěnou, například válec, tak tlak se v souladu s Bernoulliho rovnicí mění s měnící se rychlostí. Na schématickém obrázku 27 je válcové těleso obtékáno tekutinou o počáteční rychlosti  $v_\infty$ . V levé části válce, kde směrnice jeho povrchu je kladná, roste rychlost a spolu s ní klesá tlak až do bodu M, kde je rychlost kapaliny největší a tlak nejmenší. Za tímto bodem se situace obrátí, tlak roste a rychlost v mezní vrstvě klesá. Konvexní rychlostní profil se s rostoucím tlakovým gradientem deformuje a v bodě S dochází ke vzniku inflexního bodu. Dalším působením kladného gradientu tlaku se rychlostní profil v blízkosti povrchu mění na konkávní a rychlost tekutiny obrátí svůj směr. Bod S tedy uvažujeme jako bod odtržení mezní vrstvy. Obálka tvořená inflexními body v každém bodě tělesa tvoří oblast uvnitř níž tekutina zavíří, částice tekutiny, jež prošly mezní vrstvou tvoří za tělesem tzv. úplav. Obecně nastává odtržení mezní vrstvy dříve u laminární mezní vrstvy než u turbulentní [26].



Obrázek 27 Obtékání zakřiveného tělesa, převzato z [26]

### 5.3 Odpor při obtékání

Pokud budeme uvažovat těleso pohybující se v ideální tekutině nebo stojící v pohybující se ideální tekutině, nebude na něho působit žádná síla, tj. těleso neklade proudění tekutiny žádný odpor. Tento jev je označován jako hydrodynamický paradox [23]. Pokud tedy chceme zjistit odporovou sílu na těleso působící, musíme uvažovat tekutinu reálnou, a to minimálně v ohledu její viskozity.

Pro elementární plošku na povrchu takového obtékaného tělesa můžeme sestavit rovnice statické rovnováhy. Uvažujme, že  $F_D$  je odporová síla,  $p$  je tlak na povrchu tělesa,  $\tau_w$  je smykové napětí na povrchu tělesa,  $\theta$  je úhel svírající normála plošky s vektorem proudění a  $A$  je plocha, pak rovnice statické rovnováhy je následující [25].

$$dF_D = -pdA \cos \theta + \tau_w dA \sin \theta \quad (5.2)$$

Celková odporová síla se poté spočte jako integrál po ploše tělesa. Nicméně tento vztah není velmi vhodný pro praktické využití, a to kvůli složitému získávání rozložení tlaku a smykového napětí. Pro praktické užití se používá vhodnější Newtonův vztah pro výpočet odporové síly.

$$F_D = C_D \rho S \frac{v^2}{2} \quad (5.3)$$

Kde  $C_D$  je koeficient zahrnující geometrii tělesa,  $v$  je rychlost tekutiny,  $S$  plocha průmětu tělesa do roviny kolmé ke směru proudění a  $\rho$  je hustota kapaliny. Koeficienty  $C_D$  se získávají experimentálně a obecně jsou závislé na Reynoldsově čísle, a to zejména v oblasti  $Re < 10^4$  [25].

Odporová síla od kapaliny je způsobena dvěma složkami – třecí a tlakovou. Součet od obou složek je zahrnut v koeficientu odporu a jejich poměr je závislý jak na rychlosti proudění, tak na geometrii tělesa. Například tenká deska umístěná rovnoběžně s prouděním je namáhána pouze smykovou složkou a deska, jež je kolmo ke směru proudění, je namáhána pouze složkou tlakovou. [25]

Pro vyšší Reynoldsova čísla je koeficient  $C_D$  pro většinu geometrií téměř na Reynoldsově čísle nezávislý, nicméně toto neplatí pro koule a válce [25]. Charakteristický rozměr pro výpočet Reynoldsova čísla bereme u koule a válce průměr. Protože je válec víceméně zásadní pro tuto práci, bude jeho chování rozebráno podrobněji.

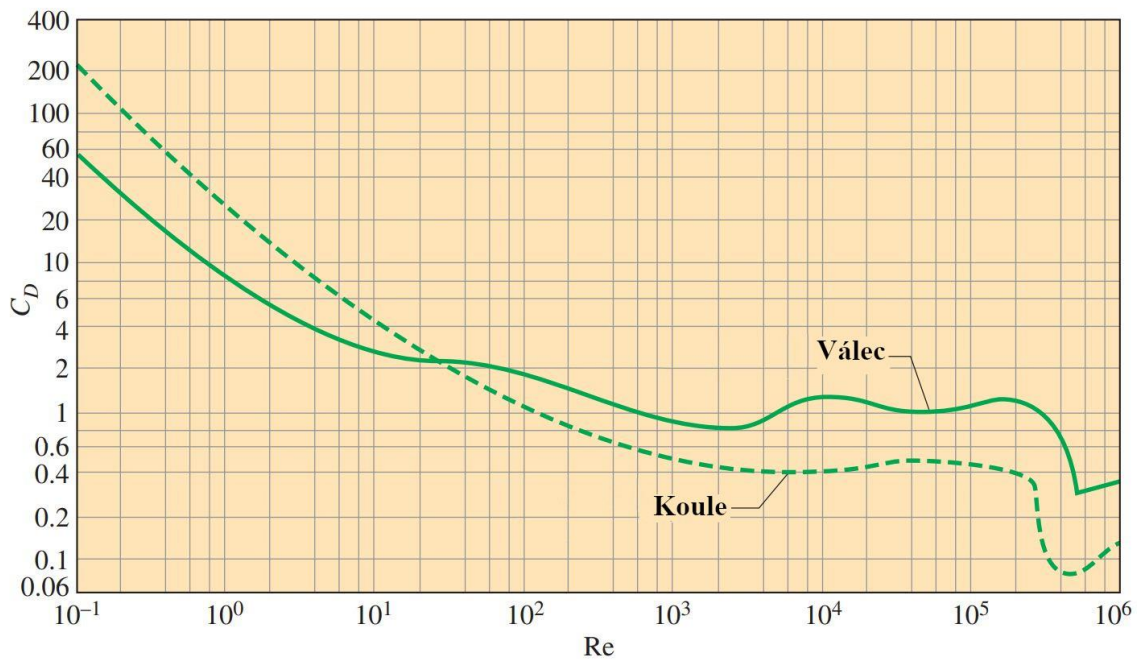
Pro velmi nízké rychlosti proudění  $Re < 1$  tekutina kompletně obtéká válec a oba proudy se bez odtržení mezní vrstvy znovu spojí na zadní straně válce. V tomto případě je koeficient odporu nepřímo úměrný Reynoldsovu číslu. [25]

Pro  $10 < Re < 10^3$  dochází k odtrhávání mezní vrstvy, nicméně koeficient odporu klesá stále nepřímo úměrně s Reynoldsovým číslem. [25]

V rozsahu  $10^3 < Re < 10^5$  je mezní vrstva stále laminární, ale proudění v úplavu je silně turbulentní. Koeficient odporu zůstává v celém rozsahu téměř konstantní. [25]

V rozsahu  $10^5 < Re < 10^6$  pozorujeme skokové snížení koeficientu odporu, které se označuje jako krize odporu. [23] Skoková změna je způsobena změnou mezní vrstvy v turbulentní, což vede k posunutí bodu odtržení dále na zadní stranu válce a způsobuje pokles tlakové složky odporové síly. [25]

Průměrné hodnoty koeficientu odporu pro hladký válec a kouli jsou zobrazené na obrázku 28.



Obrázek 28 Součinitele odporu obtékání pro válec a kouli, převzato a upraveno z [25]

#### 5.4 Karmánova vírová stezka

Vírová stezka, jejíž první matematickou teorii přinesl v roce 1912 Theodore von Karmán a nese jeho jméno, vzniká za každým dostatečně rychle obtékaným tělesem [23]. Pro většinu strojních a stavebních aplikací je tato skutečnost obtíží a inženýři se tento negativní jev snaží různými způsoby potlačit. Může se jednat o mosty, vodiče elektrického vedení, sloupy či komíny, ale i objekty mnohem většího měřítka, například ostrovy. Na obrázku níže je vírová řada vzniklá nad mexickým ostrovem Guadalupe. V našem případě se však budeme zabývat poměrně jednodušší situací, a tou je obtékaný válec.



Obrázek 29 Karmánova vírová stezka za ostrove Guadalupe, převzato z [27]



Pro válec dochází k odtržení mezní vrstvy přibližně pro hodnotu Reynoldsova čísla  $Re \cong 5$  a za tělesem vznikají víry, jež zůstávají pevně za tělesem. Po překročení prahové hodnoty  $Re \cong 40$  dojde za překážkou ke vzniku periodické struktury složené ze dvou řad stejně velkých opačně rotujících vírů, jež nezůstávají za tělesem, ale jsou odnášeny s proudící tekutinou. Jako jeden z prvních se pozorováním této pravidelné vírové struktury zabýval česky fyzik Čeněk Strouhal, po němž je pojmenováno podobnostní číslo charakterizující frekvenci odtrhávání vírů. [23][25][28]

$$Sr = \frac{fD}{v_{\infty}} \quad (5.4)$$

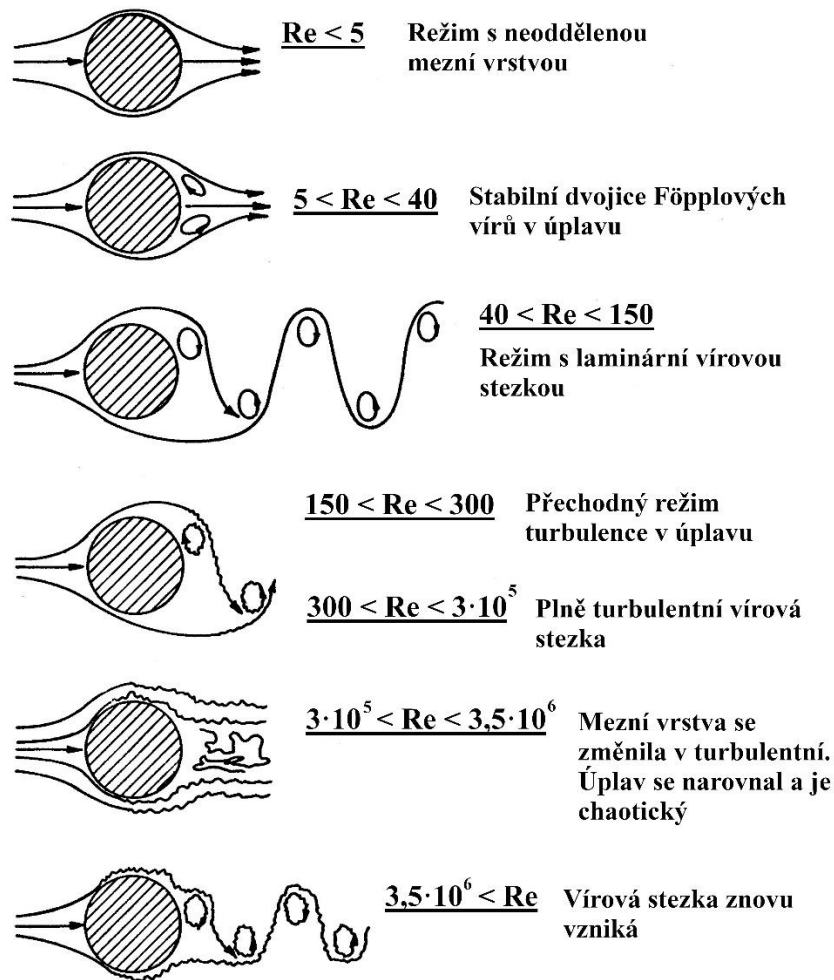
Kde  $f$  je frekvence odtrhávání vírů,  $D$  je průměr válce a  $v_{\infty}$  je rychlost proudění tekutiny.

#### 5.4.1 Režimy obtékání pevného válce

Při obtékání válce, který se nepohybuje, vzniká několik režimů obtékání, které jsou závislé na rychlosti proudění, a tudíž na hodnotě Reynoldsova čísla. Dle Reynoldsova čísla je také můžeme rozdělit na podkritické, přechodové a nadkritické [18]. Kritická hodnota se udává okolo  $Re \cong 10^5$  a vyjadřuje rychlost při níž mezní vrstva začíná přecházet z laminární do turbulentní [25].

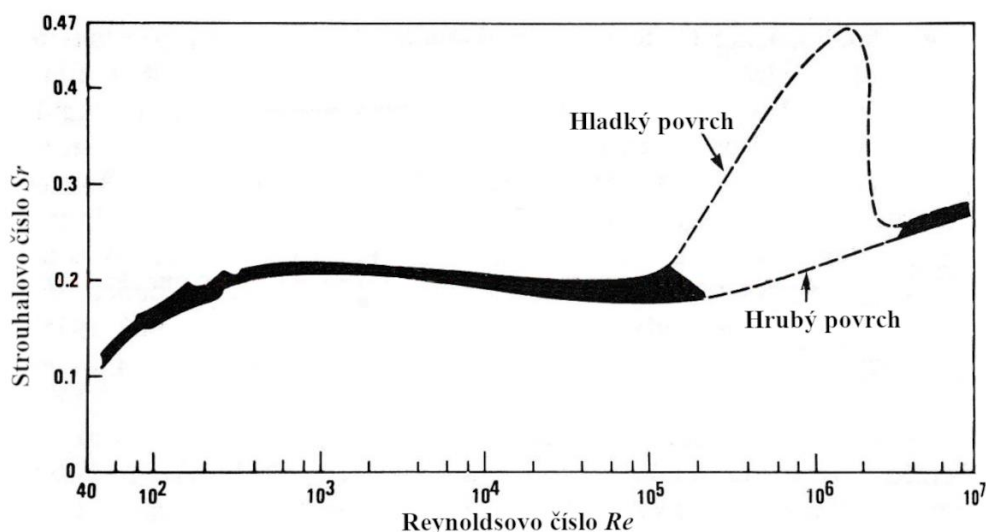
Do podkritického režimu proudění můžeme řadit první tři stavy z obrázku 30. Při velmi nízkých rychlostech  $Re < 5$  nedochází k odtržení mezní vrstvy a obtékající proudy se za tělesem plynule spojují. Pro hodnoty  $5 < Re < 40$  již dojde k odtržení mezní vrstvy a za tělesem vzniká pár stabilních Föpplových vírů. V intervalu  $40 < Re < 150$  se víry začínají odtrhávat a vzniká laminární Karmánova vírová stezka. Po překročení tohoto dochází k přechodu z laminárního proudění a vzniku plně turbulentní vírové stezky, avšak stále ještě s laminární mezní vrstvou. [28]

Po překročení kritické hodnoty mezní vrstva na povrchu válce začíná přecházet v turbulentní, čímž dojde k posunu bodu odtržení směrem po proudu a zúžení úplavu. Úplav je narovnaný a neuspořádaný. Interval  $3 \cdot 10^5 < Re < 3,5 \cdot 10^6$  a v něm vzniklé zúžení úplavu, také odpovídá jevu zvanému krize odporu, kdy dochází k poklesu tlakové složky odporu, která byla zmíněna v předchozí podkapitole. Vírová stezka se znovu ustaví při překročení transientní hodnoty Reynoldsova čísla, jež je přibližně  $Re \cong 3 \cdot 10^6$ . [25][28] Mezní vrstva i vírová stezka jsou v tomto režimu již plně turbulentní a úplav je užší než u laminární a turbulentní vírové stezky s laminární mezní vrstvou [28].



Obrázek 30 Režimy obtékání pevného válce, převzato a upraveno z [28]

Zjednodušeně lze uvažovat, že Strouhalovo číslo se v závislosti na Reynoldsově čísle výrazně nemění a zůstává téměř konstantní s hodnotou  $Sr = 0,2$ . Nicméně toto dle Lienharta [28] platí pouze v oblasti Reynoldsova čísla  $10^3 < Re < 10^5$ , pro oblasti na okrajích tohoto intervalu byla experimentálně zjištěna závislost, jež je uvedena na obrázku 31.



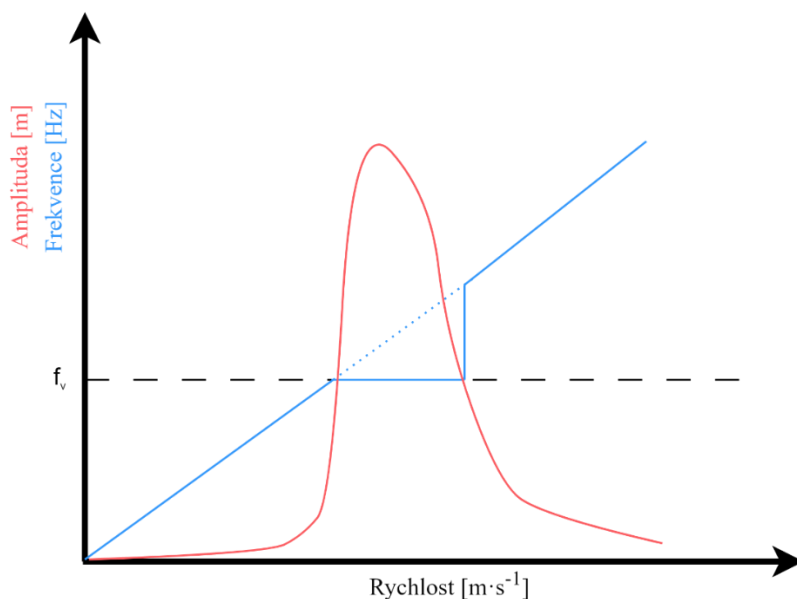
Obrázek 31 Závislost Strouhalova čísla na Reynoldsově čísle, převzato a upraveno z [29]

V oblasti  $Re < 10^3$  Strouhalovo číslo zvolna roste až k hodnotě  $Sr = 0,2$ . Toto chování je způsobeno přechodem od laminární vírové stezky k postupně vznikající turbulentní vírové stezce, při jejímž dosažení se hodnota Strouhalova čísla téměř ustálí [28]. V oblasti s vyšším Reynoldsovým číslem se ukazuje, že hodnota Strouhalova čísla je silně závislá na kvalitě povrchu, který ovlivňuje chování mezní vrstvy, a tudíž chování celé vírové stezky.

#### 5.4.2 Režimy obtékání oscilujícího válce

Na těleso uložené v proudící tekutině působí vlivem asymetrické tvorby vírů kolísavá vztlaková síla. Pokud těleso není uloženo dokonale tuze, tj. spojení tělesa a základu vykazuje určitou tuhost, můžeme takovou soustavu považovat za jednoduchý oscilátor. Kolísavá vztlaková síla v takovémto případě působí jako buzení. Protože se jedná o reálný oscilátor, vykazuje ještě určitou míru tlumení. Tlumení může být způsobeno způsobem pružného uložení, anebo například elektrickým generátorem. Celý problém si tedy můžeme představit jako buzený a tlumený oscilátor. Jedním z hlavních rysů víry vyvolaného kmitání, je schopnost synchronizace frekvence odtrhávání vírů s vlastní frekvencí válečku. Tomuto jevu se říká lock-in a rozsah synchronizace se zvětšuje s amplitudou kmitání [30]. Frekvenci odtrhávání vírů udává Strouhalovo číslo, které se zde pro zjednodušení uvažuje stejné na celém rozsahu rychlostí (Reynoldsova čísla).

Fázi lock-in si tedy můžeme představit jako je na schématickém obrázku 32. Vidíme, že frekvence odtrhávání vírů roste úměrně s rychlostí proudění. V okamžiku dosažení vlastní frekvence se díky nelineárnímu chování takto buzeného oscilátoru frekvence sesynchronizují a jsou stejné pro určitý rozsah rychlostí, načež dojde k přerušení synchronizace a frekvence odtrhávání znovu začne se vzrůstající rychlostí růst. Dále vidíme, že amplituda výchylky prudce roste, protože v úseku synchronizace frekvencí je oscilátor v rezonanci.



Obrázek 32 Lock-in režim

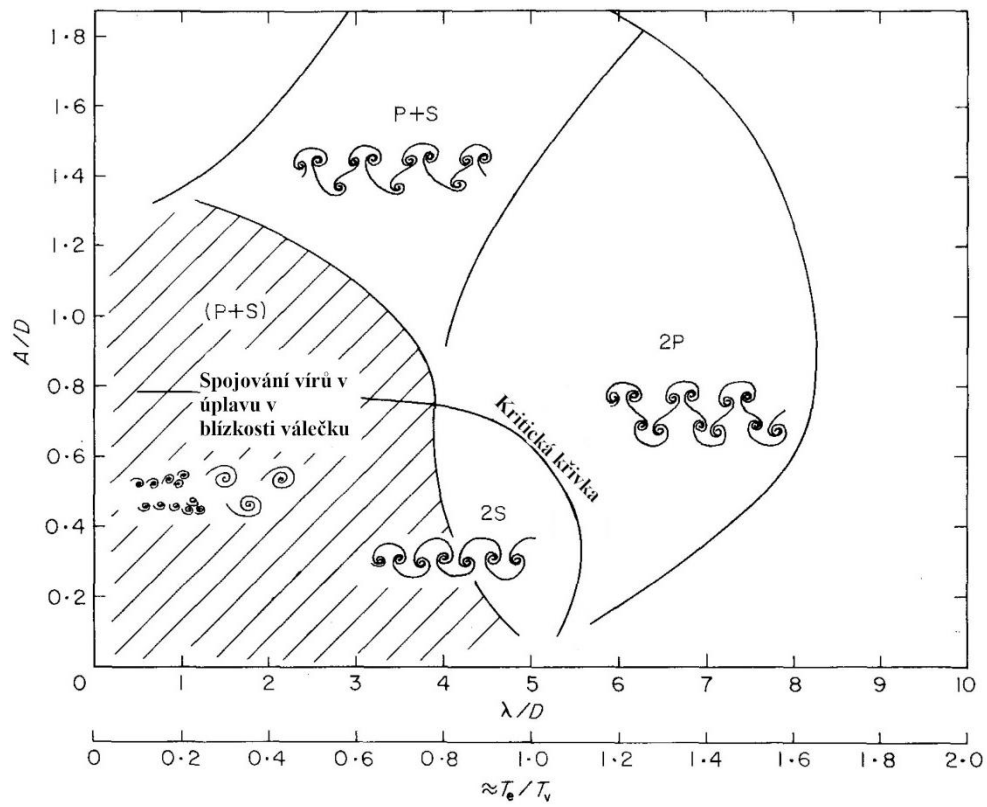
V případě pevného válce byla vírová stezka v úplavu tvořena vždy víry s opačnými rotacemi jdoucími v řadě za sebou. U válce oscilujícího se struktura úplavu značně zesložití a vznikají kromě základního i další synchronizační vzory vírů. Abychom si mohly tyto vzory lépe definovat, zavedeme si bezrozměrné parametry, těmi jsou:

$$\text{Poměrná amplituda} = \frac{A}{D} \quad (5.5)$$

$$\text{Poměrná vlnová délka} = \frac{v_{\infty} T_e}{D} = \frac{\lambda}{D} \quad (5.6)$$

Kde  $A$  je maximální výchylka válce,  $T_e$  je perioda oscilací válečku (nikoli vlastní),  $\lambda$  je vlnová délka oscilací válečku a  $D$  je jeho průměr. Schematické znázornění vírových vzorů v okolí oblasti lock-in v závislosti na poměrné vlnové délce a poměrné amplitudě je na obrázku 33. Hlavními vzory jsou 2S, 2P a P+S. Označení 2S znamená, že v každé půlperiodě je vír odtržen do úplavu jako u klasické Karmánovy vírové stezky. 2P označuje režim, ve kterém jsou v každé půlperiodě odtrženy dva víry tvořící vírový pár nacházející se bočně od osy úplavu. Posledním je asymetrický vzor P+S, ve kterém je úplav tvořený jedním párem (P) a jedním samotným vírem (S) každou periodu. Kritická křivka znázorňuje mez, při jejímž překročení dochází k ostrému přechodu mezi jednotlivými vírovými vzory. [30]

Osa  $x$  obsahuje ještě druhé měřítko, které vyjadřuje poměr mezi vlastní periodou oscilací válečku  $T_e$  a periodou odtrhávání vírů  $T_s$ . Jak již bylo zmíněno, pro zjednodušení uvažujeme hodnotu Strouhalova čísla stejnou pro všechny rychlosti proudění, a to hodnotu  $Sr = 0,2$ . Z tohoto vyplývá, že rezonance je pro  $T_e/T_v = 1$ , tedy pro  $\lambda/D = 5$ . Při frekvenci odtrhávání vyšší, než je vlastní ( $\lambda/D < 5$ ) dochází k tvorbě většího počtu malých vírů, které se v blízkosti tělesa shlukují do větších celků. [30]



Obrázek 33 Režimy odtrhávání vírů, převzato a upraveno z [30]

## 6 Konstrukční řešení

Konstrukční řešení bude částečně inspirováno projektem VIVACE, protože jde o velmi slibný projekt v pokročilém stádiu vývoje a již několik funkčních prototypů je testováno v různých lokalitách. Základem celého řešení je kruhový válec<sup>1</sup>, který je umístěn na pružném závěsu v proudící kapalině. Úkolem konstrukčního řešení bude porovnat jednotlivé přístupy ke konstrukci pružného závěsu a vhodné typy generátorů pro získávání elektrické energie. Vstupními podmínkami pro návrh řešení je testovací koryto v laboratoři Odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana. Hlavními parametry, kterými se bude konstrukce harvesteru řídit jsou v následující tabulce.

Šířka koryta	500 mm
Výška koryta	750 mm
Výška napuštění koryta	500 mm
Rychlost proudění	0–1 m·s <sup>-1</sup>
Rozsah průtoku	0–260 l·s <sup>-1</sup>

Tabulka 1 Parametry testovacího koryta

Dle způsobu pohybu válce můžeme rozdělit harvestory do dvou kategorií. První je typ s lineárně se pohybujícím válcem. Válec je umístěn v lineárním vedení a pohybuje se po přímce kolmo na směr proudění kapaliny. Druhým typem je válec pohybující se po kružnicové trajektorii. Válec je v tomto případě připevněn na rameni, které je uloženo v ložiscích a vykonává kývavý pohyb. Vhodnou délkou závěsu ve spojení s malými dosahovanými výchylkami lze dosáhnout téměř pohybu po přímce. Oba typy řešení budou v následujících podkapitolách podrobněji rozebrány.

Součástí konstrukčního řešení harvesteru je i generátor elektrické energie. Na začátku této práce byla část věnována druhům elektrických generátorů používaných v oblastech energy harvesting, a ač se oblast našeho zájmu řadí rovněž do této oblasti, vstupní podmínky pro elektrické generátory jsou velmi odlišné a v několika ohledech i nepříznivé. Z měření a výpočtů prováděných na OFI můžeme uvažovat, že výkony, kterých by harvester mohl dosahovat jsou okolo jednoho wattu na půl metru délky válce při jeho průměru 100 mm.

Oproti běžným aplikacím, kde se již energy harvesting užívá, dosahují frekvence v našem případě řádově jednotek Hertz oproti desítkám až nižším stovkám. Toto kritérium v podstatě vyřazuje použití elektrostatických generátorů, jejichž možnost přeměny energie na jeden cyklus je velmi malá a pro získání zhruba jednoho sekundového joulu by byl třeba generátor velkých rozměrů. Použití piezoelektrických generátorů by bylo vhodné, pokud bychom součástí našeho harvesteru měli část, která by se ohýbala a bylo by tedy možné na ni připevnit piezoelektrickou folii. Toho bychom například docílili, pokud by jako pružný člen byla použita kovová planžeta, nicméně ani tento typ generátoru se neukazuje jako příliš praktický. Nejvhodnějším se, i přes jeho nevýhody, jakými jsou například závislost výkonu na rychlosti změny elektromagnetického pole, která při malých frekvencích harvesteru hraje v neprospěch tohoto typu, jeví elektromagnetický generátor, a to zejména díky jeho velké dostupnosti v podobě již hotových výrobků a současně i jeho poměrně jednoduché výrobě v případě nedostupnosti nebo nevhodnosti sériově vyráběných zařízení. Proto bude v průběhu dalšího navrhování uvažován jako výchozí tento typ generátoru.

<sup>1</sup> Válec nemusí být z principu nutně kruhový. Uvažují se i válce s podstavou elipsy a různým poměrem hlavních os.

### 6.1 Lineární uložení válce

Jak již bylo zmíněno, válec je v tomto případě uložen v lineárním vedení a jeho jediným pohybem je přímočarý pohyb ve směru kolmém na směr proudění kapaliny. Tento typ uložení válce je využíván i v projektu VIVACE. Na obrázku 34 je fotografie modelu VIVACE v testovacím kanálu na univerzitě v Michiganu. Jak je patrné, harvestor se skládá z válce kruhového průřezu, který je připevněn dvěma plochými profily vystupujícími z vody připevněnými k lineárnímu vedení. Pružný element je zajišťován dvěma vinutými pružinami a elektrický generátor je využit nízko otáčkový rotační. Převod přímočarého pohybu válce na otáčivý pohyb generátoru je zajištěn ozubeným řemenem.



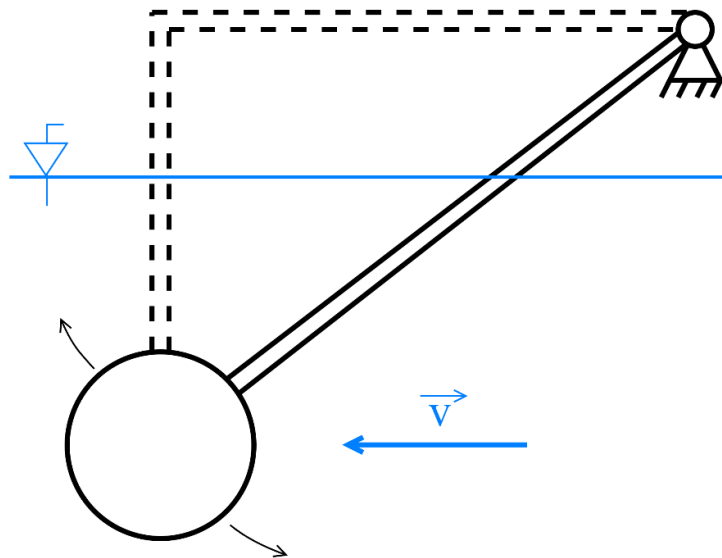
Obrázek 34 VIVACE harvestor v testovacím korytě, převzato z [10]

Výhoda tohoto uspořádání je ale zejména v kombinaci s lineárním elektrickým generátorem, kdy na straně zpracování mechanického výkonu vnášíme do systému takřka jen tlumení způsobené elektromagnetickými silami a tím se snižují výkonové ztráty jinak způsobené převodem pohybu. Na druhé straně ale vykazují lineární vedení obecně vyšší ztráty než rotační uložení a jejich náročnost na výrobu, přesné sestavení a údržbu, při zachování velmi nízkého ztrátového tlumení, může být proti harvestorům s kyvným uložením nevýhodou.

### 6.2 Kyvné uložení válce

Dalším typem uložení je kyvné uložení pracovního válce, tedy jeho uložení v rotačních podpůrách a pohyb po výseku kružnice. Schématické znázornění tohoto druhu uložení je na obrázku 35. Válec je na obou podstavách připevněn pomocí plochých profilů buď přímo nebo konstrukcí s vhodným tvarem připevněn k ložiskům a to tak, že ložiska mohou být s výhodou uložena nad hladinou. Otočné rameno je kromě ložisek připevněno k základnímu rámu ještě pružným členem. Konstrukce kyvného harvestoru v sobě kombinuje výhody lineárního harvestoru s konstrukčně jednoduchým uložením pracovního ramene, jakým ložiska bezpochyby jsou. Lze použít s takřka rovnocennou náročností oba typy generátorů.

Spojení generátorů s otočným ramenem lze docílit obrovským množstvím způsobů a lze jen těžko říci, který je dobrý, či nikoli. Můžeme například uvažovat lineární generátor, kdy generátor má vlastní lineární vedení, jež není namáháno odporovými silami od proudící kapaliny, a tudíž vnáší do systému menší tlumení než u lineárního uložení válce. Takovýto generátorový modul může být s otočným ramenem spojen například táhlem, které vyrovnává nepřímočarost pohybu otočného ramene. Spojení rotačního generátoru s ramenem může být realizováno například pomocí odvíjejících se a znovu navíjejících se řemenů nebo prostým využitím ramene a jeho značného poloměru jako velké řemenice a pomocí ozubeného převodu převod pomalého obousměrného rotačního pohybu na značně rychlejší obousměrné otáčení pastorku elektromagnetického generátoru. Výhodou rotačních generátorů je jejich poměrně značný výběr na trhu oproti generátorům lineárním, které zpravidla musí být vyrobeny přímo na míru konkrétním podmínkám. Spojení kyvného harvesteru s lineárním generátorem pomocí táhla bude ukázáno v pozdější kapitole.

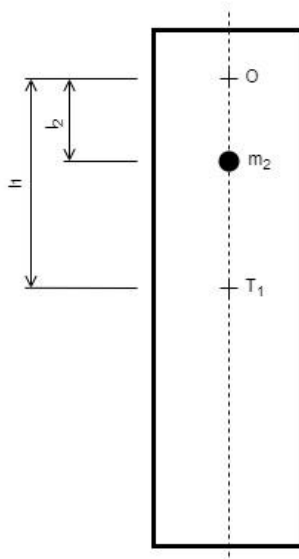


Obrázek 35 Válec v kyvném uložení

Zvážením výhod, nevýhod a výrobní náročnosti bude konkrétní návrh harvesteru dále směřovat ke kyvnému typu harvesteru.

Aby se tato práce alespoň částečně odlišila od prototypu vznikajícího jako hlavní součást projektu H-HOPE na Odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana, byly připraveny dva návrhy kyvného harvesteru. První z nich vycházel z předpokladu, že samotná pružnost, tedy nějaký typ vinuté či jiné pružiny, vnáší do systému poměrně značné tlumení. Tedy snaha úplně se oprostit od pružiny vedla k návrhu kyvného harvesteru koncipovaného jako kyvadlo. Návrh byl počítán jako reálné kyvadlo s vlivem všech vnějších konzervativních sil na přístroj působících. Nicméně při zanedbání ostatních sil mimo tíhové a uvažování malých výchylek, můžeme považovat harvester za fyzické kyvadlo. Takovéto zanedbání rozhodně nelze použít pro výpočet periody kyvadla, protože přidané konzervativní síly periodu značně mění, lze však na příkladu ukázat modelovou situaci, která ukazuje, že realizace takového kyvadla by byla velmi složitá. Uvažujme kyvadlo zobrazené na obrázku 36. Jedná se o kyvadlo obecného tvaru a hmotnosti  $m_1$ , které se otáčí kolem bodu O. Těžiště je od osy otáčení vzdálené o délku  $l_1$ .





Obrázek 36 Fyzické kyvadlo s přidáním závaží

Redukovaná délka kyvadla <sup>2</sup> se spočte dle následujícího vztahu, kde  $m_1$  je hmotnost kyvadla [23].

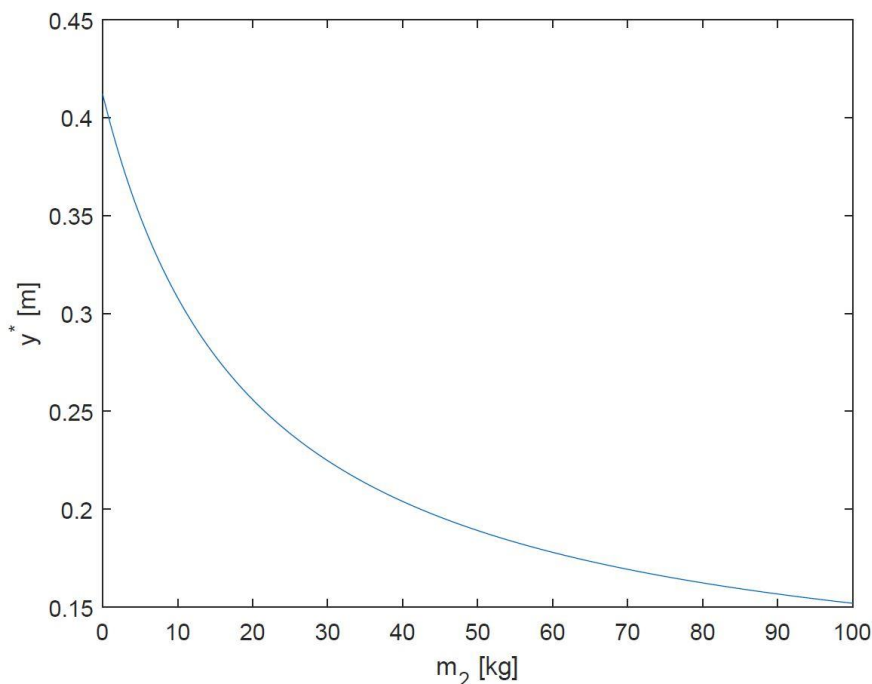
$$y^* = \frac{I}{m_1 \cdot l_1} \quad (6.1)$$

Pokud je redukovaná délka kyvadla delší než délka matematického kyvadla s periodou 1 s, tedy zhruba 0,25 m, pak jediná možnost, jak zvyšovat frekvenci kmitání je vložit hmotu do vzdálenosti menší. Přidáme-li tedy na kyvadlo závaží, které budeme pro zjednodušení uvažovat jako hmotný bod, spočte se redukovaná délka dle vztahu níže.

$$y^* = \frac{I + m_2 \cdot l_2^2}{m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2} \quad (6.2)$$

Ze vztahu není na první pohled patrné, co se doopravdy po přidání hmotnosti začne dít. Uvažujme tedy modelovou situaci: Kyvadlo je obdélníkového tvaru s délkou 0,8 m a šířkou 0,3 m a hmotností 5 kg. Osa otáčení je přesně ve středu horní strany. Přídavné závaží je ve vzdálenosti 0,1 m od osy otáčení a má proměnnou hmotnost, poté redukovaná délka v závislosti na hmotnosti závaží vypočítané dle vztahu výše má následující průběh.

<sup>2</sup> Redukovaná délka fyzického kyvadla odpovídá délce kyvadla matematického o stejné periodě.



Obrázek 37 Závislost redukované délky na přidané hmotnosti

Jak je z grafu vidět, abychom dosáhli frekvence kmitání minimálně 1 Hz, je třeba pro tuto konkrétní zjednodušenou situaci mít součástí kyvadla zhruba 20 kg přidané hmoty, což je čtyřnásobek hmotnosti samotného kyvadla. Obdobné výsledky vycházely při výpočtu skutečného harvesteru s rozdílem, že harvester nebyl uvažován jako fyzické kyvadlo, ale jako reálné kyvadlo s většími než malými výchylkami a v poli dalších konzervativních sil. Z důvodu nutné obrovské přidané hmotnosti byl návrh pracující na principu kyvadla zavrhnut.

Druhý návrh je navazující na harvester jako kyvadlo a vychází z předpokladu, že musíme-li použít pružný člen, tak obyčejné vinuté pružiny vykazují poměrně vysoké vnitřní tlumení. V klasických harvestorech používaných například pro harvesting na železničních kolejích se využívají pružné planžety, které mají vnitřní tlumení velmi malé. Z této premisy je uvažován pružný člen, kde není použita vinutá pružina, ale torzní tyč, která je přímo namáhána jednoduchým krutem. Výhodou je, že pružinu namáháme přímo vlastním pohybem harvesteru, ale lze ji tedy poměrně snadno uložit jako kompaktní součást přístroje. Na rozdíl od konstrukcí s pružinou či pryžovými pásky, tvoří torzní pružina přímo osu otáčení, a tedy rozměrově nijak nepřesahuje rozměry harvesteru a nepotřebuje ke svému upevnění další konstrukci.

Tento návrh řešení bude v následující kapitole podrobněji rozpracován.

## 7 Kyvný harvestor s torzní pružinou

Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, základem celého harvestoru jsou čtyři součásti. Jsou jimi pracovní válec, člen zajišťující pružnost, generátor elektrické energie a rám. Schématický návrh harvestoru je na obrázku 35. Válec je upevněn na rámu vhodného tvaru a může se pružně s malými výchylkami kývat kolem osy otáčení.

Prvním krokem je návrh rámu harvestoru. Od jeho vlastností se odvíjí parametry zejména torzní pružiny. Poloměr otáčení byl zvolen přibližně 775 mm proporčně s ohledem na průměr pracovního válce, jehož průměr byl dle výpočtů na OFI a válce použitého na již hotovém prototypu zvolen 75 mm, nicméně zvolený poloměr otáčení nevychází z žádných výpočtů ani zkušeností. Model rámu kyvného harvestoru s torzní pružinou je na obrázku 38.



Obrázek 38 Kyvný harvestor s torzní pružinou

Rám je konstruován jako svařenec z běžných konstrukčních ocelových profilů. Pro snížení hydrodynamického odporu od kapaliny je válec připevněn pomocí ploché tyče. Délka ploché tyče je stavitelná a lze jí měnit hloubku zanoření válce pro měření vlivu vzdálenosti od hladiny. Jak bylo zmíněno v předchozí kapitole, torzní tyč bude sloužit zároveň jako osa otáčení. Jejíž maximální délka, a tedy zároveň největší šířka celého harvestoru je zvolena stejná jako šířka kanálu včetně vyztužených okrajů. Rám bude namáhaný pouze vlastní tíhou a odporovou silou od proudící kapaliny, jež ovšem, jak bude vypočítáno v další podkapitole, je poměrně malá, a proto můžeme předpokládat, že v rámu nebude docházet k žádnému meznímu stavu.

### 7.1 Výpočet oscilátoru

Vhodným umístěním sestavy harvestoru v programu SolidWorks přímo zjistíme všechny dynamické vlastnosti, které budeme potřebovat k návrhu torzní tyče. Osa x je osou rotace, osa z je rovnoběžná s vodorovným ramenem harvestoru, osa y je kolmá na obě předcházející a její kladný směr míří svisle dolů. Vlastnosti kývajícího se ramene jsou v tabulce 2.

Hmotnost	7,19 kg
Souřadnice těžiště	T [0; 137,6; 347,1] mm
Souřadnice osy válce	V [-; 528; 567,5] mm
Moment setrvačnosti k ose x	$I_x = 1,65 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Tabulka 2 Dynamické vlastnosti harvestoru

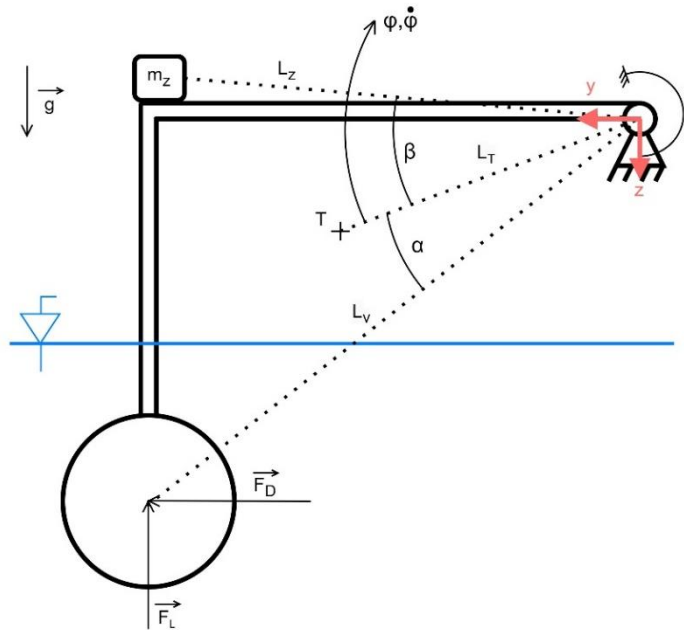
Pro první přiblížení budeme počítat oscilátor se zanedbáním vnějších konzervativních sil a vlivu daného pohybem válce v kapalině, jeho frekvence bude tedy závislá pouze na momentu setrvačnosti a torzní tuhosti tyče. Torzní tuhost tyče spočítáme dle následujícího vztahu:

$$\kappa = \frac{\partial M_k}{\partial \varphi} = \frac{\partial M_k}{\partial M_k \cdot l} = \frac{\pi d^4 \cdot G}{32 \cdot l} \quad (7.1)$$

Kde  $M_k$  je kroutící moment,  $\varphi$  je natočení tyče,  $G$  je modul pružnosti ve smyku,  $J_p$  polární kvadratický moment průřezu tyče,  $d$  její průměr a  $l$  je její délka. Frekvence torzního oscilátoru je vyjádřena jako  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\kappa/I_x}$ . Jmenovitou frekvenci válečku uvažujeme 1 Hz, maximální délka torzní tyče plyne z konstrukce žlabu a byla zvolena 750 mm, její užitná délka je menší, a to 730 mm. Poslední neznámou k inverznímu výpočtu průměru tyče je její torzní tuhost. Ta by z principu měla být co nejmenší, abychom se na co nejmenší délce dostali k poměrně nízkým frekvencím. Slitiny s nízkým modulem pružnosti ve smyku jsou obecně slitiny hliníku. Pro její vysokou pevnost byla vybrána slitina AW-7075. Její modul pružnosti ve smyku je 26,9 GPa [31]. Dosazením vztahu pro frekvenci do předchozího dostaneme vztah pro průměr torzní tyče.

$$d = \sqrt[4]{\frac{32f^2 \cdot 4\pi \cdot l \cdot I_x}{G}} = 0,0116 \text{ m} \quad (7.2)$$

Zaokrouhlením na nejbližší vyšší normovaný rozměr dostáváme průměr torzní tyče 12 mm. Jmenovitá frekvence po zaokrouhlení průřezu je  $f = 1,075 \text{ Hz}$ . Kdybychom potřebovali dosáhnout jmenovité frekvence 1 Hz, bude třeba zvýšit moment setrvačnosti soustavy, a to například přidáním závaží. Přesnost výpočtu ověříme v druhém přiblížení. K přesnému výpočtu vlastní frekvence soustavy použijeme Lagrangeovy rovnice druhého druhu. Obrázek níže bude sloužit ke správnému složení pohybové rovnice oscilátoru. Ve všech rovnicích zde uváděných je zahrnuta hmotnost závaží  $m_z$ , nicméně bez výjimky je dosazována hmotnost nulová a harvestor je počítán v základním nastavení. Rovnice včetně závaží jsou zde uvedeny pro úplnost a případné další využití. Přidané závaží je taktéž pro zjednodušení počítáno jako hmotný bod.



Obrázek 39 Oscilátor se zobecněnými souřadnicemi

Obecná Lagrangeova rovnice II. druhu má následující tvar:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_p}{\partial \varphi} = \frac{\partial P}{\partial \varphi} \quad (7.3)$$

Souřadnice v kartézském souřadném systému  $yz$  převedeme do polárních souřadnic a vypočteme charakteristické úhly soustavy  $\alpha$  a  $\beta$  a poloměry otáčení  $L_x$ . Poté můžeme napsat vztah pro kinetickou a potenciální energii v závislosti na zobecněné souřadnici.

$$E_k = \frac{1}{2} (I_x + m_z L_z^2 + m_a L_v^2) \dot{\varphi}^2 \quad (7.4)$$

$$E_p = mgL_T(1 - \cos \varphi) + m_z g L_z (1 - \cos(\varphi + \beta)) - F_D L_v \sin(\varphi - \alpha) - F_L L_v (1 - \cos(\varphi - \alpha)) + \frac{1}{2} \kappa \varphi^2 \quad (7.5)$$

Dosazením do Lagrangeovy rovnice II. druhu získáme diferenciální rovnici pohybu.

$$\ddot{\varphi} (I_x + m_z L_z^2 + m_a L_v^2) + mgL_T \sin \varphi + m_z g L_z \sin(\varphi + \beta) - F_D L_v \cos \varphi - F_L L_v \sin(\varphi - \alpha) + \varphi \kappa = 0 \quad (7.6)$$

Abychom mohli rovnici vyčíslit potřebujeme znát velikost vztlakové síly, odporové síly a přidané hmotnosti. Síly budeme počítat pro jmenovitý průtok, který byl zvolen  $175 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$ . Vztlakovou sílu spočítáme dle následujícího vztahu:

$$F_L = V_{\text{válec}} \cdot \rho \cdot g = \frac{\pi D_{\text{válec}}^2}{4} \cdot L_{\text{válec}} \cdot \rho \cdot g = 17,34 \text{ N} \quad (7.7)$$

Pro výpočet odporové síly je třeba nejdříve vypočítat Reynoldsovo číslo při obtékání válce.

$$Re = \frac{v \cdot D_{v\acute{a}lec}}{\nu} = 5,14 \cdot 10^4 \quad (7.8)$$

Kde  $v$  je rychlost proudění a  $\nu$  je kinematická viskozita. Dle Reynoldsova čísla získáme součinitel odporu obtékání, a to z diagramu na obrázku 28 v kapitole o obtékání těles. S touto hodnotou můžeme vypočítat odporovou sílu dosazením do vztahu níže:

$$F_D = \frac{1}{2} C \cdot S \cdot \rho \cdot v^2 = 7,72 \text{ N} \quad (7.9)$$

Kde  $C_D = 1,05$  je součinitel odporu obtékání a  $S$  je plocha kolmého průmětu válce do roviny kolmé na směr proudění.

Protože se válec pohybuje v kapalině musíme také uvažovat vliv tzv. přidané hmotnosti. Dále bychom mohli uvažovat také odporovou sílu, která působí vždy proti směru pohybu válce, nicméně budeme uvažovat oscilátor pouze jako netlumený. Přidaná hmotnost se projevuje dodatečnou silou, kterou musíme vyvinout na těleso při jeho pohybu se zrychlením v kapalině, tato setrvačná síla je spojena s pohybem kapaliny, který nastává při pohybu tělesa v ní, a lze ji uvažovat jako přidanou hmotnost k vlastní hmotnosti válce. Budeme-li uvažovat rovinné potenciální proudění, pak tzv. přidaná hmotnost pohybujícího se válce se spočítá následujícím způsobem [32].

$$m_a = \pi \rho \frac{D_{v\acute{a}lec}^2}{4} L_{v\acute{a}lec} = 1,77 \text{ kg} \quad (7.10)$$

Diferenciální rovnice kmitání ovšem nemá analytické řešení, a proto je třeba ji spočítat numericky. K výpočtu byl použit matematický software Matlab. Výsledkem diferenciální rovnice je periodický průběh kmitání. Perioda a frekvence je získána analýzou periodického průběhu kmitání a jejich hodnoty jsou  $T = 1,13 \text{ s}$  a  $f = 0,885 \text{ Hz}$ . Změnou hmotnosti závaží  $m_z$  lze minimální vlastní frekvenci harvesteru ještě snížit, nicméně z výpočtu je zřejmé, že pro požadovanou hodnotu 1 Hz nebude snižování frekvence třeba.

### 7.1.1 Ověření mezního stavu pružnosti v torzní tyči

Abychom mohli měnit frekvenci harvesteru jsou k dispozici 3 možnosti. První je přidávání hmotnosti na rám, a tedy zvýšení momentu setrvačnosti, čímž se frekvence bude snižovat. Druhou je změna průřezu tyče, která ovšem není praktická a frekvenci by bylo možné měnit pouze po krocích a třetí je změna zkrutné délky. Tímto způsobem můžeme frekvence zvyšovat od počáteční dolní prahové hodnoty, která je dána nezkrácenou délkou tyče a přídavným závažím.

V nezkráceném nastavení je tyč na rameni harvesteru uložena na obou svých koncích, na jedné straně v pevném a na druhé straně v otočném uložení. Na základním kusu, který rameno drží jsou uloženy postavena v obráceném pořadí, a tudíž se tyč zkrucuje na levém konci od pevného uložení na rameni až k pravému konci k pevnému uložení na kusu, který rameno drží. V takovémto případě je ohyb tyče zanedbatelný. Pokud bychom ovšem začali zvyšovat vlastní frekvenci ramene a posouvat pevné uložení na základním rámu, vyvolali bychom v tyči zanedbatelný ohybový moment, proto je na pravém konci tyče, kde je pevné uložení posuvné, přidáno další ložisko, aby vždy byly vazbové síly přenášeny pouze co nejmenší délkou tyče a tím byly potlačeny ohybové momenty. Smykové napětí od posouvající síly je v poměru ke smykovému napětí od krutu zanedbatelné, a proto nebude uvažováno.

Jako namáhání torzní tyče budeme tedy uvažovat čistý krut. Velikost smykového napětí v průřezu je závislá na délce tyče a jejím natočení. Natočení tyče spočteme z amplitudy

kývavého pohybu. Dle výpočtů provedených na OFI je zhruba známo, že výchylka peak-to-peak, tedy dvojnásobek amplitudy by měla činit něco přes 6 cm. Abychom byli na konzervativní straně výpočtu smykového napětí, budeme uvažovat dvojnásobek amplitudy  $2A = 10 \text{ cm}$ .

Moment působící na tyč se spočítá jako moment od natočení vlastní tíhou v součtu s momentem od natočení vyvolaného kmitáním. Protože je požadavek vyzkoušet harvestor nejdříve na suchu a rozkývávat ho mechanicky, musíme počítat s nepřítomností vztlakové a odporové síly, které působí proti síle tíhové a snižují statické natočení při ponoření. Tedy spočítáme bezpečnost k meznímu stavu pružnosti pro tento případ.

Statické natočení tyče spočítáme z momentové rovnice statické rovnováhy, která je následující:

$$\sum M_{osa} = 0 : -M_{tyč} + mgT_z + m_z gV_z = 0 \quad (7.11)$$

Pak natočení tyče od vlastní tíhy je:

$$\varphi_T = \frac{M_{tyč} \cdot l}{G \cdot J_p} = \frac{32(mgT_z + m_z gV_z) \cdot l}{G \cdot \pi d^4} = 0,326 \text{ rad} \quad (7.12)$$

Natočení od amplitudy kmitů:

$$\varphi_K \cong \frac{A}{\sqrt{V_y^2 + V_z^2}} = 0,0645 \text{ rad} \quad (7.13)$$

Kroutící moment v tyči se následně spočítá jako superpozice obou natočení:

$$M_K = \frac{(\varphi_T + \varphi_K) \cdot G \cdot J_p}{l} = 29,29 \text{ Nm} \quad (7.14)$$

Z něhož následně vypočítáme maximální smykové napětí:

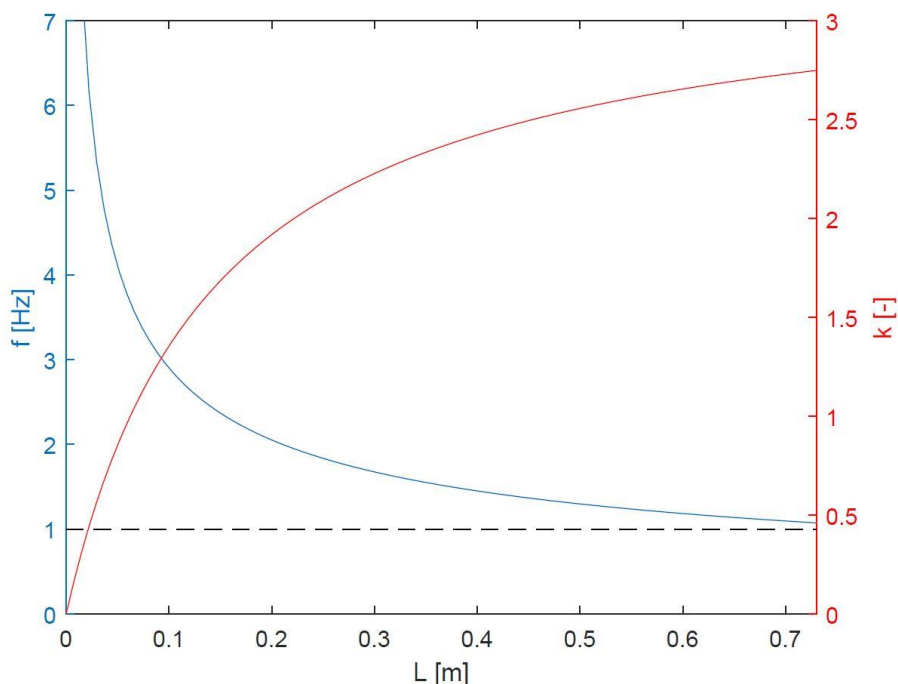
$$\tau = \frac{16M_K}{\pi d^3} = 86,33 \text{ MPa} \quad (7.15)$$

Bezpečnost k meznímu stavu pružnosti zjistíme jako poměr mezi napětím na mezi kluzu materiálu a redukováným napětím dle podmínky  $\max \tau$ . Mez kluzu u materiálu AW-7075 ve stavu T6 dle normy ČSN EN 755-2 je  $R_{p0,2} = 480 \text{ MPa}$  [33].

$$k = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{RED}} = 2,78 \quad (7.16)$$

Bezpečnost k meznímu stavu pružnosti pro případ zanořeného harvestoru by se počítala obdobně s rozdílem v momentové rovnici statické rovnováhy, ve které by byly započítány vlivy od vztlakové a odporové síly. V tomto případě bezpečnost k meznímu stavu pružnosti činí  $k = 5,27$ .

Jak bylo zmíněno výše, se zkracováním zkrutné délky lze zvyšovat vlastní frekvenci. Nicméně se zkracující se délkou roste i namáhání průřezu ve smyku. Na obrázku 40 je graf závislosti frekvence a bezpečnosti na zkrutné délce torzní tyče.



Obrázek 40 Závislost frekvence a bezpečnosti na činné délce torzní tyče

Vidíme, že pokud bychom uvažovali rozsah frekvencí zhruba v rozmezí 1–2 Hz bezpečně nedojde k plastickým deformacím.

### 7.1.2 Ověření mezního stavu únavy

Protože bude torzní tyč cyklicky namáhána je třeba ověřit její bezpečnost k meznímu stavu únavy. Hliníkové slitiny obecně nemají výraznou mez únavy, a proto se určuje smluvně nejčastěji pro  $5 \cdot 10^8$  cyklů. Mez únavy slitiny AW-7075/T6 v ohybu za rotace je  $\sigma_{Co} = 159$  MPa [34]. Mez pevnosti a mez kluzu je dle normy 540 a 480 MPa [33]. Protože mez únavy by mohla být dosažena po dlouhém provozu ve vodě, bude výpočet na rozdíl od mezního stavu pružnosti, prováděn se zohledněním vztlakové a odporové síly. Provedením obdobného rozboru statické rovnováhy dostaneme následující rovnice pro výpočet natočení od tíhové síly a následně maximálního a minimálního kroučícího momentu.

$$\varphi_{T,V} = \frac{32 \cdot (mgT_z + m_z gV_z - F_L V_z - F_D V_y) \cdot l}{\pi \cdot d^4 \cdot G} = 0,14 \text{ rad} \quad (7.17)$$

$$M_{Kmax} = \frac{(\varphi_T + \varphi_K) \cdot G \cdot J_P}{l} = 15,34 \text{ Nm} \quad (7.18)$$

$$M_{Kmin} = \frac{(\varphi_T - \varphi_K) \cdot G \cdot J_P}{l} = 5,74 \text{ Nm} \quad (7.19)$$

Oba kroučící momenty mají kladné znaménko, tudíž torzní tyč je zatěžována pulzujícím cyklem. Odečtením maximálního a minimálního kroučícího a vydělením dvěma získáme amplitudu kroučícího momentu. Pokud oba momenty sečteme a vydělíme dvěma získáme střední zatěžující kroučící moment. Z těchto momentů si podle stejného vztahu jako při výpočtu mezního



stavu pružnosti spočteme smykové napětí v průřezu. Amplituda smykového napětí a střední smykové napětí se tedy rovná.

$$\tau_a = \frac{16M_{K,a}}{\pi d^3} = 14,15 \text{ MPa} \quad (7.20)$$

$$\tau_m = \frac{16M_{K,m}}{\pi d^3} = 31,06 \text{ MPa} \quad (7.21)$$

Abychom mohli porovnávat s charakteristikami materiálu v tahu přepočteme smykové napětí na redukované napětí dle podmínky  $\max \tau$ . Protože máme zatěžování čistým krutem, bude redukované napětí dvojnásobkem smykového napětí, tedy  $\sigma_{a,red} = 28,30 \text{ MPa}$  a  $\sigma_{m,red} = 62,12 \text{ MPa}$ .

Korigovanou mez únavy materiálu spočteme dle Marinovy rovnice, kde  $k_a$  je součinitel vlivu jakosti povrchu a  $k_b$  je součinitel velikosti tělesa. Ostatní koeficienty, jež Marinova rovnice obvykle obsahuje, nebudeme uvažovat, a proto nejsou uváděny. Součinitele vypočteme dle vztahů níže [35].

$$k_a = 4,51 \cdot R_m^{-0,265} = 0,85 \quad (7.22)$$

$$k_b = 1,24 \cdot d^{-0,107} = 0,95 \quad (7.23)$$

Součinitel vlivu jakosti povrchu je uvažován pro povrch tyče vzniklý tažením za studena, součinitel velikosti tělesa je pro velikosti  $2,79 \leq d \leq 51 \text{ mm}$  [35].

$$\sigma'_{co} = k_a k_b \sigma_{co} = 128,39 \text{ MPa} \quad (7.24)$$

Jako kritérium v Haighově diagramu bude sloužit Soderbergova přímka. Pro výpočet bezpečnosti je třeba stanovit alespoň jednu souřadnici průsečíku zatěžovací dráhy a Soderbergovy přímky.

$$\sigma_{A,red} = \frac{\sigma_{a,red} \cdot R_e \cdot \sigma'_{co}}{\sigma_{a,red} \cdot R_e + \sigma_{m,red} \cdot \sigma'_{co}} = 80,89 \text{ MPa} \quad (7.25)$$

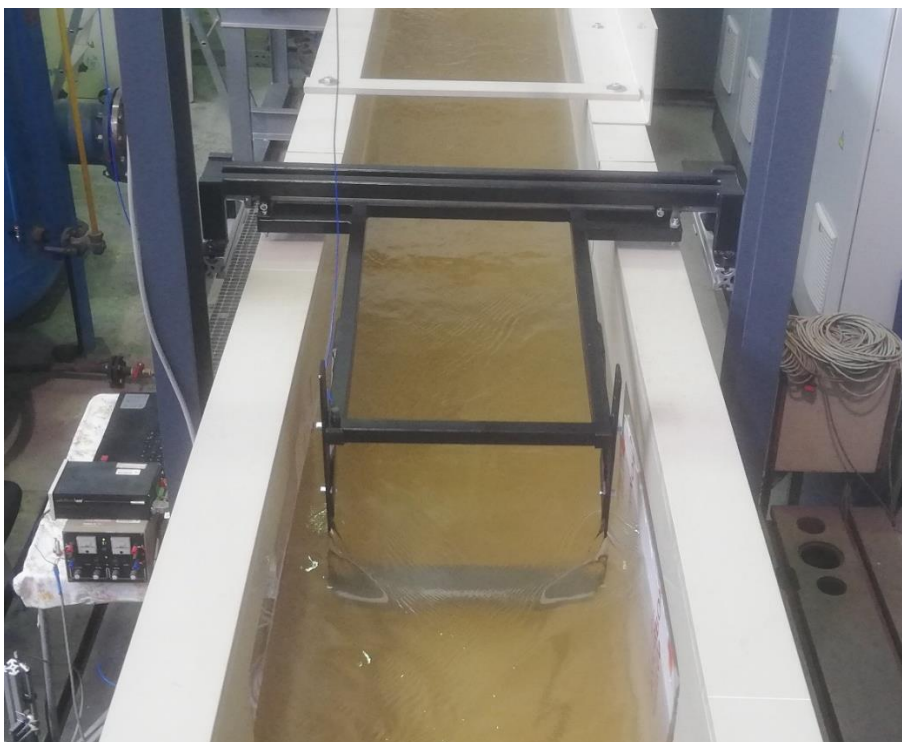
Potom bezpečnost k meznímu stavu únavy se spočítá dle vztahu níže.

$$k_u = \frac{\sigma'_{co}}{\sigma_{A,red}} = 1,59 \quad (7.26)$$

Harvestor je tedy bezpečný i proti meznímu stavu únavy. Při frekvenci kmitání 1 Hz je smluvní počet cyklů více než 15 let nepřetržitého provozu. Ovšem celý výpočet je pro základní nastavení zkrutné délky torzní tyče, pokud bychom provozovali harvestor na vyšší vlastní frekvenci, bylo by nutné provést výpočet znovu se změněnou zkrutnou délkou.

## **8 Měření**

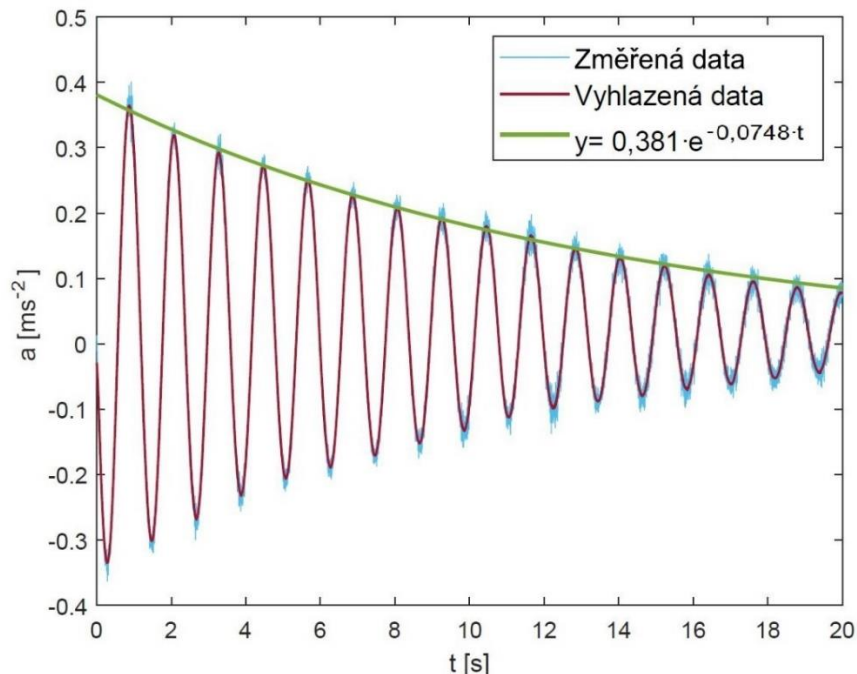
Harvestor byl vyroben dle návrhu a fotografie hotového prototypu zanořeného v testovacím korytě je na obrázku níže. Je uchycen na pomocné stolici tak, aby nebyla namáhána plastová obruba koryta. Měření můžeme rozdělit na suchou a mokrou část. Suchá část probíhala při vypuštění korytě a účelem měření bylo změřit poměrný útlum torzní pružiny oscilátoru, tj. jak výraznou disipaci energie má samotný oscilující harvester. Mokrá část zahrnuje měření poměrného útlumu ve vodě a konečně měření amplitudy a frekvence při proudící vodě. Měření je prováděno pomocí prostředí LabView s připojeným akcelerometrem a průtokoměrem.



*Obrázek 41 Energy harvester v testovacím kanále*

### 8.1 Tlumení oscilátoru na vzduchu

Závislost zrychlení na čase je vidět na obrázku 42. Zrychlení je měřeno na konci ramene oscilátoru pomocí akcelerometru. Oscilace byla spuštěna lehkým vychýlením z rovnovážné polohy a první perioda byla z důvodu ovlivnění při spouštění oříznuta.



Obrázek 42 Tlumení oscilátoru na vzduchu

Frekvenční analýzou vstupních dat pomocí Fourierovy transformace byla určena vlastní frekvence kmitání. Klouzavým průměrem byla data vyhlazena a získanými lokálními maximy proložena metodou nejmenších čtverců exponenciála, která tvoří obálku amplitud zrychlení tluměného oscilátoru. Pro získání poměrného útlumu musíme zjistit logaritmičkový dekrement, ten je dán následujícím vztahem.

$$v_d = \ln\left(\frac{x(t+T)}{x(t)}\right) = -\frac{2\pi b_r}{\sqrt{1-b_r^2}} \quad (8.1)$$

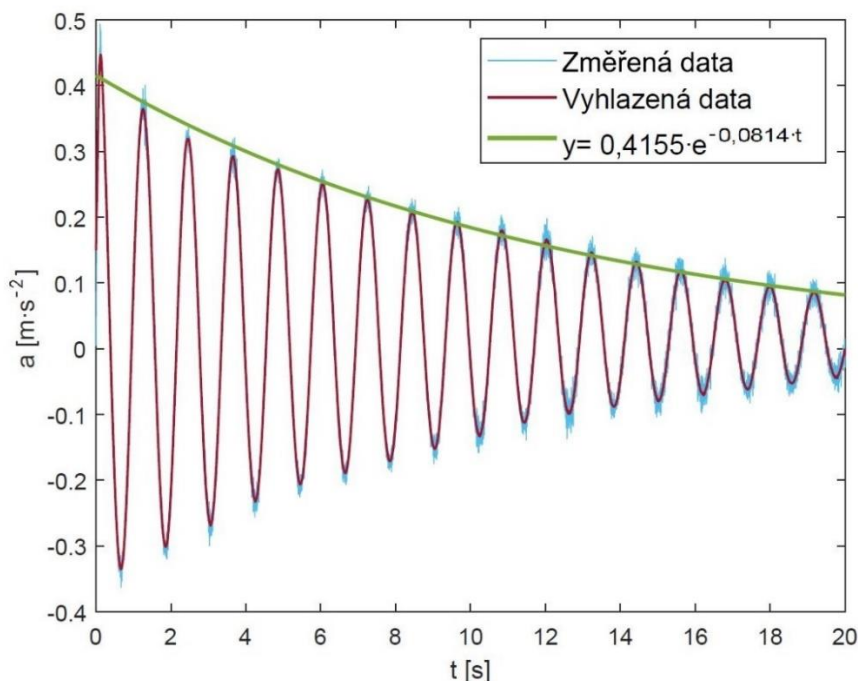
K dispozici však máme pouze výchylky zrychlení, nicméně lze dokázat, že poměr po sobě jdoucích amplitud výchylek se rovná poměru dvou po sobě jdoucích amplitud zrychlení. Amplitudy zrychlení jsou uvažovány z proložené křivky a nikoli z naměřených dat. Vyjádřením z předchozího vzorce získáváme vztah pro poměrný útlum oscilátoru.

$$b_r = \sqrt{\frac{v_d^2}{4\pi^2 + v_d^2}} = 0,0143 \quad (8.2)$$

Je vidět, že poměrný útlum samotného harvestoru je velmi malý a dosahuje pouze 1,43 % kritického útlumu. Frekvence kmitání je 0,833 Hz.

### 8.2 Tlumení oscilátoru ve vodě

Stejně měření jako v předchozím případě provedeme pro oscilátor zanořený ve stojící vodě. Kromě tuhosti a tíhové síly na oscilátor v tomto případě působí ještě vztlaková síla a zejména odporová síla, která způsobuje nevratné tlumení. Průběh zrychlení oscilátoru je na následujícím obrázku.



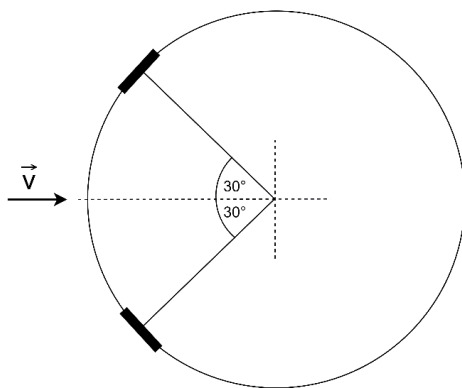
Obrázek 43 Tlumení oscilátoru ve vodě

Způsobem stejným jako v předchozím případě vypočteme poměrný útlum. Ten v tomto případě vychází  $b_r = 0,0153$ . Ačkoli je válec harvesteru umístěn ve vodě a tlumení oscilátoru je vyšší, není vyšší nijak výrazně. Frekvence kmitů oproti frekvenci kmitů na vzduchu dosahuje nepatrně vyšší hodnoty 0,847 Hz.

### 8.3 Harvester v proudící kapalině

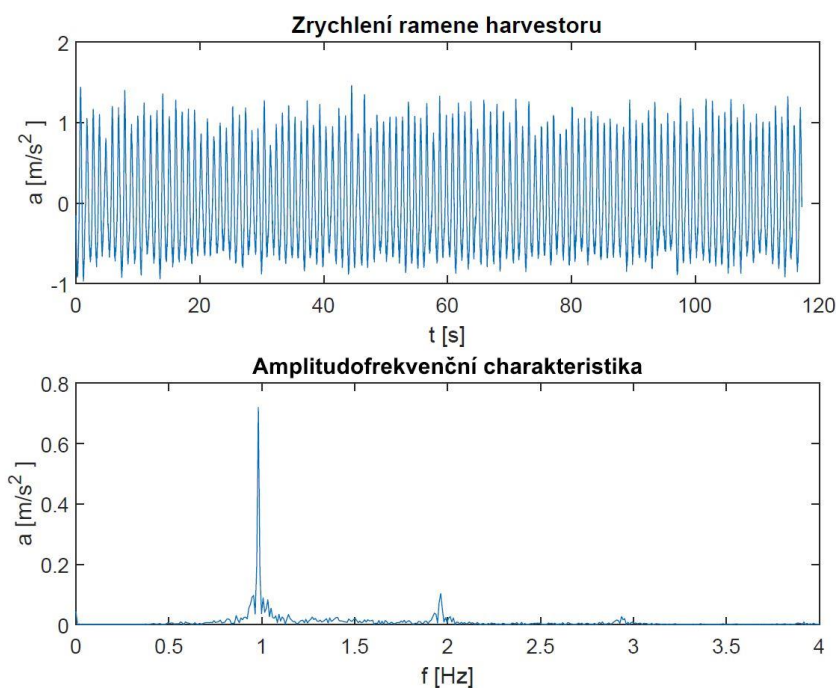
Měřicí kanál umožňuje měnit objemový průtok od 0 do  $260 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$ , tedy při hloubce napuštění 500 mm se rychlosti pohybují od 0 do  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Měření probíhalo v 19 krocích po zhruba  $10 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$  (poměr mezi řídicím napětím frekvenčního měniče čerpadla a průtokem není lineární) od  $63,7 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$  do  $255,6 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$ . Dolní mez je dána rychlostí proudění, při které se harvester nepohyboval a horní mez maximálním průtokem, jehož překročením dojde k přetečení kanálu.

Prvním testováním v kanálu se ukázalo, že kmitání válce je značně neperiodické, a to pro celý rozsah rychlostí. Po vzoru VIVACE bylo pokusně vyzkoušeno nalepení pásků suchého zipu, viz obrázek 44, za účelem dřívějšího odtržení mezní vrstvy a větší turbulizace úplavu.



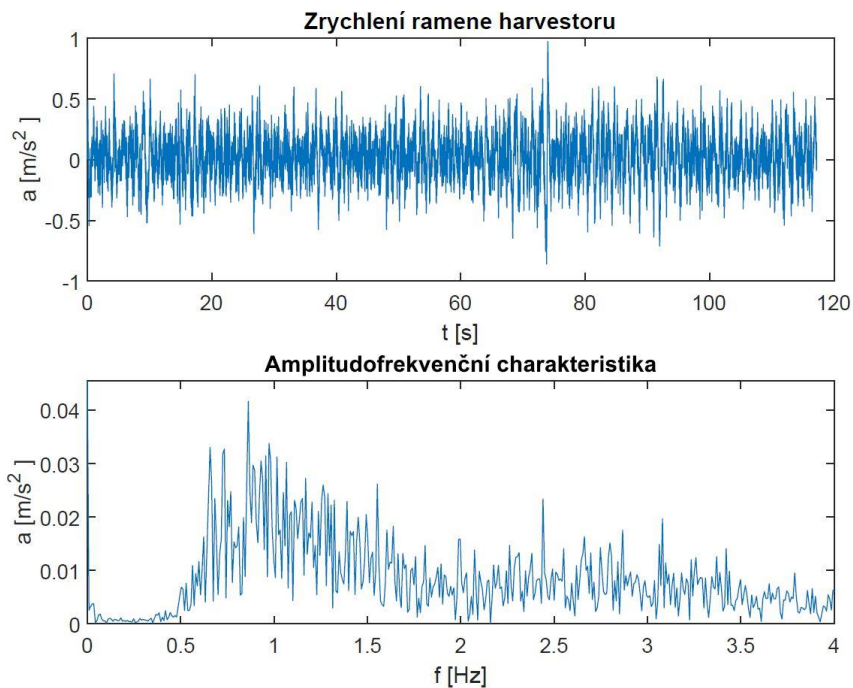
Obrázek 44 Schéma nalepení pásků

Nalepením pásků kmitání poměrně zlepšilo svou periodicitu, nicméně od určitých rychlostí byly oscilace stále nahodilé. Z měření vyplynulo, že se stoupající rychlostí roste frekvence kmitání, až dojde ke chvilkovému ustálení. Dle teorie by v tomto okamžiku mělo dojít k jevu lock-in a po odeznění by měla frekvence kmitání dále růst, nicméně ve změřených datech nelze další růst frekvence nijak identifikovat. Zhruba kolem hodnoty průtoku  $150 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$  se začínají v měření objevovat s největší pravděpodobností zázneje, což může ukazovat na přítomnost dvou sobě blízkých frekvencí, nicméně frekvenční analýza není v tomto směru průkazná. Na obrázku níže jsou změřená data zrychlení na konci ramene harvesteru a amplitudofrekvenční charakteristika signálu.



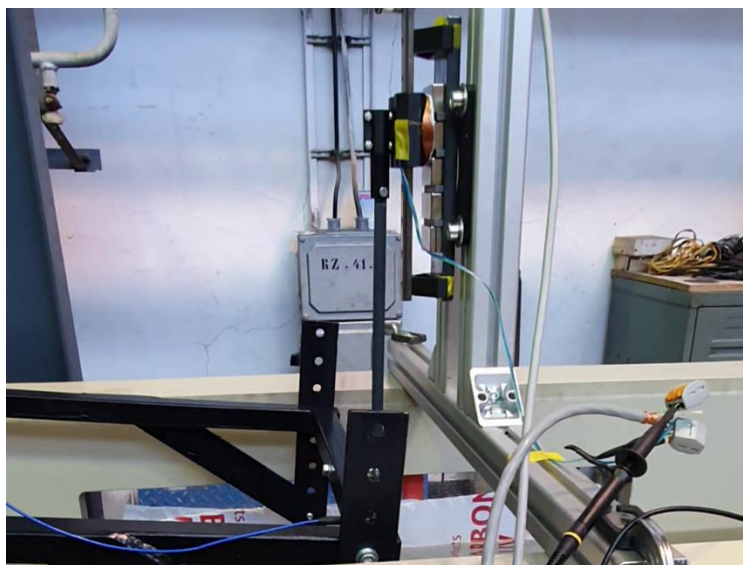
Obrázek 45 Měření při průtoku  $106 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$

Měření při průtoku  $106 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$  není vybráno náhodně a zdá se být optimálním pracovním bodem, dominantní frekvence kmitání je přibližně  $0,95 \text{ Hz}$  a kmitání má poměrně ustálený a pravidelný průběh. Naproti tomu při maximálním průtoku  $255 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$  kmitá rameno harvesteru chaoticky a amplitudofrekvenční charakteristika není vypovídající, viz obrázek níže. Ze stejného důvodu, že není možné pro vyšší průtoky určit dominantní frekvenci kmitání, zde není uveden ani graf závislosti frekvence na rychlosti proudění, který by v ideálním případě měl vykazovat chování lock-in.



Obrázek 46 Měření při  $255 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$

K pracujícímu harvestoru byl zkušebně připojen lineární elektromagnetický generátor sestavený Ing. Rubešem, Ph.D. Generátor má vlastní lineární vedení a jedná se o jednoduchý přístroj pro první testování složený pouze z neodymových magnetů a cívky. Na obrázku níže je vidět, že k rameni harvestoru je vozík generátoru připevněn pomocí táhla fungujícího jako ojnice. Maximální výkon, který je schopen vyrobít při uvažovaných počátečních podmínkách daných výpočty, tj. frekvence zhruba 1 Hz a výchylka peak-to-peak oscilujícího válce přibližně 6 cm, je 25 mW, nicméně při testování se ukázalo, že i samotný nezatížený generátor má vůči dosavadnímu výkonu harvestoru velký odpor a rameno kmitá tlumeně s velmi malou amplitudou. Pro získávání elektrické energie bude třeba zvýšit výkon harvestoru, zvýšit jeho plynulost a výchylky kmitání.



Obrázek 47 Harvestor s připojeným lineárním elektromagnetickým generátorem

## **ZÁVĚR**

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit návrh konstrukčního řešení energy harvesteru založeného na víry vyvolaném kmitání. Úlohou byl návrh prototypu a možnosti jeho spojení s elektrickým generátorem, posléze i jeho stavba a základní otestování.

Rešeršní část je zaměřena na shrnutí dosavadního vývoje v oblasti energy harvesting, a to jak klasickými způsoby, tak i pomocí víry vyvolaného kmitání. Teoretická část se zaměřuje na srovnání typů harvesterů pracujících na základě víry vyvolaného kmitání dle druhu jejich pohybu a následně způsobu vnesení vratné síly. Teoreticko-praktická část se věnuje pevnostním a dynamickým výpočtům konstrukčního návrhu. V praktické části pak jeho výrobě, měření útlumů a praktické zkoušce v testovacím kanále.

Jakožto návrh, který byl dále rozpracován bylo zvoleno kyvné provedení s torzní pružinou, která zároveň slouží jako osa otáčení. Jsou zmíněna i některá možná uchycení generátorů, která by mohla být pro tento typ v budoucnosti použita, nicméně ukazuje se, že největší výzvou je najít vhodný sériově vyráběný nízkoobrátkový generátor, případně lineární generátor, který bude vhodný pro tento typ energy harvesting. V takovémto případě je uchycení vždy podřízené vhodnému generátoru. Vlastní výroba generátoru dovoluje provést uchycení dle libosti a generátor stavět s ohledem na uchycení. První pokusný generátor byl vyroben Ing. Rubešem, Ph.D. a v rámci testování připojen pomocí táhla k harvesteru, nicméně harvester dosahuje zatím tak malého výkonu, že jen stěží dokáže generátor na prázdno rozpohybovat. Dynamické výpočty ukázaly, že lze i pro poměrně krátkou torzní tyč dosáhnout požadované frekvence 1 Hz. Pevnostními výpočty bylo ověřeno, že harvester nedosáhne mezního stavu pružnosti, a to ani pokud bude testován na suchu. Bezpečnost k meznímu stavu pružnosti dovoluje s velkou mírou volnosti zkracovat torzní tyč a měnit tak vlastní frekvenci, čímž bude možné testovat zařízení a jeho optimální pracovní bod v různých intervalech průtoků. Provedený únavový výpočet dokázal, že kromě mezního stavu pružnosti je torzní tyč bezpečná i k meznímu stavu únavy a k počítanému počtu cyklů je její trvanlivost minimálně 15 let nepřetržitého provozu.

Dle modelu byl harvester vyroben a testován. Poměrný útlum torzní tyče je velmi malý a lze tedy považovat toto konstrukční řešení za úspěšné minimálně v ohledu velmi nízké disipace energie vlastními ztrátami. Testování ve zkušebním tunelu však ukázalo, že určité problémy nastávají na straně přenosu energie z vody do harvesteru. Vírová stezka se zatím ukazuje poměrně nestabilní, a ačkoli prvotní testy ukázaly možné východisko v ovlivňování mezní vrstvy a úplavu pomocí hrubých pásků nalepených na nátokové straně válce, další testování v tomto směru bude třeba.

I přes některé nedostatky se konstrukce harvesteru s torzní tyčí ukázala jako poměrně dobrá cesta a jistě jako dobrý základ pro další zkoušení a testování chování kyvných harvesterů. Po prvních testech harvesteru, které jsou rozebrány v této práci bude následovat další testování a ladění harvesteru společně s generátorem, avšak to je již nad časový rámec této práce.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] HARB, Adnan. Energy harvesting: State-of-the-art. *RENEWABLE ENERGY*. 2011, vol. 36, no. 10, s. 2641-2654. ISSN 0960-1481.
- [2] MAAMER, Bilel; BOUGHAMOURA, Ayda; EL-BAB, Ahmed M.R. Fath; FRANCIS, Laurent A. a TOUNSI, Fares. A review on design improvements and techniques for mechanical energy harvesting using piezoelectric and electromagnetic schemes. *Energy Conversion and Management*. 2019, č. 199. ISSN 0196-8904.
- [3] KHALIGH, Alizera a ONAR, Omer C. *Energy harvesting : solar, wind, and ocean energy conversion systems*. Taylor & Francis Group, 2010. ISBN 978-1-4398-1508-3.
- [4] *Swansea Bay Tidal*. Online. TETHYS. Dostupné z: <https://tethys.pnnl.gov/project-sites/swansea-bay-tidal-lagoon-sbtl>. [cit. 2024-04-01].
- [5] *SeaGen Turbine, Northern Ireland, UK*. Online. Power Technology. Dostupné z: <https://www.power-technology.com/projects/strangford-lough/>. [cit. 2024-04-01].
- [6] *MeyGen - SAE Renewables*. Online. SAE Renewables. Dostupné z: <https://saerenewables.com/tidal-stream/meygen/>. [cit. 2024-04-01].
- [7] Ocean wave energy converters: Technical principle, device realization, and performance evaluation. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2021, no. 141. ISSN 1364-0321.
- [8] ZREBNÝ, Radim. *Hydrokinetické turbíny*. Bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2020.
- [9] *Hydrokinetic river and tidal turbine Guinard Energies*. Online. Dostupné z: <https://www.guinard-energies.bzh/en/guinard-energies-2/>. [cit. 2024-04-01].
- [10] RAGHAVAN, Kamaldev. *Energy Extraction from a Steady Flow Using Vortex Induced Vibration*. Disertační práce. The University of Michigan, 2007.
- [11] BERNITSAS, M.M.; RAGHAVAN, K.; BEN-SIMON, Y. a GARCIA, E.M.H. (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A New Concept in Generation of Clean and Renewable Energy From Fluid Flow. *Offshore Mech. Arct. Eng.* 2008, vol. 130, no. 4.
- [12] ZHANG, B.; LI, B.; FU, S.; MAO, Z. a DING, W. Vortex-Induced Vibration (VIV) hydrokinetic energy harvesting based on nonlinear damping. *Renewable energy*. 2022, roč. 195, s. 1050-1063.
- [13] VILLARREAL, David Jesús Yáñez. *VIV resonant wind generators*. 7.6.2018. 2018.
- [14] BATES, Dominic. *Can bladeless wind turbines mute opposition?* Online. The Guardian. 2015. Dostupné z: <https://www.theguardian.com/sustainable-business/2015/jun/01/can-bladeless-wind-turbines-mute-opposition>. [cit. 2024-05-17].
- [15] *Vortex Bladeless / Innovative Wind Power*. Online. Dostupné z: <https://vortexbladeless.com/>. [cit. 2024-05-19].
- [16] MITCHESON, P.D.; STERKEN, T.; HE, C.; KIZIROGLOU, M.; YEATMAN, E. M. et al. Electrostatic Microgenerators. *Measurement and Control -London- Institute of Measurement and Control*. 2008, roč. 41., s. 114-119.



- [17] KHAN, Farid Ullah a QADIR, Muhammad Usman. State-of-the-art in vibration-based electrostatic energy harvesting. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 2016, roč. 26, č. 10.
- [18] PLUSKAL, Tomáš. *Řešení proudění a vznik vírových struktur za samostatně stojícím pilířem*. Diplomová práce, vedoucí Simona Fialová. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2023. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/150047>.
- [19] CERAMTECH GMBH. *Hochleistungskeramik in der Piezotechnik*. 2003. Dostupné z: [https://www.ceramtec-industrial.com/fileadmin/user\\_upload/Corporate/11\\_Downloads/04\\_Piezo\\_Ceramics/mf\\_brochure\\_piezoapplications\\_en\\_de.pdf](https://www.ceramtec-industrial.com/fileadmin/user_upload/Corporate/11_Downloads/04_Piezo_Ceramics/mf_brochure_piezoapplications_en_de.pdf). [cit. 2024-02-02].
- [20] HALLIDAY, David; WALKER, Jearl a RESNICK, Robert. *Fyzika 2*. 2. VUTIUM Brno, 2019. ISBN 978-80-214-4123-1.
- [21] *Proposal template Part B: technical description: H-HOPE - HIDDEN HYDRO OSCILLATING POWER FOR EUROPE*. 2021.
- [22] BISHOP, R. E. D. *Kmitání*. Praha: SNTL, 1978.
- [23] BAJER, Jiří. *Mechanika 3*. 2. Olomouc: RNDr. Vladimír Chlup, 2012. ISBN 978-80-903958-5-5.
- [24] HIBBELER, R. C. *Engineering mechanics: Dynamics*. 12. New Jersey: Prentice Hall, 2010. ISBN 978-0-13-607791-6.
- [25] ÇENGEL, Yunus A. a CIMBALA, John M. *Fluid Mechanics: Fundamental and Applications*. 4. McGraw-Hill Education, 2020. ISBN 978-981-3157-88-0.
- [26] JANALÍK, Jaroslav. *Obtékání a odpor těles*. Skripta. Ostrava: Vysoká škola báňská - technická univerzita Ostrava, 2008.
- [27] *Two Views of Von Kármán Vortices*. Online. NASA Earth observatory. Dostupné z: <https://earthobservatory.nasa.gov/images/90734/two-views-of-von-karman-vortices>. [cit. 2024-01-30].
- [28] LIENHARD, John H. *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington State University: Technical Extension Service, 1966.
- [29] TECHET, A. H. *13.012 Lecture: Separated Flows and Vortex Induced Vibrations*. PDF. 2002. Dostupné také z: [https://web.mit.edu/13.012/www/handouts/2002/VIV\\_sepflow.pdf](https://web.mit.edu/13.012/www/handouts/2002/VIV_sepflow.pdf).
- [30] WILLIAMSON, C. H. K. a ROSHKO, A. Vortex Formation in the Wake of an Oscillating Cylinder. *Journal of Fluids and Structures*. 1988, no. 2, s. 355-381.
- [31] *7075 Hliník - Vlastnosti, pevnost a použití*. Online. YIZENG. Dostupné z: <https://cz.yzpipes.com/info/7075-aluminum-properties-strength-and-uses-58090680.html>. [cit. 2024-04-13].
- [32] BRENNEN, Christopher E. *Introduction to Added Mass*. An Internet Book on Fluid Dynamics. Dostupné také z: <http://brennen.caltech.edu/fluidbook/basicfluidynamics/unsteadyflows/addedmass/introduction.pdf>.
- [33] ÚŘAD PRO TECHNICKOU NORMALIZACI, METROLOGII A STÁTNÍ ZKUSĚBNICTVÍ. ČSN EN 755 - 2:2017, *Hliník a slitiny hliníku - Lisované tyče, trubky a profily - Část 2: Mechanické vlastnosti*. Únor 2017.

- [34] *ASM material Data Sheet*. Online. AEROSPACE SPECIFICATION METALS. Dostupné z: <https://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=ma7075t6>. [cit. 2024-05-14].
- [35] BUDYNAS, Richard G. a NISBETT, Keith J. *Shigleyho konstruování strojních součástí*. 10. VUTIUM, 2023. ISBN 978-80-214-5471-2.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Veličina	Jednotka
$\delta$	Tloušťka mezní vrstvy	m
$\epsilon_0$	Permitivita vakua	$F \cdot m^{-1}$
$\epsilon_r$	Relativní permitivita	-
$\eta$	Činitel naladění	-
$\kappa$	Torzní tuhost	$N \cdot m \cdot rad^{-1}$
$\lambda$	Vlnová délka oscilujícího válečku	m
$\mu$	Dynamická viskozita	$Pa \cdot s$
$\nu$	Kinematická viskozita	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\nu_d$	Logaritmický dekrement	-
$\rho$	Hustota tekutiny	$kg \cdot m^{-3}$
$\sigma_{A,red}$	Mezní amplituda redukovaného napětí	MPa
$\sigma_{Co}$	Mez únavy v ohybu za rotace	MPa
$\sigma'_{Co}$	Korigovaná mez únavy	MPa
$\sigma_{red}$	Redukované napětí	MPa
$\tau_a$	Amplituda smykového napětí	MPa
$\tau_m$	Střední smykové napětí	MPa
$\tau_w$	Smykové napětí na stěně	Pa
$\varphi$	Počáteční fáze kmitání	rad
$\varphi_T$	Natočení od vlastní tíhy na vzduchu	rad
$\varphi_{T,V}$	Natočení od vlastní tíhy ve vodě	rad
$\omega$	Úhlová frekvence budící síly	$rad \cdot s^{-1}$
$\Omega$	Úhlová frekvence tlumeného kmitání	$rad \cdot s^{-1}$
$\Omega_0$	Vlastní úhlová frekvence kmitání	$rad \cdot s^{-1}$
$b$	Součinitel tlumení	$N \cdot s \cdot m^{-1}$
$b_r$	Poměrný útlum	-
$C$	Kapacita kondenzátoru	F
$C_D$	Součinitel odporu	-
$d$	Průměr torzní tyče	m
$D$	Hydraulický průměr	m
$D_{válec}$	Průměr válce harvestoru	m
$E_c$	Energie kondenzátoru	J
$E_k$	Kinetická energie	J
$E_p$	Potenciální energie	J
$f$	Frekvence	Hz
$F_D$	Odporová síla	N
$F_L$	Vztlaková síla	N
$G$	Modul pružnosti ve smyku	MPa

---

$I$	Moment setrvačnosti	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
$J_p$	Polární kvadratický moment průřezu	$\text{m}^4$
$k$	Součinitel bezpečnosti	-
$k_a$	Součinitel vlivu jakosti povrchu	-
$k_b$	Součinitel velikosti tělesa	-
$k_u$	Bezpečnost k meznímu stavu únavy	-
$L_v$	Vzdálenost osy válce	$\text{m}$
$L_{\text{válec}}$	Délka válce harvestoru	$\text{m}$
$L_z$	Vzdálenost závaží	$\text{m}$
$m_a$	Přidaná hmotnost	$\text{kg}$
$M_K$	Kroutící moment	$\text{N}\cdot\text{m}$
$Q$	Elektrický náboj	$\text{C}$
$Re$	Reynoldsovo číslo	-
$R_{p0,2}$	Smluvní mez kluzu	$\text{MPa}$
$S$	Plocha	$\text{m}^2$
$Sr$	Strouhalovo číslo	-
$T$	Perioda	$\text{s}$
$T_e$	Perioda oscilací válečku	$\text{s}$
$T_s$	Perioda odtrhávání vírů	$\text{s}$
$T_{y,z}$	Souřadnice těžiště	$\text{m}$
$V_{y,z}$	Souřadnice osy válce	$\text{m}$
$v_\infty$	Rychlost proudění kapaliny	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1	Vibrace vytvářené člověkem, převzato a upraveno z [2].....	13
Obrázek 2	Typy přílivových turbín, převzato a upraveno z [3] .....	15
Obrázek 3	Přílivová elektrárna SeaGen, převzato z [5] .....	15
Obrázek 4	Generátor elektrické energie z vln s plovákem, převzato a upraveno z [7].....	16
Obrázek 5	Generátor elektrické energie z vln s oscilujícím sloupcem vody, převzato a upraveno z [7].....	16
Obrázek 6	Generátor elektrické energie z vln s přelivem, převzato a upraveno z [7].....	17
Obrázek 7	Říční turbína Guinard, převzato z [9] .....	18
Obrázek 8	VIVACE, převzato a upraveno z [12].....	19
Obrázek 9	Řez zařízením, převzato a upraveno z [13].....	20
Obrázek 10	Vortex Bladeless, převzato z [15] .....	21
Obrázek 11	Elektrostatický generátor, převzato a upraveno z [2] .....	22
Obrázek 12	Piezoelektrický jev, převzato z [19].....	23
Obrázek 13	Kyvny elektromagnetický generátor, převzato a upraveno z [18].....	24
Obrázek 14	H-HOPE potrubní systémy, převzato a upraveno z [21] .....	25
Obrázek 15	H-HOPE otevřené toky, převzato a upraveno z [21] .....	26
Obrázek 16	H-HOPE otevřené kanály, převzato a upraveno z [21].....	26
Obrázek 17	Těleso na pružině .....	27
Obrázek 18	Závislost výchylky, rychlosti a zrychlení harmonického oscilačního pohybu na čase .....	29
Obrázek 19	Podkriticky tlumené nebuzené kmitání.....	31
Obrázek 20	Kriticky a nadkriticky tlumené kmitání .....	32
Obrázek 21	Harmonicky buzené netlumené kmitání .....	33
Obrázek 22	Rezonance netlumeného oscilátoru.....	34
Obrázek 23	Amplitudofrekvenční charakteristika buzeného tlumeného oscilátoru.....	35
Obrázek 24	Fázové zpoždění kmitání za budící silou .....	36
Obrázek 25	Mezní vrstva, převzato a upraveno z [25].....	37
Obrázek 26	Stavy proudění v mezní vrstvě, převzato a upraveno z [25].....	38
Obrázek 27	Obtékání zakřiveného tělesa, převzato z [26] .....	38
Obrázek 28	Součinitele odporu obtékání pro válec a kouli, převzato a upraveno z [25].....	40
Obrázek 29	Karmánova vírová stezka za ostrovy Guadalupe, převzato z [27].....	40
Obrázek 30	Režimy obtékání pevného válce, převzato a upraveno z [28].....	42
Obrázek 31	Závislost Strouhalova čísla na Reynoldsově čísle, převzato a upraveno z [29] ...	43
Obrázek 32	Lock-in režim.....	44
Obrázek 33	Režimy odtrhávání vírů, převzato a upraveno z [30].....	45
Obrázek 34	VIVACE harvestor v testovacím korytě, převzato z [10].....	47
Obrázek 35	Válec v kyvném uložení.....	48
Obrázek 36	Fyzické kyvadlo s přidaným závažím .....	49
Obrázek 37	Závislost redukované délky na přidané hmotnosti.....	50
Obrázek 38	Kyvny harvestor s torzní pružinou.....	51
Obrázek 39	Oscilátor se zobecněnými souřadnicemi.....	53
Obrázek 40	Závislost frekvence a bezpečnosti na činné délce torzní tyče.....	56
Obrázek 41	Energy harvestor v testovacím kanále .....	58
Obrázek 42	Tlumení oscilátoru na vzduchu .....	59
Obrázek 43	Tlumení oscilátoru ve vodě.....	60
Obrázek 44	Schéma nalepení pásků .....	60
Obrázek 45	Měření při průtoku $106 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$ .....	61

Obrázek 46 Měření při $255 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$ .....	62
Obrázek 47 Harvester s připojeným lineárním elektromagnetickým generátorem .....	62

## **SEZNAM TABULEK**

Tabulka 1 Parametry testovacího koryta .....	46
Tabulka 2 Dynamické vlastnosti harvestoru .....	52